

필터링 이론

Filtering Theory

송택렬
(Taek Lyul Song)

Abstract : The objective of this paper is to survey and put in perspective the existing methods of dynamic filter development. This includes theories and practices for linear and nonlinear filters, multiple model filters, and data association methods for tracking in multitarget environment. The presentation of this paper is motivated by recent surge of interest in the area of designing feedback control systems with reduced number of sensors, detection and identification of abrupt changes, and multitarget tracking in clutter. It is hoped to be useful in view of the need to take a grasp of existing techniques before using them in practice and developing new techniques.

Keywords : dynamic filters, multiple model estimation, data association

I. 서론

다이나믹 필터는 센서를 통해 들어오는 잡음이 섞인 측정치를 이용하여 다이나믹 시스템의 상태변수의 추정치를 얻는데 쓰는 알고리즘으로 궤환제어루프의 제어기의 설계, 표적추적, 시험결과의 해석, 시스템의 고장 진단, 다중센서 자료융합 등의 분야에 널리 사용되고 있다. 필터를 사용하여 시스템 상태변수를 추정하기 위해서는 대상 시스템이 가관측성(Observability)이 있어야 한다. 가관측성은 시스템의 출력정보를 모아서 상태변수를 추정할 수 있는 가능성의 유무를 나타내는 척도로서 시스템의 가관측성이 결여되면 상태변수의 일부 또는 전체를 추정할 수 없다는 것을 뜻한다. 가관측성이 존재하는 시스템의 상태변수를 추정하는 데는 시스템의 동력학을 수학적으로 모델링하는 과정이 필요하며, 이러한 모델을 근거로 필터 알고리즘을 적용하게 된다. 필터의 성능은 모델링의 정확성에 대해 민감한 특성을 보이며, 선형시스템의 추정에 사용되는 칼만필터의 경우에는 모델과 시스템이 일치할 때는 최적필터가 되고, 그렇지 않을 경우에는 추정치에 바이어스가 실리거나, 공분산이 증가하거나, 추정치가 발산할 수도 있다. 모델링의 정확도가 추정 성능에 미치는 영향을 감소시키기 위해 달리 설정된 가설에 근거한 다수의 시스템 모델을 사용한 필터들을 동시에 사용하여 측정치와 필터들의 추정치를 비교하여 실제의 시스템이 어느 모델에 맞게 동작하는가를 확률적으로 판단하는 다수모델필터가 많이 사용되고 있다. 시스템이 동작하는 환경에 따라 실제 시스템의 출력외에 클러터와 같은 거짓 표적이 센서에 의해 측정되거나, 다른 필터에 의해 추적 중인 다른 시스템의 출력이 동시에 측정될 때와 같이 다중표적 상황에서는 많은 측정치 중에서 진짜 시스템 출력을 찾아내어 상태변수를 쇠신시키는 자료결합(Data Association)과정이 필수적이다.

이 논문에서는 단수모델 필터와 다수모델 필터의 종류, 특성, 최근 연구동향에 대해 소개한 후, 측정치로부터 다수의 신호가 입수되었을 경우에 진짜 신호를 찾아 추정치를

쇠신하는 자료결합에 대한 배경을 설명하고, 여기에 사용되는 자료결합 방법과 필터구조에 대해 소개하고자 한다.

II. 단수모델 필터

필터의 사용환경은 잡음과 시스템의 불확실성이 존재하기 때문에 필터는 확률이론을 사용하여 개발하게 된다. 다이나믹 필터의 대명사로 되어있는 칼만필터[1]의 확률이론을 이용한 유도과정을 소개하고자 한다. 다음과 같이 모델링된 이산시간 선형시스템을 고려해 보자.

$$x_k = \Phi(t_k, t_{k-1})x_{k-1} + B_{k-1}w_{k-1} \quad (1)$$

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad (2)$$

여기서, x_k 는 시스템의 상태변수로 이루어진 벡터이며, w_{k-1} 은 (1)의 시스템 동력학 모델과 실제 시스템의 차이를 잡음으로 모델링한 공정잡음(process noise)이다. z_k 는 센서를 통한 시스템의 출력을 나타내고, v_k 는 측정잡음을 나타낸다. 공정잡음 w_{k-1} 은 평균이 0이고, 분산이 Q_{k-1} 인 백색 가우시안 잡음[2]이고, 측정잡음 v_k 는 평균이 0이고, 분산이 R_k 인 백색 가우시안 잡음으로 가정한다. 백색 잡음은 다른 샘플링 주기에서의 잡음과 현재 샘플링 주기에서의 잡음이 확률적으로 연관이 없다는 것을 나타내는 것으로 w_{k-1} 은 x_{k-1} 과 연관이 없고, v_k 는 x_k 와 확률적으로 연관이 없다는 것도 내포하고 있다. 여기서는 공정잡음과 측정잡음은 서로 연관이 없다고 가정한다. 만약 상태 벡터의 초기치 x_0 가 평균 \hat{x}_0 와 공분산 P_0 의 가우시안 분포를 한다면, x_j, z_j ($j=1, 2, \dots, k$)가 가우시안 분포를 하게 됨을 알 수 있다. 샘플링 주기 $t=k-1$ 까지의 측정치를 모아 놓을 것을 $Z_{k-1} = \{z_1, z_2, \dots, z_{k-1}\}$ 로 표현하면, Z_{k-1} 이 주어졌을 때, 다음 샘플링 주기 $t=k$ 에서의 x_k 의 분포를 나타내는 조건부 확률밀도 함수(cpdf : conditional probability density function)[3]를 구해서 가장 밀도가 높은

x_k 값을 $t=k$ 에서의 예측치로 나타내고자 한다. 이 때, Z_{k-1} 이 주어졌을 때 x_{k-1} 의 cpdf인 $f(x_{k-1}|Z_{k-1})$ 는 평균 \hat{x}_{k-1} , 공분산이 P_{k-1} 인 가우시안 확률밀도 함수임이 알려져 있다고 가정한다. Z_{k-1} 이 주어졌을 때 x_k 의 cpdf는 $f(x_k|Z_{k-1})$ 은 다음의 Chapman-Kolmogorov 방정식 [4]을 풀어서 구한다.

