계면균열을 가진 연성접합재의 소성영역 크기
- 이종 모재의 경우 -

김 동 학* · 강 기 주†

(2002 년 5 월 27 일 접수, 2003 년 4 월 2 일 심사완료)

Plastic Zone Size in a Ductile Layer with an Interface Crack
- Case Study for Dissimilar Substrates -

Dong-Hak Kim and Ki-Ju Kang

Key Words : Ductile Layer(연성층), Modified Irwin Model(수정된 Irwin 모델), Modified Dugdale Model(수정된 Dugdale 모델), Plastic Zone Size(소성 영역 크기)

Abstract

Using the modified Irwin model and the modified Dugdale model, the plastic zone size near the interface crack tip in a ductile layer bonding two dissimilar elastic substrates is predicted. Validity of the models is examined by finite element method. The effects of several factors such as the mode mixity, T-stress and material properties are explored. The plastic zone size significantly decreases with the Poisson's ratio of the ductile layer.

1. 서 론

PCB 기판과 같은 다층 전자부품에서는 매우 얇고 부품에 비해 상대적으로 연성층인 땜납과 같은 접합재가 자주 사용된다. 또한 세라믹/금속의 접합에서도 상대적으로 연성인 접합재가 사용된다. 이러한 접합층과의 경계에서 높은 응력의 변화와 접합 시 발생할 수 있는 여러 가지 결함에 의해서 층간분리나 균열의 생성이 일어나기 쉽다.[1,2] 이와 같이 탄성체에 의해서 구속된 연성층에 대한 파괴역학적 실험 및 해석이 지난 20 여년간 많이 진행되고 있다.

Varias 등[3]은 접합계면의 강도가 매우 커서 파괴가 지연되면 균열선단의 근처보다 전방 먼 곳의 응력이 더 커지는 현상이 발생한다고 보고하였다. Kang 과 Kim[4]은 이러한 현상이 평면 소성 압축 시 발생하는 마찰언덕[5]과 유사하게 모재가 접합층의 소성유동을 구속하기 때문에 발생함을 발견하였으며, 미끄럼선장이론을 이용하여 균열선단의 전방 먼 곳에서 발생하는 최대응력의 크기를 예측하였다. 또한 최대응력의 크기가 소성영역의 크기에 비례함을 보였다. 따라서 탄성체에 의해 구속된 연성중간층의 파괴거동도 소성영역의 크기에 의존할 것이다.

Kang 과 Beom[6]은 Irwin 모델과 Dugdale 모델을 수정하여 혼합모드 하중을 받는 탄성체에 의해 샌드위치된 연성층의 계면 균열에 대한 소성 영역의 크기를 예측하고 유한요소해석과 그 결과를 비교한 바 있다. 그들은 상하의 모재가 같은 경우를 해석하였으나, 실제적으로 연성층은 이종재료를 접합하는데 많이 사용되므로 상하의 모재가 다른 경우에 대한 연구가 필요하다.

본 논문에서는 이종 탄성재료를 접합하는 연성중간층의 계면 균열에 대한 소성영역의 크기를 구하였고 이를 유한요소해석의 결과와 비교 검증하였다. 아울러 모드혼합도, T-응력과 재료물성치의 영향을 조사하였다.

2. 이 론

2.1 수정된 Irwin 모델

Fig. 1 은 상하 이종재료 사이에 연성접합층이

* 전남대학교 대학원 기계공학과
† 책임저자, 회원, 전남대학교 기계시스템공학부
E-mail : kjkang@Chonnam.ac.kr
TEL : (062)530-1668 FAX : (062)530-1689

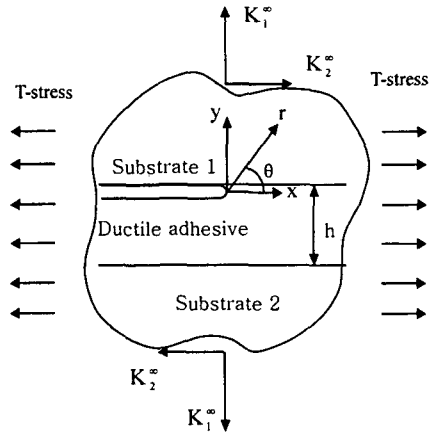

Fig. 1 A ductile layer bonding two dissimilar elastic substrates with an interface crack

