

미끄럼운동을 동반하는 강체 블록 구조물의 로킹진동 - 수평방향과 수직방향의 여진진동수가 다른 경우에 대하여 -

정만용*·김정호**·양인영†
(2002년 4월 11일 접수, 2003년 4월 16일 심사완료)

Rocking Vibration of Rigid Block Structure Accompanying Sliding Motion

- In the Case of Two Dimensional Harmonic Excitation with Different Frequencies -

Man-Yong Jeong, Jeong-Ho Kim and In-Young Yang

Key Words: Rocking Vibration(로킹 진동), Poincare Section(Poincare 사상), Rigid Block Structure (강체 블록 구조물), Sliding Motion(미끄럼 운동)

Abstract

This research deals with the nonlinearities of rocking vibration associated with impact and sliding on the rocking behavior of rigid block under two dimensional sinusoidal excitation which has different frequencies in two excitation direction. The varied excitation direction influences not only the rocking response but also the sliding motion and the rocking response shape. Chaotic responses are observed in wider excitation amplitude region, when the frequencies in each excitation direction are different. The complex behavior of chaotic response, in the phase space, is related with the trajectory of base excitation and sliding motion.

1. 서론

지금까지의 강체 블록 구조물의 로킹진동에 관한 연구에 있어서 로킹 시스템 파라메타와 여진 파라메타의 미소변화가 로킹응답특성에 극단적으로 영향을 미치는 사실이 확인되었다.⁽¹⁾ 또한, 실제의 로킹진동계에 있어서 가정되는 현상을 적용한 모델을 이용해서 여러가지 형태로 로킹진동의 카오스현상이 확인되고 있다.^(2,3) 이러한 로킹진동계의 비선형성에 관한 연구들은 기초부가 고정되지 않은 강체 블록 구조물의 거동특성을 규명하

는 것 뿐아니라 구조물의 안정조건의 설정이나 내진 설계에 중요한 의미를 갖고 있다.^(4~6)

저자는 동일 여진조건의 반복실험을 통해 일부의 여진 파라메타 영역에서 응답의 재현성을 확보할 수 없다는 것과 그 원인이 블록과 기초의 마찰력의 비선형성에 있다는 것을 명확하게 하였다.⁽⁷⁾ 또한, 미끄럼을 고려한 로킹진동 모델을 확립하고, 모델을 이용한 수치해석을 통해 미끄럼운동이 로킹진동에 미치는 영향과 카오스특성에 대해서도 상세히 고찰하였다. 그러나, 지금까지의 연구에서는 수평방향과 수직방향의 여진진동수가 같은 경우에 제한하고 있어 기초의 진동방향이 변동될 경우의 거동특성은 아직 과제로 남아 있다.

기초의 진동방향이 변화하는 경우에 그 진동방향의 변화는 강체 블록의 운동뿐만 아니라 미끄럼운동에도 큰 영향을 미치게 된다. 실제로 블록 구조물이 로킹이나 전도에 의해 피해를 입게되는

* Numazu College Technology, Japan

** 회원, 순천대학교 기계자동차공학부

† 책임저자, 회원, 조선대학교 기계공학부

E-mail : iyyang@chosun.ac.kr

TEL : (062)230-7170 FAX : (062)230-7170

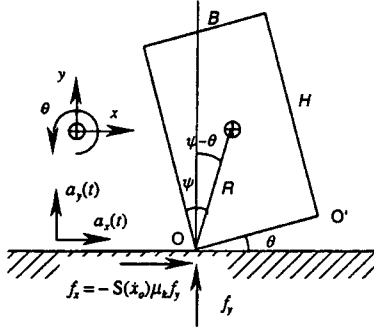


Fig. 1 Rocking model of rigid block structure

경우는 주기여진에 의해서가 아니라 지진파와 같은 비정상 불규칙진동에 의한 것이 일반적이다. 따라서, 기초의 진동방향이 변화하는 경우의 거동특성은 지진파 또는 모의 지진파 등에 의한 거동특성을 예측하고 그 특성을 평가하기 위한 전 단계로서 매우 중요하다. 이와 같은 배경하에 본 연구에서는 수평방향과 수직방향의 여진진동수가 다른 경우의 로킹진동에 대하여 로킹진동특성을 파악하고 기초의 진동방향이 미끄럼운동과 진동 응답에 미치는 영향에 대해 조사하는 것을 목적으로 한다.

2. 로킹진동 모델

블록의 로킹진동에서는 미끄럼을 고려하면 회전운동은 '회전'과 '회전-미끄럼'의 두 가지로 나뉘고 충돌은 '회전에서 충돌'과 '회전-미끄럼에서 충돌'로 나누어 생각할 수 있다. 또한, 각각의 충돌에 대해서도 '미끄럼이 없는 충돌'과 '미끄럼 발생의 충돌'로 나누어 모델화하였다.

2.1 블록의 회전운동

미끄럼운동을 고려한 경우 수직과 수평입력을 동시에 받는 블록의 로킹진동은 Fig. 1과 같이 베이스에서 본 블록중심의 상대 수평변위 x , 상대 수직변위 y , 회전변위 θ 로 나타낼 수 있다. 블록 밑면과 베이스 표면의 접촉이 완전하고 블록은 O와 O' 이외의 지점을 갖지 않는다고 가정한다. 베이스의 수평방향에 $a_x(t)$, 수직방향에 $a_y(t)$ 의 가속도 입력이 작용하면 블록의 로킹 발생조건은

다음과 같다.

$$a_x > \frac{B}{H} (g + a_y) \quad (1)$$

여기서, g 는 중력가속도이다. 또, 블록과 베이스간의 수평력의 총합을 f_x 로 하고 수직력의 총합을 f_y 로 하면, f_x 와 f_y 는 각각 다음과 같이 된다.

$$f_x = ma_x(t) + m\ddot{x} \quad (2)$$

$$f_y = m\ddot{y} + ma_y(t) + mg \quad (3)$$

회전운동시에 블록의 미끄럼 발생조건은

$$\mu_s \leq \left| \frac{\ddot{x} + a_x}{\ddot{y} + a_y + g} \right| \quad (4)$$

로 된다. 여기서, μ_s 는 정마찰계수이다. 또한, 블록의 미끄럼이 발생한후의 수직력의 총합 f_y , 수평력의 총합 f_x 와 블록과 베이스간의 동마찰계수 μ_k 의 관계는 다음과 같이 나타내진다.