$$f(x_k|Z_{k-1}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_k|x_{k-1})f(x_{k-1}|Z_{k-1})dx_{k-1} \quad (3)$$

(3)식을 구성하고 있는 $f(x_k|x_{k-1})$ 은 (1)로부터 $f(x_k|x_{k-1}) = f_w(x_k - \Phi x_{k-1})$ 이고, $f(x_{k-1}|Z_{k-1})$ 의 가우시안 분포를 이용하여 (3)식을 풀어 $f(x_k|Z_{k-1})$ 을 구하면 평균이 \bar{x}_k , 공분산이 \bar{P}_k 인 가우시안 분포가 됨을 알 수 있고, \bar{x}_k 와 \bar{P}_k 는

$$\bar{x}_k = \Phi(t_k, t_{k-1}) \hat{x}_{k-1} \quad (4)$$

$$\bar{P}_k = \Phi(t_k, t_{k-1}) P_{k-1} \Phi^T(t_k, t_{k-1}) + B_{k-1} Q_{k-1} B_{k-1}^T \quad (5)$$

을 만족한다. 또한, $t=k$ 에서 측정치 z_k 가 들어온 후에 예측치 \bar{x}_k 를 수정한 x_k 의 쇠신 추정치는 측정치가 들어온 후의 확률밀도함수(a posteriori probability density function)인 $f(x_k|Z_k)$ 가 최대 밀도를 갖는 x_k 값으로 정해진다. $f(x_k|Z_k)$ 는 베이즈 공식[5]에 따라

$$f(x_k|Z_k) = \frac{f(z_k|x_k)f(x_k|Z_{k-1})}{f(z_k|Z_{k-1})} \quad (6)$$

로 표현된다. 여기서, $f(z_k|x_k)$ 는 (2)로부터 $f(z_k|x_k) = f_v(z_k - H_k x_k)$, $f(x_k|Z_{k-1})$ 는 평균과 공분산이 각각 (4)와 (5)로 표현되는 가우시안 분포이다. 또한 (2)로부터 $f(z_k|Z_{k-1})$ 는 평균 $H_k \bar{x}_{k-1}$, 공분산이 $H_k \bar{P}_{k-1} H_k^T + R_k$ 인 가우시안 분포임을 알 수 있다. 따라서, $f(x_k|Z_k)$ 는 평균이 \hat{x}_k , 공분산이 P_k 인 가우시안 분포가 된다. 여기서

$$\hat{x}_k = \bar{x}_k + K_k(z_k - H_k \bar{x}_k) \quad (7)$$

이며, 위 식의 $z_k - H_k \bar{x}_k$ 를 잔여치(residual)라 부른다. (7)의 필터이득 K_k 는

$$K_k = \bar{P}_k H_k^T (H_k \bar{P}_k H_k^T + R_k)^{-1} \triangleq \bar{P}_k H_k^T S_k^{-1} \quad (8)$$

와 같이 표현되며, S_k 는 잔여치의 공분산을 나타낸다. 또한, 다음 샘플링 주기에서의 예측 추정치를 구하는데 사용되는 P_k 는

$$P_k = (I - K_k H_k) \bar{P}_k \quad (9)$$

이다. (4), (5)는 칼만필터의 예측과정으로 불리며, (7), (8), (9)는 측정치가 들어온 후의 쇠신과정으로 불리워진다. 이 과정으로 구성된 알고리즘은 초기치 \hat{x}_0 와 P_0 에 의해 활성화되며, 다음 주기의 예측치를 계산하고 측정치로 추정치를 쇠신하는 과정을 순차적으로 되풀이하게 된다. 필터이득의 계산에 사용되는 공분산은 측정치 z_k 와는 관계가 없어 미리 계산해 둘 수 있다. (7)로 표현되는 쇠신 추정치는 $t=k$ 이전의 측정정보 Z_{k-1} 을 이용하여 구한 과거의 정보라 할 수 있는 \bar{x}_k 와 $t=k$ 에서 새로 입수한 측정정보 z_k 와 측정 예측치 $H_k \bar{x}_k$ 와의 차이를 필터 이득에 곱한 현재의 정보로 구성되어 있다. 또한 (7)은 측정치 z_k 에 대해 선형으로 표현되어 있으므로 선형 추정자라도 불리워진다.

