

## 테일러 와류 정밀여과에서 막오염의 실험적 연구 및 모델링

박진용<sup>†</sup> · 김현우 · 최창균

<sup>†</sup>한림대학교 생명과학부 환경시스템공학 전공  
서울대학교 공과대학 응용화학부  
(2003년 5월 14일 접수, 2003년 6월 10일 채택)

### Experimental Study and Modelling on Membrane Fouling in Taylor Vortex Flow Microfiltration

Jin Yong Park<sup>†</sup>, Hyun Woo Kim, and Chang Kyun Choi

<sup>†</sup>Division of Life Science, Hallym University, Chuchon, Kangwon 200-702, Korea  
School of Chemical Engineering, Seoul National University, Seoul 151-744, Korea

(Received May 14, 2003, Accepted June 10, 2003)

**요약:** 테일러 와류흐름 여과에서 평균기공 1.2  $\mu\text{m}$ 인 셀룰로우스 에스테르 정밀막으로 이루어진 내부원통의 회전속도와 슬러리의 농도, 입자의 크기에 따른 여과선속의 변화를 실험을 통하여 알아보았다. 여과선속은 압력차에 비례하고 저항에 반비례하였으며, 시간에 따른 케이크 층의 저항 변화를 회전속도, 슬러리의 농도, 입자의 크기에 따라 검토하였다. 회전속도가 증가할수록 케이크 저항이 감소하고 짧은 시간에 준정상 상태에 도달하였다. 슬러리의 농도를 증가시킬수록 초기 저항이 급격히 증가하였고 높은 저항값에서 준정상 상태가 유지되었으나, 준정상 상태에 도달하는 시간은 농도에 무관하였다. 입자 크기가 작을 때 저항이 크게 나타남을 관찰하였는데, 입자 크기가 작을수록 막 기공을 막을 확률이 더 높고 전단력에 의해 영향을 덜 받기 때문이라 생각할 수 있다. 본 연구에서 제안한 모델식은 입자의 퇴적과 제거항으로 나누어져 있는데, 실험상수의 평균값을 사용하여 실험결과와 잘 일치하였다.

**Abstract:** A change of filtrate flux in Taylor vortex flow filtration was investigated experimentally by rotating speed of inner cellulose ester membrane cylinder (average pore size: 1.2  $\mu\text{m}$ ), slurry concentration, and particle size. The filtrate flux was a direct proportion relation with TMP, but an inverse relation with resistances. A change of cake resistance with time was examined by rotating speed, slurry concentration, and particle size. Initial resistance increased dramatically as raising slurry concentration, and the pseudo-steady state was maintained at high resistance value. However, times to reach the pseudo-steady state did not depend on slurry concentration. The resistance was larger as smaller particle size, because possibility of pore blocking inside membrane could be higher and shear effect should be lower as smaller particle size. A model equation suggested in this study was composed of particle deposition and removal terms, and could confirm well experimental data using average values of experimental coefficients.

**Keywords:** taylor vortex, microfiltration, membrane fouling, concentration polarization

#### 1. 서론

막은 기체나 액체, 고체를 분리하는 산업공정에서 매우 중요한 역할을 하고 있다. 최근 들어 산업이 다양화되고 전문화되고 고기능화 됨에 따라 고부가가치 제품 및 고순도 제품에 대한 요구가 점차 높아지고 있

으며 생물공학 및 의공학, 정밀화학 분야 등의 새로운 분야에서 기술개발이 이루어지면서 새로운 물질의 분리 및 정제에 대한 관심이 증가하고 있다. 막을 이용한 분리기술은 그 원리 및 공정이 간단하기 때문에 그 적용범위가 매우 넓으며 에너지 소비가 많은 상변화나 가열, 냉각에 의한 분리에 비하여 에너지 소비가 적으며 여러 가지 다른 장치와 결합하여 사용할 수 있고 촉매나 첨가제 등을 사용하지 않으며 연속조업이

<sup>†</sup>주저자(e-mail : jypark@hallym.ac.kr)

가능한 장점을 갖고 있다.

막을 이용한 분리에 있어서 시간이 지남에 따라 여과선속의 급격한 감소가 가장 큰 문제이다. 막의 표면이나 기공안에 물질이 침적하거나 흡착이 되면 여과선속이 감소하게 되는데 이를 막 오염이라 한다. 이러한 막 오염 문제 해결을 위해서 수력학적, 물리화학적 원리에 대한 이해가 바탕이 되어야 한다. 수력학적인 측면에서 막과 유체사이의 상대속도를 증가시켜 오염을 제거하는 방법으로 십자흐름 여과에 대한 연구가 활발히 진행되어 왔다[1,2]. 십자흐름 여과의 개선책으로 십자흐름 여과보다 유체의 상대속도를 10배 이상 증가시켜 조작할 수 있는 와류흐름 여과 방법이 연구되고 있다. 두 동심원통 사이에 유체가 흐르고 내부 원통이 회전하면 테일러 와류가 형성되는데, 막 표면에 쌓이는 케이크를 제거하여 여과효율을 증가시킬 수 있는 장치이다. Tobler[3]는 테일러 와류를 이용한 여과장치인 동역학적여과기를 제안하였다. 이 여과기는 두 개의 동심원통 사이를 유체가 흐를 때 내부원통의 회전속도가 외부원통의 회전속도 보다 빠를 경우 테일러 와류가 발생한다는 사실을 근거로 한 것이다.

본 연구에서는 테일러 와류 흐름 여과기를 사용하여 막의 회전에 따라 막 표면에 작용하는 전단력을 실험을 통하여 구하고 전단력에 따른 여과선속을 예측하였다. 또한, 전달현상의 기본원리를 바탕으로 케이크 저항을 예측할 수 있는 모델을 유도하여 실험결과와 비교를 통하여 모델의 타당성을 검토하였다. 한편, 케이크의 저항에 영향을 미치는 인자로 슬러리의 농도와 입자의 크기를 가정하고 실험을 통하여 그 영향을 검토하였다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1. 정밀여과 장치의 형태

정밀여과에서 주로 사용되는 장치는 초기에는 회분식 여과(dead-end filtration)인데, 여과가 진행되면 배제된 입자들이 누적되고 케이크층을 형성하게 된다. 이 때 케이크층은 시간이 지남에 따라 증가하고 따라서 투과율은 케이크층의 두께가 증가함에 따라서 계속 감소하게 된다. 이런 문제점을 해결하려는 여과 형태가 십자흐름여과(cross-flow filtration)인데, 막 표면에 수평으로 유체를 흐르게 하여 막표면에서의 전단력에 의해 케이크층의 두께를 감소시켜 투과량을 증가시키

는 여과 형태이다. 이 때 투과량은 시간이 지남에 따라 증가량이 감소하는 경향을 보인다. 그러나 십자흐름 여과에서는 유속을 증가시켜 막과 유체 사이의 상대속도를 증가시키는 데 한계가 있으므로 이를 극복하고자 동심원통사이에 유체를 흘러 보내면서 외부원통은 고정하고 내부원통을 회전시켜 테일러 와류를 발생시키는 여과장치가 고안되었는데 이것이 바로 동역학적 여과이다. 동역학적 여과는 내부원통을 회전함으로써 상대속도를 10~20 m/s까지 증가시킬 수 있는데 이는 십자흐름 여과의 유속에 약 10배에 해당된다[1]. 막 표면에 작용하는 전단력은 케이크층의 형성으로 인한 막의 오염을 줄일 수 있는 효과적인 방법이므로 테일러 와류를 이용한 분리기술이 꾸준히 연구되고 있다.

### 2.2. 동역학적 여과기의 배경

두 동심원통 사이에 유체가 흐르고 내부원통이 회전하는 막으로 이루어진 정밀여과장치는 여과가 진행됨에 따라 형성되는 케이크층을 제거해 주는 영향이 크고 여과선속의 급격한 감소를 억제하기 때문에 여러 분야에서 응용되고 있다.

