論文2003-40SC-3-2

선형행렬부등식을 이용한 시간지연 특이시스템의 보장비용 제어기 설계방법

(Guaranteed Cost Controller Design Method for Singular Systems with Time Delays using LMI)

金 鍾 海 *

(Jong Hae Kim)

요 약

본 논문에서는 시변 시간지연을 가지는 특이시스템에 대한 보장비용 상태궤환 제어기 설계방법을 제시한다. 보장비용 제어기가 존재할 충분조건과 보장비용 제어기 설계방법 및 보장비용 함수의 상한치를 구하는 최적화 문제를 선형행렬부등식, 특이치 분해(singular value decomposition), 슈어 여수(Schur complements) 정리, 변수 치환 등에 의하여 제시한다. 구한 충분조건은 선형행렬부등식의 형태로 되기 때문에 보장비용 제어기의 이득과 보장비용 함수의 상한치를 포함하는 충분조건의 모든 해를 동시에 구할 수 있다. 또한, 제안한 알고리듬을 이용하면 변수 불확실성과 시변 시간지연을 동시에 가지는 특이시스템에 대한 강인 보장비용 제어기 설계문제에도 쉽게 확장됨을 보인다. 마지막으로, 제안한 알고리듬의 타당성을 수치예제를 통하여 확인한다.

Abstract

This paper is concerned with the problem of designing a guaranteed cost state feedback controller for singular systems with time-varying delays. The sufficient condition for the existence of guaranteed cost controller, the controller design method, and the optimization problem to get the upper bound of guaranteed cost function are proposed by LMI(linear matrix inequality), singular value decomposition, Schur complements, and change of variables. Since the obtained sufficient conditions can be changed to LMI form, all solutions including controller gain and the upper bound of guaranteed cost function can be obtained simultaneously. Moreover, the proposed controller design method can be extended to the problem of robust guaranteed cost controller design method for singular systems with parameter uncertainties and time-varying delays. The validity of the proposed design algorithm is investigated through a numerical example.

Keyword : Guaranteed cost control, robust control, time delay, parameter uncertainty, LMI

Ⅰ. 서 론

상태공간 모델은 매우 유용하지만, 상태 변수가 모든 물리적 의미를 포함하지는 못한다. 따라서, 특이 현상은 선형 동적시스템의 자연스러운 형태이고, 상태변수와 물리적 현상사이의 제약조건 등의 상태공간 모델이 해석하지 못하는 회로 시스템의 임펄스나 히스테리시스

* 正會員, 鮮文大學校 電子情報通信工學部

(Division of Electronics, Information and Communication Engineering, Sunmoon University)

※ 이 논문은 2002년도 선문대학교 교내학술연구비 지원을 받았음

接受日字:2002年9月13日, 수정완료일:2003年4月22日

등의 해석을 가능하게 한다[1, 2]. 특이시스템의 특징들로 인하여 대규모 시스템, 특이 섭동 이론(singular perturbation theory), 제약조건이 있는 기계 시스템 등에서 최근 많은 관심을 가져왔다. 또한, 상태공간 모델을 기초로 하는 제어이론에서 많은 기본적인 개념과 이론들이 특이시스템을 일반화시켜 왔다[3-8].

Chang과 Peng[9]의 연구결과 이래로 보장비용 제어 문제는 상당히 광범위하게 다루어져 왔다[10, 11]. 특히, Petersen 등[12]은 2차(quadratic) 보장비용 제어의 개념을 소개했고, 2차 보장비용 제어기 설계를 위하여 리카티(Riccati) 방정식을 제시하였다. 그러나, 대부분의 시스템에서는 시간지연을 다루지 않았다. 시간지연이 많은 항공기, 화학/공정 제어시스템 등의 제어시스템에서 종종 나타나기 때문에 시간지연을 다루는 것이 필요하다[13, 14]. 시간지연을 가지는 선형 동적시스템의 안정성 해석과 성능은 시간지연이 여러 분야에서 안정성과 직접적인 연관이 있기 때문에 이론적으로 또는 실질적으로 매우 중요하다. 최근 많은 연구가들이 시간지연이 없는 변수 불확실성 시스템에 대한 연구결과를 제시하였다. 그러나 대부분의 논문이 시스템의 안정성과 성능에 영향을 끼치는 변수 불확실성과 시간지연을 동시에 고려하지는 않았다. Yu와 Chu[15]는 선형 불확실성 시간지연 시스템에 대한 보장비용 제어기 설계방법을 선형 행렬부등식 접근방법을 이용하여 제시하였다. 그러나 Yu와 Chu[15]는 단순히 상태에 있는 시간지연을 다루었고 시불변 시간지연을 고려하였다. 최근, Kim[16]은 상태와 제어입력에 시변 시간지연과 변수 불확실성을 가지는 시스템에 대한 보장비용 제어기 설계방법을 제시하였다. 또한, Kim[17]은 시간지연과 불확실성을 가지는 선형 특이시스템에 대한 강인 H_∞ 제어기 설계방법을 제시하였다. 하지만, 시변 시간지연을 가지는 특이시스템에 대한 보장비용 제어기 설계방법에 관한 연구결과는 없는 실정이다. 따라서, 제안한 [16]의 알고리듬을 특이시스템에서도 적용 가능한 알고리듬을 제시하는 것이 본 논문의 목적이다.

따라서, 본 논문에서는 상태와 제어입력에 시변 시간지연을 가지는 선형 특이시스템에 대한 보장비용 제어기 설계방법을 볼록 최적화(convex optimization)가 가능한 선형행렬부등식 방법으로 제어기가 존재할 충분조건과 보장비용 함수의 상한치를 최소화하는 최적화 문제를 제시한다. 또한, 모든 변수의 견지에서 하나의 선형행렬부등식으로 표현되었기 때문에, 제어기 이득과 보장비용 함수의 상한치를 포함하는 모든 해는 선형행렬부등식의 조건으로부터 한번에 구해질 수 있다. 제안한 알고리듬을 이용하면 변수 불확실성과 시변 시간지연을 동시에 가지는 특이시스템에도 쉽게 적용 가능함을 보인다. 마지막으로, 수치예제를 통하여 제안한 알고리듬의 타당성을 확인한다.

본 논문에서 사용하는 표기는 일반적인 기호를 사용한다. $(\cdot)^T$, $(\cdot)^{-1}$, $deg(\cdot)$, $det(\cdot)$, $tr(\cdot)$및 $rank(\cdot)$는 $(\cdot)$에 대한 전치(transpose), 역(inverse), 차수(degree), 행렬식(determinant), 대각합(trace), 계수(rank)를 각각 나타낸다. 그리고, I, I_r, $x_r(t)$ 및 R^r은 적절한 차원을 가지는 단위행렬, $r\times r$ 차원을 가지는 단위행렬, $r\times 1$ 차원의 벡터 및 $r\times 1$ 차원을 가지는 실수 벡터를 각각 의미한다. $*$는 대칭행렬(symmetric matrix)의 주 대각선 아래에 놓이는 요소를 나타낸다. $Diag$는 블록 대각 행렬을 의미한다.

