

# 비소멸 모드 해석을 이용한 유전체 삽입 원통형 공동 공진기 하이브리드 공진 모드 구분

## A Hybrid Resonant Mode Identification using Non-decaying Mode Analysis in Dielectric Loaded Cylindrical Cavity Resonators

이 원 희 · 허 정\*

Won-Hui Lee · Jung Hur\*

### 요 약

유전체 봉이 삽입된 원통형 공진기의 정밀한 필드 해석이 비소멸 모드와 컨투어 그래프 방법에 의해 제안되었다. 공진주파수들과 저차 모드들이 유전체 봉이 삽입된 원통형 공진기에 대해 계산되었다. 공진기의 설계를 위해 모드 차트가 제안되었다. 비소멸 모드 해석을 사용하여 하이브리드 모드들(TE, TM, HEM 모드)이 상세하게 해석되었고, 모드 차트를 완성하였다. 이론적 타당성은 실험에 의해 확인하였다. 이론과 실험 결과는 전반적으로 만족하였다. TE 모드, TM 모드, HEM 모드의 실험값과 이론값의 평균 오차는 각각 0.20 %, 0.14 %, 0.28 %이다.

### Abstract

A rigorous field analysis by the non-decaying mode and the contour graph method is presented for dielectric-rod loaded cylindrical cavity resonators. Resonant frequencies and the lowest order modes for this resonator are calculated. The mode charts are presented to design the resonators. TE mode(transverse electric or H mode, having no Ez), TM mode(transverse magnetic or E mode, having no Hz) and HEM mode(hybrid electromagnetic mode, having non-zero Ez and Hz) are analyzed in detail using non-decaying mode method. The mode charts are completed. The validity of the theory is confirmed by experiments. The results were on the whole satisfactory. Experimental measurements show excellent agreement with the numerical results. The average error of TE, TM, and HEM mode is about 0.20 %, 0.14 %, and 0.28 %, respectively.

Key words : Non-Decaying Mode, Contour Graph, Dielectric-rod, Cylindrical Cavity Resonators

### I. 서 론

최근 유무선 정보통신 분야의 급속한 발전과 더불어 많은 양의 정보 전달과 빠른 처리 속도의 필요성이 대두되고 있는 가운데 마이크로파 관련 산업은 고부가 가치의 사업으로 부상하고 있다. 이러한 상황과 부합하여 많은 소자들의 특성을 개선하려는

노력들이 여러 곳에서 이루어지고 있다. 그 중 하나는 공진기를 이용한 응용 예를 들 수 있다. 마이크로파 회로에 많이 사용하는 공진기로는 lumped elements, distributed transmission lines, cavity, 링(ring), 유전체 공진기(dielectric resonator), 유전체가 삽입된 공진기가 있다. 공진기를 발진기(oscillator) 혹은 여파기(filter)와 같은 마이크로파 회로에 사용

「본 논문은 건국대학교 박사학위 논문임(2003년 2월, 건국대2002(박)0015).」

LG전자(주) 디지털 어플라이언스 연구소(LG Electronics Inc., DA Lab.)

\*건국대학교 전자·정보통신공학과(Dept. of Electronics, Information & Communication Eng., Konkuk University)

· 논문 번호 : 20030324-047

· 수정완료일자 : 2003년 5월 3일

하기 위해서는 높은 Q(quality factor)와 저 손실(low loss)의 특성을 가져야 한다<sup>[1]</sup>. 높은 Q와 저손실의 관점에서 최근 관심의 대상이 되고 있는 것은 유전체가 삽입된 공진기이다. 유전체가 삽입된 공진기에는 전자계가 유전체에 집중되기 때문에, 공진기의 옆면 도체 벽과 윗면 도체 벽에서의 손실을 줄일 수 있어서 높은 Q를 얻을 수 있다. 그림 1은 CST사의 MWS 4.2를 이용하여 빈 원통형 공진기에서의  $TM_{111}$  모드의 공진주파수와 테플론 봉이 삽입된 원통형 공진기의  $TM_{111}$  모드의 공진주파수를 모의실험 해본 결과이다. 유전체 봉이 삽입된 경우가 빈 원통형 공진기에 비해 Q 값이 높은 것을 확인할 수 있었다. Q 값의 차이가 크지 않지만, 테플론보다 손실이 적은 유전체를 삽입하였을 경우에는 이보다 더 큰 Q 값의 차이를 나타낼 것이다.

유전체가 삽입된 공진기의 높은 Q와 저손실의 특성을 여파기(filter), 발진기(oscillator) 등과 같은 소자에 이용하면 최적의 특성을 갖는 소자를 개발할 수 있다. 그러나 유전체가 삽입된 공진기의 경우 단순한 공동 공진기(cavity resonator)에 비해 특성 해석이 매우 어려워 이론적으로 설계한 결과를 실제 제작하는데 이용하기에는 많은 어려움이 있다.