(1)과 (2)가 실제 시스템을 정확하게 모델링 했을 경우에 칼만필터는 다음과 같은 관점에서 최적의 필터가 된다. 첫째 추정치 \hat{x}_k 는 $t=k$ 순간에 측정치 z_k 가 주어졌을 때 x_k 의 분포를 나타내는 (6)의 $f(x_k|Z_k)$ 를 최대화하는 x_k 를 구한 Maximum A Posteriori(MAP) 추정자이다. 둘째로 \hat{x}_k 는 cpdf인 $f(x_k|Z_k)$ 의 평균(conditional mean)이므로 다음과 같은 추정오차의 제곱의 평균을 최소화하는 Minimum Mean Square Error(MMSE)를 최소화 하는 추정자이다[6].

$$J = E[(x_k - \hat{x}_k)^T (x_k - \hat{x}_k)] \quad (10)$$

그러나, 선형시스템이라도 가해지는 잡음이 가우시안이 아닐 경우나 비선형시스템일 경우는 MAP 추정치나 MMSE 추정치를 구하는데 필요한 cpdf인 $f(x_k|Z_k)$ 를 해석적으로 구하는 것이 불가능해진다. 또한 $f(x_k|Z_k)$ 를 구했다 하더라도 평균을 구하는데 공분산이 필요하며 공분산을 구하는데 더 높은 차수의 모멘트가 필요하게 되어 필터 알고리즘은 무한차수가 되어 최적필터의 구현이 불가능해진다. 선형시스템에 가해지는 잡음이 가우시안이 아닐 경우에도 칼만필터 알고리즘을 적용할 수 있으나 이 경우에는 최적의 필터가 아니라 선형의 MMSE 추정자의 구조를 가지는 것 중의 최선의 추정자(best estimator)로 알려지고 있다. 극히 좁은 범위의 학문적인 예제[7]에서는 유한 차수의 비선형 필터 알고리즘이 발견되었으나 일반적인 비선형 시스템은 최적필터가 구현되지 않는다.

최근에 와서는 해석적으로 구할 수 없는 비선형 시스템의 경우에 상태벡터 x_k 의 MMSE 추정치인 조건부 평균 \hat{x}_k 를 구하는데 필수적인 확률밀도함수를 컴퓨터를 이용한 수치해석 방법으로 구하는 방법이 제안되었다. 이 방법은 particle이라 불리워지는 많은 수의 x_{k-1} 들을 생성하여 시스템의 동력학 모델에 따라 전파 시켜 얻은 x_k 값이 실제의 x_k 가 가질 수 있는 값을 대표하여 밀도가 높은 부분에 particle이 모이고 그렇지 않는 부분에는 적은 수가 분포되게 되어 $f(x_k|Z_{k-1})$ 를 표현하는 것이 된다. 이 방법의 궁극적 목적은 \hat{x}_k 와 P_k 를 구하는데 있으며 이들을 구하는데 $f(x_k|Z_k)$ 를 직접적으로 사용하지 않고 Importance

weight[8]을 사용한다. 모든 particle이 같은 weight을 가지는 $f(x_k|Z_{k-1})$ 을 사용할 때 이 Importance weight은 $f(x_k|Z_k)$ 과 같게 되며 이를 다시 샘플링하여 다음주기 $t=k+1$ 로 전파시킬 particle들을 구하는 과정을 되풀이한다. 이러한 필터를 particle filter[9]라 하며 계산시간이 많이 소요되어 실시간 구현이 어려워 느린 동력학과 큰 샘플링 주기를 가지는 시스템에 적용되고 있다. 비선형 시스템의 추정에는 particle filter처럼 비선형 시스템의 추정치를 비교적 정확히 얻으려는 방법과 근사해를 구하는 방법이 있다.

근사적인 방법으로 비선형 시스템의 상태변수 추정에 x_k 의 기준궤적을 구하고 이 기준궤적을 기준으로 선형화시킨 시스템에 칼만필터 알고리즘을 사용하거나 기준궤적을 필터의 추정치로 사용하는 확장칼만필터 EKF(Extended Kalman Filter)[10]가 있다. EKF 알고리즘은 칼만필터 알고리즘과 같이 선형구조를 가지고 있으며 비선형 시스템 방정식이

$$x_k = F(x_{k-1}, t_{k-1}) + B_{k-1}W_{k-1} \quad (11)$$

$$z_k = h(x_k, t_k) + v_k \quad (12)$$

로 표현될 때 칼만필터의 전파과정에 필요한 (4)의 $\Phi(t_k, t_{k-1})$ 대신에 (11)식의 비선형 함수 $F(x_{k-1}, t_{k-1})$ 를 미분한 $\left. \frac{\partial F(x_{k-1}, t_{k-1})}{\partial x_{k-1}} \right|_{x_{k-1} = \hat{x}_{k-1}}$ 가 사용되고 왜신과정 중의 (7)의 잔여치는 $z_k - h(\hat{x}_k, t_k)$ 로 바뀌며 필터 이득을 구하는데 필요한 (8)의 H_k 대신에 (12)식의 비선형 함수

$h(x_k, t_k)$ 를 미분한 $\left. \frac{\partial h(x_k, t_k)}{\partial x_k} \right|_{x_k = \hat{x}_k}$ 가 사용된다. EKF는 엄밀한 이론을 바탕으로 구성된 필터가 아닌 시험적 필터이며 근사과정에 소요되는 가정이 벗어날 경우 추정치가 발산하는 경우가 있어서 추정치의 초기값을 구하는 것부터 주의가 필요하다. 추정치의 초기값을 구하는 데는 몇 개의 샘플링 주기에서 얻어진 측정치를 모아 최소자승법을 이용하는 Batch estimation 방법이 이용되고 있으며, 비선형 시스템일 경우에 추정치 초기값은 Newton-Raphson 방법과 같이 반복적인 계산과정을 통해 얻어진다. EKF의 선형 오차를 감소시키기 위해 반복적으로 선형화를 수행하는 Iterated EKF(IEKF)가 사용되거나 비선형 함수를 근사화 하는데 1, 2차 도함수를 사용하는 Second-order filter[4]가 있다. 또한 특수한 비선형 측정 방정식을 상태 변수 x_k 에 대해 마치 시변 선형의 형태를 갖는 새로운 의사 측정치(pseudomeasurement)로 변환시킨 후 칼만필터 알고리즘을 적용하는 Pseudomeasurement filter[11], [12]가 제안되었다. 이 필터는 추정치에 바이어스가 실리는 단점이 있는데 이를 줄여주기 위해 실제의 측정치를 변환해서 얻는 의사 측정치의 측정잡음에 실리는 바이어스를 감소시키는 방법[13]을 사용하거나, 필터구조를 변화시켜서 필터이득을 과거정보의 함수로 만들어 잔여치와의 연관성을 없애주는 Modified Gain Extended Kalman Filter(MGEKF)[14]가 사용되고 있다. 이러한 비선형 필터들은 필터이득의 계산에 사용