Ⅱ. 특이시스템의 보장비용 제어를 위한 문제설정

시변 시간지연을 가지는 선형 특이시스템

$$
\begin{aligned}
E\dot{x}(t) &= Ax(t) + A_d x(t-d_1(t)) + Bu(t) \\
&\quad + B_d u(t-d_2(t)) \qquad (1) \\
x(t) &= \phi(t),\ t\in[-d,0],\ d=\max\{d_1(t), d_2(t)\}
\end{aligned}
$$

을 다룬다. 여기서, $x(t)\in R^n$ 은 상태, $u(t)\in R^m$ 은 제어입력, E는 $rank(E)=r\le n$을 만족하는 특이행렬이고, $\phi(t)$는 연속시간의 초기함수이다. 그리고, 모든 행렬은 적절한 차원을 가진다. 시변 시간지연은

$$0\le d_i(t) < \infty,\ \dot{d}_i(t)\le\beta_i<1,\ (i=1,2). \qquad (2)$$

으로 정의한다. 특이시스템 (1)의 보장비용 제어기로

$$u(t) = Kx(t) \qquad (3)$$

와 같은 보장비용 상태궤환 제어기를 제안한다. 특이시스템 (1)과 제어기 (3)으로부터 구성한 폐루프 시스템은

$$E\dot{x}(t) = A_K x(t) + A_d x(t-d_1(t)) + B_d Kx(t-d_2(t)) \qquad (4)$$

와 같이 얻어진다. 여기서, $A_K = A + BK$이다. 또한, 보장비용함수는

$$J = \int_0^{\infty} [x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)] dt, \quad (5)$$

으로 정의하고, Q와 R은 양정의(positive definite) 함수이다. 그리고, 특이시스템에 대한 기본적인 성질은 정의 1에서 설명한다.

정의 1 : 시스템 $E\dot{x}(t) = Ax(t)$에 대해서

(i) $det(sE - A) \neq 0$일 때, 시스템은 정규적(regular)이다.

(ii) $rank(E) = deg[det(sE - A)]$의 조건을 만족하면, 시스템은 임펄스프리(impulse free)하다.

(iii) $E\dot{x}(t) = Ax(t)$의 특이시스템이 임펄스프리하다고 가정할 때, 특이시스템이 가지는 모든 모드(mode)가 감소하는 지수 모드이면, 시스템은 점근적으로 안정(asymptotically stable)하다.

정의 2 : 특이시스템 (1)에 대하여, 폐루프 시스템 (4)가 정규적이고 임펄스프리이면서 점근적 안정성을 만족하는 $u^*(t)$와 폐루프 시스템의 보장비용 상한치인 $J \le J^*$가 존재하면, J^*는 보장비용이라고 하고, $u^*(t)$는 시변 시간지연을 가지는 특이시스템에 대한 보장비용 제어기이다.

Ⅲ. 특이시스템을 위한 강인 보장비용 제어기 설계

본 절에서는 특이시스템에 대한 보장비용 제어기가 존재할 충분조건을 구하고, 구한 조건을 볼록 최적화에 의해 해를 구하는 선형행렬부등식으로 적절한 방법으로 변형한다. 또한, 보장비용 함수의 상한치를 구하기 위한 최적화 문제도 제시한다. 그리고, 변수 불확실성과 시변 시간지연을 동시에 가지는 특이시스템에 대한 강인 보장비용 제어기 설계 알고리듬도 제안한다.

보조정리 1 : 폐루프 시스템 (4)에 대하여,

minimize $\bar{J}$ subject to

$$E^T P = PE \ge 0 \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 & PA_d & PB_d \\ * & -(1-\beta_1)S_1 & 0 \\ * & * & -(1-\beta_2)S_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

을 만족하는 역행렬이 존재하는 대칭행렬 P, 양정의 행렬 Q, R, S_1, S_2와 제어이득 K가 존재하면, 제어기 (3)은 정의 2를 만족하는 보장비용 제어기이다. 여기서, 몇 가지 기호는

$$\Psi_1 = A_K^T P + PA_K + S_1 + K^T S_2 K + Q + K^T RK$$

$$\bar{J} = \phi(0)^T E^T P \phi(0) + \int_{-d_1(0)}^{0} \phi(\tau)^T S_1 \phi(\tau) d\tau + \int_{-d_2(0)}^{0} \phi(\tau)^T K^T S_2 K \phi(\tau) d\tau$$

으로 정의된다.

증명 : 먼저, 적절한 리아푸노프(Lyapunov) 후보함수를 (6)의 성질을 만족하는

$$V(x(t)) = x(t)^T E^T P x(t) + \int_{t-d_1(t)}^{t} x(\tau)^T S_1 x(\tau) d\tau + \int_{t-d_2(t)}^{t} x(\tau)^T K^T S_2 K x(\tau) d\tau \quad (8)$$

의 함수로 선정한다. 폐루프 시스템 (4)의 해를 따라서 시간에 대한 미분을 취하면

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) &= \dot{x}(t)^T E^T P x(t) + x(t)^T P E \dot{x}(t) \\ &+ x(t)^T S_1 x(t) + x(t)^T K^T S_2 K x(t) \\ &- (1 - \dot{d}_1(t)) x(t - d_1(t))^T S_1 x(t - d_1(t)) \\ &- (1 - \dot{d}_2(t)) x(t - d_2(t))^T K^T S_2 K x(t - d_2(t)) \end{aligned} \quad (9)$$

와 같고, 식 (9)는 다음의 조건이 음정의(negative definite)이면

$$\begin{aligned} \dot{V}_a(x(t)) &= \dot{x}(t)^T E^T P x(t) + x(t)^T P E \dot{x}(t) \\ &+ x(t)^T S_1 x(t) + x(t)^T K^T S_2 K x(t) \\ &- (1 - \beta_1) x(t - d_1(t))^T S_1 x(t - d_1(t)) \\ &- (1 - \beta_2) x(t - d_2(t))^T K^T S_2 K x(t - d_2(t)) \end{aligned} \quad (10)$$

역시 음정의이다. 따라서, $\dot{V}_a(x(t)) < 0$은 폐루프 시스템 (4)의 점근적 안정성을 의미한다. 식 (5), (9), (10)으로부터 행렬부등식 (7)은

$$\dot{V}((x(t))) \le \dot{V}_a((x(t))) < x(t)^T(-Q - K^T RK) x(t) < 0 \quad (11)$$