있고, 한쪽 계면에 균열이 존재하는 물체의 경계에 K^∞ 응력장으로 표현되는 혼합모드하중과 T-응력이 작용하는 상태를 그린 것이다. 모재의 폭과 두께가 중간층의 두께에 비하여 크고 균열선단에서의 거리가 중간층의 두께 h 에 비해 훨씬 클 경우에 중간층의 영향을 무시할 수 있으므로 원거리 응력장은 단순 계면 균열의 K-응력장으로 표현할 수 있다. T-응력이 함께 존재하는 경우에 계면 $(\theta = 0°)$ 에서의 응력장은 단순 계면균열에 대한 K-응력장에 T-응력의 항을 중첩하여 다음 식과 같이 표현할 수 있다.[7]

$$\begin{aligned}
\sigma_{22}^{S1} &= \sigma_{22}^{S2} = \frac{\mathrm{Re}\left(K^\infty r^{i\varepsilon}\right)}{\sqrt{2\pi r}} = \sigma \\
\sigma_{12}^{S1} &= \sigma_{12}^{S2} = \frac{\mathrm{Im}\left(K^\infty r^{i\varepsilon}\right)}{\sqrt{2\pi r}} = \tau \\
\sigma_{11}^{S1} &= \frac{\mathrm{Re}\left(K^\infty r^{i\varepsilon}\right)}{\sqrt{2\pi r}}\delta_1 + T_{S1} \\
\sigma_{11}^{S2} &= \frac{\mathrm{Re}\left(K^\infty r^{i\varepsilon}\right)}{\sqrt{2\pi r}}\delta_2 + T_{S2}
\end{aligned} \qquad (1)$$

여기서 $\delta_1 = -\dfrac{e^{\pi\varepsilon} - 3e^{-\pi\varepsilon}}{e^{\pi\varepsilon} + e^{-\pi\varepsilon}}$,

$$\delta_2 = \frac{3e^{\pi\varepsilon} - e^{-\pi\varepsilon}}{e^{\pi\varepsilon} + e^{-\pi\varepsilon}},$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi}\ln\left(\frac{\dfrac{3-4\nu_{S1}}{\mu_{S1}} + \dfrac{1}{\mu_{S2}}}{\dfrac{1}{\mu_{S1}} + \dfrac{3-4\nu_{S2}}{\mu_{S2}}}\right),$$

E, ν, μ는 각각 영률, 푸아송 비, 전단계수를 나타낸다. 하첨자 또는 상첨자의 S1 과 S2 는 모재 1 과 모재 2 를 각각 나타내고, 첨자가 없는 경우 연성중간층을 나타낸다. T_{S1} 과 T_{S2} 는 각각 모재 1 과 2 에서의 T-응력을 나타내는데 계면에서의 변형률의 연속성에 의하여 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$T_{S1} = \beta T_{S2}$$

여기서 $\beta = \dfrac{E_{S1}}{1-\nu_{S1}^2}\dfrac{1-\nu_{S2}^2}{E_{S2}}$ 이다.

연성층과 모재 사이 계면에서의 응력과 변형률의 연속성과 탄성 구성방정식, 평면 변형률 조건 $\left(\varepsilon_{33} = \varepsilon_{33}^{S1} = \varepsilon_{33}^{S2} = 0\right)$ 에 의해 연성층에서의 응력과 변형률은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned}
\sigma_{11} &= \frac{1}{1-\nu^2}\left(\eta_m + \nu + \nu^2\right)\sigma + \beta_m T_{Sm} \\
\sigma_{22} &= \sigma \\
\sigma_{33} &= \frac{1}{1-\nu^2}\left(1 + \eta_m + \nu\right)\sigma + \nu\beta_m T_{Sm} \\
\sigma_{12} &= \tau \\
\sigma_{23} &= \sigma_{13} = 0
\end{aligned} \qquad (2)$$

여기서 $\eta_m = \dfrac{E}{E_{Sm}}\left[\left(1-\nu_{Sm}^2\right)\delta_m - \nu_{Sm} - \nu_{Sm}^2\right]$,

$$\beta_m = \frac{E}{1-\nu^2}\frac{1-\nu_{Sm}^2}{E_{Sm}},$$

$$m = \begin{cases} 1 & \text{at the upper interface} \\ 2 & \text{at the lower interface} \end{cases}$$ 이다.

소성영역의 경계, $r = r_p$ 에서 응력장은 다음식과 같은 Von-Mises 항복조건을 만족한다.

$$\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\sigma_{11}}{\sigma_0} - \frac{\sigma_{22}}{\sigma_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{22}}{\sigma_0} - \frac{\sigma_{33}}{\sigma_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{33}}{\sigma_0} - \frac{\sigma_{11}}{\sigma_0}\right)^2\right] + 3\left(\frac{\sigma_{12}}{\sigma_0}\right)^2 = 1 \qquad (3)$$

그러므로 식 (2)을 식 (3)에 대입하면 소성영역의 크기를 예측할 수 있다.