본 논문에서는 유전체 삽입 원통형 공진기를 해석하는 과정 중에 도출된 초월 방정식을 풀기 위하여, contour graph 방법을 이용하였다. Contour graph 방법은 그래프를 이용하는 방법으로써, 공진기 내부에서 유전체 바깥쪽 영역의 전자계 변화를 정확하게 표현하여 공진주파수를 계산하는 방법이다. 특성 방정식을 해석하는 과정이 쉽고, 전체적인 공진주파수 그래프를 간단히 구할 수 있게 되므로, 공진주파

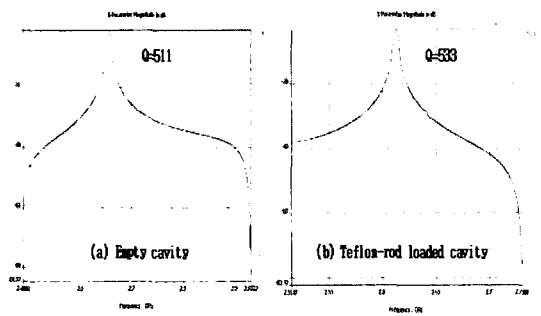


그림 1. Q 값의 비교  
Fig. 1. A comparison of quality factor(Q).

수를 정확하게 구할 수 있고, 공진주파수의 모드도 구분할 수 있다. 또한 기존의 많은 방법들이 공진기 내부에서 유전체 바깥쪽 영역의 전자계 변화를 소멸 모드(decaying mode)를 이용하여 표현하여 비유전율이 높은 경우를 가정하여 해석하였다면, 본 논문에서는 비소멸 모드(non-decaying mode)를 이용하여 정확한 해석이 가능하도록 하였다<sup>[2]~[6]</sup>. 또한 비소멸 모드를 이용한 정확한 전자계 식을 바탕으로 유전체 봉이 삽입된 공진기 내부의 모든 공진 모드를 정확히 찾도록 하였다. 그림 2는 비소멸 모드가 소멸 모드에 비해 더 정확함을 보여주는 그림이다. 비교 대상은 비소멸 모드, Harrington의 해<sup>[7]</sup>, 소멸 모드이다. 그림 2를 보면 Harrington의 식은 유전체 봉의 반지름이 작을수록 정확한 결과를 얻고, 소멸 모드는 유전체 봉 반지름이 클 때 정확한 결과를 갖는다. 이에 반해 비소멸 모드는 유전체 봉의 반지름이 작거나 크거나에 관계없이 정확한 해를 갖는다.

유전체가 삽입된 공진기에서 발생할 수 있는 하이브리드(hybrid) 모드는 TE 모드(transverse electric or H mode, having no  $E_z(E_z=0)$ ), TM모드(transverse magnetic or E mode, having no  $H_z(H_z=0)$ ), HEM 모드(hybrid electromagnetic mode, having non-zero  $E_z$  and  $H_z$ ) 등이 있다<sup>[7]~[10]</sup>. 본론에서는 이러한 하이

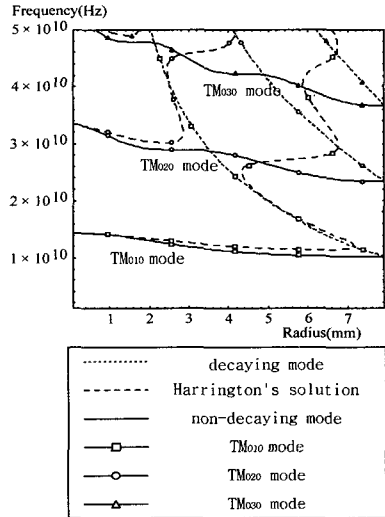


그림 2. 동심 유전체 봉의 반지름 변화에 따른 공진 주파수 그래프( $\epsilon_r=2.06$ )  
Fig. 2. The resonant frequency variation with the radius of dielectric rod( $\epsilon_r=2.06$ ).

브리드 모드를 비소멸 모드의 정확한 전자계 식을 이용하여 찾는 방법들과 최종적인 모드 차트(mode chart)에 관한 내용들에 대해 기술하겠다.

### II. 유전체 봉이 삽입된 원통형 공진기

동심 유전체 봉(concentric dielectric rod)이 삽입된 원통형 공진기의 전자계는 속이 빈 원통형 공진기(cylindrical cavity resonator)와 거의 유사하게 표현할 수 있다. 차이점은 공동 공진기 내부의 중심에 놓인 동심 유전체 봉 안쪽 영역과 바깥쪽 영역에서의 전자계가 다르고, 전자계는 비유전율이 높은 쪽으로 집중되기 때문에, 감쇠하는 형태의 정재파를 형성한다는 것이다. 매질의 변화는 각 매질에서의 파수(wave number)  $k$ 가 변화함을 의미하고, 이러한 구조에 대해서는 반지름 방향의 파수  $k_\rho$ 가 다르다는 것을 의미한다. 즉, 영역의 변화에 따라 전자계는 변화하게 되므로, 각 영역에 대하여 파동함수를 결정 한 후 경계조건을 적용하여 그 구조에 대한 특성을 결정지을 수 있다. 해석하고자 하는 구조를 그림 3에 보인다. 동심 유전체 봉이 삽입된 원통형 공진기는 그림 3에서와 같이 영역 1로 표시된 유전체 봉 영역과 영역 2로 표시된 동심 유전체 봉 바깥쪽으로 구분한다. 영역 1과 2에서 축 방향의 전자계를 일치시키고, 반지름 방향의 전자계 변화만을 살펴보기 위하여 그림에서와 같이 동심 유전체 봉과 공진기 사이의 축 방향의 틈(gap)은 존재하지 않는다. 그림 3에서  $a$ 는 동심 유전체 봉의 반지름,  $d$ 는 공동 공진기의 반지름 그리고  $l$ 은 공동 공진기 및 동심 유전체 봉의 높이를 나타낸다.

