

직사각형 단면을 갖는 미세채널에서 완전 발달된 다층유동에 관한 해석

김중경* · 정찬일* · 장준근** · 유정열†

(2002년 12월 14일 접수, 2003년 2월 27일 심사완료)

Analysis of Fully Developed Multilayer Flow in Microchannel with a Rectangular Cross Section

Jung Kyung Kim, Chanil Chung, Jun Keun Chang and Jung Yul Yoo

Key Words : Microfluidics(미세유체공학), Bio-MEMS(바이오멤스), Microchannel(미세 채널), Multilayer flow(다층유동), Stability(안정성), Fluid Interface(유동 계면)

Abstract

An analytical solution for a vertically stratified viscous flow in a microchannel with a rectangular cross-section is constructed, assuming fully developed laminar flow where the interfaces between the fluid layers are flat. Although the solution is for n-layer flow, restricted results to symmetrical three-layer flow are presented to investigate the effects of the viscosity and thickness ratios of the fluid layers and the aspect ratio of the microchannel on the flow field. Relations between the flow rate and thickness ratios of the fluid layers with varying viscosity distributions are found, considering the cross-sectional velocity profiles which vary noticeably with the three parameters and differ significantly from the velocity profiles of the flow between infinite parallel plates. Interfacial instability induced by the viscosity stratification in the microchannel is discussed referring to previous studies on the instability analysis for plane multilayer flow. Exact solution derived in the present study can be used for examining a diffusion process and three-dimensional stability analysis. More works are needed to formulate the equations including the effects of interfacial tension between immiscible liquids and surface wettability which are important in microscale transport phenomena.

1. 서 론

최근에 활발히 연구되고 있는 미세유체공학(microfluidics) 분야에서는 수십에서 수백 μm 크기의 폭을 갖는 미세한 채널에 여러 층의 유체를 함께 흘릴 수 있는 기술이 개발되었다. 채널의 특성 길이가 매우 작기 때문에 낮은 레이놀즈 수를 갖는 층류 유동이 발생하게 되어 인접하는 유체는 서로 섞이지 않고 계면을 형성하게 되며 오직 확산에 의한 혼합 현상만이 일어난다. 미세채널에서

발생하는 다층유동은 생물학 또는 화학 분야에 적용 범위를 넓혀가고 있는 추세이다. Hatch 등⁽¹⁾은 T자형 미세채널에 두 가지 용액을 흘려 계면에서 확산에 의한 항원-항체 반응을 유도하고, 분석물의 농도를 광학적으로 측정하였다. Tokeshi 등⁽²⁾은 미세채널에 유기용매와 수용액을 함께 흘려 계면에서 확산에 의한 화학 반응이 일어나도록 하고 특정 화학 물질을 추출하여 광학적으로 추출물의 농도를 측정하는 연구를 수행한 바 있다. 유동층의 개수가 증가할수록 반응이 일어나는 계면의 총면적이 넓어지고 확산 거리가 짧아져서 반응 효과를 증대시킬 수 있으므로, 최근에는 3개 이상의 유동층을 활용하는 연구^(2, 3)가 진행되고 있으며, 이러한 다층유동을 미세혼합기⁽⁴⁾로도 활용하고 있다. 또한, 전기적/광학적인 방법으로 생체 세포의 개수를 세고 분석하기 위해, 미세채널에서 세포가