$$f_x = -S(\dot{x}_0)\mu_k f_y \quad (5)$$

이 식에서 $S(a)$ 는 부호함수를 나타내고 다음과 같이 정의된다.

$$S(a) = 1, \quad a > 0 \quad (6)$$

$$S(a) = -1, \quad a < 0 \quad (7)$$

또, 점 O와 점 O' 둘레의 회전운동에 대한 운동방정식은 다음 식으로 된다.

$$I_0 \ddot{\theta} = -(m\ddot{y} + ma_y + mg)R\{S(\theta) \sin(\psi - |\theta|) + S(\dot{x}_0)\mu_k \cos(\psi - |\theta|)\} \quad (8)$$

식 (5)와 식 (8)에서 I_0 는 블록의 질량관성모멘트, $S(\theta)$ 와 $S(\dot{x}_0)$ 는 부호함수이다. 이들 식으로부터 다음과 같은 블록 중심에 대한 회전운동과 수평방향의 미끄럼운동에 대한 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{\theta} + p^2 f_1(\theta, \dot{\theta}_p, \dot{x}) = 0 \quad (9)$$

$$\dot{x} + f_2(\theta, \dot{\theta}_p, \dot{x}) = -a_x(t) \quad (10)$$

여기서,

$$f_1(\theta, \dot{\theta}_p, \dot{x}) = \frac{S(\theta)\{\sin(\psi-|\theta|) + S(\theta)S(\dot{x}_0)\mu_k \cos(\psi-|\theta|)\}}{\{1 + \gamma \sin^2(\psi-|\theta|) + \gamma S(\theta)S(\dot{x}_0)\mu_k\}} \cdot \frac{\left\{1 + \frac{a_y}{g} - \gamma \cos(\psi-|\theta|)\dot{\theta}_p^2\right\}}{\cos(\psi-|\theta|)\sin(\psi-|\theta|)} \quad (11)$$

$$f_2(\theta, \dot{\theta}_p, \dot{x}) = \frac{-S(\dot{x}_0)\mu_k\{S(\theta)R\sin(\psi-|\theta|)\dot{\theta} - R\cos(\psi-|\theta|)\}}{\gamma\{1 + \gamma \sin^2(\psi-|\theta|) + \gamma S(\theta)S(\dot{x}_0)\mu_k \cos(\psi-|\theta|)\}} \cdot \frac{\dot{\theta}^2 + a_y + g}{\sin(\psi-|\theta|)} \quad (12)$$

이다. 여기서, I_0 는 블록단의 O와 O'에 대한 질량관성모멘트, p 는 로킹진동수이다. I_0 , p , γ , $\dot{\theta}_p$ 는 각각 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$I_0 = \frac{4mR^2}{3} \quad (13)$$

$$p^2 = \frac{mgR}{I_0} \quad (14)$$

$$\gamma = \frac{mR^2}{I_0} \quad (15)$$

$$\dot{\theta}_p = \frac{\dot{\theta}}{p} \quad (16)$$

블록이 베이스에 충돌할 때 블록단의 변위와 속도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_0 = x - S(\theta)R\sin(\psi-|\theta|) \quad (17)$$

$$\dot{x}_0 = \dot{x} + R\cos(\psi-|\theta|)\dot{\theta} \quad (18)$$

2.2 블록과 베이스의 충돌

블록과 베이스의 충돌을 생각할 때 가장 중요한 것은, 미끄럼을 동반한 회전운동으로부터 충돌할 경우, 충돌시의 미끄럼 발생유무와 에너지소모이다. 이들 인자는 블록의 로킹응답에 큰 영향을 미치고 그 모델링에는 상세한 검토가 필요

하다. 본 연구에서는 충돌시 순간적으로 행해지고 미끄럼에 의한 에너지소모를 고려한 Shenton의 충돌모델⁽⁸⁾을 이용하였다.

2.2.1 충분한 마찰을 갖는 경우

블록중심의 충돌전후의 속도관계는 다음식으로 나타내진다.

$$\dot{x}_2 = -\frac{H\delta_i}{2}\dot{\theta}_1 \quad (19)$$

$$\dot{y}_2 = -S(\theta_1)\frac{B}{2}(\delta_i + 2e)\dot{\theta}_1 \quad (20)$$

$$\dot{\theta}_2 = \delta_i\dot{\theta}_1 \quad (21)$$

여기서, 첨자 1은 충돌전의, 첨자 2는 충돌후의 물리량을 나타낸다. 또, δ_i 는 충돌시의 에너지소모율이고, e 는 블록의 형상에서 계산되는 충돌시의 반발계수이다.

미끄럼 발생이 없는 로킹진동에서는 회전축이 되는 블록단(회전단)에서의 수평과 수직속도 성분이 모두 0이 되기 때문에 충돌시의 에너지소모율은 반발계수와 블록형상각에 의해 결정된다. 에너지소모율 δ_i 와 속도비 λ_x 는 각각 다음식으로 표현된다.

$$\delta_i = 1 - \frac{3}{4}(1 + \lambda_x)\cos^2\psi - \frac{3}{2}(1 + e)\sin^2\psi \quad (22)$$

$$\lambda_x = \frac{2\dot{x}_1}{H\dot{\theta}_1} \quad (23)$$

여기서, e 는 반발계수이고, 자유로킹진동 실험에서 얻어진 값을 적용하였다. 또, λ_x 는 수평방향의 속도와 회전속도의 비이다. 이 때 충돌전의 회전이 미끄럼을 동반하지 않는다면 충돌시의 에너지소모율 δ_i 는 반발계수 e 와 같게 된다. 충돌시에 미끄럼 발생을 방지하기 위한 최소마찰계수는 다음과 같다.

$$\overline{\mu}_s \geq \frac{H}{B} \left| \frac{\delta_i + \lambda_x}{1 + 2e + \delta_i} \right| \quad (24)$$

여기서, $\overline{\mu}_s$ 는 충돌시의 정마찰계수이다.

2.2.2 미끄럼 발생의 경우

미끄럼 발생의 경우 충돌전후의 속도의 관계식은 다음과 같다.