로 유도된다. 따라서, 폐루프 시스템 (4)의 점근적 안정성을 보장하는 조건

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-d_1(t)) \\ Kx(t-d_2(t)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Psi & PA_d & PB_d \\ * & -(1-\beta_1)S_1 & 0 \\ * & * & -(1-\beta_2)S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-d_1(t)) \\ Kx(t-d_2(t)) \end{bmatrix} < 0 \tag{12}$$

를 얻는다. 게다가, 초기값을 이용하여 식 (11)의 양변을 0에서 T_f까지 적분하면,

$$\begin{aligned} &-\int_0^{T_f} x(t)^T(Q+K^TRK)x(t)dt > x(T_f)^TE^TPx(T_f) - x(0)^TE^TPx(0) \\ &+\int_{T_f-d_1(T_f)}^{T_f} x(\tau)^TS_1x(\tau)d\tau - \int_{-d_1(0)}^{0} x(\tau)^TS_1x(\tau)d\tau \\ &+\int_{T_f-d_2(T_f)}^{T_f} x(\tau)^TK^TS_2Kx(\tau)d\tau - \int_{-d_2(0)}^{0} x(\tau)^TK^TS_2Kx(\tau)d\tau \end{aligned} \tag{13}$$

으로 표현된다. 폐루프 시스템 (4)가 점근적으로 안정하기 때문에 $T_f \to \infty$일 때, 몇 개의 항들은

$$\begin{aligned} &x(T_f)^TE^TPx(T_f) \to 0, \\ &\int_{T_f-d_1(T_f)}^{T_f} x(\tau)^TS_1x(\tau)d\tau \to 0, \\ &\int_{T_f-d_2(T_f)}^{T_f} x(\tau)^TK^TS_2Kx(\tau)d\tau \to 0 \end{aligned} \tag{14}$$

와 같이 0으로 수렴한다. 따라서, 최종적으로 식 (13)은

$$\begin{aligned} &\int_0^{\infty} x(t)^T(Q+K^TRK)x(t)dt \\ &\le \phi(0)^TE^TP\phi(0) + \int_{-d_1(0)}^{0} \phi(\tau)^TS_1\phi(\tau)d\tau \\ &+ \int_{-d_2(0)}^{0} \phi(\tau)^TK^TS_2K\phi(\tau)d\tau \end{aligned} \tag{15}$$

으로 된다. 보조정리 1의 결과는 정의 2로부터 유도된다. ■

아래의 정리 1에서는, 시변 시간지연을 가지는 특이시스템에 대한 보장비용 제어기 설계방법과 보장비용 함수의 상한치를 구하기 위한 최적화 문제를 제시한다.

정리 1 : 시간지연 특이시스템 (4)에 대하여, 최적화문제

minimize $\alpha + tr(G_1) + tr(\Pi)$ subject to

$$\begin{bmatrix} \Sigma_1 & \Sigma_2 & X_1 & 0 & M_1^T & X_1 & 0 & M_1^T \\ * & \Sigma_3 & 0 & X_4 & M_2^T & 0 & X_4 & M_2^T \\ * & * & -Y_{11} & -Y_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -Y_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -Y_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -U_{11} & -U_{12} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -U_{14} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -Z \end{bmatrix} < 0 \tag{16}$$

$$\begin{bmatrix} -\alpha & \phi_1(0) \\ * & -X_1 \end{bmatrix} < 0 \tag{17}$$

$$\begin{bmatrix} -G_1 & N_{11}^T & N_{12}^T \\ * & -Y_{11} & -Y_{12} \\ * & * & -Y_{14} \end{bmatrix} < 0 \tag{18}$$

$$\begin{bmatrix} -G_{21} & -G_{22} & M_1^T \\ * & -G_{24} & M_2^T \\ * & * & -Y_2 \end{bmatrix} < 0 \tag{19}$$

$$X_1 > I \tag{20}$$

$$X_4 > I \tag{21}$$

을 만족하는 양한정 행렬(또는 양한정 상수) X_1, Y_{11}, Y_{14}, U_{11}, U_{14}, Z, G_1, G_{21}, G_{24}, α와 역행렬을 가지는 대칭행렬 X_4 및 행렬 Y_{12}, M_1, M_2, U_{12}, G_{22}가 존재하면 $u^*(t) = [M_1X_1^{-1} \;\; M_2X_4^{-1}]x(t)$는 $J \le \bar{J} \le J^* = \alpha + tr(G_1) + tr(\Pi)$를 만족하고 보장비용 함수를 최소화하는 보장비용 제어기이다. 여기서, 몇 가지 기호들은

$$\begin{aligned} \Sigma_1 = {} & A_1X_1 + X_1A_1^T + M_1^TB_1^T + B_1M_1 + A_{d1}\tilde{Y}_{11}A_{d1}^T \\ & + A_{d2}\tilde{Y}_{12}^TA_{d1}^T + A_{d1}\tilde{Y}_{12}A_{d2}^T + A_{d2}\tilde{Y}_{14}A_{d2}^T \\ & + B_{d1}\tilde{Y}_2B_{d1}^T, \\ \Sigma_2 = {} & M_1^TB_2^T + B_1M_2 + A_{d1}\tilde{Y}_{11}A_{d3}^T \\ & + A_{d2}\tilde{Y}_{12}^TA_{d3}^T + A_{d1}\tilde{Y}_{12}A_{d4}^T + A_{d2}\tilde{Y}_{14}A_{d4}^T \\ & + B_{d1}\tilde{Y}_2B_{d2}^T, \\ \Sigma_3 = {} & A_4X_4 + X_4A_4^T + M_2^TB_2^T + B_2M_2 + A_{d3}\tilde{Y}_{11}A_{d3}^T \\ & + A_{d4}\tilde{Y}_{12}^TA_{d3}^T + A_{d3}\tilde{Y}_{12}A_{d4}^T + A_{d4}\tilde{Y}_{14}A_{d4}^T \\ & + B_{d2}\tilde{Y}_2B_{d2}^T, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\tilde{Y}_{1i} = (1-\beta_1)^{-1}Y_{1i}, (i=1,2,4), \\ &\tilde{Y}_2 = (1-\beta_2)^{-1}Y_2, \\ &P_1 = X_1^{-1}, \;\; P_4 = X_4^{-1}, \\ &\int_{-d_i(0)}^{0} \phi(\tau)\phi(\tau)^Td\tau = N_iN_i^T, (i=1,2), \end{aligned}$$

$$G_1 = G_1,\ \ G_2 = \begin{bmatrix} G_{21} & G_{22} \\ * & G_{24} \end{bmatrix}$$

$$N_1 = \begin{bmatrix} N_{11} \\ N_{12} \end{bmatrix},\ \ N_2 = \begin{bmatrix} N_{21} \\ N_{22} \end{bmatrix},$$
$$\Pi = tr(N_{21}^T G_{21} N_{21} + N_{22}^T G_{22} N_{21} + N_{21}^T G_{22} N_{22} + N_{22}^T G_{24} N_{24})$$

으로 정의된다.