* 회원, (주)디지털바이오테크놀러지

** 서울대학교 전기컴퓨터공학부

† 책임저자, 회원, 서울대학교 기계항공공학부

E-mail : jyoo@plaza.snu.ac.kr

FAX : (02)883-0179 TEL : (02)880-7112

포함된 샘플 용액을 버퍼 용액 사이로 흐르게 하여 $10\ \mu\text{m}$ 이하의 얇은 폭을 가지는 샘플 용액 흐름이 세포를 일렬로 이송시키는 유체역학적 집속(hydrodynamic focusing) 기술에 적용되고 있다. Larsen 등⁽⁵⁾은 5개의 유동층을 이용하는 Coulter 방식의 소형 세포 계수기 개발을 시도하였고, Chung 등⁽⁶⁾과 Kim 등⁽⁷⁾은 초소형 유세포 분석기(flow cytometry)에 적용하기 위해 3개의 유동층을 사용하는 유체역학적 집속 칩(hydrodynamic focusing chip)을 개발하고 유체역학적 성능 평가를 수행한 바 있다. Lee 등⁽⁸⁾은 유체역학적 집속 기술을 응용하여 여러 종류의 샘플 용액을 microfluidic chip에 주입하고 이동 경로를 제어할 수 있는 방법을 제시하였다. 이들은 6개의 유동층이 서로 인접하여 흐를 수 있는 미세채널을 설계 제작하였고, 각 층의 유량비를 조절하여 원하는 층의 흐름 방향을 변화시킬 수 있었다. Berger 등⁽⁹⁾은 미세가공기술을 통해 제작한 세포분리기에서 세포를 일정 위치로 주입하고자 유체역학적 집속을 이용하는 'N-port injector'의 개념을 제안하였다. Harvard 대학의 Whitesides 그룹에서는 미세채널에 여러 갈래의 층류 유동을 발생시킨 후 각 유동층의 폭을 조절하여 채널 내부의 원하는 영역만을 식각하거나 두 가지 용액의 반응을 통해 계면에 특정한 패턴이 형성되도록 하는 기술을 개발하였고,⁽¹⁰⁾ 미세채널의 식각된 부분으로 생체 세포가 포함된 용액을 흘려주어 그 지역에만 세포가 흡착되도록 할 수 있었다.⁽¹¹⁾

다층유동은 미세유체공학에 적용되기 전부터 폴리머의 압출 공정⁽¹²⁾이나 석유 수송⁽¹³⁾ 등의 산업 분야에 활용되어 왔으며, 해석 및 실험을 통해 유체역학적 특성을 평가하기 위한 연구⁽¹⁴⁻¹⁷⁾와 더불어 안정한 계면을 형성시키기 위한 안정성 해석(stability analysis)에 관한 연구^(18, 19)가 수행되어 왔다. Yih⁽¹⁸⁾은 평판 사이의 성층화된 Poiseuille 유동에 대한 선형 안정성 해석을 통해 레이놀즈 수의 크기와 상관없이 인접하는 두 유체의 점도 차이에 의해 유동이 불안정해질 수 있다는 결과를 최초로 제시하였다.

미세유체공학에서 활용하는 다층유동에서도 안정된 물질 이송과 계면에서의 지속적인 반응을 유도하려면 제작된 미세채널 내에서 계면의 위치를 정확하게 조절할 수 있는 유량비를 결정하고 안정된 계면을 유지할 수 있는 유동층의 배열을 구성하는 일이 매우 중요한데, 이를 위해서는 각 유동층의 속도분포를 정확히 파악할 수 있는 이론적 해석이 필요하다. 이론적 모델이 확립되면 원하는 유동 조건을 얻기 위한 미세채널의 설계를 최적화

하여 제작 가능하다. 계산된 속도분포는 계면 근처에서 나타나는 확산 현상을 이론적으로 해석⁽²⁰⁾하는 데에 유용한 정보가 되며, 계면의 안정성 해석 수행을 위해서도 반드시 필요한 기초 정보이다. 생물학, 화학 분야에서 사용되는 용액은 종류에 따라 다양한 크기의 점도를 가지고 있고, 세포와 같은 입자를 첨가할 경우 입자가 차지하는 부피에 따라 점도가 증가할 수 있으며, 또한 같은 종류의 용액이라도 온도에 따라 점도가 변할 수 있다. 점도가 다른 유체가 서로 인접하여 흐를 경우 계면에서 불연속적인 속도 구배가 발생하는데, 이러한 속도분포를 정확하게 계산하려면 유동층 간의 점도 차이와 층의 배열 순서 등을 고려한 해석이 필요하게 된다. 또한, MEMS(microelectromechanical system) 공정을 통해 제작하는 직사각형 단면의 미세채널은 다양한 크기의 종횡비(aspect ratio)를 갖게 되므로 양쪽 측면 벽이 유동에 미치는 영향을 반드시 고려해줘야 한다. 유한한 종횡비를 가지는 직사각형 단면의 채널 내에서 점도가 다른 두 종류의 유체가 인접하여 흐를 때 나타나는 속도분포를 해석적으로 구한 연구 결과^(14, 21, 22)는 찾아볼 수 있으나, 직사각형 미세채널에서 점도가 다른 세 개 이상의 유동층이 인접하여 흐르는 경우에 대한 해석 결과는 현재까지 발표되지 않은 것으로 보인다.