되는 공분산은 칼만필터와는 달리 미리 계산해 둘 수 없고 적응적으로 구해야 한다.

III. 다수모델 필터

시스템의 이상진단, 기동표적의 추적에서와 같이 시스템을 정확히 모델링하기 어려운 경우에 단수모델을 사용하면 추정치의 오차가 커지거나 발산하는 경우가 생긴다. 단수모델 필터를 사용하면서도 시스템의 급격한 변화를 감지할 수 있는 방법에 대한 연구의 예로서 가변차원필터[13]와 입력추정기법[14]을 들 수 있다. 이는 선형시스템이 정상동작할 때 모델과 시스템이 일치하면 잔여치가 가우시안 분포를 하게 되는 것을 이용하여 잔여치를 제공하여 얻은 χ^2 분포를 하는 값들은 일정한 개수만큼 더하여 시험통계치(test statistic)로 사용한다. 시스템이 정상적으로 동작함에도 불구하고 이상동작을 한다고 잘못 판단하게 되는 확률인 오경보확률이 일정한 값을 가지도록 시험통계치의 문턱값을 정하는 Neyman-Pearson 방법[5]으로 시스템의 이상유무를 판단하며, 시스템에 이상이 있다고 판단되면 또 다른 모델에 바탕을 둔 필터를 동작시키는 가변차원필터[15]가 사용된다. 이상유무의 판단에 사용되는 시험통계치는 위의 χ^2 -test 외에도 Generalized Likelihood Ratio Test(GLRT)[16]와 Sequential Probability Ratio Test(SPRT)[17]의 방법이 있다.

[14]에서 제안한 입력추정기법은 급격한 시스템의 변화에 영향을 받은 필터의 잔여치로부터 급격한 변화를 야기하는 입력을 최소자승법에 의거하여 추정하고 이를 보상하는 방법이다. 이 방법은 유한한 크기의 윈도우를 설정하고 입력의 크기뿐만 아니라 변화가 발생한 시점도 동시에 추정하는 방법이다. 변화가 완만한 시스템에 대해서는 요구되는 윈도우의 커지며 계산량이 많아지는 단점이 있다.

다수모델필터 알고리즘은 여러 가지 가설 또는 모드에 바탕을 둔 모델들(예를 들면 하나의 모드는 시스템이 정상 동작을 하는 경우로 두고 다른 모드는 시스템에 이상이 있는 경우로 둬)에 대응하는 다수의 필터를 사용한 후 필터들의 출력과 실제 시스템의 현재 상태를 나타내는 측정치를 비교하여 어떠한 모드에 바탕을 둔 필터가 현재의 시스템을 잘 표현하고 있는가에 대한 확률을 산출하여 Total Probability Theorem[5]을 사용하여 결합추정치(combined estimate)를 얻는데 가중치로 활용한다. 이러한 다수모델은 실제의 시스템이 시불변 또는 시변 모드로 동작하는 것에 따라서 모드의 확률을 구하는 식이 달라진다. 다수모델 필터가 적용되는 시스템은

$$x_k = \Phi(M_k)x_{k-1} + w_{k-1}(M_k) \quad (13)$$

$$z_k = H(M_k)x_k + v_k(M_k) \quad (14)$$

으로 기술하며 여기서 M_k 는 $k-1 < t \leq k$ 까지 영향을 주는 모드로서 일반적으로 Markov chain [18]으로 모델링되고 $k-1$ 때의 M^i 라는 모드에서 k 때의 M^j 로 변화하는 천이확률 π_{ij} 를 가진다. (13), (14)로 표현되는 시스템은 점프