2.2 수정된 Dugdale 모델

Fig. 2 는 수정된 Dugdale 모델을 설명하는 그림으로 소성영역의 크기(r_p)는 r_p 를 포함한 유효길이 $a_{eff} = a + r_p$ 에서의 응력확대계수가 영이 되는 조건으로부터 구할 수 있다. 즉, 소성영역 내의 응력이 거리에 관계없이 일정하고 중첩의 원리가 성

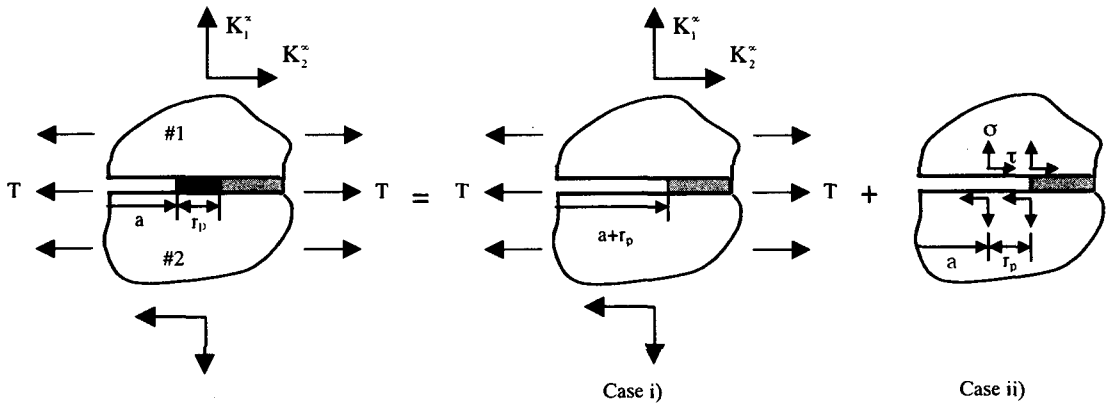

Fig. 2 A schematic diagram illustrating Dugdale model under mixed mode loading and T-stress

립한다고 가정하여 Case i)과 Case ii)에 대하여 각각 $K^{i)}$과 $K^{ii)}$를 각각 구하여 이를 중첩한 응력확대계수가 0 이 되는 조건에 대입함으로써 r_p를 구할 수 있다.

$$K|_{a=a+r_p} = K^{i)} - K^{ii)} = 0 \tag{4}$$

여기서 상첨자 i)과 ii)는 각각 Case i)과 Case ii)를 나타낸다. 무한 평면의 계면균열이라고 가정하고 Case i)[8]과 Case ii)[9]에 대한 응력확대계수를 각각 구하여 식 (4)에 대입하여 계면에서 작용하는 응력 σ와 τ에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\sigma + i\tau = \sqrt{\frac{\pi(a+r_p)}{8r_p a}\frac{1-2i\varepsilon}{\cosh(\pi\varepsilon)}}\left(\frac{a+r_p}{ar_p}\right)^{-i\varepsilon}\left(K_1^{\infty} + iK_2^{\infty}\right) \tag{5}$$

여기서 $a >> r_p$라 가정하면 다음과 같다.

$$\sigma + i\tau = \sqrt{\frac{\pi}{8r_p}\frac{1-2i\varepsilon}{\cosh(\pi\varepsilon)}}r_p^{i\varepsilon}\left(K_1^{\infty} + iK_2^{\infty}\right) \tag{6}$$

상하 모재와의 응력 및 변형률의 연속성과 평면변형률의 조건에 의하여 연성층에서의 응력은 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned}
\sigma_{11} &= \frac{1}{1-\nu^2}\left(\eta_m + \nu + \nu^2\right)\sigma + \beta_m T_{Sm} \\
\sigma_{22} &= \sigma \\
\sigma_{33} &= \frac{1}{1-\nu^2}\left(1 + \eta_m + \nu\right)\sigma + \beta_m T_{Sm} \\
\sigma_{12} &= \tau \\
\sigma_{23} &= \sigma_{13} = 0
\end{aligned} \tag{7}$$

여기서 $m = \begin{cases} 1 & \text{at the upper interface} \\ 2 & \text{at the lower interface} \end{cases}$ 이다. 식 (6)과 식 (7)을 Von-Mises 항복조건에 대입하여 소성영역의 크기를 계산할 수 있다.