본 논문에서는 직사각형 단면을 갖는 미세채널 내 다층유동을 해석하기 위해 점도가 서로 다른 임의의 n 개 유동층의 속도분포에 관한 일반적인 해석해를 구하는 방법을 제시하고자 한다. 결과 부분에서는 실제로 활용도가 높은 중심면에 대해 대칭적인 3층유동을 대상으로 채널 단면의 종횡비 유동층의 점도비와 폭비가 유동에 미치는 영향을 살펴본다. 특히, 점도가 다른 유동층의 배열 순서와 벽의 상호작용이 유동장에 미치는 영향에 관해 자세하게 고찰하고, 다층유동의 계면 안정성에 관해 논의하기로 한다.

2. 지배 방정식

Fig. 1에 나타난 바와 같이, 단면의 폭이 $2a(=w)$ 이고 높이가 $2b(=h)$ 인 직사각형 수평 미세채널에서 일정한 압력차 dp/dx 에 의해 흐르는 n 개의 유동층으로 구성된 완전 발달된 비압축성, 정상 층류 유동에 관한 지배 방정식은 좌표축 변환을 통해 다음과 같이 단순화시킬 수 있다.

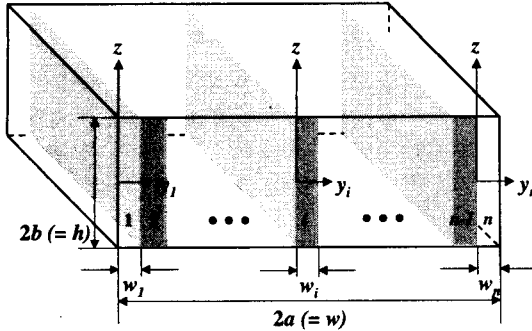


Fig. 1 Flow configuration for rectangular microchannel flow of n -layer fluids and transformation of the coordinates

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial y_i^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2} = \frac{1}{\mu_i} \frac{dp}{dx}, 0 \leq y_i \leq w_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

여기서 u_i , μ_i , w_i 는 각각 i 번째 유동층의 속도분포, 점도, 폭을 나타낸다. 각 층의 유동이 층류 영역에 완전히 속할 정도로 레이놀즈 수가 작으면서도, 계면 근처에서 확산에 의한 혼합 영역의 범위를 최소화할 수 있을 정도의 충분히 큰 유량 조건을 만족한다면 채널 하류 방향으로 일정 지점까지는 계면이 평평하다고 가정할 수 있다. 또한, 계면이 중력 방향과 평행하다고 가정하면, 인접하는 서로 다른 두 유체의 밀도차에 의한 영향은 무시할 수 있으므로 각 유동층의 밀도는 모두 같다고 가정한다. 무차원변수 $u_i^* = \frac{\mu_i u_i}{b^2 (\Delta p / L)}$, $y_i^* = y_i / b$, $z^* = z / b$, $m_i = \mu_i / \mu_1$ 를 사용하여 위의 지배방정식을 무차원화하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 u_i^*}{\partial y_i^{*2}} + \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial z^{*2}} = -\frac{1}{m_i}, 0 \leq y_i^* \leq \frac{w_i}{b}, i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

벽면에서의 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$u_i^*(y_i^*, \pm 1) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3a)$$

$$u_i^*(0, z^*) = 0 \quad (3b)$$

$$u_n^*\left(\frac{w_n}{b}, z^*\right) = 0 \quad (3c)$$

i 번째 층과 $i+1$ 번째 층의 계면에서 속도와 전단 응력의 연속 조건은 다음과 같다.

$$u_i^*\left(\frac{w_i}{b}, z^*\right) = u_{i+1}^*(0, z^*), \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (3d)$$

$$\left. \frac{\partial u_i^*}{\partial y_i^*} \right|_{y_i^* = \frac{w_i}{b}} = \frac{m_{i+1}}{m_i} \left. \frac{\partial u_{i+1}^*}{\partial y_{i+1}^*} \right|_{y_{i+1}^* = 0}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (3e)$$