Wroński 등[4]은 회전동역학적 여과(rotary dynamic filtration)라는 명칭을 사용하여 여과 표면에 쌓이는 케이크층의 저항은 전단력에 따라 달라진다는 실험을 통하여 저항 모델이 미세 세포의 동역학적 여과에서는 충분히 정확하다는 사실을 제시하였다. 이 때 막표면의 케이크층에 의해 여과선속이 감소되는 원인은 입자의 농도, 십자흐름 속도, 입자의 압축성, 압력, 장치의 기하학적 특징이라 제안하였다. Rushton 등[5]은 유기 입자와 무기입자를 대상으로 회전속도에 따른 여과량과 퇴적저항의 영향을 연구하여 회전속도를 증가시킴으로써 평형상태의 침전물을 제거할 수 있고 높은 여과선속을 유지할 수 있음을 보고하였다. Margaritis 등[6]은 회전발효기(rotorfermenter)라는 명칭을 사용한 여과실험을 통하여 세포 성장시에 알콜을 연속적으로 제거하는데 탁월한 효과가 있음을 보고하였으며 회전속도를 10 m/s까지 증가시키면서 박테리아, 효모 등을 사용하여 여과량을 측정된 결과를 발표하였다. 그 후 Kroner 등[7]은 회전하는 전단 필터(biodrugfilter)를 사용하여 미세입자 혼탁액의 여과실험을 수행하였다. 회전여과기를 사용하면 십자흐름 여과보다 3~5배 높은 여과량을 유지할 수 있다고 보고하였으며 실험에서 낮은 압력과 고전단력(20~3000 rpm)으로 수행함으로써

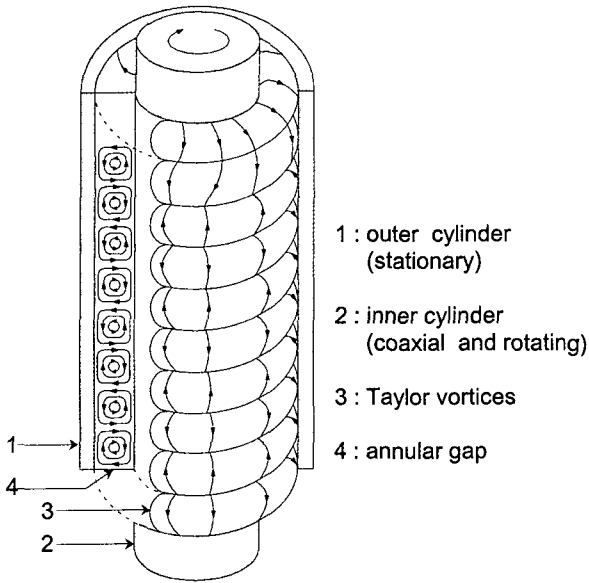


Fig. 1. Taylor vortices between two cylinders.

막을 깨끗한 상태로 유지하며 조업할 수 있고 물질전달을 향상시키는 보고하였다. Murase 등[8]은 세라믹 막을 사용하여 고속으로 회전하며 막 표면의 케이크를 제거하여 회분식 여과보다 높은 여과선속을 얻을 수 있음을 실험을 통하여 보고하였다. 또한 동역학적 영향은 농도가 높을수록, 압력차가 작을수록 뚜렷해짐을 보고하였다. Park 등[9]은 입자크기가 4 μm인 실리카 0.1 wt%인 슬러리를 사용하여 막의 회전속도를 600 rpm으로 증가시키면서 여과선속의 변화를 실험적으로 조사하였다. 실험에서 테일러 와류가 층류 형태를 보이는 영역에서는 여과선속(permeate flux)의 역수가 누적 여과량(accumulative volume of permeate)에 비례하는 경향을 보였으며, 난류영역에서는 테일러 수에 비례하여 여과선속이 일정한 값에 도달함을 보였다. 그리고 여과선속을 예측하기 위한 무차원 상관식을 제안하였다.

2.3. 테일러 와류

동심원통 사이의 유체의 유동은 내부원통의 회전수가 어떤 임계값 이상으로 증가할 때, 원통 부근 유체의 입자들이 원심력에 의하여 외부원통 방향으로 추진력을 받아 불안정한 상태가 되어 Fig. 1에서 보는 바와 같이 원통의 축방향을 따라 규칙적으로 서로 반대방향인 고리상의 배열로 와류가 형성되는데 이것을 Taylor 와류라 한다. 내부원통의 회전속도가 증가함에 따라

발생되는 동심원통 사이의 유체의 유동의 불안정성은 두 동심원통 사이의 간격이 아주 작은 경우 다음과 같이 정의된 Taylor수에 의존한다.

$$Ta = \frac{\omega r_i d}{\nu} \left( \frac{d}{r_i} \right)^{\frac{1}{2}} = Re \left( \frac{d}{r_i} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$Re = \frac{\omega r_i d}{\nu}$$

여기서  $\nu$ 는 동점도,  $r_i$ 는 내부원통의 반지름,  $\omega_i$ 는 회전속도이고,  $d$ 는 동심원통 사이의 간격을 나타내며  $Re$ 는 Reynolds 수를 나타낸다. Taylor수  $Ta$ 로 표시되는 동심원통 사이에서 유동의 안정성의 기준은 동심원통 사이의 간격이 아주 좁은 경우 ( $d/r_i \ll 1$ ) 다음과 같이 분류한다.

- $Ta < 41.3$  : Couette 층류
- $41.3 < Ta < 400$  : Taylor 와류가 존재하는 층류
- $Ta > 400$  : 난류

그러나  $d/r_i$ 가 증가할수록 Taylor 와류가 발생하는 임계 Taylor 수는 증가하는 경향이 있는데 Taylor[10]는  $Ta_c$ 와  $d/r_i$  사이의 관계식을 다음과 같이 제시하였다.

$$Ta_c = \frac{\pi^2 (1+d/2r_i)^{1/2}}{[0.0571(1-0.0652 d/r_i)+0.00056 (1-0.652 d/r_i)^{-1}]^{1/2}} \quad (2)$$

축방향의 흐름이 존재하면 동심원통 사이에서 유체의 유동은 더욱 안정해져서 임계 Taylor 수가 증가하게 되는데, Chandrasekhar[11]는 축방향의 흐름에 대한 Reynolds수가 작은 경우에 섭동 이론(perturbation theory)으로부터 다음과 같은 식을 유도하였다.

$$Ta_c = Ta_c(0) + 26.5 Re_a \quad (Re_a \rightarrow 0) \quad (3)$$

여기서  $Ta_c(0)$ 는 축방향의 흐름이 없는 경우의 임계 Taylor수이고,  $Re_a$ 는 축방향의 Reynolds수이다.

동심원통에서 내부원통이 회전할 경우 내부원통에 작용하는 전단력은 다음과 같이 정의되며, 여과가 진행됨에 따라 막 표면에 형성되는 케이크층의 해석에 중요한 인자로 작용하게 된다.

$$\tau_{oi} = f \rho r_i^2 \omega_i^2 / 2 \quad (4)$$

식(4)에서 f는 마찰계수로서 Atsumi 등[12]은 실험을 통하여 마찰계수와 d/r<sub>i</sub>, Reynolds수와의 상관관계식을 다음과 제시하였다.

$$f = \frac{4(1+d/r_i)^2}{(2+d/r_i)Re} \quad \text{for } 20 \leq Re \leq Re_c$$

$$f = 0.80 (d/r_i)^{0.35} Re^{-0.53} \quad \text{for } Re_c \leq Re \quad (5)$$

(5)식이 적용되는 범위는 0.03 ≤ d/r<sub>i</sub> ≤ 1.0이고 Taylor 와류가 나타나기 시작하는 임계 Reynolds수 Re<sub>c</sub>와 d/r<sub>i</sub> 간의 상관관계는 다음과 같다.

$$Re_c = 41.2 \left(\frac{d}{r_i}\right)^{-0.5} + 27.2 \left(\frac{d}{r_i}\right)^{0.5} + 2.8 \left(\frac{d}{r_i}\right)^{1.5} \quad (6)$$

본 연구에서 막의 회전속도가 20.9~83.6 rad/s로 운전되므로 이 범위에서 테일러수 Ta = 500~5000이므로 모든 실험범위가 난류영역임을 알 수 있다.