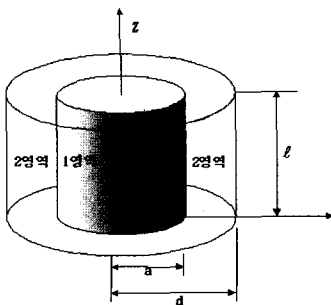


그림 3. 동심 유전체 봉이 삽입된 원통형 공진기  
Fig. 3. The cylindrical cavity resonator with concentric dielectric rod.

### III. HEM 모드의 전자계 해석

HEM(hybrid electromagnetic) 모드는 z 방향으로 파가 진행하고 있을 때 전계의 z 방향 성분과 자계의 z 방향 성분이 0이 아닌(having non-zero  $E_z$  and  $H_z$ ) 모드이다. 유전체 봉이 삽입된 경우에 발생할 수 있는 하이브리드 모드는 TE, TM, HEM 모드가 있다. 본 논문에서는 모든 하이브리드 모드를 모두 해석하고자 하나, HEM 모드 전자계 속에는 TE나 TM 모드의 전자계가 포함되어 있으므로 HEM 모드에 한해 한정적으로 기술하고, HEM 모드 전자계 속의  $E_z$  또는  $H_z$ 를 0으로 만들어 HEM 모드 전자계 속에 포함된 TE나 TM 모드도 함께 도출하기로 한다. 맥스웰 방정식에 의한 HEM 모드의 전자계 식을 구해 보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} H_\rho &= \frac{1}{k_\rho^2} \left( \frac{\partial^2 H_z}{\partial z \partial \rho} + j\omega\epsilon \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \right) \\ H_\phi &= \frac{1}{k_\rho^2} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 H_z}{\partial z \partial \phi} - j\omega\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial \rho} \right) \\ E_\rho &= \frac{1}{k_\rho^2} \left( \frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial \rho} - j\omega\mu \frac{1}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right) \\ E_\phi &= \frac{1}{k_\rho^2} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial \phi} + j\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, 파수(wave number)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$k = \omega\sqrt{\epsilon\mu}, \quad k_\rho^2 = k^2 - k_z^2 \quad (2)$$

여기에서  $E_z=0$ 일 경우 식 (1)은 다음과 같이 TE 모드로 환원된다.

$$\begin{aligned} H_\rho &= \frac{1}{k_\rho^2} \left( \frac{\partial^2 H_z}{\partial z \partial \rho} \right) \\ H_\phi &= \frac{1}{k_\rho^2} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 H_z}{\partial z \partial \phi} \right) \\ E_\rho &= -\frac{1}{k_\rho^2} \left( j\omega\mu \frac{1}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right) \\ E_\phi &= \frac{1}{k_\rho^2} \left( j\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right) \\ H_z &= C_+ J_n(k_\rho \rho) + C_- Y_n(k_\rho \rho) \sin(n\phi) \cdot \\ &\quad (D_+ e^{-jk_z z} + D_- e^{+jk_z z}) \end{aligned} \quad (3)$$

또,  $H_z=0$ 일 경우는 식 (1)은 다음과 같이 TM 모

드로 환원된다.

$$\begin{aligned}
 H_\rho &= \frac{1}{k_\rho^2} \left( j\omega\epsilon \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \right) \\
 H_\phi &= -\frac{1}{k_\rho^2} \left( j\omega\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial \rho} \right) \\
 E_\rho &= \frac{1}{k_\rho^2} \left( \frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial \rho} \right) \\
 E_\phi &= \frac{1}{k_\rho^2} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial \phi} \right) \\
 E_z &= A_+ J_n(k_\rho \rho) + A_- Y_n(k_\rho \rho) \cos(n\phi) \\
 &\quad (B_+ e^{-jk_z z} + B_- e^{+jk_z z}) \quad (4)
 \end{aligned}$$

그림 3과 같은 유전체 봉이 삽입된 원통형 공진기에서의 HEM 모드의 전자계 해를 계산하기 위해, 우선적으로 수행하여야 할 일은 유전체 영역  $0 \leq \rho \leq a$ 에서의 경계조건을 적용하는 것이다. 경계조건을 적용하여 계산한  $E_z$ 와  $H_z$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 E_{z1} &= A J_n(k_{\rho 1} \rho) \cos(n\phi) \cos k_z z \\
 H_{z1} &= B J_n(k_{\rho 1} \rho) \sin(n\phi) \sin k_z z \quad (5)
 \end{aligned}$$

위 두 식을 맥스웰 방정식에 의한 전자계 식인 식 (1)에 대입하면 1영역의 전자계 식을 계산할 수 있다.

영역 1 (유전체 영역)에서의 전자계 식은

$$\begin{aligned}
 H_{\rho 1} &= \left( \frac{B k_z}{k_{\rho 1}} J_n'(k_{\rho 1} \rho) - j \frac{A n \omega \epsilon_1}{k_{\rho 1}^2} J_n(k_{\rho 1} \rho) \right) \sin(n\phi) \cos k_z z \\
 H_{\phi 1} &= \left( \frac{B n k_z}{k_{\rho 1}^2} J_n(k_{\rho 1} \rho) - j \frac{A \omega \epsilon_1}{k_{\rho 1}} J_n'(k_{\rho 1} \rho) \right) \cos(n\phi) \cos k_z z \\
 E_{\rho 1} &= \left( -\frac{A k_z}{k_{\rho 1}} J_n'(k_{\rho 1} \rho) - j \frac{B n \omega \mu}{k_{\rho 1}^2} J_n(k_{\rho 1} \rho) \right) \cos(n\phi) \sin k_z z \\
 E_{\phi 1} &= \left( \frac{A n k_z}{k_{\rho 1}^2} J_n(k_{\rho 1} \rho) + j \frac{B \omega \mu}{k_{\rho 1}} J_n'(k_{\rho 1} \rho) \right) \sin(n\phi) \sin k_z z \quad (6)
 \end{aligned}$$

로 정리될 수 있다.