지배방정식 (2)와 경계조건 (3a)를 만족시키는 해는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_i^*(y_i^*, z^*) = K_i (1 - z^{*2}) + \sum_{k=1}^{\infty} [A_i(k) \cosh(\lambda_k y_i^*) + B_i(k) \sinh(\lambda_k y_i^*)] \cos(\lambda_k z^*), \quad (4)$$

$$K_i = 1/2m_i, \quad \lambda_k = (2k-1)\pi/2$$

경계조건 (3b)-(3e)를 만족시키는 $A_i(k)$ 와 $B_i(k)$ 를 구하기 위해서는 다음과 같이 주어지는 관계식을 이용하면 된다.

$$A_{i+1}(k) = A_i(k) \cosh\left(\lambda_k \frac{w_i}{b}\right) + B_i(k) \sinh\left(\lambda_k \frac{w_i}{b}\right) + 4(K_i - K_{i+1}) \frac{(-1)^{k-1}}{\lambda_k^3}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (5a)$$

$$B_{i+1}(k) = \frac{m_i}{m_{i+1}} [A_i(k) \sinh\left(\lambda_k \frac{w_i}{b}\right) + B_i(k) \cosh\left(\lambda_k \frac{w_i}{b}\right)] \quad (5b)$$

$$A_1(k) = -4K_1 \frac{(-1)^{k-1}}{\lambda_k^3} \quad (5c)$$

$$A_n(k) \cosh\left(\lambda_k \frac{w_n}{b}\right) + B_n(k) \sinh\left(\lambda_k \frac{w_n}{b}\right) = -4K_n \frac{(-1)^{k-1}}{\lambda_k^3} \quad (5d)$$

여기서 식 (5a), (5c), (5d)를 얻는 데에는 직교성(orthogonality)을 이용한 푸리에 변환이 적용되었다.

식 (5a)와 (5b)를 이용해 $A_n(k)$ 와 $B_n(k)$ 를 각각 $A_1(k)$ 와 $B_1(k)$ 로 표현한 다음에 식 (5d)에 대입하여 $B_1(k)$ 를 구하면 전진대입법을 통해 $A_i(k)$ 와 $B_i(k)$ 를 결정할 수 있으므로, 각 유동층의 속도분포를 얻을 수 있다. 모든 계산은 Mathematica 3.0(Wolfram Research, IL, USA)을 통해 수행하였다.

각 유동층의 폭을 채널 폭으로 나눈 무차원 변수를 $w_i^* = w_i / w$ 라 했을 때, w_i^* 를 구하기 위해서는 i 번째 유동층의 속도분포를 단면적분해서 얻은 유량 q_i 와의 관계식을 이용하면 된다. 따라서 i 번째

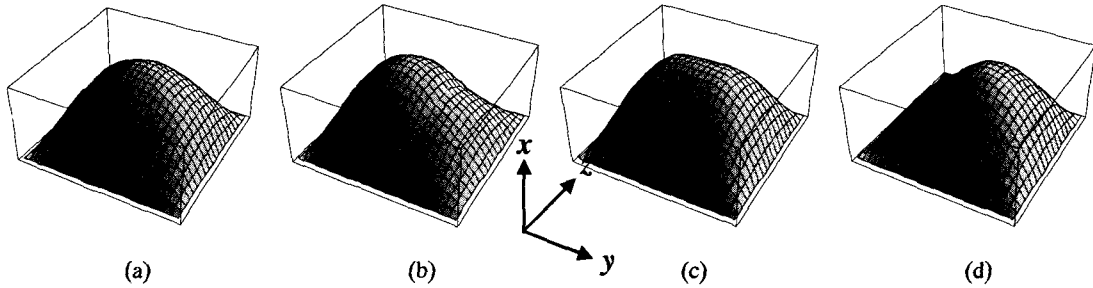


Fig. 2 Velocity profiles across the channel cross section for different parameter values: (a) $m_1:m_2:m_3 = 1:1:1$, (b) $m_1:m_2:m_3 = 1:1:2$, (c) $m_1:m_2:m_3 = 1:2:1$, (d) $m_1:m_2:m_3 = 1:0.5:0.5$

유동층의 무차원화된 유량 $q_i = \frac{12\mu_i}{wh^3(\Delta p/L)} q_i$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$q_i = 3w_i \bar{u}_i = \frac{w_i}{m_i} \left[1 + \frac{3m_i \alpha}{w_i} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{\lambda_k^2} C_i(k) \sinh(\lambda_k \frac{w_i}{\alpha}) \right],$$

$$C_i(k) = A_i(k) \cosh(\lambda_k \frac{w_i}{\alpha}) + B_i(k) \sinh(\lambda_k \frac{w_i}{\alpha}) \quad (6)$$