가 가능한 모드가 있는 선형시스템이라 하여 jump-linear 시스템이라고도 불리워진다. 이러한 jump-linear 시스템에 적용하는 다수모델 필터는 필터간에 정보교류가 전혀없는 구조와 필터간에 정보를 교환하는 구조로 나눌 수 있다. 전자 는 [19], [20], [21]과 같은 Multiple Model Adaptive Estimation(MMAE)방법을 예로 들 수 있으며 후자는 [22]에 의해 제안된 Interacting Multiple Model(IMM)을 예로 들 수 있다. 시불변 모드일 경우에는 MMAE나 IMM은 동일하게 된다. IMM과는 달리 샘플링 주기마다 구해진 결합추정치 로써 사용되는 필터의 추정치를 갱신하는 방법으로 GPB1(Generalized Pseudo-Bayesian approach of first order)와 GPB2(Generalized Pseudo-Bayesian approach of second order)가 있다[23]. 이러한 다수모델 필터는 모델링의 정확도가 필터의 성능에 미치는 영향이 감소하게 된다, 단수모델에 비해 계산량이 늘어나는 단점이 있다. GPB2는 각각의 필터 가 추정치를 구하는데 있어서 시스템 상태벡터 x_k 에 N 개 중의 하나인 모드 M_k^i 와 바로 전 시간의 M_{k-1}^i 가 영향을 주는 것을 착안하여 M_k^i 와 M_{k-1}^i 의 모드의 가능한 조합인 N^2 개의 필터를 동작시키고 다음 샘플링 주기에 대비하여 M_k^i 에 바탕을 둔 N 개의 추정치를 얻는다. GPB1은 N 개의 M_k^i 에 바탕을 둔 N 개의 필터를 독립적으로 운용하다가 각 각의 필터의 측정치 쇄신이 끝난 후에 N 개의 모드 $M_k^i, i=1, 2, \dots, N$ 가 맞을 확률을 구해서 최종의 결합추정치를 구한후 모든 N 개의 필터를 이 결합추정치를 사용하여 동일하게 초기화시킨 후 각각의 필터가 전과과정과 쇄신과정을 수행하게 한다. GPB2는 GPB1에 비해 계산량이 많이 소요되나 추정성능이 우수한 것으로 알려져있다.

IMM은 (13), (14)의 시스템에서 측정치 쇄신이 끝난 후에 모드가 바뀌는 것을 이용하여 N 개의 필터가 측정치를 쇄신한 후에 모드의 변화에 따라 N 개의 쇄신추정치를 혼합하는 과정을 통해 N 개의 필터의 초기화를 각각 수행한 후에 예측과정과 쇄신과정을 반복하게 된다. 이러한 IMM의 한 샘플링 주기에서의 필요한 추정치를 얻는데 필요한 cpdf의 변화를 나타내면 표 1과 같다.

표 1. IMM 알고리즘 유도에 소요되는 cpdf의 변화.
Table 1. Variation of cpdf for the IMM algorithm.

| 과정 | cpdf | 추정치 |
|------|-----------------------------------|--|
| 초기치 | $f(x_{k-1} M_{k-1}^i, Z_{k-1})$ | $\hat{x}_{k-1}^i, P_{k-1}^i$ |
| 혼합과정 | $f(x_{k-1} M_k^i, Z_{k-1})$ | $\tilde{x}_{k-1}^i, \tilde{P}_{k-1}^i$ |
| 예측과정 | $f(x_k M_k^i, Z_{k-1})$ | \bar{x}_k^i, \bar{P}_k^i |
| 쇄신과정 | $f(x_k M_k^i, Z_k)$ | \hat{x}_k^i, P_k^i |

IMM은 N 개의 필터를 지속적으로 사용하게 되어 GPB1의 계산량을 가지며 필터의 성능은 GPB2와 유사하다고 알려져 있다. 이러한 장점 때문에 IMM은 많은 분야에 활발하게 적용되고 있다. [24]에서는 실제의 항공관제 시스템에서 레이더 측정잡음의 공분산보다 작은 값의 위치추정오차

공분산을 갖게 하기 위해 여러 가지 모드를 가진 IMM을 사용하여 추적성능을 개선하는 방법을 연구했으며 [25]는 표적의 glint 잡음을 효과적으로 감소시키기 위해 레이더 측정잡음을 가우시안으로 가정하는 모드와 이를 라프라스시안으로 보는 모드로써 IMM을 구성하여 우수한 성능을 보임을 나타내었다. [26]에서는 IMM의 성능을 해석적으로 구할 수 있는 방법을 제안했으며 [27]에서는 기동표적 추적에 [13]의 입력추정방법과 IMM의 성능을 비교 분석한 결과를 수록했다.

작동범위가 넓은 시스템에 IMM을 사용하게 되면 많은 모드가 소요되며 계산량도 증가는 단점이 있다. 이러한 경우에 대비하여 모드를 여러개의 겹치는 모델그룹으로 나눈 후 초기에는 하나의 모델그룹에 들어있는 모드에 바탕을 둔 필터로 구성된 IMM을 동작시키다가 다른 모델그룹과 겹치는 모드의 확률이 미리 정한 문턱값을 넘어가면 겹치는 모드가 존재하는 모델그룹을 동시에 활성화시킨다. 두 개의 모델그룹을 이용한 IMM이 동작되다가 두 개의 모델그룹에 속해있는 모드의 확률에 따라 어느 한 모델그룹을 중단시키는 방법을 취하는 가변구조의 IMM(VSIMM : Variable Structure IMM) [28], [29], [30], [31]을 사용하여 IMM의 계산량을 줄일 수 있는 이론을 제시했다.