여기서  $J_n'(k_{\rho 1} \rho) = \frac{dJ_n(k_{\rho 1} \rho)}{d(k_{\rho 1} \rho)}$  이다.

영역 2 (공기 영역)의 전자계 해를 계산하기 위해  $a \leq \rho \leq d$ 에서의 경계조건을 적용하면,

$$\begin{aligned}
 E_{z2} &= A P_{nE}(k_{\rho 2} \rho) \cos(n\phi) \cos k_z z \\
 H_{z2} &= B P_{nH}(k_{\rho 2} \rho) \sin(n\phi) \sin k_z z \\
 H_{\rho 2} &= \left( \frac{B k_z}{k_{\rho 2}} P_{nH}'(k_{\rho 2} \rho) - j \frac{A n \omega \epsilon_2}{k_{\rho 2}^2} P_{nE}(k_{\rho 2} \rho) \right) \sin(n\phi) \cos k_z z \\
 H_{\phi 2} &= \left( \frac{B n k_z}{k_{\rho 2}^2} P_{nH}(k_{\rho 2} \rho) - j \frac{A \omega \epsilon_2}{k_{\rho 2}} P_{nE}'(k_{\rho 2} \rho) \right) \cos(n\phi) \cos k_z z
 \end{aligned}$$

$$E_{\rho 2} = \left( -\frac{A k_z}{k_{\rho 2}} P_{nE}'(k_{\rho 2} \rho) - j \frac{B n \omega \mu}{k_{\rho 2}^2} P_{nH}(k_{\rho 2} \rho) \right) \cos(n\phi) \sin k_z z$$

$$E_{\phi 2} = \left( \frac{A n k_z}{k_{\rho 2}^2} P_{nE}(k_{\rho 2} \rho) + j \frac{B \omega \mu}{k_{\rho 2}} P_{nH}'(k_{\rho 2} \rho) \right) \sin(n\phi) \sin k_z z$$

여기에서,

$$P_{nE}(k_{\rho 2} \rho) = J_n(k_{\rho 1} a) \frac{J_n(k_{\rho 2} d) Y_n(k_{\rho 2} \rho) - Y_n(k_{\rho 2} d) J_n(k_{\rho 2} \rho)}{J_n(k_{\rho 2} d) Y_n(k_{\rho 2} a) - Y_n(k_{\rho 2} a) J_n(k_{\rho 2} a)}$$

$$P_{nH}(k_{\rho 2} \rho) = J_n(k_{\rho 1} a) \frac{J_n'(k_{\rho 2} d) Y_n(k_{\rho 2} \rho) - Y_n'(k_{\rho 2} d) J_n(k_{\rho 2} \rho)}{J_n'(k_{\rho 2} d) Y_n(k_{\rho 2} a) - Y_n'(k_{\rho 2} a) J_n(k_{\rho 2} a)} \quad (7)$$

로 기술된다. 여기서 각각 A, B를 소거시켜 TE, TM 모드에 대한 전자계 식을 정리할 수 있다. B를 소거하면 즉, B=0로 놓으면  $H_z=0$ 이 되기 때문에 TM 모드로 환원된다.

TM 모드에 대한 식은 1 영역에서

$$\begin{aligned}
 E_{z1} &= A J_n(k_{\rho 1} \rho) \cos(n\phi) \cos k_z z \\
 H_{\rho 1} &= \left( -j \frac{A n \omega \epsilon_1}{k_{\rho 1}^2} J_n(k_{\rho 1} \rho) \right) \sin(n\phi) \cos k_z z \\
 H_{\phi 1} &= \left( -j \frac{A \omega \epsilon_1}{k_{\rho 1}} J_n'(k_{\rho 1} \rho) \right) \cos(n\phi) \cos k_z z \\
 E_{\rho 1} &= \left( -\frac{A k_z}{k_{\rho 1}} J_n'(k_{\rho 1} \rho) \right) \cos(n\phi) \sin k_z z \\
 E_{\phi 1} &= \left( \frac{A n k_z}{k_{\rho 1}^2} J_n(k_{\rho 1} \rho) \right) \sin(n\phi) \sin k_z z \quad (8)
 \end{aligned}$$

로 주어지며, 2 영역에서는

$$\begin{aligned}
 E_{z2} &= A P_{nE}(k_{\rho 2} \rho) \cos(n\phi) \cos k_z z \\
 H_{\rho 2} &= \left( -j \frac{A n \omega \epsilon_2}{k_{\rho 2}^2} P_{nE}(k_{\rho 2} \rho) \right) \sin(n\phi) \cos k_z z \\
 H_{\phi 2} &= \left( -j \frac{A \omega \epsilon_2}{k_{\rho 2}} P_{nE}'(k_{\rho 2} \rho) \right) \cos(n\phi) \cos k_z z \\
 E_{\rho 2} &= \left( -\frac{A k_z}{k_{\rho 2}} P_{nE}'(k_{\rho 2} \rho) \right) \cos(n\phi) \sin k_z z \\
 E_{\phi 2} &= \left( \frac{A n k_z}{k_{\rho 2}^2} P_{nE}(k_{\rho 2} \rho) \right) \sin(n\phi) \sin k_z z \quad (9)
 \end{aligned}$$