증명 : 슈어 여수정리[18]와 $Y_i = S_i^{-1}, (i=1,2)$, $X = P^{-1}$, $Z = R^{-1}$, $U = Q^{-1}$, $M = KP^{-1} = KX$의 변수치환을 이용하면, 식 (7)은

$$\begin{bmatrix} \Phi & X & M^T & X & M^T \\ * & -Y_1 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -Y_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & -U & 0 \\ * & * & * & * & -Z \end{bmatrix} < 0 \tag{22}$$

와 등가이다. 여기서, $\Phi = XA^T + AX + M^T B^T + BM + A_d \tilde{Y}_1 A_d^T + B_d \tilde{Y}_2 B_d^T$이다. 모든 변수의 견지에서 선형 행렬부등식 형태의 충분조건으로부터 해를 찾고, 식 (6)에서의 등호를 없애기 위하여 특이치 분해와 변수치환을 이용한다. 일반성을 상실함 없이, 시스템 (1)을 적절한 차원을 가지는 행렬로

$$E = \begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ \ A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_4 \end{bmatrix},\ \ A_d = \begin{bmatrix} A_{d1} & A_{d2} \\ A_{d3} & A_{d4} \end{bmatrix},$$
$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix},\ \ B_d = \begin{bmatrix} B_{d1} \\ B_{d2} \end{bmatrix} \tag{23}$$

과 같이 분해한다. 또한, 식 (6)의 조건을 만족하기 위하여 해를

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_4 \end{bmatrix} \tag{24}$$

로 두고, 몇 가지 다른 해들을

$$\begin{aligned} M &= [M_1\ M_2], \\ X &= P^{-1} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 \\ 0 & X_4 \end{bmatrix}, \\ Y_1 &= \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ * & Y_{14} \end{bmatrix}, \\ U &= \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ * & U_{14} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{25}$$

와 같이 변수를 설정한다. 그리고, 식 (23)~(25)를 식 (22)에 대입하면, 식 (22)는 식 (16)으로 변형된다. 식 (17)은 식 (23)과 (25)를 이용하면 $\phi(0)^T E^T X^{-1} \phi(0) < \alpha$로부터 얻어진다. 여기서, α는 식 (15)의 우반부의 첫 번째 항의 상한치이다. 식 (15)의 우반부 두 번째 항은

$$\begin{aligned} &\int_{-d_1(0)}^{0} \phi(\tau)^T Y_1^{-1} \phi(\tau) d\tau \\ &= \int_{-d_1(0)}^{0} tr(\phi(\tau)^T Y_1^{-1} \phi(\tau)) d\tau = tr(N_1 N_1^T Y_1^{-1}) \\ &= tr(N_1^T Y_1^{-1} N_1) < tr(G_1). \end{aligned} \tag{26}$$

와 같은 관계를 가진다. 따라서, $-G_1 + N_1^T Y_1^{-1} N_1 < 0$은 식 (18)이 된다. 식 (15)의 우반부 세 번째 항은

$$\begin{aligned} &\int_{-d_2(0)}^{0} \phi(\tau)^T K^T Y_2^{-1} K \phi(\tau) d\tau \\ &= \int_{-d_2(0)}^{0} tr(\phi(\tau)^T K^T Y_2^{-1} K \phi(\tau)) d\tau \\ &= tr(N_2 N_2^T K^T Y_2^{-1} K) \\ &= tr(N_2^T K^T Y_2^{-1} K N_2) < tr(N_2^T P G_2 P N_2). \end{aligned} \tag{27}$$

의 관계를 가진다. 따라서, $-PG_2P + K^T Y_2^{-1} K < 0$은

$$\begin{bmatrix} -PG_2P & K^T \\ K & -Y_2 \end{bmatrix} < 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} -G_2 & P^{-1}K^T \\ KP^{-1} & -Y_2 \end{bmatrix} < 0. \tag{28}$$

으로 변형된다. 식 (28)은 $M = KP^{-1}$에 의하여 식 (19)와 등가이다. 식 (15)로부터 보장비용 함수의 상한치 관계는 식 (20)과 (21)에 의하여

$$\begin{aligned} \bar{J} &< \alpha + tr(G_1) + tr(N_2^T P G_2 P N_2) < \alpha + tr(G_1) + tr(N_2^T G_2 N_2) \\ &= \alpha + tr(G_1) + tr(\Pi)\ \ := J^* \end{aligned} \tag{29}$$

와 같이 된다. 즉,

$$PG_2P < G_2 \Leftrightarrow XG_2X > G_2 \Leftrightarrow (X-I)G_2(X+I) > 0 \tag{30}$$

의 관계로부터 증명되어진다. 식 (30)으로부터 조건 (20)과 (21)이 나온다. ■

지금까지는 변수 불확실성이 없는 시변 시간지연을 가지는 특이시스템에 대한 보장비용 제어기 설계문제를 다루었다. 제안한 정리 1을 이용하면 변수 불확실성과 시변 시간지연을 가지는 특이시스템에 대한 강인 보장비용 제어기 설계 알고리듬을 구할 수 있다. 보장비용 제어기 (3)과 보장비용 함수 (5)에 대하여, 시간지연을 가지는 불확실성 특이시스템

$$E\dot{x}(t) = (A + \Delta A(t))x(t) + (A_d + \Delta A(t))x(t - d_1(t))$$

$$+(B+\Delta B(t))u(t)+(B_d+\Delta B_d(t))u(t-d_2(t))$$
$$x(t)=\phi(t),\ t\in[-d,0],\ d=\max\{d_1(t),d_2(t)\} \quad (31)$$

을 다룬다. 여기서, 변수 불확실성은

$$\Delta A(t)=D_1F_1(t)H_1,\ \Delta A_d(t)=D_2F_2(t)H_2,$$
$$\Delta B(t)=D_3F_3(t)H_3,\ \Delta B_d(t)=D_4F_4(t)H_4, \quad (32)$$

와 같은 정합조건(matching conditions)을 만족하고, $D_i(i=1,2,3,4)$와 $H_i(i=1,2,3,4)$는 알고 있는 행렬이고, 모르는 행렬 $F_i(t),(i=1,2,3,4)$는

$F_i(t)\in\Omega$:
$=\{F_i(t)$: $F_i(t)^TF_i(t)\le I$, the elements of $F(t)$ are Lebesgue measurable, $i=1,2,3,4\}$. (33)

으로 정의한다. 제어기 (3)과 시간지연을 가지는 불확실성 특이시스템 (31)로 구성되는 폐루프 시스템은

$$E\dot{x}(t)=(A_K+\Delta A(t)+\Delta B(t)K)x(t)+(A_d+\Delta A_d(t))x(t-d_1(t))+(B_d+\Delta B_d)Kx(t-d_2(t)) \quad (34)$$

이다.