2.4. 모델식의 정립

일반적인 오염모델은 Kern과 Seaton[13]에 의해 표현된 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{dR_f}{dt} = \phi_i - \phi_r \quad (7)$$

여기서 R<sub>f</sub>는 오염물의 양이며 ϕ<sub>i</sub>는 퇴적속도, ϕ<sub>r</sub>은 제거속도를 나타낸다. 입자의 퇴적과정은 입자의 막 표면으로의 이동과 부착단계로 나눌 수 있다. 표면의 전단력을 변화시키며 운전되는 막의 오염특성과 열교환기의 오염특성과 유사성이 많기 때문에 Park [14]은 열교환기의 오염모델을 와류흐름 여과에 적용하여 다음 식으로 나타내었다.

$$\frac{dM_c}{dt} = \tilde{M}_{cd} - \tilde{M}_{cr} \quad (8)$$

여기서 M<sub>c</sub>는 막의 단위면적당 케이크의 질량을 나타

내며  $\tilde{M}_{cd}$ 는 케이크의 퇴적선속,  $\tilde{M}_{cr}$ 은 케이크의 제거선속을 나타낸다.

2.4.1. 퇴적모델

입자가 퇴적되어 케이크가 형성되는 속도는 일반적으로 농도에 비례하므로 입자의 퇴적속도는 다음 식으로 나타낸다.

$$\tilde{M}_{cd} = C_o k_d \quad (9)$$

여기서 C<sub>o</sub>는 용액의 벌크농도를 나타내며 k<sub>d</sub>는 입자의 퇴적계수를 나타낸다. Epstein[15]은 브라운성 입자의 초기 퇴적과정을 두 개의 1차 과정에 의해 발생한다고 가정하여 다음과 같이 사용하였다.

$$k_d = \left[ \frac{1}{k_m + k_a} \right]^{-1} \quad (10)$$

여기서 k<sub>m</sub>은 물질전달 계수이며 k<sub>a</sub>는 부착계수이다.

(1) 물질전달 계수

널리 알려진 바와 같이 여과선속 J는 막에 대한 압력차 ΔP에 비례하고 여과저항에 반비례한다. 구동력으로 작용하는 압력은 높이차에 의한 막 내부와 외부의 압력차와 내부원통의 회전에 의한 압력강하 P\*의 차로 나타낼 수 있다. 저항은 막의 초기저항 R<sub>o</sub>와 막 표면에 누적된 케이크의 저항 R<sub>c</sub>로 구분된다. 본 연구에서는 막의 초기저항 R<sub>o</sub>는 막의 기공내의 오염을 고려한 실험상의 초기저항이며 이는 순수한 물을 사용한 여과실험을 통하여 구할 수 있다. 그러므로 본 연구에서는 일반적인 압력여과식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$J = \frac{\Delta P - P^*}{\mu (R_o + R_c)} \quad (11)$$

여기서 μ는 슬러리의 점도를 나타낸다.

유체가 막을 통과하는 과정에서 입자가 막 표면까지 유동에 의해서 전달되는 과정과 유체가 막 내부로 통과하면서 입자가 같이 전달되는 과정을 나타낼 수 있도록 물질전달계수를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$k_m = k_1 J + k_2 \tau_{oi}^{0.5} \quad (12)$$

여기서  $J$ 는 막 표면의 수직 방향으로 투과되는 유체의 여과선속이며 (11)식에 의해 표현되며,  $\tau_{wi}$ 는 막 표면에 작용하는 전단력이다. 그리고  $k_1, k_2$ 는 실험에 의해 구해지는 상수이다. 높은 용액내의 입자들이 막의 수직방향으로의 전달이 일어날 경우 막 표면으로의 입자 전달은 막을 통과하는 유체의 속도에 의한 전달과 막의 회전으로 인한 전단력에 의한 전달의 합으로 나타낼 수 있다. Park [14]은 막 표면으로의 입자의 전달은 여과선속( $J=Q/A$ )에 비례한다고 제안하였는데, 이는 Hermia [16]의 막음 모델(blocking model)에서 시간에 따른 여과선속은 여과선속의 3승에 비례한다는 사실과 같은 결과이다.

Vasak 등[17]은 미세입자의 경우 물질전달 계수는 마찰속도  $V^*$ 에 비례한다고 제안하였으며 이 사실로부터 본 연구에서는 전단력의 0.5승에 비례한다고 가정하였다. 이는 불균질반응(heterogeneous reaction)이 일어나는 계에서의 물질전달은 확산에 의한 전달과 유동에 의한 전달의 합으로 나타낼 수 있다는 사실과 유사한 경향을 보이고 있다[18].

(2) 부착 계수

본 연구에서 막 표면으로의 입자의 부착을 결정하는 중요한 인자로 전단력을 고려할 수 있으며 전단력이 크면 부착될 수 있는 확률이 작아진다는 가정으로부터 부착계수를 아래의 식으로 나타내었다.

$$k_a = \frac{k_3}{\tau_{wi}} \tag{13}$$

Charma[19]는 열 교환기 오염모델에서 입자가 벽면에 도달해서 붙는 과정을 서로 다른 두 가지 다른 방법으로 접근하고 있다. 첫째는 벽면에 도달한 입자가 벽면에 붙을 확률인 부착확률  $P$ 항을 도입하였고 둘째는 입자가 벽면에 도달할 때 생성되는 표면의 힘을 도입한 것인데 이때의 힘은 vander Waals 힘, 전기적 이중층 상호작용, 수력학적 힘으로 나누어진다.

부착확률  $P$ 를 나타내는 근본적인 접근방법이 Muller-Strihagen 등[20]에 의해 사용되었는데 그들은 부착확률을 벽면에 입자가 붙는 접착력에 비례하고 전단력에 반비례한다고 제안하였다. 따라서 (12)식과 (13)식을 (10)식에 대입하면 퇴적계수  $k_d$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$k_d = \left[ \frac{1}{k_1 J + k_2 \tau_{wi}^{0.5}} + \frac{1}{k_3 / \tau_{wi}} \right]^{-1} \tag{14}$$

2.4.2. 제거속도

Kern과 Seaton[13]은 유체의 속도를 증가시키면 전단작용에 의해 표면에 쌓인 오염물질이 제거된다는 실험 결과로부터 제거속도를 다음과 같이 표현하였다.

$$\phi_r = k_2 \tau_{wi} X \tag{15}$$

여기서  $\tau_{wi}$ 는 전단력,  $X$ 는 퇴적두께,  $k_2$ '는 실험에 의해 결정되는 상수이다. 식(15)에서 알 수 있듯이 제거속도는 퇴적 표면에서의 전단력에 비례하고, 표면에 쌓인 입자들의 두께가 커지면 제거되기 쉽기 때문에 퇴적두께에 비례함을 알 수 있다.

한편 케이크의 질량  $m_r$ 과 케이크의 저항  $R_c$ 는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$m_r = \rho_c x_c = k_5 R_c \tag{16}$$

여기서  $\rho_c$ 는 퇴적층의 밀도,  $x_c$ 는 퇴적층의 두께,  $R_c$ 는 오염저항,  $k_5$ 는 실험 상수를 나타낸다.