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_1 + S(\theta_1)S(\dot{x}_2) \bar{\mu}_k \frac{B}{2} (1 + \bar{\delta}_i + 2e) \dot{\theta}_1 \quad (25)$$

$$\dot{y}_2 = -S(\theta_1) \frac{B}{2} (\bar{\delta}_i + 2e) \dot{\theta}_1 \quad (26)$$

$$\dot{\theta}_2 = \bar{\delta}_i \dot{\theta}_1 \quad (27)$$

여기서, 충돌시 미끄럼이 발생하는 경우의 에너지소모율 $\bar{\delta}_i$ 는 다음과 같다.

$$\bar{\delta}_i = \frac{1 - 3 \left\{ 1 - S(\theta_1)S(\dot{x}_2) \bar{\mu}_k \frac{H}{B} \right\} (1 + 2e) \sin^2 \psi}{1 + 3 \left\{ 1 - S(\theta_1)S(\dot{x}_2) \bar{\mu}_k \frac{H}{B} \right\} \sin^2 \psi} \quad (28)$$

여기서, $\bar{\mu}_k$ 는 충돌시의 동마찰계수이다.

3. 수치계산에 의한 로킹응답 해석

수치계산에 의한 로킹응답 해석에서는 Ralston의 최적 Runge-Kutta법과 비선형 운동방정식을 이용해서 샘플링 시간을 0.004로하고 데이터수는 12000으로 설정했다. 또한, 블록의 회전중심이 바뀌는 것에 따른 운동방정식의 교환은 일반화 각변위의 절대치가 10° 보다 작게 되었을 때 행했다.

로킹응답의 파워스펙트럼은 시계열응답의 3000번째에서 7096번째까지의 데이터를 이용해서 작성했고 Poincare사상은 여진력의 위상 0에 대한 5000번째에서 50000번째까지의 일반화 각변위와 각속도를 위상평면에 표현한 것이다. 또한, 분기도는 시계열 데이터의 20000번째에서 200000번째까지를 이용해서 작성했다.

블록의 형상비 H/B는 4로 했고 무차원 여진 진동수는 8과 10으로 고정했다. 수치해석에서는 로킹시스템 파라메타를 형상비와 충돌시의 반발계수, 블록과 기초간의 마찰계수로 제한하기 위해 운동방정식을 무차원화 하였다.

3.1 블록의 회전

비선형 모델을 이용한 로킹응답해석에서는 로킹운동방정식을 로킹진동수에 대해 일반화하기 위해서 $\theta = \theta / \psi$, $pt = \tau$, $\dot{\theta} = \dot{\theta} / \psi$, $\Omega = \omega / p$, $X = x/R$, $X_0 = x_0/R$ 을 이용해서 무차원화 하였다. 무차원화된 로킹운동방정식은

$$\ddot{\theta} + p^2 f_1(\theta, \dot{\theta}, X) = 0 \quad (29)$$

$$\dot{X} + p^2 f_2(\theta, \dot{\theta}, X) = -\frac{a_x(t)}{R} \quad (30)$$

로 되고, 여기에서

$$f_1(\theta, \dot{\theta}, X) = \frac{S(\theta) \{ \sin \psi (1 - |\theta|) + S(\theta)S(\dot{X}_0) \mu_k \cos \psi (1 - |\theta|) \}}{\{ 1 + \gamma \sin^2 \psi (1 - |\theta|) + \gamma S(\theta)S(\dot{X}_0) \mu_k \cos \psi (1 - |\theta|) \}} \times \left\{ 1 + \frac{a_x}{g} - \gamma \cos \psi (1 - |\theta|) \dot{\theta}^2 \right\} \quad (31)$$

$$f_2(\theta, \dot{\theta}, X) = \frac{\mu_k S(\theta)S(\dot{X}_0) \times \left\{ 1 + \frac{a_x}{g} - \gamma \cos \psi (1 - |\theta|) \dot{\theta}^2 \right\}}{\gamma \{ 1 + \gamma \sin^2 \psi (1 - |\theta|) + \gamma S(\theta)S(\dot{X}_0) \mu_k \cos \psi (1 - |\theta|) \}} \times \frac{1}{\sin \psi (1 - |\theta|)} \quad (32)$$

로 된다. 또, $X = x/R$ 의 관계를 이용해서 블록단과 블록중심의 무차원화 변위와 무차원화 속도의 관계를 나타내면 다음과 같게 된다.

$$X_0 = X - S(\theta) \sin \psi (1 - |\theta|) \quad (33)$$

$$\dot{X}_0 = \dot{X} + \cos \psi (1 - |\theta|) \dot{\theta} \quad (34)$$

또, 여기에서 수평방향과 수직방향의 무차원화 여진력은 각각

$$a_x(t) = A_x \psi g \sin(\Omega \tau + \phi) \quad (35)$$

$$a_y(t) = A_y \psi g \sin(\Omega \tau + \phi) \quad (36)$$

로 된다.

3.2 블록과 기초의 충돌

충돌전후의 무차원화 속도의 관계식은 충돌시

의 미끄럼발생의 유무에 의해 다음의 두 경우로 나뉘어 진다.

3.2.1 충돌시 미끄럼이 발생하지 않는 경우
블록중심에 있어서의 충돌전후의 무차원화 속도의 관계식은 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{X}_2 = -\frac{H\psi\delta_i}{2R} \dot{\theta}_1 \quad (37)$$

$$\dot{Y}_2 = -S(\theta_1) \frac{B\psi}{2R} (\delta_i + 2e) \dot{\theta}_1 \quad (38)$$

$$\dot{\theta}_2 = \delta_i \dot{\theta}_1 \quad (39)$$

에너지소모율은 식 (22)와 같고 수평방향과 회전 방향의 속도비는 다음과 같이 표현된다. 여기에서 충돌전의 운동이 미끄럼을 동반하지 않는 경우에 속도비의 값은 -1이다.

$$\lambda_x = \frac{2\dot{X}_1}{H\dot{\theta}_1} \quad (40)$$

3.2.2 충돌시 미끄럼이 발생하는 경우

충돌후의 무차원화 속도는 충돌전의 속도성분을 이용해서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{X}_2 = \dot{X}_1 + S(\theta_1)S(\dot{X}_2) \bar{\mu}_k \frac{B\psi}{2R} (1 + \bar{\delta}_i + 2e) \dot{\theta}_1 \quad (41)$$

$$\dot{Y}_2 = -S(\theta_1) \frac{B\psi}{2R} (\bar{\delta}_i + 2e) \dot{\theta}_1 \quad (42)$$

$$\dot{\theta}_2 = \bar{\delta}_i \dot{\theta}_1 \quad (43)$$

여기에서 에너지소모율은 다음과 같게 된다.

$$\bar{\delta}_i = \frac{1 - 3 \left\{ 1 - S(\theta_1)S(\dot{X}_2) \bar{\mu}_k \frac{H}{B} \right\} (1 + 2e) \sin^2 \psi}{1 + 3 \left\{ 1 - S(\theta_1)S(\dot{X}_2) \bar{\mu}_k \frac{H}{B} \right\} \sin^2 \psi} \quad (44)$$

4. 해석결과와 평가

응답해석결과와 평가에서는 앞에서 설명한 바와 같이 시계열응답, 파워스펙트럼, Poincare사상, 분기도 등을 이용했다.