보조정리 2 : 폐루프 시스템 (34)에 대하여,
minimize $\bar{J}$ subject to

$$E^TP=PE\ge 0 \quad (35)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_2 & PA_d & PB_d \\ * & -\tilde{S}_1+\frac{1}{\varepsilon_2}H_2^TH_2 & 0 \\ * & * & -\tilde{S}_2+\frac{1}{\varepsilon_4}H_4^TH_4 \end{bmatrix}<0 \quad (36)$$

을 만족하는 역행렬이 존재하는 대칭행렬 P, 양한정 행렬 Q, R, S_1, S_2 와 제어이득 K가 존재하면, 제어기 (5)는 정의 2를 만족하는 강인 보장비용 제어기이다. 여기서, 몇 가지 기호는

$$\Psi_2=A_K^TP+PA_K+\sum_{i=1}^{4}\varepsilon_iPD_iD_i^TP+\frac{1}{\varepsilon_1}H_1^TH_1+\frac{1}{\varepsilon_3}K^TH_3^TH_3K+S_1+K^TS_2K+Q+K^TRK$$

$$\bar{J}=\phi(0)^TE^TP\phi(0)+\int_{-d_1(0)}^{0}\phi(\tau)^TS_1\phi(\tau)d\tau+\int_{-d_2(0)}^{0}\phi(\tau)^TK^TS_2K\phi(\tau)d\tau$$

으로 정의된다.

증명 : 보조정리 1의 증명과정과 아래의 몇 가지 기본 보조정리

$$2x(t)^TPDF(t)Hx(t)\le\varepsilon x(t)^TPDD^TPx(t)+\frac{1}{\varepsilon}x(t)^TH^THx(t)$$

$$(\bar{S}_1-\frac{1}{\varepsilon_2}E_2^TE_2)^{-1}=\bar{S}_1^{-1}+\bar{S}_1^{-1}E_2^T(\varepsilon_2I-E_2\bar{S}_1^{-1}E_2^T)^{-1}E_2\bar{S}_1^{-1},$$
$$(\bar{S}_2-\frac{1}{\varepsilon_1}E_1^TE_1)^{-1}=\bar{S}_2^{-1}+\bar{S}_2^{-1}E_1^T(\varepsilon_1I-E_1\bar{S}_2^{-1}E_1^T)^{-1}E_1\bar{S}_2^{-1}.$$

를 이용하면 참고문헌 [16]으로부터 직접적으로 얻어질 수 있다. ■

아래의 정리 2에서는, 시변 시간지연과 변수 불확실성을 가지는 특이시스템에 대한 보장비용 제어기가 존재할 충분조건을 모든 변수의 견지에서 볼록 최적화가 가능한 선형행렬부등식으로 변형하고, 제어기 설계방법과 보장비용 함수의 상한치를 구하기 위한 최적화 문제를 제시한다.

정리 2 : 시간지연을 가지는 불확실성 특이시스템 (31)에 대하여, 최적화문제

minimize $\alpha+tr(G_1)+tr(\Pi)$ subject to

$$\begin{bmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_2 \\ * & \Lambda_3 \end{bmatrix}<0 \quad (37)$$

$$\begin{bmatrix} -\alpha & \phi_1(0) \\ * & -X_1 \end{bmatrix}<0 \quad (38)$$

$$\begin{bmatrix} -G_1 & N_{11}^T & N_{12}^T \\ * & -Y_{11} & -Y_{12} \\ * & * & -Y_{14} \end{bmatrix}<0 \quad (39)$$

$$\begin{bmatrix} -G_{21} & -G_{22} & M_1^T \\ * & -G_{24} & M_2^T \\ * & * & -Y_2 \end{bmatrix}<0 \quad (40)$$

$$X_1>I \quad (41)$$
$$X_4>I \quad (42)$$

을 만족하는 양한정 행렬(또는 양한정 상수) X_1, Y_{11}, Y_{14}, U_{11}, U_{14}, Z, G_1, G_{21}, G_{24}, α, $\varepsilon_i(i=1,2,3,$

4)과 역행렬을 가지는 대칭행렬 X_4 및 행렬 Y_{12}, M_1, M_2, U_{12}, G_{22}가 존재하면 $u^*(t)=[M_1X_1^{-1}\ M_2X_4^{-1}]x(t)$는 $J\le \bar{J}\le J^*=\alpha+tr(G_1)+tr(\Pi)$를 만족하고 보장비용 함수를 최소화하는 보장비용 제어기이다. 여기서, 몇 가지 기호들은

$$\Lambda_1=\begin{bmatrix}\varPsi_1 & \varPsi_2\\ * & \varPsi_3\end{bmatrix}$$

$$\Lambda_2=\begin{bmatrix}X_1H_{11}^T & M_1^TH_3 & X_1 & 0 & M_1^T & X_1 & 0 & M_1^T & \varPsi_4 & B_{d1}\varUpsilon_2H_1\\ X_4H_{12}^T & M_2^TH_3 & 0 & X_4 & M_2^T & 0 & X_4 & M_2^T & \varPsi_5 & B_{d2}\varUpsilon_2H_1\end{bmatrix}$$

$$\Lambda_3=\begin{bmatrix}-\varepsilon_1I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ * & -\varepsilon_3I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ * & * & -Y_{11} & -Y_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ * & * & * & -Y_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ * & * & * & * & -Y_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ * & * & * & * & * & -U_{11} & -U_{12} & 0 & 0 & 0\\ * & * & * & * & * & * & -U_{11} & 0 & 0 & 0\\ * & * & * & * & * & * & * & -Z & 0 & 0\\ * & * & * & * & * & * & * & * & \varPsi_6 & 0\\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & \varPsi_7\end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}\varPsi_1 =& A_1X_1+X_1A_1^T+B_1M_1+M_1^TB_1^T+\sum_{i=1}^{4}\varepsilon_iD_{i1}D_{i1}^T\\ &+A_{d1}\varUpsilon_{11}A_{d1}^T+A_{d2}\varUpsilon_{12}{}^TA_{d1}^T+A_{d1}\varUpsilon_{12}A_{d2}^T+A_{d2}\varUpsilon_{14}A_{d2}^T+B_{d1}\varUpsilon_2B_{d1}^T\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varPsi_2 =& B_1M_2+M_1^TB_2^T+\sum_{i=1}^{4}\varepsilon_iD_{i1}D_{i2}^T\\ &+A_{d1}\varUpsilon_{11}A_{d3}^T+A_{d2}\varUpsilon_{12}{}^TA_{d3}^T+A_{d1}\varUpsilon_{12}A_{d4}^T+A_{d2}\varUpsilon_{14}A_{d4}^T+B_{d1}\varUpsilon_2B_{d2}^T\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varPsi_3 =& A_4X_4+X_4A_4^T+B_2M_2+M_2^TB_2^T\\ &+A_{d3}\varUpsilon_{11}A_{d3}^T+A_{d4}\varUpsilon_{12}{}^TA_{d3}^T+A_{d3}\varUpsilon_{12}A_{d4}^T+A_{d4}\varUpsilon_{14}A_{d4}^T+B_{d2}\varUpsilon_2B_{d2}^T\end{aligned}$$