본 연구에서는 전단력을 변화시키며 입자의 제거속도에 미치는 영향을 고려하기 위하여 제거속도를 다음과 같이 제안하였다.

$$\dot{M}_{cr} = k_4 \tau_{wi} R_c \tag{17}$$

여기서  $k_4$ 는 실험에 의해 결정되는 상수이며,  $R_c$ 는 막 표면에 형성되는 케이크의 저항을 나타낸다. 그러므로 케이크의 저항을 예측할 수 있는 최종식은 (14)식과 (17)식을 (8)식에 대입하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{dR_c}{dt} = C_o \left[ \frac{1}{k_1 \left( \frac{4P - P^*}{\mu (R_o + R_c)} \right) + k_2 \tau_{wi}^{0.5}} + \frac{1}{k_3 / \tau_{wi}} \right]^{-1} - k_4 \tau_{wi} R_c \tag{18}$$

3. 실험

3.1. 실험장치

본 연구에서 사용한 테일러 와류 흐름 여과 장치를

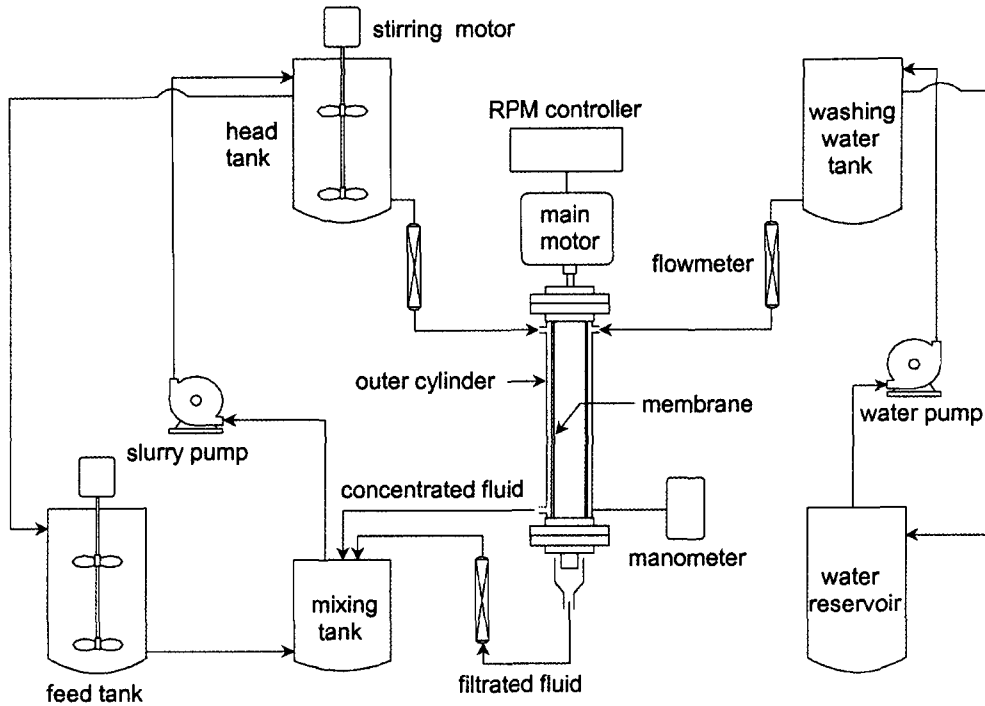


Fig. 2. Schematic diagram of Taylor vortex flow microfiltration apparatus.

Table 1. The Properties of Slurry Materials Used in This Study

|  | MB20X-5 | MBX-12 | MBX-20 | MBX-50 |
|--|---------|--------|--------|--------|
| Shape  | sphere  |        |        |        |
| Average particle size ( $\mu\text{m}$ )                    | 5.0     | 12.0   | 20.0   | 50.0   |
| Particle contents less than average membrane pore size (%) | 16.35   | 9.78   | 6.37   | 2.37   |
| Average specific gravity ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )        | 1.15    |        |        |        |

Fig. 2에 나타내었다. 여과기의 내부원통으로 사용된 MF-Cellulose ester microfilter는 Millipore사의 제품으로서 두께 약  $160 \mu\text{m}$ , 기공의 크기  $1.2 \mu\text{m}$ 인 셀룰로우스 에스테르 막을 폴리프로필렌(mesh support)으로 양쪽에서 감싸고, 내부는 나일론 피복 강철로 지지하였다. 막의 직경은  $5.2 \text{ cm}$ 이고 길이는  $78 \text{ cm}$ 이며 유효 여과면적은  $0.00817 \text{ m}^2$ 이다. 또한 막의 형태는 굴곡기공(tortuous pore)이며 대칭막의 형태를 갖고 있다. 이 정밀여과기의 상단부를 가변속도식의 모터와 연결하여 회전하게 하였으며, 내부원통의 반경에 대한 동심원통 사이의 간격의 비  $d/r_1$ 가  $0.15$ 인 아크릴 원통을 제작하여 고정된 외부원통으로 사용하였다. 또한 여과시 여과기 내부의 압력변화와 내부원통의 회전으로 인한 막 표면의 압력강하를 알아보기 위하여 외부원통에 Digitron사의 P200-H 디지털 압력계를 설치하였다. 여과실험 후 오염된 막의 역세척을 위하여 증류수를 이

용한 별도의 역세척 장치를 설치하여 여과기 장치의 분해 없이도 역세척이 가능하도록 하였다.

여과실험시 시료로 사용되는 슬러리는 공급밸브를 거쳐 일정한 유량으로 여과기의 상단에서 내부원통과 내부원통의 사이로 투입된다. 여과액은 내부원통의 안쪽을 통해 여과기의 하단부로, 농축액은 여과기 하단부의 유출밸브를 통해 분리된다. 이들 각각은 유량계를 거쳐 유량을 측정된 뒤, 다시 혼합탱크에서 원료액과 합쳐져서 실험이 지속되는 동안 여과기 장치 내에서의 슬러리 농도를 일정하게 유지하도록 설계되었다.

### 3.2. 시 료

시료로는 SEKISUI사 제품인 MB20X-5, MBX-12, MBX-20, MBX-50을 슬러리 형태로 증류수와 혼합하여 사용하였으며, 그 주요 물성을 Table 1에 제시하였다. 화장품의 파우더 원료 및 가전제품의 고급 외장재

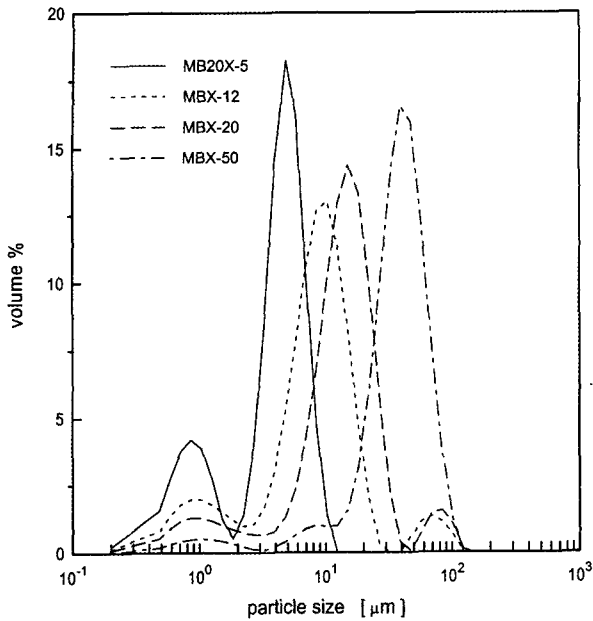


Fig. 3. Particle size distribution used in this study.

Table 2. Experimental Conditions of Taylor Vortex Flow Microfiltration

|                                       |                  |
|---------------------------------------|------------------|
| Experimental temperature              | 6°C~9°C          |
| Radial velocity of inner cylinder     | 0 rpm~800 rpm    |
| Concentration of slurry               | 0.05 wt%~0.4 wt% |
| Ratio of gap to inner radius, $d/r_i$ | 0.15             |
| Main motor power                      | 110 V, 2~5 A     |

로 사용되고 있는 이 입자는 Methyl Methacrylate를 기본수지로 하여 그래프트 중합에 의해 제조되었으며 무독성으로 백색 무취의 분말형태를 띠고 있다. 입자의 크기는 Horiba사의 Capa-300 입도분석기로 분석하여 Fig. 3에 나타내었다.

### 3.3. 실험방법

#### 3.3.1. 막의 저항과 회전으로 인한 막 표면의 압력강하 측정

막의 초기저항은 비가역적인 오염으로 작용하므로 실험초기에 순수한 물을 사용하여 시간에 따른 여과선속의 변화를 측정하여 (11)식으로부터 초기저항  $R_0$ 를 구할 수 있으며, 회전에 의한 압력강하는 케이크의 저항을 무시할 수 있는 순수한 물의 여과실험을 통하여 (11)식으로부터 구할 수 있다. 먼저,  $d/r_i = 0.15$ 인 여과기의 내부원통을 정지시킨 상태에서, 여과기 내부로 증류수를 공급하면서 수위를 일정하게 유지한 채 여과

기 내부압력을 디지털 압력계로 측정하였다. 그 다음, 수위를 변화시켜가면서 내부압력을 측정하였다. 또한, 수위를 50 cm로 유지한 뒤 단위시간당 여과량을 유량계로 측정하였고, 역시 수위를 50 cm로 유지하면서 내부원통을 회전시켜 회전속도의 변화에 따른 단위시간당 여과량 변화를 유량계로 측정하였다.