수정된 Irwin 모델과 수정된 Dugdale 모델에 대하여 식 (2)와 식 (7)을 비교하여 보면 계면에서 작용하는 응력 σ와 τ의 값이 식 (1)과 식 (6)과 같이 표현되는 점을 제외하고 두 모델의 차이는 없다. 즉, 수정된 Irwin 모델에서 구한 소성영역의 크기는 수정된 *Dugdale* 모델에서 구한 소성영역 크기에 비하여 계면에서 작용하는 응력 σ와 τ에 대한 차이에 의하여 상수배 만큼의 차이만을 보인다. 이러한 차이는 모드혼합도와 ε에 따라 변한다. 연성층 위•아래계면에서 재료물성치의 차이에 의하여 응력 σ_{11} 차이를 보인다. 그 크기는 다음 식과 같다.

$$\sigma_{11}|_{up} - \sigma_{11}|_{low} = \frac{1}{1-\nu^2}(\eta_1 - \eta_2)\sigma$$

이러한 응력 σ_{11}의 차이는 위•아래계면에서 소성영역 크기의 차이를 유발한다.

3. 유한요소해석

3.1 모델링

수정된 Irwin 모델과 수정된 Dugdale 모델을 이용하여 구한 이종 탄성재료를 접합하는 연성중간층의 계면 균열에 대한 소성영역의 크기를 비교검증하기 위하여 유한요소해석을 수행하였다. 또한 유한요소해석을 통하여 연성층의 가공경화지수 n 에 따른 소성영역의 크기의 변화를 알아보았다. Fig. 3 은 유한요소해석에 사용된 요소를 보여준다. 모델 전체의 반경 R_0와 중간층 h 의 비 R_0/h 는 2000 이다. 식 (8)과 같은 K-변형장을 모델의 바깥쪽 경계에 주어서 계산하였다. 그리고 하중의 크기는 연성층의 두께 h 와 연성중간층의 항복응력

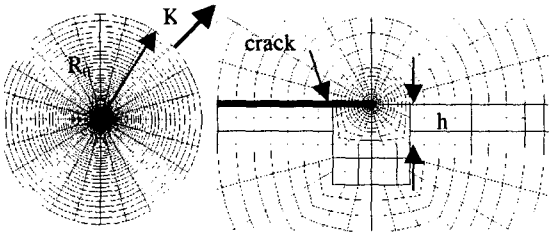

Fig. 3 *Finite element model*

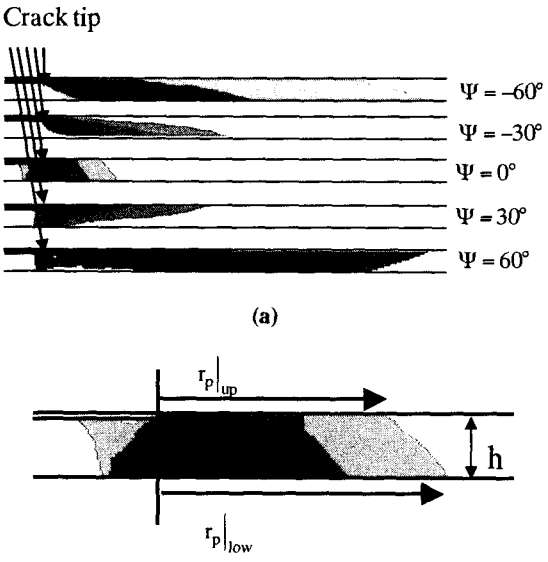

Fig. 4 (a)Variation of the plastic zone under mixed mode with applied load and (b)definition of plastic zone size

σ_0를 이용하여 $|K^\infty|/\sigma_0\sqrt{h}$ 로 무차원화 하였다.

$$u_j = \frac{1}{2\mu}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\left\{\mathrm{Re}\left[K^\infty r^{i\varepsilon}\right]\tilde{u}_j^{I}(\theta,\varepsilon) + \mathrm{Im}\left[K^\infty r^{i\varepsilon}\right]\tilde{u}_j^{II}(\theta,\varepsilon)\right\} + rT_{Sk}\tilde{u}_j^{T} \quad (8)$$

모재는 선형탄성변형만을 하고 연성중간층은 식 (9)와 같은 Ramberg-Osgood 관계식에 따른 변형 소성 이론에 의한 탄소성변형을 한다고 가정하였다.

$$E\varepsilon = \sigma + \alpha\left(\frac{|\sigma|}{\sigma_0}\right)^{n-1}\sigma \quad (9)$$

$E_{S1}/E = 6$, $E_{S2}/E = 12$, $\nu = \nu_{S1} = \nu_{S2} = 0.3$, $T_{S1} = 0$, $n = 3, 10, 13, 20$ 의 조건에 대하여 상용소프트웨어인 ABAQUS 를 사용하여 유한요소해석을 수행하였다.