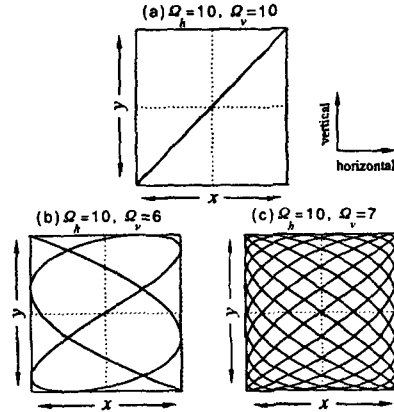


Fig. 2 Lissajous trajectory of base plate

4.1 기초의 진동방향

수평방향과 수직방향의 여진 진동수가 다른 경우에는 기초의 진동방향이 어느 한 방향으로 고정되지 않고 변동하게 된다. 즉, 기초의 진동방향이 블록의 로킹진동을 복잡하게 하는 또 하나의 요소가 된다. 기초의 진동방향의 변화는 특히 블록의 미끄럼운동에 영향을 미치게 되고 그 영향에 의해 로킹진동응답 전체의 형태도 크게 변하게 된다.

본 연구에서는 기초 진동궤도가 곡선이 되게 하기 위해 양방향의 여진진동수를 유리수로 설정했다. 수평과 수직방향의 무차원 여진진동수를 각각 10과 6의 경우와 10과 7의 경우로 제한하고 그들 경우에 대한 진동특성을 조사했다. 우선 여기에서는 기초의 진동방향에 대해 고찰하기로 한다. 각 방향의 여진진동수가 각각 10과 10, 10과 6, 10과 7인 경우의 기초의 진동궤도를 Fig. 2의 (a), (b), (c)에 나타낸다.

Fig. 2는 Lissajous궤도라 하며, Fig. 2의 (a)에 나타난 것과 같이 수평과 수직방향의 여진진동수가 같은 경우에는 그 진동궤도가 직선형이 되지만, (b)와 (c)에 나타난 것 처럼 곡선형의 복잡한 궤도가 된다.

다시말하면, 수평방향과 수직방향의 여진 진동수가 같으면 여진 진폭의 비율이 일정하게 유지되어 Lissajous궤도의 1주기는 수평 또는 수직방향의 여진주기와 같아진다.

그러나, 수평방향과 수직방향의 여진진동수가

다르면 여진진폭의 비율이 시시각각 변화하게 되어 Lissajous 궤도 1주기는 각각의 진동수에 의해 변화하게 된다.

이들 Lissajous 궤도를 분석해 보면, Fig. 2의 (b)의 경우에는 각방향 여진진동수의 최소 공배수가 30이 된다. 이것은 실제의 진동주기가 수평방향의 진동주기의 3배, 수직방향의 진동주기의 5배가 되는 것을 의미한다. 따라서, x축과의 교점은 5개가 되고 y축과의 교점수는 3이 된다. 같은 방법으로 Fig. 2의 (c)의 경우에는 기초의 진동주기가 수평방향의 진동주기의 7배이고 수직방향의 진동주기의 10배임을 알 수 있다. 이것은 로킹 응답형태 뿐만 아니라 응답분포에도 크게 영향을 미치게 된다.

4.2 미끄럼이 발생하지 않는 경우

미끄럼이 발생하지 않는 경우에 대해 수평방향과 수직방향의 무차원 진동수 Ω_h 와 Ω_r 가 각각 10이고 수평방향의 여진진폭 A_h 가 3, 수직방향의 여진진폭 A_r 가 0에서 3까지 0.02간격으로 변화시켜 작성한 분기도를 Fig. 3에 나타내고 동일조건에 수직방향의 진동수를 6과 7로 변화시켜 작성한 분기도를 Fig. 4과 Fig. 5에 나타낸다. 이들 분기도에 있어서 공백으로 나타난 부분은 블록의 전도를 의미한다.

먼저, Fig. 3과 Fig. 4를 비교해 보면, Fig. 3이 수직방향의 여진진폭이 0에서 약 1.6까지는 (1,1)모드의 주기응답을 보이고 그후 주기배분기가 발생해서 (1,2)모드, 카오스응답순으로 변화하는 것에 반해 Fig. 4는 약 0.65부근까지는 (1,5)모드의 주기응답을 보이고 그후 카오스응답, 주기응답, 카오스응답의 분포를 보인다.

또한, Fig. 5는 수직방향의 여진진폭이 증가함에 따라 (1,10)모드의 주기응답으로 변화해서 수직방향의 여진진폭 1.5부근에서 카오스응답이 됨을 알 수 있다. Fig. 4와 Fig. 5에서 알 수 있듯이 기초의 진동방향의 변동에 의해서 응답의 주기점이 증가해서 로킹응답과 응답분포가 크게 변화된다. 그러나, 이들 세 분기도에서 알 수 있듯이 블록의 전도되는 영역은 거의 같게 나타나고 있다.

따라서, 기초의 진동방향의 변화가 블록의 전도에는 크게 영향을 미치지 않았음을 알 수 있다. 또, 이들 분기도에서는 기초의 진동궤도가 복잡하면 복잡할수록 주기배분기가 발생하기 쉬워

지므로 수직방향의 여진진폭의 변화에 대해 주기응답과 카오스응답의 교대가 빨라짐을 알 수 있다.