#### 3.3.2. 케이크 형성으로 인한 회전막 여과기의 특성변화

순수한 물을 사용하여 초기저항과 압력강하를 측정 한 후 슬러리를 사용한 여과실험을 통하여 (11)식에 의해 케이크의 저항을 구할 수 있다. 우선 입자끼리 뭉치는 것을 막기 위해 MB20X-5 입자를 5 min간 고주파로 전처리한 뒤 증류수와 0.05 wt%의 농도로 혼합하여 혼합탱크에서 30 min간 교반하여 원료액인 슬러리가 일정한 농도가 되도록 하였다.  $d/r_i = 0.15$ 인 여과기의 내부원통을 일정한 속도로 회전시킨 뒤 회전수를 회전속도계(tachometer)로 측정하였다. 여과기 상단의 밸브를 열어 슬러리를 일정한 유량으로 여과기 내부에 공급하면서, 시간에 따른 여과량 변화를 유량계로 측정하였다. 그 다음 회전속도를 변화시켜가면서 위의 과정을 반복하였다. 또한, 입자크기의 변화에 따른 영향을 살펴보기 위하여 MBX-12, MBX-20, MBX-50입자에 대해 위의 실험과정을 반복하였다. 한편, 슬러리 농도의 변화에 따른 영향을 살펴보기 위하여 MBX-50입자를 대상으로 슬러리의 농도를 0.05 wt%, 0.1 wt%, 0.2 wt%, 0.4 wt%로 변화시켜가면서 실험을 반복하였다. 실험이 끝나면 여과기의 내부원통을 1000 rpm 정도의 고속으로 회전시켜 막 표면에 부착되어 있는 케이크를 제거하고 다시 내부원통의 하단부를 통해 증류수를 여과가 진행되는 방향의 반대 방향으로 가압하여 주입함으로써 막 기공 내부의 입자를 최대한 제거하였다.

#### 3.4. 실험조건

본 연구의 실험조건 및 실험영역을 Table 2에 나타내었다. 슬러리의 온도 변화에 따른 여과선속의 변화를 줄이기 위해 비슷한 온도에서 실험을 수행하였으며, 이로부터 온도차이에 따른 영향을 배제시킬 수 있었다. 높은 전단력을 얻기 위해 장치 회전부의 진동이 발생하지 않는 범위 내에서 최대한 높은 회전수까지 실험영역으로 선정하였다. 이 경우 실험영역의 Reynolds 수  $Re$  (식(1) 참조)는 1,400~29,000의 범위에 들게 된

다. 슬러리의 농도는 예비실험을 통해 결정하였으며, 예비실험의 결과 실험영역보다 낮은 농도에서는 농도가 너무 낮아서 다른 조업인자에 따른 여과선속의 변화가 아주 미미하였다. 또한, 실험영역보다 높은 농도에서는 거품이 생기는 등의 문제점이 발생하며, 실제 막 분리공정의 적용분야가 1.0 wt% 미만의 희석용액에 주로 국한된다는 점에 착안하여 실험영역을 Table 2와 같이 제한하였다.

4. 결과 및 고찰

본 연구에서 사용한 테일러 와류흐름 여과에서 여과의 구동력으로 작용하는 압력강하를 측정하기 위하여 순수한 물을 사용하여 구동력 측정실험을 실시하였다. 그 결과 두 동심원통 사이의 수위가 증가함에 따라 압력은 정비례 관계로 증가하였다. 수위를 50 cm로 일정하게 유지할 때 대기와의 압력차는 평균 4,962 Pa이고, 이 수에 해당하는 이론적인 값인 4,900 Pa과 비교하여 1.3%의 오차를 보였다. 따라서 여과기 내부에서 유체의 위치에너지가 그대로 압력으로 변환되어 여과의 구동력으로 작용함을 알 수 있었다. 여과기 내부에서의 압력구배가 선형이라고 가정하면, 막의 유효여과 면적 (0.0817 m<sup>2</sup>)에 작용하는 평균 압력은 2,481 Pa이었다.

내부원통의 반경에 대한 두 동심원통사이의 간격의 비  $d/r_1$ 가 0.15인 여과기를 사용하여 내부원통의 회전속도를 증가시켰을 때, 순수한 물의 여과선속을 측정하여 본 결과 여과선속이 감소함을 알 수 있었다. 이러한 현상은 내부원통의 속도가 증가하면서 막과 유체 사이의 상대속도의 증가로 인하여 막 표면에서 압력강하가 발생한 것으로 설명할 수 있다. 압력강하는  $d/r_1$ 가 0.15일 때 회전속도가 증가함에 따라 Fig. 4와 같이 증가함을 볼 수 있다. 결과에서 알 수 있듯이 내부원통의 회전 각속도가 증가함에 따라 여과선속이 초기값에 비해 감소하며 그 감소폭도 커진다는 것을 알 수 있다. 그러므로 여과의 구동력은  $\Delta P - P^*$ 가 되며, 회전속도가 증가함에 따라  $P^*$ 가 증가하고 이에 따라 여과선속이 감소함을 알 수 있다.

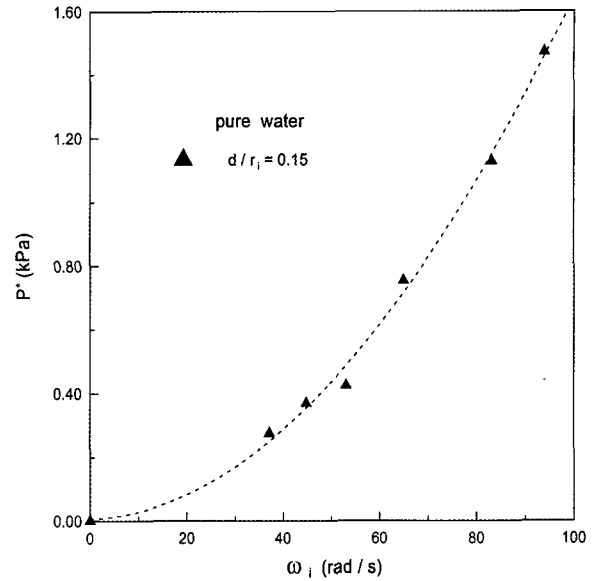


Fig. 4. Pressure drop on the inner membrane surface for pure water ( $d/r_1 = 0.15$ ).

실험 초기에는 케이크가 형성되지 않아 케이크의 저항  $R_c$ 가 0이므로, 초기의 여과선속과 앞서 측정한 구동력을 이용하여 막의 초기 저항을 계산할 수 있다. 시료의 평균 밀도는 1.15 g/cm<sup>3</sup>이며, 슬러리의 밀도를 예측하기 위해 이성분계에서 혼합규칙을 사용하였으며, 상호작용을 나타내는 항은 산술평균을 이용하였다. 또한 슬러리의 점도는 입자의 형태가 구형일 경우 다음 Eienstein식을 사용하였다.

$$\frac{\mu_{slurry}}{\mu_{water}} = 1 + 2.5 \phi \tag{19}$$

여기서  $\phi$ 는 부피분율을 나타내며 이 값이 0.01보다 작을 경우에 (19)식이 잘 맞는 것으로 알려져 있다. 슬러리의 농도에 따른 밀도와 점도를 Table 3에 나타내었다.