3.2 소성영역

Fig. 4 는 하중의 크기가 증가함에 따른 소성영역의 확대양상을 유한요소해석을 통하여 조사한 결과이다. 여기서 소성영역은 등가소성변형률 $\bar{\varepsilon}_{pl} \geq 0.002$ 인 영역을 나타낸다. 모드혼합도 $\Psi = \tan^{-1}\dfrac{K_1^\infty}{K_2^\infty}$ 는 외부에서 작용하는 K_1^∞ 와 K_2^∞ 의 비를 나타낸다. 작은 외부하중에 대해서는 소성영역이 중간층 두께를 관통하지 못한다. 본 연구에서는 외부하중이 충분히 커서 위·아래 계면에 모두 충분한 소성영역이 생기는 경우에 한하여 해석하였다. Fig. 4(b)와 같이 균열선단으로부터 등가소성변형률이 0.2%인 각 계면에서 최대거리로 정의된 소성영역 크기를 이론해석의 결과와 비교하였다.

4. 결 과

4.1 예측이론의 정확성

Fig. 5 는 $E_{S1}/E = 6$, $E_{S2}/E = 12$, $\nu = \nu_{S1} = \nu_{S2} = 0.3$ $T_{S1} = 0$, $n = 20$ 에 대한 유한요소해석 결과와 수정된 Irwin 모델과 수정된 Dugdale 모델에 의해 예측된 결과를 나타낸다. 소성영역의 크기를 연성접합층 상하 두 계면에 대하여 별도로 계산하여 선과 기호로 표기하였다. Fig. 5(c)와 같이 모드 I 하중 하에서는 두 모델에 의한 예측 결과가 유한요소해석 결과와 상당히 큰 차이를 보인다. 그러나 모드혼합도(±30°, ± 60°)가 증가함에 따라 유한요소해석 결과는 수정된 Irwin 모델과 유사한 결과를 갖는다. 이러한 현상은 상하 모재가 동일한 경우를 해석하였던 Kang 과 Beom[6]의 연구에서도 발견되었던 것으로 연성접합층의 소성유동이 모재에 의하여 제한되어 일종의 마찰언덕과 같은 현상에 의한 큰 정수압적 응력이 발생한데 원인이 있는 것으로 보인다. 또한 모드 II 하중성분이 증가하면 이러한 마찰언덕 현상은 급격히 해소되어 이론 모델에 접근하게 된다. 따라서 아래에서는 소성영역 크기에 미치는 여러 인자의 영향을 조사하는데 수정된 Irwin 모델을 이용하였다.

4.2 여러 인자의 영향

Fig. 6 은 $E_{S1}/E = 6$, $E_{S2}/E = 12$, $\nu = \nu_{S1} = \nu_{S2} = 0.3$, $T_{S1} = 0$, $|K^\infty|/\sigma_0\sqrt{h} = 15$ 인 경우에 대하여 가공경화지수 n=3 에 대한 유한요소해석의 결과를 기준으로 n 에 따른 소성영역 크기의 변화를 유한요소해석 결과를 통하여 보여주는 그림이다. 즉, Δr_p 는 다음식으로 정의된 값이다.