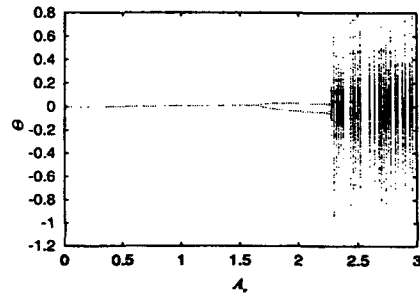


Fig. 3 Bifurcation diagram for rocking response (without sliding, $\Omega_h = \Omega_r = 10, A_h = 3, A_r = 0 \sim 3$)

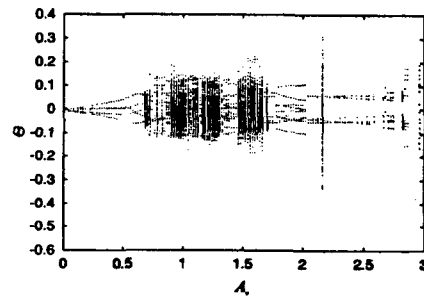


Fig. 4 Bifurcation diagram for rocking response (without sliding, $\Omega_h = 10, \Omega_r = 6, A_h = 3, A_r = 0 \sim 3$)

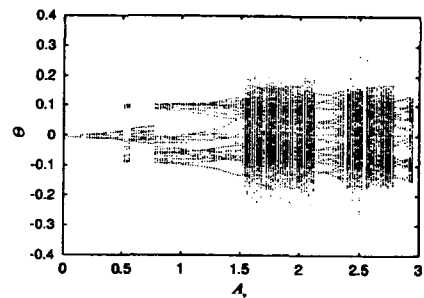


Fig. 5 Bifurcation diagram for rocking response (without sliding, $\Omega_h = 10, \Omega_r = 7, A_h = 3, A_r = 0 \sim 3$)

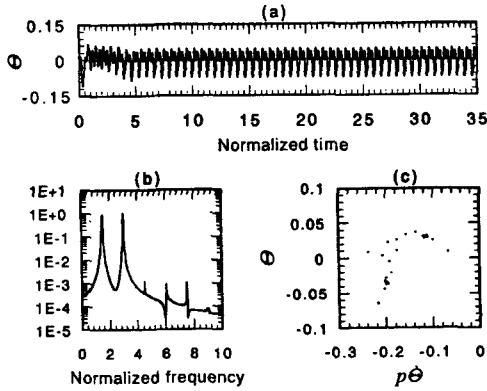


Fig. 6 Rocking response(without sliding, $\Omega_h = \Omega_r = 10, A_h = 3, A_r = 2$)

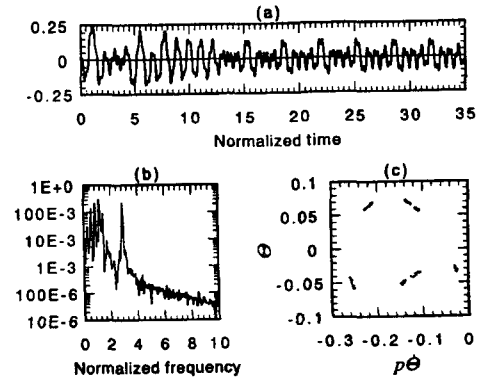


Fig. 8 Rocking response(without sliding, $\Omega_h = 10, \Omega_r = 6, A_h = 3, A_r = 2$)

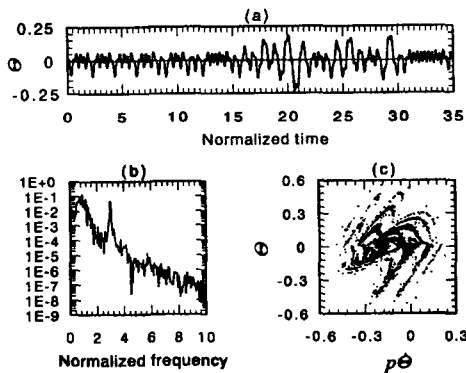


Fig. 7 Rocking response(without sliding, $\Omega_h = \Omega_r = 10, A_h = 3, A_r = 2.5$)

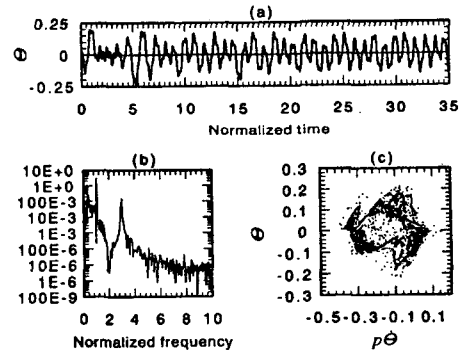


Fig. 9 Rocking response(without sliding, $\Omega_h = 10, \Omega_r = 7, A_h = 3, A_r = 2$)

4.3 Attractor 형상의 변화

기초의 진동방향의 변동에 의한 Attractor형상의 변화를 알아보기 위해 로킹응답에 대해 고찰하고자 한다. 우선 Fig. 3에 대한 응답 예를 Fig. 6과 Fig. 7에 나타낸다. 그림에서 (a), (b), (c)는 각각 응답시계열, 파워스펙트럼, Poincare사상을 나타낸다. Fig. 6은 (1,2)모드의 주기응답을 나타내고 Fig. 7는 카오스응답을 나타낸다.

Fig. 7에서는 회전변위 0을 중심으로 소용돌이 구조를 보임을 알 수 있다. 이것은 블록과 기초가 충돌할 때 발생하는 에너지소모에 의한 것이고 기초의 진동방향이 고정되는 경우에는 흡인영

역의 수는 변화하나 모두 같은 형상의 Attractor를 형성한다.

다음은 양방향의 여진진폭과 수평방향의 진동수는 Fig. 6와 같고 수직방향의 진동수가 6과 7로 변화된 경우의 로킹응답을 Fig. 8과 Fig. 9에 나타낸다. Fig. 8은 Poincare사상에 나타난것과 같이 주기점이 영역을 형성하기 때문에 주기응답에 가깝지만 완전한 주기응답이 되지 않는다.