여기서 \bar{u}_i 는 무차원화된 평균속도로서 $\bar{u}_i = \frac{\mu_i \bar{u}_i}{b^2(\Delta p/L)}$, α 는 채널 단면의 중형비로서 $\alpha = h/w$ 로 정의된다. n 개의 유동층 중에서 i 번째에 위치한 유동층의 유량 q_i 는 점도비 m_i , 폭비 w_i , 채널 단면의 중형비 α 의 함수임을 알 수 있다. 따라서, 각 유동층의 유량은 유동층의 개수, 점도 분포, 두께 분포, 및 채널 단면의 중형비에 따라 변하게 된다. Anturkar 등⁽²³⁾ 은 이와 유사한 좌표축 변환 방법을 이용하여 n 개의 유동층을 갖는 평판 Poiseuille 유동의 해를 구하고 안정성 해석을 수행한 바 있다.

3. 결과 및 고찰

위에서 구한 일반적인 n 개 유동층에 관한 해석 결과를 통해 특정 조건에서의 속도분포를 구해보면 다음과 같다. 우선 n 개 유동층의 점도가 모두 같은 경우 i 번째 층의 속도분포는 식 (4)와 (5)로부터 다음과 같이 주어진다.

$$u_i^*(y^*, z^*) = \frac{16}{\pi^3} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)^3} \left[1 - \cosh[\lambda_k (\frac{2W_{i-1}-w}{h} + y_i^*)] / \cosh(\lambda_k \frac{w}{h}) \right] \cos(\lambda_k z^*), \quad (7)$$

$$W_i = \sum_{j=1}^i w_j, (W_0 = 0)$$

식 (7)에서 $n = 1$ 인 경우에는 다음과 같이 표현되며 좌표축 평행이동을 고려하면 이는 직사각형 단면을 갖는 채널 내 단일 유동의 속도분포⁽²⁴⁾와 일치한다.

$$u^*(y^*, z^*) = \frac{16}{\pi^3} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)^3} \left[1 - \cosh[\lambda_k (y^* - \frac{w}{h})] / \cosh(\lambda_k \frac{w}{h}) \right] \cos(\lambda_k z^*) \quad (8)$$

$n = 2$ 이고 두 유동층의 점도가 다른 경우에 식 (4)와 (5)를 이용해 속도분포를 구해본 결과, 좌표축 변환을 고려하면 Charles와 Lilleleht⁽¹⁴⁾이 제시한 해와 일치하는 것을 확인할 수 있었다.

앞에서 언급했듯이 각 유동층의 유량은 전체 유동층의 개수, 점도 분포, 두께 분포, 채널 단면의 중형비 등의 복합적인 영향을 받게 된다. 위에서 제시한 직사각형 미세채널에서의 다층 유동에 관한 일반적인 해석해는 임의의 개수를 갖는 유동층이 존재하는 경우에 적용 가능하다. 유동층의 개수가 많아질수록 각 유동층의 폭비와 점도비에 따라 매우 다양한 파라미터의 조합이 가능하므로, 본 논문에서는 $n = 3$ 인 경우에 한정하여 결과를 보여주고자 한다. $n = 3$ 일 때 식 (4)의 각 계수 $A_i(k)$ 와 $B_i(k)$ 는 뒤의 부록에 정리되어있다. $\alpha = 1$ 인 채널에서 각 유동층의 폭이 동일한 경우 점도 차이와 층의 배열에 따라 Fig. 2와 같이 다양한 단면 속도분포가 나타나게 된다.

논의를 더욱 간단히 하기 위해 유동층의 배열이 중심면에 대해 대칭인 3층유동에 한정하여 채널 단면의 중형비, 유동층의 점도비 및 폭비의 변화에 따라 유동장이 받는 영향을 살펴보기로 한다. 이 경우 유동층 1과 유동층 3이 동일한 경우로서, $w_1 = w_3, m_1 = m_3 = 1$ 인 관계를 만족한다. 여러 선행 연구^(3, 7, 10, 11)에서 찾아볼 수 있듯이 실제로 이러한