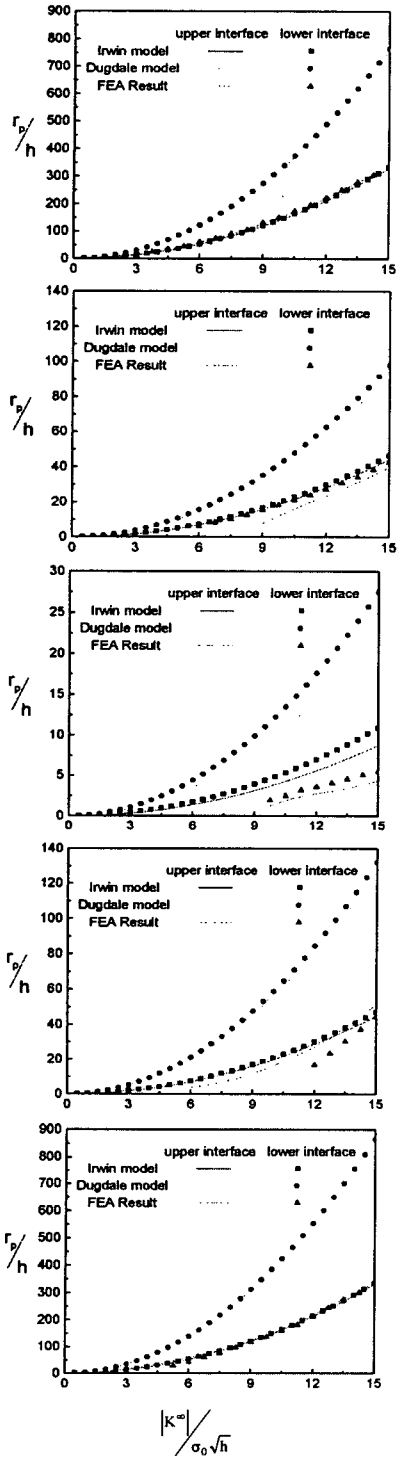

Fig. 5 Variation of the plastic zone size with the applied load $\left(|K^\infty|/\sigma_0\sqrt{h}\right)$ ($E_{S1}/E = 6$, $E_{S2}/E = 12$, $\nu = \nu_{S1} = \nu_{S2} = 0.3$, $T_{S1} = 0$)

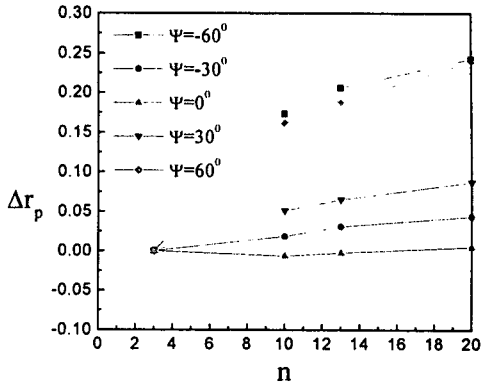

Fig. 6 Variation of the plastic zone size with strain hardening exponent $E_{S1}/E = 6$, $E_{S2}/E = 12$, $\nu = \nu_{S1} = \nu_{S2} = 0.3$, $|K^\infty|/\sigma_0\sqrt{h} = 15$

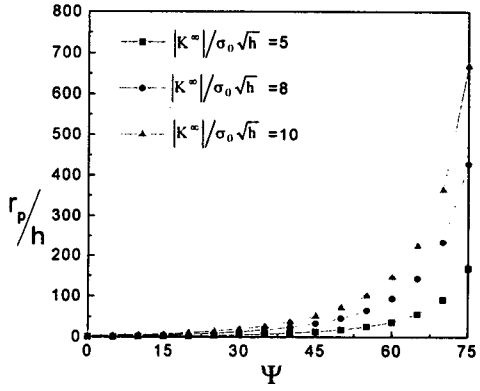

Fig. 7 Variation of the plastic zone size with mode mixity ($E_{S1}/E = 6, E_{S2}/E = 12$, $\nu = \nu_{S1} = \nu_{S2}$ =0.3, T_{S1}=0)

$$\Delta r_p = \left. \frac{r_p - r_p|_{n=3}}{r_p|_{n=3}} \right|_{K^\infty/\sigma_0\sqrt{h}=15}$$

전반적으로 n 에 따라 소성영역의 크기 r_p 가 증가하지만 그 정도는 모드혼합도에 따라 다르다. 즉, $\Psi = 0°$ 인 경우에는 r_p 가 n 에 거의 무관하지만 Ψ 의 절대값이 증가함에 따라 r_p 의 증가율은 커진다.

Fig. 7 은 모드혼합도 Ψ에 따른 소성영역 크기를 이론해석을 이용하여 구한 결과이다. 이때 $E_{S1}/E = 6$, $E_{S1}/E = 12$, $\nu = \nu_{S1} = \nu_{S2} = 0.3$, $T_{S1} = 0$ 이며 위계면에서의 예측 값을 보여주고 있다. 모드혼합도 Ψ 가 증가함에 따라서 소성영역의 크기는 매우 큰 증가를 보여준다. 이것은 균질재료에 의해 샌드위치된 경우의 결과[5]와 유사하다.