Fig. 9에서는 Fig. 6, Fig. 8와 진폭은 동일하지만 수직방향의 진동수가 7로 기초의 진동레도가 복잡하게 됨으로서 응답이 카오스응답으로 변화됨을 알 수 있다. 이 경우에는 Attractor의 형상이 흡인영역이 복잡하게 얽힌 형태로 변화되고 소용

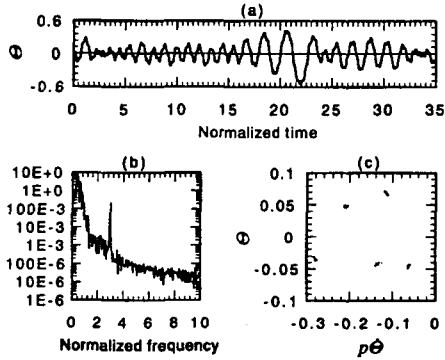


Fig. 10 Rocking response(without sliding, $\Omega_h = 10, \Omega_r = 6, A_h = 3, A_r = 2.5$)

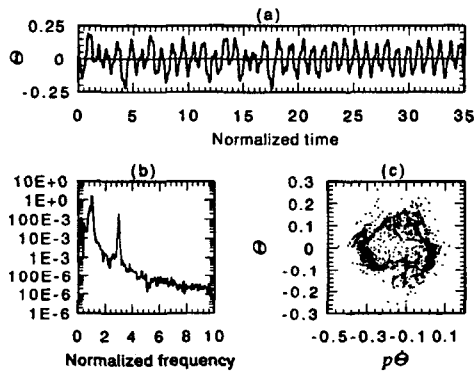


Fig. 11 Rocking response(without sliding, $\Omega_h = 10, \Omega_r = 7, A_h = 3, A_r = 2.5$)

들이 구조의 중심도 10개의 수직방향의 주기점으로 변화된다.

Fig. 10과 Fig. 11은 수평방향의 여진진폭과 여진진동수는 각각 Fig. 8, Fig. 9와 같고 수직방향의 여진진폭이 2.5로 증가한 경우의 로킹응답을 나타낸다. 여기에서도 Fig. 8과 Fig. 9와 동일한 경향을 보이지만 Fig. 10의 경우는 Fig. 8과 흡인영역의 수가 다르게 나타나고 있다. 이처럼 수직방향 여진진폭의 증가에 의해 흡인영역의 수가 증가하기도 하고 감소하기도 함을 알 수 있다.

Fig. 8과 Fig. 10의 Poincare사상에 나타난것과 같이 기초의 진동방향이 고정된 경우에는 한 개의 주기점을 가진 (1,1)모드였던 로킹응답이 기

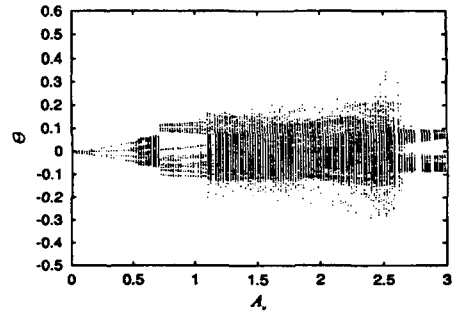


Fig. 12 Bifurcation diagram for rocking response ($\Omega_h = 10, \Omega_r = 6, A_h = 3, A_r = 0 \sim 3, \mu_s = \overline{\mu_s} = 0.35, \mu_k = \overline{\mu_k} = 0.3$)

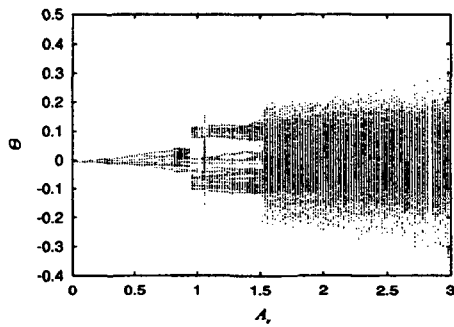


Fig. 13 Bifurcation diagram for rocking response ($\Omega_h = 10, \Omega_r = 7, A_h = 3, A_r = 0 \sim 3, \mu_s = \overline{\mu_s} = 0.35, \mu_k = \overline{\mu_k} = 0.3$)

초의 진동방향이 변화되는 경우에는 기초의 진동궤도에 있어서 수직방향과의 교점수 다시말하면, 기초진동의 1주기에 포함된 수직방향의 주기수만큼 주기점 또는 주기점군이 증가해서 Fig. 10과 같이 (1,5)모드의 응답을 나타내거나 Fig. 8과 같이 (1,5)모드와 (1,10)의 중간단계의 응답을 나타낸다.

4.4 미끄럼이 발생하는 경우

미끄럼운동이 어느 정도 활발하고 미끄럼에 의한 영향이 명확하게 나타나도록 블록과 기초의 정, 동마찰계수를 각각 0.35와 0.3으로 설정해서 응답해석을 행했다. 또한, 미끄럼운동이 로킹응답에 미치는 영향에 대해서는 미끄럼 발생이 없는

경우의 해석결과와 비교에 의해 고찰했다. 먼저, 블록과 기초의 정, 동마찰계수를 각각 0.35와 0.3 이고 수평방향의 여진진동수가 10, 수직방향의 여진진동수가 각각 6과 7인 경우의 로킹응답분기도를 Fig. 12와 Fig. 13에 나타낸다.

이들 분기도를 미끄럼 발생이 없는 경우인 Fig. 4, Fig. 5와 비교하면 수직방향의 여진진폭이 비교적 작은 경우에는 서로 비슷한 응답형태를 나타내나 여진진폭 0.5부터는 응답형태가 크게 변화해서 카오스응답영역이 확대됨을 알 수 있다. Fig. 13의 경우에도 Fig. 5와의 비교에 의해 같은 경향을 보임을 알 수 있다.

미끄럼이 발생하는 경우의 실제 로킹응답에 대해 고찰하기로 한다. Fig. 14는 수평과 수직방향의 진동수 Ω_h 와 Ω_v 가 10과 6, 진폭 A_h 와 A_v 가 각각 3과 2이고 블록과 기초의 정, 동마찰계수가 각각 0.35와 0.3인 경우의 로킹응답을 나타낸다. Fig. 15는 다른 조건은 Fig. 14와 같고 수직방향의 진동수 Ω_v 가 7인 경우의 로킹응답을 나타낸다. 이들 그림에서 (a)는 로킹응답시계열, (b)는 미끄럼에 의한 수평변위시계열, (c)는 로킹응답의 파워스펙트럼, (d)는 Poincare사상을 나타낸다.