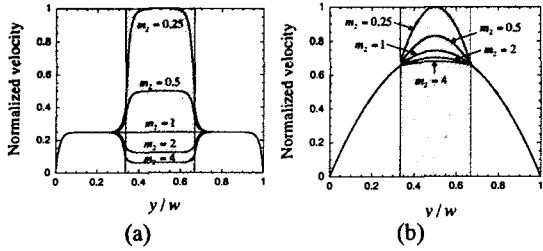


Fig. 3 Velocity profiles on the plane $z = 0$ in 3-layer flows for various viscosity ratios m_2 when $w_2^* = 1/3$: (a) $\alpha = 0.05$, (b) $\alpha = 10$

3층유동은 미세유체공학 분야에서 활용도가 높다. 미세유체공학 분야에서 일반적으로 사용하는 미세채널의 종횡비는 $0.1 \leq \alpha \leq 1$ 의 범위를 가지는 경우가 대부분이다. α 가 매우 작을 때는 좁은 평판 사이를 흐르는 비점성유체의 거동과 유사해지는 Hele-Shaw cell 내 유동으로 볼 수 있고, α 가 충분히 큰 경우는 평면 Poiseuille 유동으로 간주할 수 있다. $\alpha = 0.05$ 와 $\alpha = 10$ 일 때 평면 $z=0$ 에서 발생하는 다양한 점도비에 따른 속도분포를 Fig. 3에 나타내었다. 각 유동층의 속도분포는 $\alpha = 0.05$ 일 때는 대체적으로 평평하고, $\alpha = 10$ 일 때는 2차곡선 형태를 지닌다.

3.1 점도비에 따른 단면속도분포

채널 단면에서 위치에 따라 달라지는 속도분포를 자세히 살펴보기 위해 $w_2^* = 1/3$, $\alpha = 0.5$ 일 때, 다양한 점도비 m_2 에 대해서 평면 $z = 0$ 과 평행인 다른 여러 평면에서의 속도분포를 Fig. 4에 나타내었다. $m_2 = 0.25$, $m_2 = 0.5$ 인 경우는 각각 $m_2 = 4$, $m_2 = 2$ 일 때와 바깥 유동층과 가운데 유동층의 배열이 서로 바뀐 경우라고 볼 수 있다. 그래프에서 어둡게 표시한 부분은 유동층 2에 해당하는 영역을 나타낸다. 평면 $z = 0$ 에서의 최대속도가 1이 되도록 모든 속도값을 정규화해서 도시하였다. 벽에 해당하는 평면 $z/h = \pm 0.5$ 에 접근할수록 속도값이 감소하지만, 평면 $z = 0$ 에서 m_2 값에 따라 결정되는 속도분포곡선의 대체적인 형태가 유지되는 것을 볼 수 있다. $m_2 = 1$ 인 경우는 일반적인 채널유동의 속도분포로서 포물면 형태의 단면속도분포를 보인다. m_2 가 1이 아닌 경우에는 유동층 간의 경계에서 속도구배가 불연속적이며, 각 유동층 속도구배의 차이는 평면 $z = 0$ 에 가까울수록, 또한 m_2 값이 1에서 벗어날수록 심화된다. m_2 가 1이하일 때는 $y = 0$ 일 때 속도가 최대값에 도달하지만 $m_2 = 2$ 와 $m_2 = 4$ 인 경우에는 최대속도가 발생하는 지점이 유동층 2의 바깥쪽에 존재하는데, 이는 같은 유동층 배열