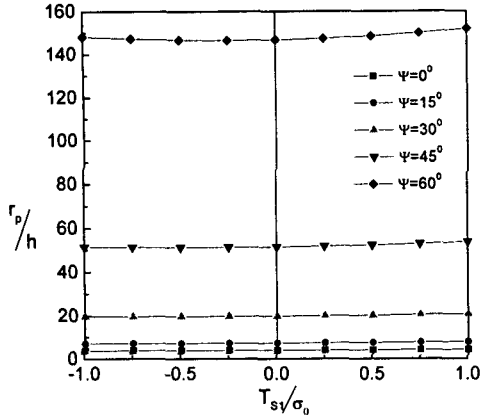

Fig. 8 Variation of the plastic zone size with T- stress ($E_{S1}/E=6, E_{S2}/E=12, \nu=\nu_{S1}=\nu_{S2}=0.3$, $|K^{\infty}|/\sigma_0\sqrt{h}=15$)

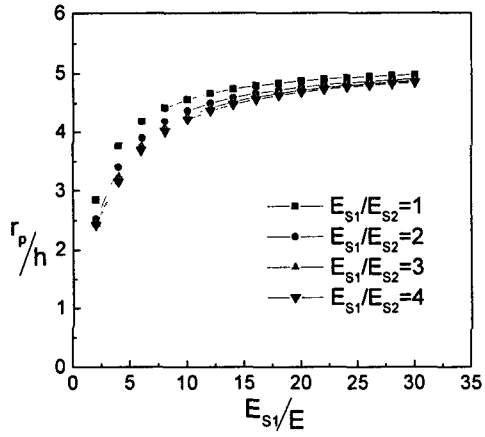

Fig. 9 Variation of the plastic zone size with Young's modulus ($\nu=\nu_{S1}=\nu_{S2}=0.3$, $T_{S1}=0$, $|K^{\infty}|/\sigma_0\sqrt{h}=15, \Psi=0°$)

Fig. 8 은 T-응력의 영향을 나타내는 그림이다. 여기서 $E_{S1}/E=6$, $E_{S2}/E=12$, $\nu=\nu_{S1}=\nu_{S2}=0.3$, $|K^{\infty}|/\sigma_0\sqrt{h}=15$이며, T_{S1}/σ_0 가 -1 에서 1 로 변하는 사이에 T-응력에 의한 소성영역의 크기 변화를 나타낸다. 그 크기는 매우 작다. 모드혼합도가 증가하여 소성영역의 크기가 증가하여도 전체적인 값의 변화에 거의 영향이 없다. $\Psi=0°$ 일 때 약 10%정도의 차이를 보이지만 $\Psi=60°$ 일 경우 3.5%의 차이를 보인다.

Fig. 9 는 $\nu=\nu_{S1}=\nu_{S2}=0.3, T_{S1}=0, \Psi=0°$ 일 경우에 대하여 모재의 영률에 대한 연성층의 영률에 대한 비의 영향을 보여주는 그림이다. E_{S1}/E 의

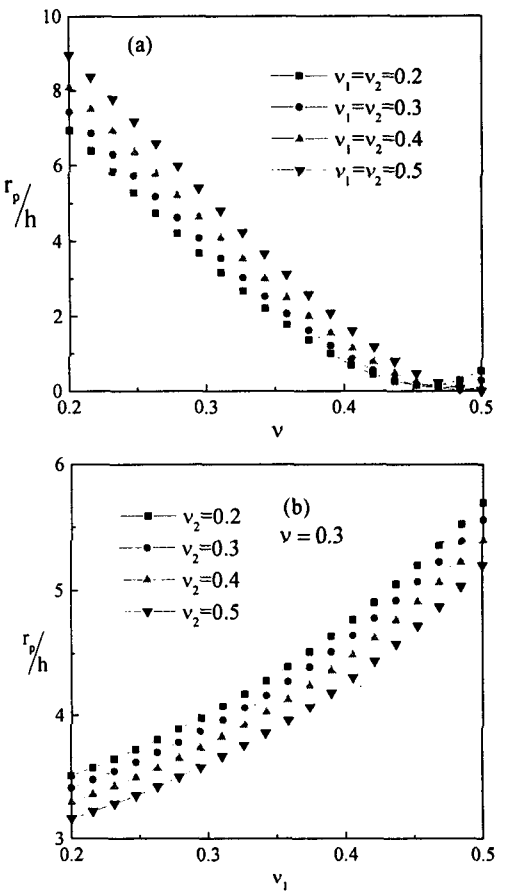

Fig. 10 Variation of the plastic zone size with Poison's ratio($E_{S1}/E=6$, $E_{S2}/E=12$, $T_{S1}=0$, $|K^{\infty}|/\sigma_0\sqrt{h}=15, \Psi=0°$)

비가 증가함에 따라서 소성영역의 크기는 증가하며 $E_{S1}/E=10$ 정도에서부터 거의 일정한 값을 가진다. 하지만 위·아래 모재의 영률의 차이는 거의 영향을 보이지 않는다.