IV. 자료결합

센서에서 들어오는 측정신호에 필터링의 대상이 되는 시스템의 출력과 환경에 의해 생성되는 클러터와 같은 거짓 표적이 있거나 다른 시스템의 출력이 있을 경우에는 측정치 중에서 진짜 신호를 찾아내어 필터의 추정치를 쇄신해야지 트랙이 발산하지 않고 추정성능이 유지된다. 다수의 측정치중에서 필터링의 대상이 되는 표적을 찾아내는 과정을 자료결합(Data Association)이라 한다. 이는 항공기, 선박 등을 추적하는 표적추적 시스템 뿐만 아니라 통신체계의 신호처리분야에도 필요한 과정이다. 자료결합에 사용되는 측정치의 개수를 줄임으로써 자료결합에 소요되는 시간을 줄이며 진짜 표적을 찾을 확률을 높이기 위해서는 표적이 있을만한 위치에 validation gate(VG)라 불리워지는 일정한 크기의 타원체를 설정하여 이 타원체 내부에 존재하는 측정치들만을 표적이 될 수 있는 후보로 간주하고 이들 중에서 진짜 표적을 찾아내게 된다. VG의 중심은 (7)과 같이 표현되는 쇄신추정치를 구하는데 사용되는 잔여치 중의 예측추정치로 정한다. VG내에 존재하는 측정치로부터 표적을 찾아내는 자료결합에 가장 많이 쓰이는 방법은 Nearest Neighbor(NN)[32]방법이며 이 NN방법은 대상표적을 정확하게 추적하고 있었다면 VG의 중심으로 계산된 예측추정치로부터 표적신호가 멀리 떨어져있지 않을 것이라는 가정에서 중심에서부터의 Normalized Distance Squared(NDS)를 계산하여 가장 작은 값을 가지는 측정치를 표적으로 단정하여 쇄신추정치를 구한다. NDS인 D 는 $D=(z-H\bar{x})^T S^{-1}(z-H\bar{x})$ 로 계산되는데 $z-H\bar{x}$ 는 측정치와 예측추정치와의 차이값이며 S 는 (8)에 표현된 잔여치의 공분산이다. 이 NN방법을 사용하는 필터인 NNF의 문제점은 NN측정치가 표적이 아닐 수 도 있으며 NNF는 NN측정치를 표적으로

단정하기 때문에 추정치가 발산할 수도 있다는데 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해 NN추정치(가정)가 거짓표적이 될 수 있음을 고려하여 표적이 맞을 확률을 산출하고 이 확률을 가중치로 해서 쇠신추정치를 구하는 방법을 사용하는 Probabilistic Nearest Neighbor Filter(PNNF)이라 하며 [33]과 [34]에서는 이 방법을 사용하는 필터인 PNNF의 서로다른 구조를 제안했다. 확률의 산출 과정에 클러스터의 위치(위치)에 대해 균일한 분포를 가지며 클러스터의 개수는 공간밀도 λ 를 가지는 Poisson분포를 하고 있으며, 표적은 존재하며 탐지가 가능하다는 뜻의 perceivable target[35]이란 가정이 포함되어 있다. 이 PNNF알고리즘들은 클러스터의 공간밀도를 알아야 NN추정치가 표적이 맞을 확률을 구할 수 있는데 실제상황에서 λ 를 미리 알기가 어렵기 때문에 [36]에서 제안한 λ 의 추정기법을 통해 추정하거나 [37]에서와 같이 VG내의 추정치의 개수를 확률계산에 도입함으로써 필터성능의 λ 에 대한 민감도를 떨어뜨리는 방법을 쓸 수가 있다.

VG내의 추정치들의 NDS와 같은 위치정보를 자료결합에 이용하는 대신에 신호의 세기를 이용하는 방법이 있으며 가장 신호의 세기가 큰 것을 표적으로 단정하는 Strongest Neighbor(SN)방법이 많이 쓰이고 있다. SN추정치를 사용하는 필터를 SNF라 하며 [38]에 성능을 해석한 결과가 수록되어 있다. 이 SN추정치도 표적이 아닐 수가 있으므로 표적이 맞을 확률을 계산하여 쇠신추정치를 구할 때 가중치로 이용하는 Probabilistic Strongest Neighbor Filter(PSNF)[39]가 제안되어 SNF의 성능을 보완할 수 있게 되었다. 또한 [40]에서는 확률의 계산에 필요한 공간밀도에 대한 필터성능의 민감도를 떨어뜨리기 위해 VG내의 추정치의 개수를 고려한 PSNF- m 을 제안했다. 지금까지 설명한 자료결합 방법은 표적과 추정치를 일대일로 연관시키는 방법인데 이외에 VG내의 모든 추정치들이 표적이 맞을 확률을 계산하여 그 확률을 가중치로 사용하여 모든 추정치를 쇠신추정치를 얻는데 사용하는 Probabilistic Data Association(PDA)[41]방법이 있다. 이 PDA는 계산량이 많은 단점이 있으나 위치정보를 사용하는 다른 방법보다 성능이 우수한 것으로 알려져 있다. PDA의 성능을 분석하는데 반복적인 몬테카를로 시뮬레이션에 의존하지 않고 한번의 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 이용하는 방법이 [42], [43], [44]에서 제안되었으며 이들은 클러스터환경이 클린환경에 비해 필터에 제공되는 표적정보의 질이 감소하게 됨으로 이것을 나타내는 정보감소지수(information reduction factor)를 계산하고 이를 컴퓨터를 통한 성능해석에 쓸 수 있도록 커브피팅을 해서 얻는 근사치 식을 도출한 결과를 제시했다. [45]에서는 PDA와 IMM을 결합시킨 IMM-PDA를 사용하여 재밍이 존재하는 전파방해(ECM) 환경에서 레이더의 자원관리를 효과적으로 수행하는 방법을 제안했다. 위치정보를 사용하는 PDA에 신호의 세기에 대한 정보를 추가하여 자료결합의 성능을 더욱 향상시킨 방법이 PDA-AI(PDA-Amplitude Information)방법 [46]이다. 이러한 자료결합방법은 VG내의 추정신호의 세기가 일정한 문턱값을 넘는 것들을 골라서 이용하는데 최근에는 자료결합 성능을 더욱 향상시키기 위해 추정치의 NDS의 크기에 따라 문턱값의 크기를 달리하는 Bayes

Detection방법[47]이 제안되어 PDA와 결합되어 사용되었다.