미끄럼이 발생하지 않는 경우인 Fig. 8에서는 Attractor가 5개의 흡인영역으로 구성되어 있는데 반해 Fig. 14의 경우에는 Attractor가 위상평면상에 확대되어 복잡한 구조의 응답으로 변화한다. 또, Fig. 15의 경우에는 Fig. 9에 비해 Attractor를 구성하는 흡인영역의 경계가 보이지 않게 되고 흡인영역의 소용돌이 구조도 없어진다. 이것은 미끄럼의 영향에 의해 흡인영역이 확산됨으로서 나타나는 현상으로 보여진다.

다른 조건은 Fig. 14, Fig. 15와 같고 수직방향의 진폭이 2.5로 증가한 경우에 대해 고찰하기로 한다. 이 경우의 로킹응답을 Fig. 16과 Fig. 17에 나타낸다. 여기에서도 Fig. 14, Fig. 15와 같이 미끄럼 발생에 의해 응답이 복잡한 구조로 변화하고 수평방향과 수직방향의 여진진동수가 같은 경우에는 여진진폭이 크지 않으면 기초의 진동방향의 반대방향에만 미끄럼이 발생하는데 반해 기초의 진동방향이 상시 변동되기 때문에 미끄럼이 양방향에서 발생하고 응답의 대칭성도 어느 정도 유지됨을 알 수 있다.

앞에서 기술한 바와같이 수평방향과 수직방향의 여진 진동수가 다른 경우에는 기초의 진동방향

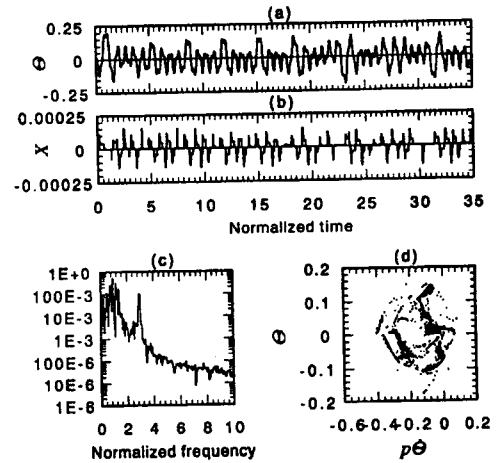


Fig. 14 Rocking response(with sliding, $\Omega_h = 10, \Omega_v = 6, A_h = 3, A_v = 2, \mu_s = \overline{\mu}_s = 0.35, \mu_k = \overline{\mu}_k = 0.3$)

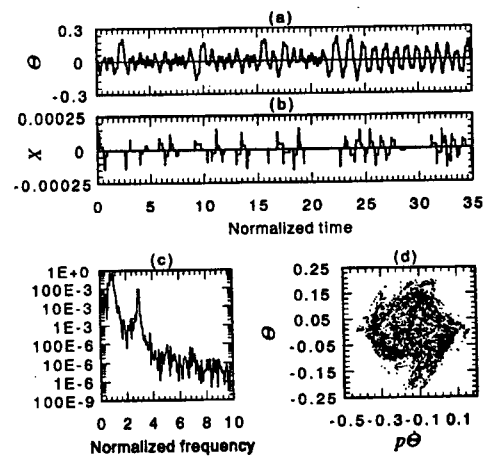


Fig. 15 Rocking response(with sliding, $\Omega_h = 10, \Omega_v = 7, A_h = 3, A_v = 2, \mu_s = \overline{\mu}_s = 0.35, \mu_k = \overline{\mu}_k = 0.3$)

구조가 단순한 형태로 변화해도 흡인영역이 수직방향의 주기점 수 만큼 남게되고 완전한 주기응답이 되지 않는다.

결과적으로 기초의 진동방향이 변동하는 경우의 로킹진동에서는 미끄럼 발생에 의해 응답이 단순한 형태에서 복잡한 형태로 변하는 경우도

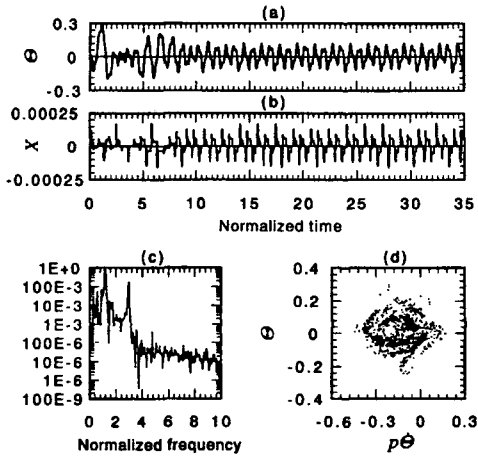


Fig. 16 Rocking response(with sliding,
 $\Omega_h = 10, \Omega_r = 6, A_h = 3, A_r = 2.5,$
 $\mu_s = \bar{\mu}_s = 0.35, \mu_k = \bar{\mu}_k = 0.3$)

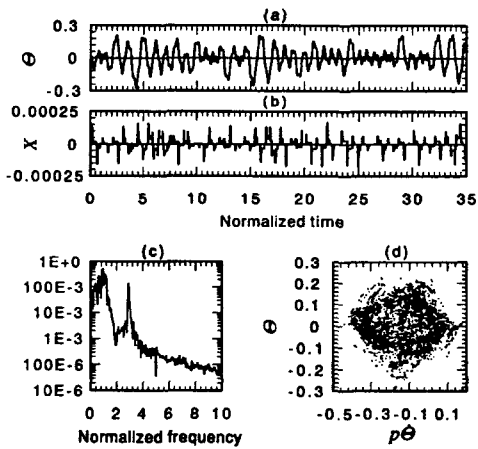


Fig. 17 Rocking response(with sliding,
 $\Omega_h = 10, \Omega_r = 7, A_h = 3, A_r = 2.5,$
 $\mu_s = \bar{\mu}_s = 0.35, \mu_k = \bar{\mu}_k = 0.3$)

있고 복잡한 형태에서 단순한 형태로 변화하는 경우도 있지만 단순한 형태로 변화하는 경우에도 완전한 주기응답이 되지 않음을 알 수 있다.