4.1. 회전속도의 영향

회전막 여과기에서 막이 회전함에 따라 막 표면에

Table 3. Density and Viscosity of Various Slurry Concentrations

| Concentration (wt%)          | 0.07                    | 0.05                    | 0.1                     | 0.2                     |
|------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Density (kg/m <sup>3</sup> ) | 0.99997×10 <sup>3</sup> | 0.99999×10 <sup>3</sup> | 1.00013×10 <sup>3</sup> | 1.00016×10 <sup>3</sup> |
| Viscosity (kg/m · s)         | 1.4217×10 <sup>-3</sup> | 1.4223×10 <sup>-3</sup> | 1.4241×10 <sup>-3</sup> | 1.4278×10 <sup>-3</sup> |



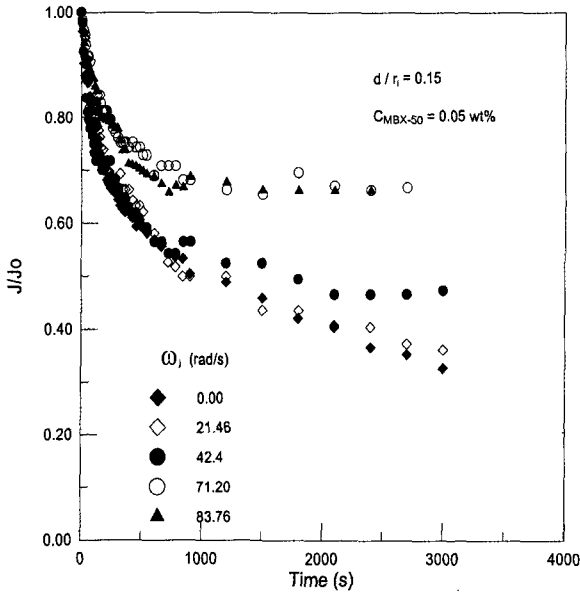


Fig. 5. Effect of angular velocity on dimensionless filtrate flux ( $d/r_1 = 0.15$ , MBX-50, concentration = 0.05 wt%).

작용하는 전단력은 케이크 층의 형성 및 제거에 있어 중요한 인자의 하나이다. 막의 회전 각속도가 바뀔 때 따라 변화하는 전단력이 케이크 층의 저항에 미치는 영향을 알아보기 위하여,  $d/r_1 = 0.15$ 인 회전막 여과기를 이용하여 MBX-50 입자를 증류수와 0.05 wt%의 농도로 혼합한 슬러리를 대상으로 실험한 결과를 초기의 여과선속  $J_0$ 에 대한 여과선속  $J$ 로 무차원화하여 여과 시간에 따라 도시한 것이 Fig. 5이다. 여과시간이 경과함에 따라 여과선속은 감소하기 시작하여, 일정한 시간이 지나면 입자가 막 표면에 부착되어 케이크 층을 형성하는 속도와 전단력으로 인한 케이크 층의 제거속도가 평형을 이루어 정상상태의 여과선속에 도달하였다. 막의 회전 각속도가 높을수록 높은 정상상태의 여과선속을 보이고, 실험 초기부터 정상상태에 도달함을 알 수 있다. 막이 회전하지 않는 경우 회분식 여과 (dead-end filtration) 여과와 마찬가지로 정상상태에 도달하지 못하고 지속적인 여과선속의 감소를 보였다.

한편 막 표면에서의 전단력이 케이크 층의 저항에 미치는 영향을 알아보기 위하여, 일반적인 압력여과식으로부터 막의 초기 저항  $R_0$ 를 구하였다. 그리고 다시 (11)식에 의해 케이크 층의 저항  $R_c$ 를 계산한 뒤, 이를 여과시간에 따라 도시한 것이 Fig. 6이다. 여과시간이 경과함에 따라 케이크 저항은 초기에는 선형적으로 증가하다가 일정시간이 지나면 정상상태의 케이크 저항

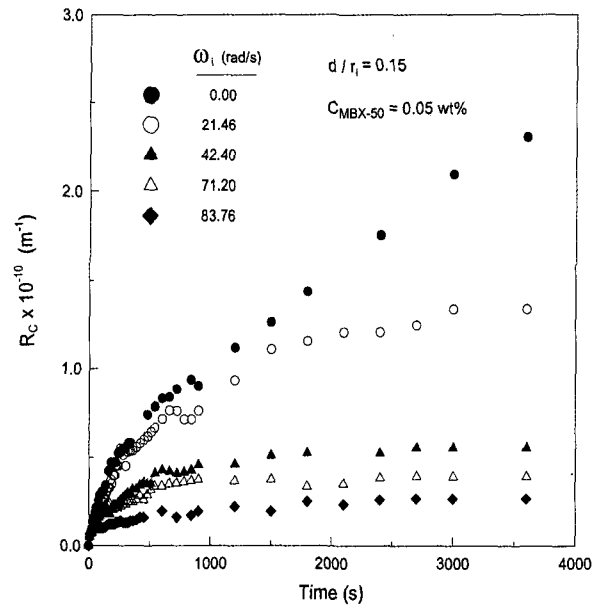


Fig. 6. Effect of angular velocity on cake resistances ( $d/r_1 = 0.15$ , MBX-50, concentration = 0.05 wt%).

값에 도달하였다. 막의 회전 각속도가 높을수록 정상상태에 도달하는 시간이 짧았으며, 낮은 정상상태 케이크 저항값을 나타내었다. 이는 막의 회전 각속도가 높아질수록 테일러 와류가 형성되므로 막 표면에서의 압력강하가 커진다. 따라서 막의 회전 각속도가 여과선속을 저하시키는 원인으로 작용함에도 불구하고, 회전 각속도가 증가함에 따라 높아지는 막 표면에서의 전단력이 막 표면에 부착된 케이크 층을 효과적으로 제거하여 주기 때문에 상대적으로 높은 여과선속을 유지하고 있음을 알 수 있었다.

#### 4.2. 모델식의 적용 및 전단력의 영향

본 연구에서 제안된 모델식인 (18)식은 입자의 전달 과정과 부착과정, 그리고 제거과정을 모두 포함하였으며 케이크 저항은 전단력과 농도 등으로 표현된 미분 방정식이다. 모델식에서 막이 회전하지 않는 경우에는 전단력  $\tau_{wi} = 0$ , 막표면의 압력강하  $P^* = 0$ 이므로 (18)식은 다음과 같이 간단한 형태가 된다.

$$\frac{dR_c}{dt} = k_1 C_o J = \frac{k_1 C_o \Delta P}{\mu (R_c + R_o)} \quad (18-1)$$

이 식을 시간에 대하여 적분하면 다음과 같다.

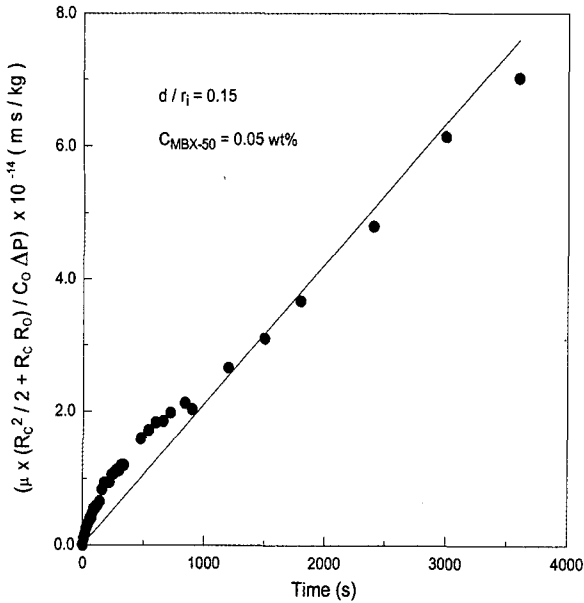


Fig. 7. Determination of  $k_1$  value using model equation (18-2) at no rotation (MBX-50,  $d/r_i = 0.15$ , concentration = 0.05 wt%).

Table 4. Coefficient  $k_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) of Model Equation (18) for Various Angular Velocities (MBX-50,  $d/r_i = 0.15$ , concentration = 0.05 wt%)

| $\omega_i$ (rad/s) | $k_1 \times 10^{-11}$ | $k_2 \times 10^{-6}$ | $k_3 \times 10^{-10}$ | $k_4 \times 10^4$ |
|--------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|-------------------|
| 20.73              | 2.110                 | 3.717                | 2.083                 | 4.817             |
| 44.49              |                       | 3.630                | 3.541                 | 6.804             |
| 64.39              |                       | 2.538                | 2.593                 | 6.612             |
| 84.18              |                       | 2.129                | 3.622                 | 6.251             |
| average            |                       | 3.004                | 2.960                 | 6.121             |

$$\frac{\mu \left( \frac{R_c^2}{2} + R_c R_o \right)}{C_o \Delta P} = k_1 t \quad (18-2)$$

막이 회전하지 않는 경우 MBX-50의 실험결과에 대해 (18-2)식의 좌변을 계산하고, 이를 시간에 대해 도사한 것이 Fig. 7이다. 회귀분석법에 의해 기울기인  $k_1$ 을 구하고, 결정된  $k_1$ 값을 5가지의 회전 각속도 변화로 이루어지는 한 세트의 실험을 통해 고정한 다음, 수치 해석적인 방법을 이용하여 각각의 회전 각속도에서의 계수값  $k_i$  ( $i=1,2,3,4$ )를 구하였다. 이러한  $k_i$ 의 평균값을 정리한 것이 Table 4이다.