로 기술된다. 여기에서

$$P_{nE}(k_{\rho 2} \rho) = J_n(k_{\rho 1} a) \frac{J_n(k_{\rho 2} d) Y_n(k_{\rho 2} \rho) - Y_n(k_{\rho 2} d) J_n(k_{\rho 2} \rho)}{J_n(k_{\rho 2} a) Y_n(k_{\rho 2} d) - Y_n(k_{\rho 2} a) J_n(k_{\rho 2} d)}$$

이다. 같은 방법으로 TE 모드에 대한 식은 A를 소거시켰을 경우이며, 즉 HEM 모드 전자계 식에서 A=0이 되면  $E_z=0$ 이 되어 TE 모드의 전자계 식으로 환원된다.

식 (6), 식 (7)에 경계조건을 적용하면, 경계조건식을 구할 수 있고, 경계조건식들에서 좌변은 좌변끼리 우변은 우변끼리 모두 곱해서 정리를 하면 다음과 같은 HEM 모드의 특성 방정식을 구할 수 있다.

$$\frac{\pi^4}{a^4} \left( \frac{\epsilon_1}{k_{\rho 1}^2} - \frac{\epsilon_2}{k_{\rho 2}^2} \right)^2 \left( \frac{1}{k_{\rho 1}^2} - \frac{1}{k_{\rho 2}^2} \right)^2 J_n(k_{\rho 1} a)^4$$

$$= \left( -\frac{\epsilon_1}{k_{\rho 1}} \frac{J_n'(k_{\rho 1} a)}{J_n(k_{\rho 1} a)} + \frac{\epsilon_2}{k_{\rho 2}} \frac{J_n'(k_{\rho 2} a) Y_n(k_{\rho 2} d) - Y_n'(k_{\rho 2} a) J_n(k_{\rho 2} d)}{J_n(k_{\rho 2} a) Y_n(k_{\rho 2} d) - Y_n(k_{\rho 2} a) J_n(k_{\rho 2} d)} \right)^2$$

$$\left( -\frac{1}{k_{\rho 1}} \frac{J_n'(k_{\rho 1} a)}{J_n(k_{\rho 1} a)} + \frac{1}{k_{\rho 2}} \frac{J_n'(k_{\rho 2} a) Y_n'(k_{\rho 2} d) - Y_n'(k_{\rho 2} a) J_n'(k_{\rho 2} d)}{J_n(k_{\rho 2} a) Y_n'(k_{\rho 2} d) - Y_n(k_{\rho 2} a) J_n'(k_{\rho 2} d)} \right)^2$$

(10)

위 특성 방정식을 그래프로 그리면, 그림 4와 같은 3D 그래프와 그것을 contour graph 방법을 이용하여 그린 2D 그래프를 얻을 수 있다. 그림 4(a)는 HEM 특성 방정식을 이용하여 그린 HEM<sub>2m1</sub> 모드의 3D 그래프이고, 그림 4(b)는 3D 그래프의 z축 방향이 1인 부분을 contour로 그려준 2D 그래프이다. Contour graph는 본질적으로 구하고자 하는 함수의 지형도(topographic map)이다. Contour들은 독립적인 두개의 변수가 만들어 내는 2차원 평면상에 동일한 함수 값을 갖는 점들을 연결한 폐곡선들이다. 따

라서 contour 값 즉, f(x, y) = z에 대하여, 변수 x와 y의 해들을 구하는 방법이다. 유전체 봉이 삽입된 원통형 공진기를 예로 들면, 공진주파수와 유전체 반지름을 미지수로 갖고, 초월 방정식 형태를 취한 특성 방정식이 얻어졌다고 가정할 수 있다. 특성 방정식을 두 개의 변수를 갖는 함수의 형태로 변환하고, 두 개의 변수를 갖는 함수의 값이 0 또는 1이 되는 점들의 contour graph를 그린다. 이 때의 contour들은 특성 방정식을 만족하는 점들이므로, 그 점들이 공진기에 대한 공진주파수와 유전체의 반지름이 된다. 이 때의 유전체 봉의 크기는 반지름 2.5 mm, 높이 5 mm, 공진기의 크기는 반지름 7.5 mm, 높이 5 mm이다. 유전체의 재질은 비유전율 9.4인 사파이어를 이용하여 계산하였다. 반지름(ρ) 방향 변화의 수에 따른 그래프이므로, 그래프의 아래 선부터 차례대로 HEM<sub>211</sub>, HEM<sub>221</sub>, HEM<sub>231</sub>, HEM<sub>241</sub> 모드로 나타낼 수 있다.