만약에 추적중인 표적의 VG와 다른 필터에 의해 추적중인 또 다른 표적의 VG가 서로 겹치는 교집합 부분에 추정치가 존재한다면 JPDA(Joint PDA)방법[48]을 사용해야 되는 경우가 되며 계산은 더욱 복잡하게 된다. 이러한 JPDA방법에 소요되는 계산을 간단화 하기 위해 Cheap JPDA[49]방법을 쓰거나 NNJPDA[50]가 제안되었다. 또 여러 주기의 추정신호를 모으고 그 기간중에 새로운 표적들이 생성되는 것을 고려하여 추정신호의 조합과 특정표적의 트랙을 연관시키는 Multiple Hypothesis Tracking(MHT)[51]이 사용되고 있으나 계산량의 과다로 인해 실용적이지 못한 단점이 있다. 이와는 별도로 여러 주기의 추정신호의 조합에 대해 트랙과 결합되는 확률밀도함수로 가격함수를 설정하고 이들의 최대값을 찾는 최적적 수치해를 구하는 S-D Assignment[52]가 사용되고 있다.

V. 결론

이 논문은 다이나믹 시스템의 상태변수를 추정하는데 사용되는 필터알고리즘의 유도과정과 필터구조와 특성에 대해 소개했다. 선형시스템에 사용되는 칼만필터를 비롯하여 확장칼만필터, 비선형필터 등의 단수모델필터와 추정성능이 모델의 정확도에 그다지 민감하지 않은 다수모델필터의 종류와 구조에 대한 정보도 수록했다. 또한 추정치의 개수가 다수일 경우 추정치중에서 추적의 대상이 되는 시스템의 출력을 찾아내는 자료결합방법과 이를 적용하는 필터구조에 대해서도 살펴보았다. 필터는 센서의 수를 줄이면서도 궤환제어를 구현 가능하게 하며, 시스템의 고장과 같은 급격한 시스템의 변화를 탐지하고 식별하는데 사용되며, 센서를 통한 표적의 추적과 미래상태예측과 다중센서의 정보를 융합하고 처리하는데 널리 사용되고 있어 현대제어의 주요한 분야를 차지하고 있으며 필터의 적용분야도 더욱 확대될 전망이다.

참고문헌

- [1] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," *J. Basic Eng. Trans. ASME*, vol. 82D, pp. 35-45, 1960.
- [2] P. S. Maybeck, "Stochastic Models, Estimation and Control." vol. 2. Academic Press, New York, 1982.
- [3] A. Papoulis, "Probability, Random Variables, and Stochastic Process," New York: McGraw-Hill, 1991.
- [4] A. H. Jazwinski, "Stochastic process and filtering theory," Academic Press, 1970.
- [5] A. Papoulis, "Probability and statistics," Prentice Hall, 1990.
- [6] G. M. Siouris, "Optimal control and estimation theory," *John Wiley & Sons, Inc.*, 1996.
- [7] S. I. Marcus and A. S. Willsky, "Algebraic structure and finite dimensional nonlinear estimation," *SIAM J. Math. Analysis*, Apr. 1978.
- [8] A. Doucet et al., "Sequential monte carlo methods in