각각의 회전 각속도에서 구한 계수의 평균값을 모델식에 대입하여 계산한 케이크의 저항값을 Fig. 8에 선

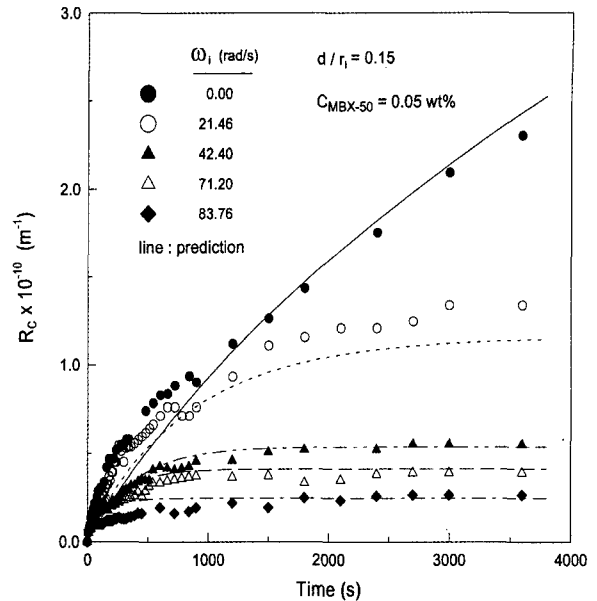


Fig. 8. Comparison of measured and predicted cake resistances using average coefficients ( $d/r_i = 0.15$ , MBX-50,  $C_{slurry} = 0.05 \text{ wt\%}$ ).

으로 나타내었다. 여러 가지 회전 각속도에 대해 여과 시간의 경과에 따라 변화하는 케이크 층의 저항을 본 연구에서 제안한 모델식이 잘 예측하고 있음을 알 수 있다. 그러나 회전속도가 작은 영역에서 초기의 급격한 변화를 예측하는 데는 오차를 보였다. 따라서, 저전단 영역의 초기저항의 변화를 보다 정확히 분석하기 위해서 고전단 영역과 저전단 영역으로 나누어 모델식을 전개하는 것이 더 타당할 것으로 생각된다.

#### 4.3. 농도에 따른 영향 및 모델식의 적용

여과기에 공급되는 슬러리의 농도가 여과선속에 미치는 영향을 알아보기 위해,  $d/r_i = 0.15$ 에서 MBX-20을 사용하여 회전속도를 400 rpm으로 일정하게 유지하며 농도를 0.05, 0.1, 0.2, 0.4 wt%로 바꾸어 가며 실험하였다. 그 실험결과로부터 계산된 케이크의 저항  $R_c$ 의 변화를 나타낸 것이 Fig. 9이다. Fig. 9에서 보는 바와 같이 농도가 증가할수록 케이크의 형성이 잘 일어나며, 막 표면에 입자가 부착될 확률이 더 커진다는 Charma[19]의 제안과 같은 결과를 얻을 수 있었다. 또한, 농도가 증가함에 따라 케이크층의 저항이 높은 곳에서 준정상 상태를 유지하고 있음을 알 수 있다. 한편, 모델식에 의한 결과를 선으로 Fig. 9에 비교 도시하였는데, 모델식에 의해 계산된 값이 실험결과와 잘

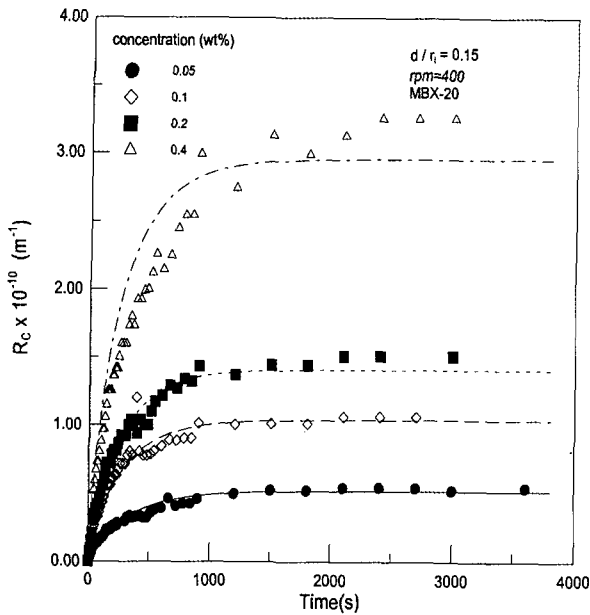


Fig. 9. Effect of slurry concentrations on measured and predicted cake resistances ( $d/r_1 = 0.15$ , MB20X-5, rpm = 400).

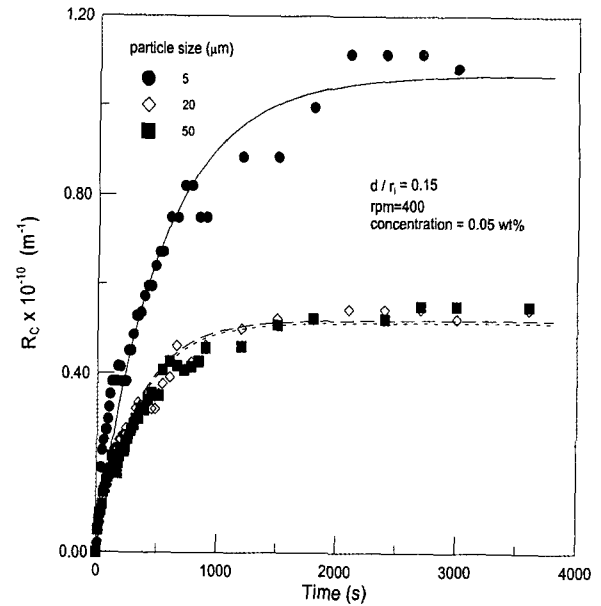


Fig. 10. Effect of particle sizes on measured and predicted cake resistances ( $d/r_1 = 0.15$ ,  $C_{slurry} = 0.05$  wt%, rpm = 400).

Table 5. Coefficient  $k_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) of Model Equation (18) for Various Concentrations (MBX-20,  $d/r_1 = 0.15$ , rpm = 400)

| Slurry concentration (wt%) | $k_1 \times 10^{-11}$ | $k_2 \times 10^{-6}$ | $k_3 \times 10^{-10}$ | $k_4 \times 10^4$ |
|----------------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|-------------------|
| 0.05                       | 1.873                 | 2.878                | 3.541                 | 6.344             |
| 0.1                        | 2.216                 | 2.680                | 2.388                 | 6.084             |
| 0.2                        | 1.980                 | 2.553                | 2.258                 | 6.599             |
| 0.4                        | 2.342                 | 3.235                | 1.943                 | 5.951             |

Table 6. Coefficient  $k_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) of Model Equation (18) for Various Particle Sizes ( $d/r_1 = 0.15$ ,  $C_{slurry} = 0.05$  wt%, rpm = 400)

| Particle | Average particle size ( $\mu\text{m}$ ) | $k_1 \times 10^{-11}$ | $k_2 \times 10^{-6}$ | $k_3 \times 10^{-10}$ | $k_4 \times 10^4$ |
|----------|---|-----------------------|----------------------|-----------------------|-------------------|
| MB20X-5  | 5                                       | 1.995                 | 7.821                | 6.488                 | 3.807             |
| MBX-20   | 20                                      | 1.873                 | 2.878                | 3.541                 | 6.344             |
| MBX-50   | 50                                      | 2.110                 | 3.630                | 3.541                 | 6.804             |

일치하고 있다. 또한, 각각의 계수값들을 Table 5에 정리하였는데, 농도의 변화에 따른 실험상수 값의 변화를 보면 (18)식에서 케이크의 제거항에 관련된  $k_3$  항만이 농도가 증가함에 따라 감소하는 경향을 보였다. 그러나 다른 실험상수 값들은 농도 변화에 상관없이 거의 일정한 값을 유지하고 있다.