#### IV. 실험 및 검토

원통형 공동 공진기 안쪽에 반지름이 각각 다른 동심 유전체 봉을 삽입하여 유전체 봉의 반지름 변화에 따른 공진주파수의 변화를 확인하였다. 유전체 봉 샘플(sample)은 총 7개가 제작되었다. 유전체 봉 샘플의 반지름을 a=2 mm에서부터 1 mm씩 점차적으로 증가시켰고, 마지막 샘플은 공동 공진기의 반지름과 같은 a=7.5 mm로 제작하였다. 유전체 봉 샘플로 사용된 재료는 비유전율 ε<sub>r</sub>=2.06인 테플론(TEFLON)이다. TE 모드와 TM 모드, HEM 모드에 대한 여기를 위해서는 커플링(coupling)하는 방법의 선택이 필요하다. 특별한 모드를 여기하기 위해 루프(loop) 모양의 프로브(probe)를 이용해서 전계의 ϕ 방향 성분이나 자계의 ϕ 방향 성분을 여기(excitation)하였다. 이론적으로는 루프가 공진기의 바닥 면과 수평하게 되었을 때는 전계의 ϕ 방향 성분이 여기되고 자계의 z 방향 성분이 생겨서 TE 모드가 주로 발생한다. 루프를 공진기의 바닥 면과 수직하게 놓았을 경우에는 반대로 전계의 z 방향 성분이 생겨서 TM 모드가 여기된다. 유전체 봉 샘플의 높이는 원통형 공진기 안쪽에서 영역 1과 영역 2의 전자계의 변화를 축 z 방향에 대해서는 일치시키고, 단지 반지름 ρ 방향에 대해서만 다르게 하기 위하여 원통

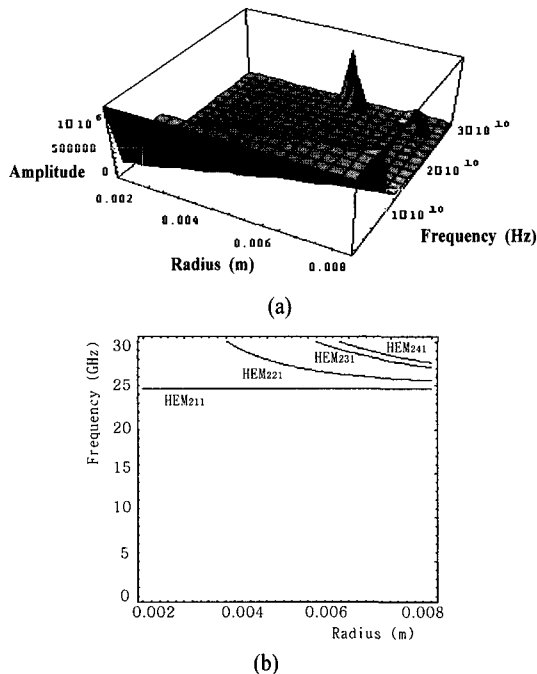


그림 4. HEM<sub>2m1</sub> 모드의 3D 그래프(a)와 HEM<sub>2m1</sub> 모드의 Contour graph(b)  
 Fig. 4. 3D graph of HEM<sub>2m1</sub> mode(a) and Contour graph of HEM<sub>2m1</sub> mode(b).



그림 5. UT-47로 제작된 loop형 feed line  
Fig. 5. Loop feed line of UT-47.

형 공동 공진기 안쪽의 높이가 일치되게 하였다. 신호의 입출력은 SMA 커넥터(connector)에 연결된 UT-47 전송 선로(transmission line)을 통해 이루어진다. 이것은 그림 5와 같이 UT-47 전송 선로 끝의 내부 도체(inner conductor)를 루프 모양으로 만들어 외부 도체(outer conductor)와 접촉하게 하여 전자기파를 여기시키도록 되어있다. 이 경우 루프의 방향은 크게 여기시키고자 하는 모드(mode)에 따라서 달라진다. 즉, TE 모드를 여기 시킬 때에는 루프를 수평하게 놓고, TM, HEM 모드를 여기 시킬 때에는 루프를 수직으로 놓는다.

실험에서 정확한 전자계 표현을 확인하기 위하여 사용된 공진 모드는 TE<sub>011</sub> 모드와 TM<sub>010</sub> 모드이다. 유전체가 삽입된 공진기에서 가공 오차를 고려하여 축 방향과 반지름 방향의 미소한 틈이 존재한다고 가정하였을 때, 틈에 의한 공진주파수 편차를 고려해야 한다. 틈에 의한 공진주파수 민감도가 TE<sub>011</sub> 모드와 TM<sub>010</sub> 모드가 가장 작았다<sup>[11]</sup>. 표 1은 TE<sub>011</sub> 모드의 측정치와 계산치 공진주파수를 나타낸 것이다. 공진주파수 계산치는 비소멸 모드로 가정한 전자계 표현에 의한 특성 방정식을 contour graph 방법으로 구한 결과이다. 유전체 봉의 반지름을 변화시키면서 측정된 TE<sub>011</sub> 모드의 측정치와 계산치의 오차는 0.091~0.367 % 정도이다.

표 1. TE<sub>011</sub> 모드의 측정과 계산에 의한 공진주파수  
Table 1. The measured and calculated resonant frequencies of TE<sub>011</sub> mode.