- practice," Springer, 2001.
- [9] M. S. Arulampalam, et al., "A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking," *IEEE Transactions on Signal Processings*, vol. 50, no. 2, Feb. 2002.
- [10] A. Gelb, "Applied optimal estimation," MIT Press, 1974.
- [11] V. J. Aidala, "Kalman filter behavior in bearings-only-tracking applications," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 15, no. 1, pp. 29-39. Jan. 1979.
- [12] T. L. Song, J. Y., and C. Park, "A suboptimal filter design with pseudomeasurements for target tracking," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 24, pp. 28-39, Jan. 1988.
- [13] P. L. Bogler, "Tracking a maneuvering target using input estimation," *IEEE trans. on AES* vol. 23, pp. 298-301, May 1987.
- [14] T. L. Song, and J. L. Speyer, "A stochastic analysis of a modified gain extended Kalman filter with applications to estimation with bearings only measurements," *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-30, 10, pp. 940-949. Oct. 1985.
- [15] Y. Bar-Shalom and K. Birmiwal, "Variable dimension filter for maneuvering target tracking," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 18, pp. 621-629, Sep. 1982.
- [16] A. S. Willsky and H. L. Jones, "A generalized likelihood ratio approach to the detection and estimation of jumps in linear systems," *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 21, pp. 108-112. 1976.
- [17] D. P. Bertsekas, "Dynamic programming and stochastic control," Academic Press. 1976.
- [18] Y. Bar-Shalom and X. R. Li, "Estimation with Applications to Tracking and Navigation," *John Wiley & Sons Inc.* 2001.
- [19] D. T. Magill, "Optimal adaptive estimation of sampled stochastic process," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 10, pp. 434-439. 1965.
- [20] R. L. Moose, "An adaptive state estimation solution to the maneuvering target problem," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 10, pp. 359-362, 1988.
- [21] P. S. Maybeck and D. P. Halon, "Performance enhancement of multiple model adaptive estimator," *IEEE Trans. on AES*, vol. 31, pp. 1240-1254. Oct. 1995.
- [22] H. A. P. Blom and Y. Bar-Shalom, "The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients," *IEEE Transactions on Automatic Control*, 33, pp. 780-783, 1988.
- [23] C. B. Chang and M. Athans, "State estimation for discrete systems with switching parameters," *IEEE Trans. on AES*, vol. 14, no. 5, May 1978.
- [24] X. R. Li and Y. Bar-Shalom, "Design of interacting multiple model for air traffic control tracking," *IEEE Trans. Control System Technology*, vol. 1, no. 3. Sep. 1993.
- [25] T. L. Song and D. G. Lee, "Effective filtering of target glint," *IEEE Trans. on AES*, vol. 36, no. 1. Jan. 2000.
- [26] X. R. Li and Y. Bar-Shalom, "Performance prediction of the interaction multiple model algorithm," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 29. pp. 755-771, Jul. 1993.
- [27] Y. Bar-Shalom, K. C. Chang., and H. A. P. Blom., "Tracking a maneuvering target using input estimation versus the interacting multiple model algorithm," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 25, pp. 296-300, Mar. 1989.
- [28] X. R. Li and Y. Bar-Shalom, "MM estimation with variable structure," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 41, pp. 478-493. Apr. 1996
- [29] X. R. Li, "Multiple-model estimation with variable structure-Part II : Model-set adaptation," *IEEE Trans. Automat. Control*, vol. 45, pp. 2047-2060, Nov. 2002.
- [30] X. R. Li, X. R. Zhi, and Y. M. Zhang, "Multiple-model estimation with variable structure-Part III : Model-group switching algorithm," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol 35, pp. 225-241, Jan. 1999.
- [31] X. R. Li, X. R. Zhi, and Y. M. Zhang., "Multiple-model estimation with variable structure-Part IV : Design and evaluation of model-group switching algorithm," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, pp. 242-254, Jan. 1999.
- [32] X. R. Li, and Y. Bar-Shalom, "Tracking in clutter with nearest neighbor filters : Analysis and performance," *IEEE Trans. on AES*, vol. 32, no. 3, Jul. 1996.
- [33] X. R. Li, "The pdf of nearest neighbor measurement and a probabilistic nearest neighbor filter for tracking in clutter," *Proceedings of the 32nd CDC*, San Antonio, Texas, Dec. 1993.
- [34] T. L. Song, and J. H. Ryu, "A probabilistic nearest neighbor filter for target tracking in a clutter environment," *Proceedings of the AIAA G&C conference. Austin TX*, Aug. 2003.
- [35] Li, N. and Li, X. R., "Target perceivability and its applications," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 49, no. 11, Nov. 2001.
- [36] Li, X. R. and N. Li, "Integrated real-time estimation of clutter density for tracking," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 48, no. 10, Oct. 2000.
- [37] T. L. Song, and S. J. Shin, "A probabilistic nearest neighbor filter for m validated measurements," *Proceedings of Fusion 2003*, Cairns, Australia, Jul. 2003.
- [38] X. R. Li, "Tracking in clutter with strongest neighbor

- measurements-Part I: Theoretical analysis," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 43, no. 11, Nov. 1998.
- [39] X. R. Li and X. R. Zhi, "PSNF : A refined strongest neighbor filter for tracking in clutter," *Proceedings of the 35th CDC*, Kobe Japan, Dec. 1996.
- [40] K. J. Rhee and T. L. Song, "A probabilistic strongest neighbor filter algorithm based on number of validated measurements," *Proceedings of the 16th International Sessions*, JSASS, Yokohama, Oct. 2002.
- [41] Y. Bar-Shalom and T. E. Fortmann, "Tracking and Data Association," Academic Press, New York, 1988.
- [42] T. E. Fortmann, et al., "Detection thresholds for tracking in clutter - A connection between estimation and signal processing," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 30, no.3, Mar. 1985.
- [43] S. M. Hong and H. S. Shin, "An analytic approximation of information reduction factor for performance prediction of PDA tracking," *Proceedings of SICE 2002*, Aug. 2002. Osaka.
- [44] X. R. Li and Y. Bar-Shalom, "Stability evaluation and track life of the PDAF for tracking in clutter," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 36, no. 5, May 1991.
- [45] T. Kirubarajan, et al., "IMMPDAF for radar management and tracking benchmark with ECM," *IEEE Transactions on AES*, vol. 34, no. 4, Oct. 1998.
- [46] D. Lerro and Y. Bar-Shalom, "Interacting multiple model tracking with target amplitude feature," *IEEE Trans. on AES*, vol. 29, no. 2, Apr. 1993.
- [47] P. Willett et al., "Integration of bayes detection with target tracking," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 49, no. 1, Jan. 2001.
- [48] Y. Bar-Shalom and X. R. Li, "Multitarget - multisensor tracking" Storrs, CT : YBS Publishing, 1995.
- [49] R. J. Fitzgerald, "Development of practical PDA logic for multi target tracking by microprocessor," *Multitarget-Multisensor tracking*, Artech House, 1990.
- [50] R. Helmick, "IMM Estimation with nearest neighbor joint probabilistic data association," *Multi target-Multisensor Tracking* vol. 3, Artech House, 2000.
- [51] S. S. Blackman, "Multiple-target tracking with radar applications," Artech House, 1986.
- [52] S. Deb, et al., "A generalized S-D assignment algorithm for multisensor-multitarget state estimation," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 33, no. 2, Apr. 1997.



송택렬

1974년 서울대학교 공학사. 1981년 Univ. of Texas at Austin 항공우주공학과 석사. 1983년 Univ. of Texas at Austin 항공우주공학과 박사. 1974~1995년 국방과학연구소. 1995~현재 한양대학교 전자컴퓨터 공학부 교수. 관심

분야는 다이내믹 필터설계, 유도제어, 표적추적/기동분석 등.