$$\varPsi_4=A_{d1}\varUpsilon_{11}H_{21}^T+A_{d2}\varUpsilon_{12}{}^TH_{21}^T+A_{d1}\varUpsilon_{12}H_{22}^T+A_{d2}\varUpsilon_{14}H_{22}^T$$

$$\varPsi_5=A_{d3}\varUpsilon_{11}H_{21}^T+A_{d4}\varUpsilon_{12}{}^TH_{21}^T+A_{d3}\varUpsilon_{12}H_{22}^T+A_{d4}\varUpsilon_{14}H_{22}^T$$

$$\varPsi_6=-\varepsilon_2I+H_{21}\varUpsilon_{11}H_{21}^T+H_{22}\varUpsilon_{12}{}^TH_{21}^T+H_{21}\varUpsilon_{12}H_{22}^T+H_{22}\varUpsilon_{14}H_{22}^T$$

$$\varPsi_7=-\varepsilon_4I+H_4\varUpsilon_2H_4^T$$

$$\varUpsilon_{1i}=(1-\beta_1)^{-1}Y_{1i},(i=1,2,4),\quad \varUpsilon_2=(1-\beta_2)^{-1}Y_2$$

$$P_1=X_1^{-1},\quad P_4=X_4^{-1}$$

$$\int_{-d(0)}^{0}\phi(\tau)\phi(\tau)^Td\tau=N_iN_i^T,\ (i=1,2)$$

$$G_1=G_1,\quad G_2=\begin{bmatrix}G_{21} & G_{22}\\ * & G_{24}\end{bmatrix}$$

$$N_1=\begin{bmatrix}N_{11}\\ N_{12}\end{bmatrix},\quad N_2=\begin{bmatrix}N_{21}\\ N_{22}\end{bmatrix}$$

$$\Pi=tr(N_{21}^TG_{21}N_{21}+N_{22}^TG_{22}N_{21}+N_{21}^TG_{22}N_{22}+N_{22}^TG_{24}N_{24})$$

으로 정의된다.

증명 : 정리 1의 증명과 유사하게, 슈어 여수정리[18]와 $Y_i=S_i^{-1},(i=1,2)$, $X=P^{-1}$, $Z=R^{-1}$, $U=Q^{-1}$, $M=KP^{-1}=KX$의 변수치환을 이용하면, 행렬부등식 (36)은

$$\begin{bmatrix}\varPhi_1 & \varPhi_2\\ * & \varPhi_3\end{bmatrix}<0 \tag{43}$$

과 등가이다. 여기서, 각 변수는

$$\begin{aligned}\varPhi_1=& AX+XA+BM+M^TB^T+\sum_{i=1}^{4}\varepsilon_iD_iD_i^T\\ &+A_d\varUpsilon_1A_d^T+B_d\varUpsilon_2B_d^T\\ \varPhi_2=&[XE_1^T\ M^TH_3^T\ XM^T\ XM^T\ A_d\varUpsilon_1H_2^T\ B_d\varUpsilon_2H_4^T]\\ \varPhi_3=& Diag\{-\varepsilon_1I,-\varepsilon_3I,-Y_1,-Y_2,-U,-Z,\\ &-\varepsilon_2I+H_2\varUpsilon_1H_2^T,-\varepsilon_4I+H_4\varUpsilon_2E_4^T\}\end{aligned}$$

으로 표현한다. 모든 변수의 견지에서 선형행렬부등식 충분조건의 해를 찾고, 또한 식 (35)의 등호를 없애기 위하여 특이치 분해와 변수치환을 이용한다. 충분조건에서 볼록 최적화가 가능한 선형행렬부등식의 해를 얻기 위해서는 등호가 없는 부등식으로 변형하여야 한다. 일반성을 상실함 없이, 시스템 (1)을 적절한 차원을 가지는 행렬로

$$\begin{aligned}& E=\begin{bmatrix}I_r & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ A=\begin{bmatrix}A_1 & 0\\ 0 & A_4\end{bmatrix},\ A_d=\begin{bmatrix}A_{d1} & A_{d2}\\ A_{d3} & A_{d4}\end{bmatrix},\\ & B=\begin{bmatrix}B_1\\ B_2\end{bmatrix},\ B_d=\begin{bmatrix}B_{d1}\\ B_{d2}\end{bmatrix}\\ & D_i=[D_{i1}\ \ D_{i2}],\ (i=1,2,3,4),\\ & H_1=[H_{11}\ \ H_{12}],\ H_2=[H_{21}\ \ H_{22}],\\ & H_3=H_3,\ H_4=H_4\end{aligned} \tag{44}$$

와 같이 특이치 분해한다. 또한, 식 (35)의 조건을 만족하기 위하여 해를

$$P=\begin{bmatrix}P_1 & 0\\ 0 & P_4\end{bmatrix} \tag{45}$$

으로 두고, 몇 가지 다른 해들을

$$\begin{aligned}M &= [M_1\ \ M_2],\\ X &= P^{-1} = \begin{bmatrix}X_1 & 0\\ 0 & X_4\end{bmatrix},\\ Y_1 &= \begin{bmatrix}Y_{11} & Y_{12}\\ * & Y_{14}\end{bmatrix},\ Y_2=Y_2,\end{aligned}$$

$$U = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ * & U_{14} \end{bmatrix} \tag{46}$$

과 같이 변수를 설정한다. 그리고, 식 (44)와 (46)을 식 (43)에 대입하면, 식 (43)은 식 (37)로 변형된다. 조건 (38)~(42)의 증명은 정리 1의 증명과 동일하다. ■

참조 1 : 특이시스템 (1)과 (31)에서 $E=I$가 되면, 식 (22)와 (36)의 선형행렬부등식으로부터 해를 바로 얻을 수 있다. 즉, 주어진 문제는 [16]의 결과와 동일하다. 따라서, 본 논문에서 제안한 결과는 [16]의 결과를 포함하는 일반적인 보장비용 제어기 설계 알고리듬이다.