유전체 봉의 반지름(mm)	TE <sub>011</sub> 의 측정치(GHz)	TE <sub>011</sub> 의 계산치(GHz)	오차 (%)
0	25.050	25.073	0.091
2	24.475	24.565	0.367
3	22.675	22.701	0.114
4	20.625	20.667	0.203
5	19.025	19.036	0.057
6	18.000	18.039	0.216
7	17.550	17.602	0.296
7.5	17.488	17.538	0.285

표 2는 TM<sub>010</sub> 모드의 측정치와 계산치 공진주파수를 비교한 것이다. 공진주파수 계산치는 역시 비소멸 모드로 가정한 전자계 표현에 의한 특성 방정식을 contour graph 방법으로 구한 결과이다. TM<sub>010</sub> 모드의 측정치와 계산치의 오차는 0.030~0.246 % 정도이다.

표 1과 2에서 알 수 있듯이, 오차가 있기는 하지만 반지름 a=0 mm에서 a=7.5 mm까지 일정한 간격의 오차를 보여준다. 이러한 현상은 계산된 공진주파수와 측정된 공진주파수 사이에 어떤 특정한 원인에 의해서 오차가 발생한다는 사실을 의미한다. 즉, 실험에 이용된 공진기의 어떤 구조적 원인에 기인하는 것이다. 이론상의 완벽한 공진기와 실제 공진기 사이에는 제작상의 오차가 발생하기 마련이고, 이로 인해서 계산된 공진주파수와 측정된 공진주파수 사이에는 필연적으로 일정한 오차가 발생할 수밖에 없다.

가장 큰 오차 요인은 이론상의 공진기와는 다르게 커플링 프로브를 넣어 주기 위한 구멍이 실제의 공진기에는 존재한다는 것이다. 이로 인해 이론적인 공진기보다 실제 제작된 공진기의 크기가 더 커지는 효과를 가져오게 된다. 이를 보정해 준다면 보다 정확한 공진주파수의 예측이 가능하다. 이외에 동심 유전체 봉이 삽입된 구조가 되어야 하지만, 실제 유전체 봉을 삽입하는 과정에서 중심축을 정확하게 맞추지 못해서 발생하는 오차도 있을 것이다. 실험에 의하여 측정된 공진주파수와 계산된 공진주파수 간의 오차를 보정하기 위한 방법이 필요한데, 오차를 보정하기 위해서 섭동법(perturbation method)을 이용할 수 있다. 섭동법은 실제 제작된 공진기의 구멍

표 2. TM<sub>010</sub> 모드의 측정과 계산에 의한 공진주파수  
Table 2. The measured and calculated resonant frequencies of TM<sub>010</sub> mode.

유전체 봉의 반지름(mm)	TM <sub>010</sub> 의 측정치(GHz)	TM <sub>010</sub> 의 계산치(GHz)	오차 (%)
0	14.400	14.499	0.062
2	12.956	12.969	0.100
3	11.881	11.875	0.051
4	11.075	11.055	0.181
5	10.550	10.524	0.246
6	10.256	10.231	0.244
7	10.119	10.116	0.030
7.5	10.125	10.102	0.227

또는 틸에 의해서 증가된 부피만큼의 전계 에너지와 자계 에너지의 변화에 대해서 공진주파수가 어느 정도 변화하는가를 계산하는 방법이다. 섭동법을 이용하면 어느 정도의 오차를 줄일 수 있지만, Bessel 함수가 포함된 전자계 표현을 적분하는 것이 매우 복잡해진다.

### V. HEM 모드를 포함한 모드 차트

표 3은 공진기의 크기가 반지름 7.5 mm, 높이 5 mm이고, 유전체의 크기가 반지름 2.5 mm, 높이 5 mm인 사파이어(비유전율: 9.4) 봉이 삽입된 구조에서의 식 (10)을 이용해서 HEM<sub>mnq</sub> 모드의 공진주파수를 계산한 결과이다.

그림 6은 측정된 공진주파수 값과 비소멸(non-decaying) 모드로 계산한 공진주파수 값을 비교하여 나타낸 그림이다. 즉, 실험상에서 프로브 여기를 통해 측정된 공진주파수는 어떤 모드인지 알 수 없으므로, 측정된 공진주파수에 이론식으로 구한 TE, TM, HEM 모드의 공진주파수를 모드 매칭시켜 나타낸 그림이다. 구조는 공진기의 크기가 반지름 7.5 mm, 높이 5 mm이고, 유전체의 크기가 반지름 2.5 mm, 높이 5 mm인 사파이어(비유전율 : 9.4) 봉이 삽입된 구조이다. 측정된 공진주파수와 각 모드 별로 계산되어진 공진주파수가 거의 일치함을 볼 수 있는데, 오차를 계산해 보면 평균 오차가 약 0.3 %

표 3. HEM<sub>mnq</sub> 모드의 공진주파수 계산 값  
Table 3. The calculation results of resonant frequency at HEM<sub>mnq</sub> mode.

HEM <sub>mnq</sub> 모드			공진주파수 계산값 (GHz)
m	n	q	
0	1	1	16.802
	1	2	23.921
	2	1	17.988
	2	2	24.965
1	1	1	9.835
	1	2	19.672
	2	1	15.450
	2	2	23.221
2	1	1	9.836
	1	2	19.672
	2	1	22.558
	2	2	28.505

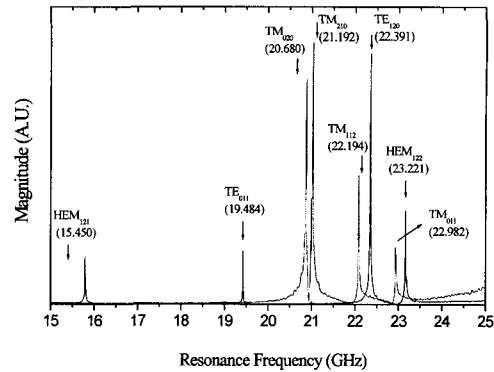


그림 6. TE, TM, HEM 모드를 모두 고려한 모드 차트

Fig. 6. The mode chart contained TE, TM, HEM mode.