4.4. 입자 크기에 따른 영향 및 모델식의 적용

농도와 회전속도를 일정하게 유지하며 입자의 크기가 각각 5, 20, 50  $\mu\text{m}$ 인 MB20X-5, MBX-20, MBX-50을 사용하여 시간에 따른 케이크의 저항의 변화를 도시한 것이 Fig. 10이다. 그 결과로부터 입자의 크기가 감소함에 따라 케이크의 저항이 커지는 것을 알 수 있

었다. 작은 입자일수록 막의 기공까지도 막을 확률이 더 커지고, 큰 입자는 막의 표면에만 부착되고 표면에 부착된 입자들은 전단력에 의해 제거될 확률이 증가하게 된다. 따라서, 막의 기공보다 작은 입자들을 많이 함유한 슬러리가 오염이 더 잘 발생하게 된 것이다. 한편, Fig. 10에서 실험결과와 선으로 표시된 모델식에 의한 결과를 비교해 보면, 역시 모델식으로 구한 값이 실험결과와 잘 일치하고 있다. 또한, 구한 각각의 계수값들을 정리한 것이 Table 6인데, 실험상수 값은 막의 초기저항을 고려한 초기 실험으로부터 구하기 때문에 막의 초기조건에 따라 모두 다르게 나타났다. 다만, 슬러리의 평균입자 크기가 5  $\mu\text{m}$  (MB20X-5)에서 20  $\mu\text{m}$  (MBX-20)으로 커졌을 때 케이크의 제거에 관련된  $k_3$  값은 뚜렷하게 감소하였다.

## 5. 결 론

테일러 와류 흐름 여과기를 사용하여 막의 회전속도, 슬러리의 농도, 슬러리 내의 입자의 크기에 따라 여과의 저항으로 작용하는 케이크층의 저항을 실험을 통하여 구하였다. 막의 회전속도를 800 rpm까지 증가시킬 때, 회전에 의해 생기는 전단력에 의해 막 표면에 형성되는 케이크층의 제거효과가 뚜렷하게 나타났고, 여과선속이 현저하게 감소함을 알 수 있었다. 또한, 여과선속은 압력차에 비례하고 저항에 반비례하였으며, 회전속도가 증가할수록 케이크 저항이 감소하고 짧은 시간에 준정상 상태에 도달하였다.

한편, 슬러리의 농도를 변화시키며 시간에 따른 저항의 변화를 관찰한 결과, 슬러리의 농도를 증가시킬수록 초기 저항이 급격히 증가하였고 높은 저항값에서 준정상 상태가 유지되었으나, 준정상 상태에 도달하는 시간은 농도에 무관하였다. 또한, 입자 크기에 따른 여과선속의 실험 결과, 입자 크기가 작을수록 케이크 저항이 더 크게 나타남을 관찰하였는데, 입자 크기가 작을수록 막 기공을 막을 확률이 더 높고 전단력에 의해 영향을 덜 받기 때문일 것이다.

본 연구에서 유체의 이동현상에 근거하여 제안된 모델식은 입자의 퇴적항과 제거항으로 나누어져 있는데, 각각의 회전 각속도에서 구한 계수의 평균값을 모델식에 대입하여 계산한 케이크의 저항값은 실험값과 잘 일치하였다. 또한, 본 연구에서 유도한 모델식을 이용하여 구한 저항값은 슬러리의 농도 및 입자의 크기 변화에 따른 실험 결과를 각각 잘 예측하였다.

## 감 사

본 연구는 LG화학과 한국과학재단 목적기초연구(No. R01-2000-000-00329-0) 지원으로 수행되었기에 이에 감사 드립니다. 공저자인 김현우는 현재 금강고려화학 중앙연구소 노모모개발팀에서 선임연구원으로 근무하고 있습니다.

## 참 고 문 헌

1. J. Murkes, "Low-shear and High-shear Crossflow Filtration", *Filtr. & Separ.*, **23**, 364-365 (1986).
2. 김미희, 박진용, "제지폐수 재활용을 위한 관형 탄소계 세라믹 한외여과장치에서 물 역세척의 막오염 제어 효과", *멤브레인*, **11**(4), 190-203 (2001).
3. W. Tobler, "Dynamic Filtration; The Engineering concept of the Escher Wyss Pressure Filter", *Filtr. & Separ.*, **16**, 630-632 (1979).
4. S. Wroński, L. Rudniak, and E. Molga, "Resistance Model for High-shear Dynamic Microfiltration", *Filtr. & Separ.*, **26**, 418-420 (1989).
5. A. Rushton, and G. S. Zhong, "Rotary Microporous Filtration of Organic and Inorganic Particles", Institution of Chemical Engineers Symposium series No. 113; Solid Liquid Separation Practice 3, 167-177, Chamelton press, London (1989).
6. A. Margaritis, and C. R. Wilke, "The Rotorfermentor I. Description of the Apparatus, Power Requirements, and Mass Transfer Characteristics", *Biotech. & Bioeng.*, **20**, 709-726 (1978).
7. K. H. Kroner and H. Schütte, "Dynamic Filtration of Microbial Suspensions", International Technical Conference on Membrane Separation Processes, Brighton, UK, 24-26 (1986).
8. Murase, E. Iritani, P. K. Chidphong, K. Atsumi, and M. Shirato, "High-speed Microfiltration Using a Rotating Cylindrical Ceramic Membrane", *Ronbunshu*, **15**, 637-646 (1989).
9. J. Y. Park, C. K. Choi, and J. J. Kim, "A Study on Dynamic Separation of Silica Slurry Using a Rotating Membrane Filter: 1. Experiments and Filtrate Fluxes", *J. Membr. Sci.*, **97**, 263-273 (1994).
10. G. I. Taylor, "Fluid Friction Between Rotating Cylinder", *Proc. Roy. Soc. A*, **223**, 289-343 (1923).
11. S. Chandrasekhar, "The Stability of Spiral Flow Between Cylinders", *Proc. Roy. Soc. A*, **265**, 188-197 (1962).
12. K. Atsumi, T. Makno, K. Kato, T. Murase, E. Iritani, P. Chidphong, and M. Shirato, "Frictional Resistance of Grooved Rotor in Cylindrical Dynamic Filter Chamber Without Permeation or Throughflow", *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, **14**, 16-19 (1988).

13. D. Q. Kern, and R. E. Seaton, "A Theoretical Analysis of Thermal Surface Fouling", *Br. Chem. Eng.*, **4**, 258-262 (1959).
14. J. Y. Park, Ph.D. Thesis, Seoul National University, Seoul (1992).
15. N. Epstein, "The Velocity Effect on Initial Fouling Rates", *Israel Chem. Eng.*, April, 32-37 (1993).
16. J. Hermia, "Constant Pressure Blocking Filtration Laws, Application to Power-Law Non-Newtonian Fluids", *Trans, Ind. Chem, Eng.*, **60**, 183-187 (1982).
17. F. Vařak, B. D. Bowen, C. Y. Chen, F. Kastanek, and N. Epstein, "Fine Particle Deposition in Laminar and Turbulent Flows", *Cad. J. Chem. Eng.*, **73**, 785-792 (1995).
18. E. L. Cussler, "Diffusion; Mass Transfer in Fluid Systems", Cambridge University Press (1984).
19. L. M. Charma, "A Theoretical and Experimental Study of Particulate Fouling in Enhanced Tubes", The Pennsylvania State University (1992).
20. H. Muller-Steihagen, F. Rief, N. Epstein, and A. P. Watkinson, "Influence of Operating Conditions on Particulate Fouling", *Can. J. Chem. Eng.*, **66**, 42-50 (1988).