참조 2 : 하중행렬(weighting matrix)인 Q와 R의 선택에 따라서 특이시스템의 성능은 변한다는 것은 잘 알려진 사실이다. 따라서, 제안한 알고리듬을 변형시키면 성능을 향상시키기 위하여 하중행렬을 적절히 선택할 수 있는 알고리듬으로 변형 가능하다.

예제 : 제안한 보장비용 제어기 설계방법의 타당성 확인을 위하여 시변 시간지연을 가지는 특이시스템

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} x(t) \\ &+ \begin{bmatrix} 0.5 & 0.4 & 0.5 \\ 0.3 & 0.6 & 0.4 \\ 0.5 & 0.3 & 0.4 \end{bmatrix} x(t-d_1(t)) \\ &+ \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1.5 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.3 \\ 0.1 \end{bmatrix} u(t-d_2(t)), \\ \phi(t) &= [\, e^{t+1} \ 0.1 \ 0 \,], \\ d_1(t) &= 3+0.1\sin t, \quad d_2(t) = 5+0.3\sin 2t. \end{aligned} \tag{47}$$

을 다룬다. 정리 1을 만족하는 모든 해는 변수의 견지에서 선형행렬부등식이기 때문에 LMI TOOLBOX[18]의 'mincx' 명령어로부터

$$\begin{aligned} &X_1 = \begin{bmatrix} 932.8834 & -299.3131 \\ * & 103.6722 \end{bmatrix}, \quad X_4 = 18.0940, \\ &Y_{11} = 10^4 \times \begin{bmatrix} 8.3631 & 6.0166 \\ * & 4.3888 \end{bmatrix}, \quad Y_{12} = 10^5 \times \begin{bmatrix} -1.4642 \\ -1.0616 \end{bmatrix} \\ &Y_{14} = 2.5752 \times 10^5, \quad Z = 3.0988 \times 10^8, \\ &U_{11} = 10^8 \times \begin{bmatrix} 3.1712 & -0.0321 \\ * & 3.1232 \end{bmatrix}, \\ &U_{12} = 10^5 \times \begin{bmatrix} -6.4597 \\ -8.6229 \end{bmatrix}, \quad U_{14} = 3.2215 \times 10^8 \end{aligned} \tag{48}$$

$$\begin{aligned} &G_1 \begin{bmatrix} 0.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0004 & 0.0042 \\ 0 & 0.0042 & 0.0543 \end{bmatrix} \\ &G_{21} = \begin{bmatrix} 0.0303 & -0.4316 \\ * & 6.1546 \end{bmatrix}, \quad G_{22} = \begin{bmatrix} -0.4175 \\ 5.9543 \end{bmatrix}, \\ &G_{24} = 3.2499 \times 10^8, \quad \alpha = 0.1317, \\ &M_1 = [\, 2.0577 \ \ -29.3455 \,], \quad M_2 = -28.3916 \end{aligned}$$

과 같이 동시에 얻어진다. 보장비용 제어기는 $u^*(t) = [\, M_1 X_1^{-1} \ \ M_2 X_4^{-1} \,] x(t)$로부터

$$u^*(t) = [\, -1.2027 \ \ -3.7554 \ \ -1.5691 \,]\, x(t), \tag{49}$$

이고, 보장비용 함수의 상한치는 $J^* = \alpha + tr(G_1) + tr(\Pi)$로부터

$$J^* = 0.3729 \tag{50}$$

이다. <그림 1, 2, 3>에서는 세 가지 상태 ($x(t) = [x_1(t)^T \ x_2(t)^T \ x_3(t)^T]^T$)의 궤적을 보여준다. 특이시스템이므로 $x_3(t)$는 $x_1(t)$와 $x_2(t)$에 의존한다. 시뮬레이션 결과로부터, 구한 보장비용 제어기는 시간이 흘러감에 따라 0으로 수렴하기 때문에 상태와 제어입력에 시변 시간지연을 가지는 특이시스템을 점근적으로 안정화시킨다. 또한, 식 (48)의 해와 정리 1의 증명에서 사용한 변수치환으로부터 하중행렬은

$$\begin{aligned} &Q = U^{-1} = 10^{-8} \times \begin{bmatrix} 0.3154 & 0.0032 & 0.0006 \\ * & 0.3202 & 0.0009 \\ * & * & 0.3104 \end{bmatrix}, \\ &R = Z^{-1} = 3.2271 \times 10^{-9} \end{aligned} \tag{51}$$

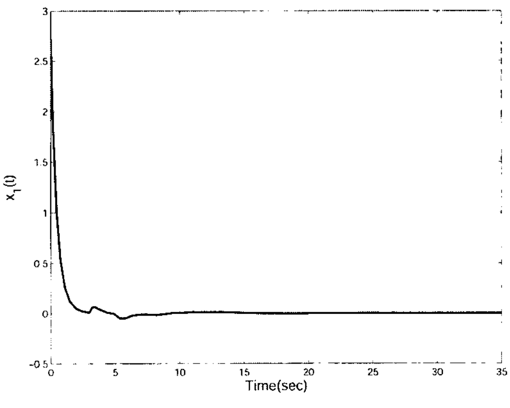


그림 1. $x_1(t)$의 궤적

Fig. 1. The trajectories of $x_1(t)$.

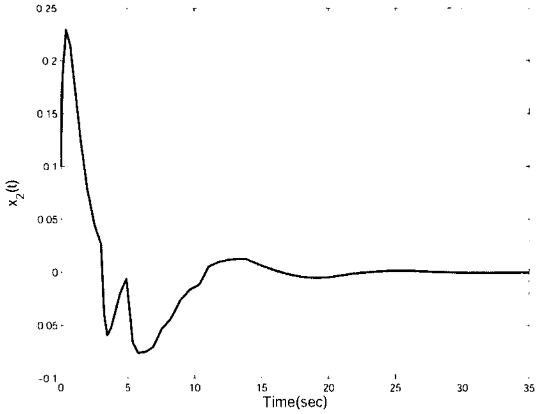


그림 2. $x_2(t)$의 궤적
Fig. 2. The trajectories of $x_2(t)$.