4.5 미끄럼이 Attractor 형상에 미치는 영향

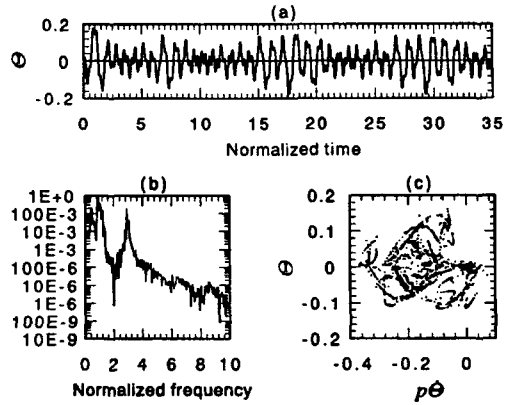


Fig. 18 Rocking response(without sliding,
 $\Omega_h = 10, \Omega_r = 6, A_h = 3, A_r = 1$)

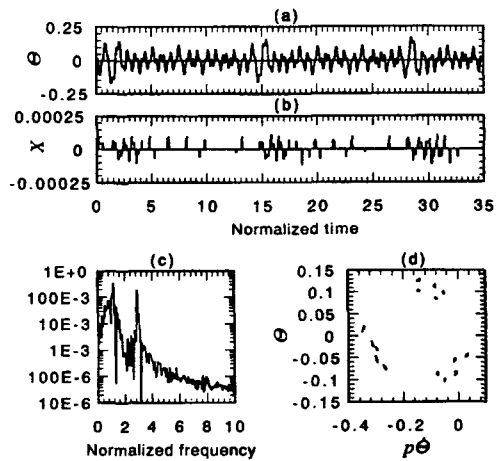


Fig. 19 Rocking response(with sliding,
 $\Omega_h = 10, \Omega_r = 6, A_h = 3, A_r = 1,$
 $\mu_s = \bar{\mu}_s = 0.35, \mu_k = \bar{\mu}_k = 0.3$)

미끄럼 운동이 카오스 Attractor의 형상에 미치는 영향에 대해 고찰한다. 우선 미끄럼운동의 영향이 현저한 예로서 수평방향과 수직방향의 여진 진동수가 각각 10과 6이고 여진 진폭이 3과 1인 경우로 미끄럼이 없는 경우와 미끄럼이 발생한 경우의 응답을 Fig. 18과 Fig. 19에 나타낸다. Fig. 19에 나타난바와 같이 회전변위가 크면 미끄럼 운동이 활발하게 되어 회전운동의 에너지를 감소

시키는 작용을 하고 있음을 알 수 있다. 이 때문에 Attractor를 구성하는 흡인영역의 크기가 작게 변하고 Attractor의 형상도 단순한 형태로 변화한다.

그러나, Fig. 15와 Fig. 17에 나타난 것처럼 Attractor의 복잡한 구조를 유지한 상태로 수직방향의 주기점수 만큼 응답의 주기점이 형성되어 Attractor를 구성하는 흡인영역의 경계가 없어져 더욱 복잡한 거동으로 변한다.

또, Fig. 14와 Fig. 16의 경우에는 미끄럼 발생에 의해 Attractor가 단순한 형태에서 복잡한 형태로 변화되고 이때의 미끄럼운동은 상시 발생하고 변위량도 일정 정도의 크기를 유지하고 있어 미끄럼운동의 발생형태도 응답형태에 영향을 미치고 있음을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 수평과 수직방향의 여진진동수가 다른 경우의 로킹응답해석을 행하여 기초의 진동방향 및 미끄럼운동이 로킹진동에 미치는 영향에 대해 조사하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 일반적으로는 기초의 진동주기에 대한 수평방향의 주기분 만큼 Poincare사상을 형성하는 응답주기점 및 흡인영역의 수가 증가해서 로킹응답이 보다 복잡하게 변화한다. 그러나, 예외도 있어서 기초의 진동방향의 변동에 의해 로킹응답형태가 크게 변화하여 보다 단순한 구조로 되는 경우도 있다.

(2) 수평방향과 수직방향의 진동수가 다르면 양방향의 여진진동수가 같은 경우에 비해 카오스 응답영역이 확대되고 그 분포형태도 크게 변화한다. 또한, 미끄럼이 발생하는 경우에는 복잡한 형태의 카오스응답을 나타내는 영역이 확대된다.

(3) 미끄럼운동이 발생하는 경우, 여진진폭이 작을 때는 로킹진동에 의한 회전변위가 어느 정도 크게 되면 미끄럼이 활발하게 되고 회전운동에너지를 감쇠시키는 효과를 보여 흡인영역이 축소되고 Attractor의 형상이 단순하게 변화하지만, 여진진폭이 크고 상시에 미끄럼이 발생하게 되면 흡인영역이 확대되고 Attractor 전체의 형상도 복잡한 형태로 변화한다.

참고문헌

- (1) Spanos, P. D. and Koh, A. S., 1984, "Rocking of Rigid Blocks Due to Harmonic Shaking," *J. Engrg. Mech. Div., ASCE*, Vol. 110, No. 11, pp. 1627~1642.
- (2) Solomon C. S. Yim and Huan Lin, 1991, "Nonlinear Impact and Chaotic Response of Slender Rocking Objects," *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 117, No. 9, pp. 2079~2100.
- (3) Hogan, S. J., 1989, "On the Dynamics of Rigid-Block Motion under Harmonic Forcing," *Proc. R. Soc. Lond. A* 425, pp. 441~476.
- (4) Yuji Ishiyama, 1982, "Motions of Rigid Bodies and Criteria for Overturing by Earthquake Excitations," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 10, pp. 635~650.
- (5) Housner, G. W., 1963, "The Behavior of Inverted Pendulum Structures During Earthquakes," *Bullen of the Seismological Society of America*, Vol. 53, No. 2, pp. 404~417.
- (6) Yim, C. S., Chopra, A. K. and Penzien, J., 1980, "Rocking Response of Rigid Blocks to Earthquakes," *Earthquake Engrg. Struct. Dynamics*, Vol. 8, No. 6, pp. 565~587.
- (7) Jeong, M. Y., Kim, J. H. and Yang, I. Y., 2002, "Chaotic Rocking Vibration of a Rigid Block with Sliding Motion under Two-Dimensional Harmonic Excitation," *KSME International Journal*, Vol. 16, No. 9, pp. 1040~1053.
- (8) Shenton, H. W. and Jones, N. P., 1991, "Base Excitation of Rigid Bodies: Formulation," *J. Engrg. Mech.*, Vol. 117, No. 10, pp. 2286~2306.