Fig. 10 은 모드 I 하중이 작용할 때 연성층의 푸아송 비의 영향을 나타내는 그림이다. $E_{S1}/E=6$, $E_{S2}/E=12, T_{S1}=0./3$, $|K^{\infty}|/\sigma_0\sqrt{h}=15$ 의 경우이다. 연성층의 푸아송 비 ν 가 증가함에 따라 r_p 는 급속히 감소한다. 반면 모재의 푸아송 비의 영향은 크지 않다. 특히 모재의 푸아송 비가 증가함에 따라서 그 영향은 더욱 커진다. 하지만 위모재의 푸아송 비가 증가함에 따라서 소성영역의 크기는 증가하고, 아래모재의 푸아송 비가 증가함에 따라서 소성영역의 크기는 감소한다.

5. 결 론

혼합모드 하에서의 이종 탄성재료를 접합하는 연성중간층의 계면균열에 대한 소성영역의 크기를 예측하는 두 가지 모델을 제시하였으며 예측된 결과를 유한요소해석의 결과와 비교하여 보았다. 또한 모드혼합도와 T-응력 및 재료물성치에 따른 소성영역의 크기를 예측한 결과를 조사하였다. 그 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 수정된 Irwin 모델에 의하여 예측된 결과는 모드 I 성분이 지배적인 경우를 제외하고 유한요소해석의 결과와 비교적 잘 일치하였다.

(2) 모드혼합도 $\Psi = \tan^{-1}\frac{K_1^{\infty}}{K_2^{\infty}}$ 가 증가함에 따라서 소성영역 크기는 민감하게 변화한다.

(3) T-응력이 증가하여도 소성영역에는 큰 영향이 없다.

(4) 연성층의 푸아송 비가 0.2~0.5 로 변함에 따라서 소성영역의 크기가 연성층 높이 h 의 9~0.5 배까지 급격히 감소하는 경향을 보여준다. 즉 소성영역의 크기에 연성층의 푸아송 비가 매우 큰 영향을 준다.

(5) 연성층의 가공경화지수의 영향은 모드혼합도가 증가함에 따라서 증가한다.

후 기

본 연구는 2001 년 전남대학교 BK 사업단 연구지원(BK21 2001)으로 수행되었습니다. 이에 관계자 여러분께 감사의 뜻을 표합니다.

참고문헌

(1) Iancu, O.T. and Fett, T. and Munz D., 1990, "A Fracture Mechanical Treatment of Free Edge Stress Singularities Applied to a Brazed Ceramic/Metal Compound," *International Journal of Fracture*, Vol. 46, pp. 159~172.

(2) Kuo, A.Y. and Chen, K.L., 1992, "Effects of Thickness on Thermal Stresses in a Thin Solder or Adhesive Layer," *Journal of Electronic Packaging*, Vol 114, pp. 199~202.

(3) Varias, A.G, Suo, Z. and Shih, C.F., 1991, " Ductile Failure of a Constrained Metal Foil," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 39, pp. 963~986

(4) Kang, K.J. and Kim D.H., 2002, "Stress Distribution Ahead of an Interface Crack Tip in a Ductile Adhesive Layer," *Fatigue and Fracture of Engineering Material and Structure*, Vol. 25, pp. 1009~1014.

(5) Lee, D.N., 1994, Plastic Processing, Munundang, p. 150

(6) Kang, K.J. and Beom, H.G., 2000, "Plastic Zone Size Near the Crack Tip in a Constrained Ductile Layer Under Mixed Mode Loading," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 66, pp. 257~268.

(7) Hutchinson, J.W. and Suo, Z, 1992, "Mixed Mode Cracking in Layered Materials," *Advances in Applied Mechanics*, Vol. 9, pp. 63~191.

(8) Rice, J.R., 1988, "Elastic Fracture Mechanics Concepts for Interfacial Cracks," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 55, pp. 98~103.

(9) Choi, S.R. and Kang, K.J., 1991, "Greens's Function of Semi-Infinite Straight Interfacial Crack Problems," *Transaction of KSME*, Vol. 5, pp. 1530~1537.