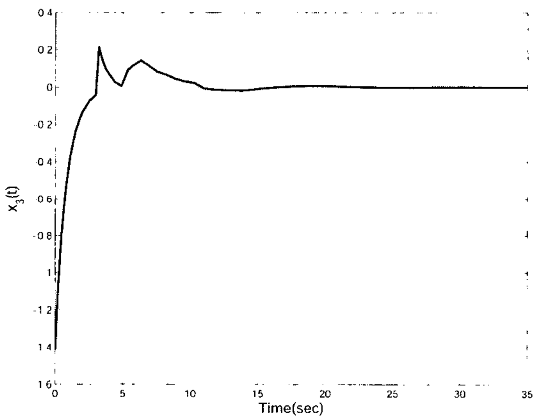


그림 3. $x_3(t)$의 궤적
Fig. 3. The trajectories of $x_3(t)$.

과 같이 계산되고, 시뮬레이션 결과로부터 보장비용 함수 (5)를 구하면 $J=1.7285\times10^{-7}$이다. 구한 값이 보장비용 함수보다 작으므로($J < J^*=0.3729$) 보장비용 함수의 상한치를 보장한다. 참조 1에서 언급한 것처럼, 하중행렬 Q와 R은 시스템의 성능에 따라서 적절히 선택되어질 수 있다 본 예제에서는 보장비용 함수의 상한치를 최소화하기 위하여 선형행렬부등식으로부터 하중행렬들도 동시에 구하였다. 따라서, 구한 보장비용 제어기는 보장비용 함수의 상한치를 최소화할 뿐 아니라 특이시스템의 정규성, 임펄스프리, 점근적 안정성을 만족시킨다.

Ⅳ. 결 론

본 논문에서는 시변 시간지연을 가지는 특이시스템에 대한 보장비용 제어기 설계 방법과 존재조건을 볼록최적화가 가능한 선형행렬부등식 접근방법에 의하여 제시하였다. 따라서, 제안한 조건은 보장비용함수의 상한치를 최소화 할뿐 아니라 모든 해가 동시에 구해질 수 있다는 장점이 있다. 제안한 알고리듬은 일반적인 상태공간 모델에 대한 보장비용 제어기에 대한 설계 문제뿐만 아니라 변수 불확실성을 포함하는 시간지연 특이시스템에도 쉽게 확장 가능함을 보였다. 물론 제안한 알고리듬은 시간지연이 없는 특이시스템에도 적용 가능하다. 실제 시스템에서는 설계자가 적당한 하중행렬을 선택함으로 제어기의 성능을 변화할 수 있기 때문에 실제 적용에서도 유용하게 사용되어 질 수 있다. 수치 예제와 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제안한 제어기가 시간지연을 가지는 특이시스템을 안정시키고 보장비용 함수의 상한치를 볼록 최적화가 가능한 선형행렬부등식을 이용하여 최소화시켰다.

참 고 문 헌

[1] I. Masubuchi, Y. Kamitane, A. Ohara, and N. Suda, "H∞ control for descriptor systems : A matrix Inequalities approach," Automatica, vol. 33, pp. 669~673, 1997.

[2] H. S. Wang, C. F. Yung, and F. R. Chang, "Bounded real lemma and H∞ control for descriptor systems," IEE Proc.-Control Theory Appl., vol.145, pp. 316~322, 1998.

[3] D. J. Bender and A. J. Laub, "The linear-quadratic optimal regulator for descriptor systems," IEEE Trans. Automat. Control, vol. 32, pp. 672~688, 1987.

[4] J. D. Cobb, "Controllability, observability, and duality in singular systems," IEEE Trans. Automat. Control, vol. 29, pp. 1076~1082, 1984.

[5] F. L. Lewis, "Preliminary notes on optimal control for singular systems," Proc. 24th Conf. on Decision and Control, pp. 262~272, 1985.

[6] A. Rehm and F. Allgöwer, "H_∞ control of

descriptor systems with norm-bounded uncertainties in the system matrices," Proc. Amreican Control conference, pp. 3244~3248, 2000.

[7] K. Takaba and T. Katayama, "Robust H_2 performance of uncertain descriptor systems," Proc. European Control Conf., WE-E-B-2, 1997.

[8] K. Takaba, N. Morihara, and T. Katayama, "A generalized Lyapunov theorem for descriptor system," Systems and Control Lett., vol. 24, pp. 49~51, 1995.

[9] S. S. L. Chang and T. K. C. Peng, "Adaptive guaranteed cost control of systems with uncertain parameters," IEEE Trans. Automat. Control, vol. 17, no. 4, pp. 474~483, 1972.

[10] I. R. Petersen, "Guaranteed cost LQG control of uncertain linear systems," IEE proceedings-D, vol. 142, no. 2, pp. 95~102, 1995.

[11] P. L. D. Peres, J. C. Geromel, and S. R. Souza, "H∞ guaranteed cost control for uncertain continuous-time linear systems," Systems and Control Letters, vol. 20, no. 4, pp. 413~418, 1993.

[12] I. R. Petersen and D. C. McFarlane, "Optimal guaranteed cost control and filtering for uncertain linear systems," IEEE Trans. Automat. Control, vol. 39, pp. 1971~1977, 1994.

[13] H. H. Choi and M. J. Chung, "Memoryless H∞ controller design for linear systems with delayed state and control," Automatica, vol. 31, pp. 917~919, 1995.

[14] J. H. Kim and H. B. Park, "H_∞ state feedback control for generalized continuous/discrete time-delay system," Automatica, vol. 35, pp. 1443~1451, 1999.

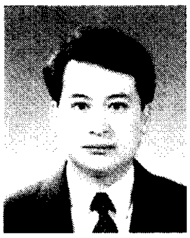
[15] L. Yu and J. Chu, "An LMI approach to guaranteed cost control of linear uncertain time-delay systems," Automatica, vol. 35, pp. 1155~1159, 1999.

[16] J. H. Kim, "Guaranteed cost control of parameter uncertain systems with time delays," Transactions on Control, Automation and Systems Engineering, vol. 2, no. 1, pp. 19~23, 2000.

[17] J. H. Kim, J. H. Lee, and H. B. Park, "Robust H_∞ control of singular systems with time delays and uncertainties," Proc. American Control Conference in Anchorage, Alaska, USA, pp. 620~621, 2002.

[18] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub, and M. Chilali, LMI Control Toolbox, The Math Works Inc., 1995.

저 자 소 개



金 鍾 海(正會員)

경북대학교 전자공학과 공학사(1993), 공학석사(1995) 및 공학박사(1998). 1998년 11월~2002년 2월 경북대학교 센서기술연구소 전임연구원. 2000년 3월~2001년 3월 오사카대학 기계공학부 컴퓨터제어기계공학과 객원연구원. 2002년 3월~현재 선문대학교 전자정보통신공학부 전임강사. <주관심분야 : 견실(robust) H_∞ 제어, 시간지연시스템 해석 및 제어기 설계, 특이시스템(singular system) 해석 및 제어기 설계, 산업응용제어 및 자동항법제어, 비약성(non-fragile) 및 신뢰성(reliable) 제어 등.>