인 것을 알 수 있다. 그러나, 아직 HEM의 고차 모드(high-order mode)에 대한 계산 결과와 서로 겹쳐지는 모드에 대한 처리가 앞으로 진행되어야 할 부분으로 남아 있다.

### VI. 결 론

높은 Q 값과 온도 안정도를 갖고 마이크로파 회로에서 많이 응용되고 있는 유전체가 삽입된 원통형 공진기의 공진주파수의 계산과 모드 분석을 보다 쉽고 간편하게 수행하기 위해서 contour graph 방법과 비소멸 모드 방법을 이용하였다. 해석한 구조는 유전체 봉이 삽입된 경우의 원통형 공동 공진기이다. 유전체 봉이 삽입된 원통형 공진기에서는 TE, TM 모드 외에 HEM 모드의 해석을 통해서 모든 모드를 정확히 찾고자 하는 노력을 하였다. 유전체 봉이 삽입된 원통형 공진기 내부의 정확한 전자계 해석을 통한 HEM 모드의 해석을 수행하였다. 유전체 봉이 삽입된 원통형 공진기에 존재할 수 있는 모드들은 TE, TM, HEM 모드 등인데, TE와 TM과 함께 HEM 모드를 해석하여 유전체 삽입 원통형 공진기에 발생할 수 있는 모든 모드를 찾았다. 측정된 공진주파수와 비소멸 모드로 계산한 공진주파수를 비교한 결과 공진주파수가 거의 일치함을 볼 수 있었는데, 오차를 계산해 보면 평균 오차가 TE, TM, HEM 모드 각각 0.20 %, 0.14 %, 0.28 %로 오차가 매우 작은 것을 볼 수 있었다.

본 논문에서는 비소멸 모드의 정확한 전자계 식을 바탕으로 유전체가 삽입된 경우의 모든 공진 모드들을 찾고자 하였다. 이렇게 완성된 모드 차트와 정확한 전자계 분포식, 특성 방정식은 이와 관련된 여러 실험들에 참고 자료가 될 것으로 기대된다.

### 참 고 문 헌

- [1] S. B. Cohn, "Microwave Bandpass Filters Containing High-Q Dielectric Resonators", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-16, pp. 218-227, Apr. 1965.
- [2] T. Itoh, R. S. Rudokas, "New Method for Computing the Resonant Frequencies of Dielectric Resonators", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-25, pp. 52-54, Jan. 1977.
- [3] Z. Y. Shen, C. Wilker, P. Pang, W. L. Holstein, D. Face and D. J. Kountz, "High-Tc superconducting sapphire microwave resonator with extremely high Q-values up to 90 K", *IEEE Trans. on Microwave Theory Tech.*, vol. 40, pp. 2424-2432, 1992.
- [4] K. A. Zaki, A. E. Atia, "Modes in Dielectric-Loaded Waveguide and Resonators", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-31, no. 12, pp. 1039-1045, Dec. 1983.
- [5] R. K. Mongia, P. Bhartia, "Accurate Conductor Q-factor of Dielectric Resonator placed in an MIC environment", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, vol. 41, pp. 445-449, Mar. 1993.
- [6] M. W. Pospieszalski, "Cylindrical Dielectric Resonators and their Applications in TEM line Microwave Circuits", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-27, pp. 2332-2338, Mar. 1979.
- [7] R. F. Harrington, *Time Harmonic Electromagnetic Fields*, McGraw-Hill, 1961.
- [8] P. Guillon, Y. Garault, "Accurate Resonant Frequencies of Dielectric Resonators", *IEEE Trans. on Microwave and Tech.*, vol. MTT-25, no. 11, pp. 916-922, Nov. 1997.
- [9] D. Kajfez, P. Guillon, *Dielectric Resonators*, Artech House, 1986.
- [10] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, Addison-Wesley, 1990.
- [11] 이원희, 강순국, 최홍주, 허정, 이상영, "원통형 공동 공진기를 이용한 유전율 측정 방법에서 측정 모드 선택에 관한 연구", 한국전자과학회 논문지, 10(2), pp. 218-225, 1999년.

### 이 원 희



1998년 2월: 영동대학교 정보전자공학부 전자공학과 (공학사)  
 1998년 3월~1999년 2월: 건국대학교 전자·정보통신공학과 교육조교  
 2000년 2월: 건국대학교 대학원 전자·정보통신공학과 (공학석사)  
 2003년 2월: 건국대학교 전자·정보통신공학과 (공학박사)

현재: LG전자 디지털 어플라이언스 연구소 선임연구원  
 [주 관심분야] 마이크로파 회로 설계 및 마이크로파 응용 시스템 등

### 허 정



1981년: 서울대학교 전자공학과 (공학사)  
 1983년: 서울대학교 전자공학과 (공학석사)  
 1991년: 서울대학교 전자공학과 (공학박사)  
 현재: 건국대학교 전자·정보통신공학과 교수

[주 관심분야] 안테나 및 전파전파, 마이크로파 회로설계, 마이크로파 소자 등