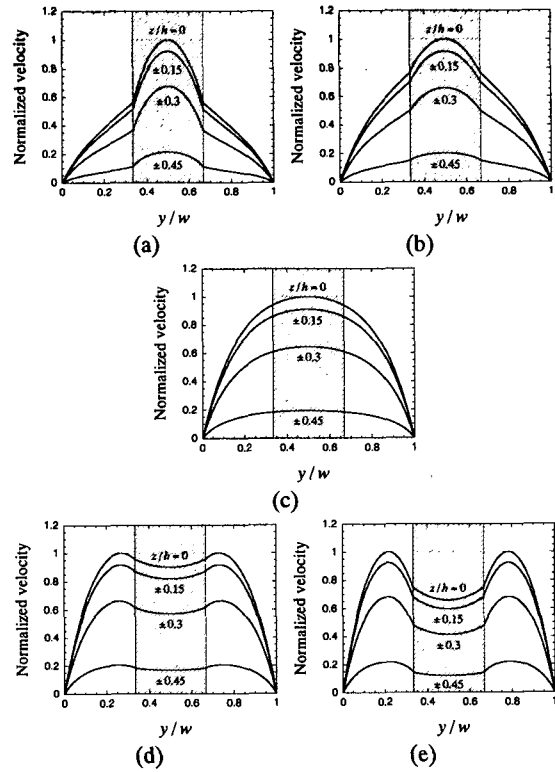


Fig. 4 Velocity profiles on the xy plane in 3-layer flows for various z/h when $\alpha = 0.5$ and $w_2^* = 1/3$: (a) $m_2 = 0.25$, (b) $m_2 = 0.5$, (c) $m_2 = 1$, (d) $m_2 = 2$, (e) $m_2 = 4$

을 갖는 평면다층유동이나 원관동심유동에서는 나타나지 않는 현상이다.

3.2 유동층 폭비의 영향

유동층 2가 차지하는 폭비 w_2^* 의 변화에 따라 달라지는 속도분포를 보고자, $\alpha = 0.5$ 일 때 여러 가지 w_2^* 값에 관해 평면 $z = 0$ 에서 계산한 속도분포를 Fig. 5에 나타내었다. 각 m_2 에서 계산한 속도는 최대속도로 나누어 정규화하였다. $m_2 = 1$ 일 때 속도분포는 Fig. 4(c)의 그래프에서 $z/h = 0$ 인 경우와 일치하므로 나타내지 않았다. w_2^* 가 증가할수록 $m_2 < 1$ 인 경우에는 속도가 증가하고 $m_2 > 1$ 인 범위에서는 속도가 감소하는데, 이는 점도가 큰 유동층이 차지하는 영역이 감소할수록 유동저항이 작아지기 때문이다. w_2^* 값의 변화에 따른 속도차이는 유동층 1과 유동층 2의 점도 차이가 클수록 증가한다. $m_2 > 1$ 인 경우에 유동층 2에서의 속도분포는 w_2^* 증가에 따라 오목한 형태에서 볼록한 형태의 곡선으로 변해가는 것을 볼 수 있다.

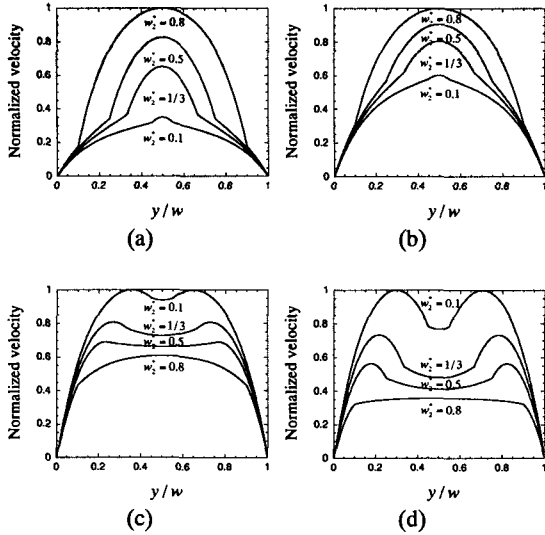


Fig. 5 Velocity profiles on the plane $z = 0$ in 3-layer flows for various width ratios w_2^* when $\alpha = 0.5$: (a) $m_2 = 0.25$, (b) $m_2 = 0.5$, (c) $m_2 = 2$, (d) $m_2 = 4$

3.3 채널 단면 증횡비의 영향

유동층의 점도비 m_2 및 폭비 w_2^* 뿐만 아니라 채널 단면의 증횡비 α 도 속도분포에 영향을 주게 되는데, $w_2^* = 1/3$ 일 때 다양한 α 에 관해 계산된 평면 $z=0$ 에서의 속도분포가 Fig. 6에 나타나 있다. 그래프에서 어둡게 표시한 부분은 유동층 2에 해당하는 영역을 나타낸다. m_2 가 일정한 경우 계산된 모든 속도 $\alpha = 0.25$ 일 때의 최대속도로 나누어서 정규화하였다. m_2 가 일정할 때 α 가 작아지면 각 유동층의 평균속도는 증가하는데, $m_2 > 1$ 인 경우에는 유동층 2에서 오히려 속도가 감소하는 영역이 나타난다. 또한, $m_2 = 0.25$ 와 $m_2 = 0.5$ 인 경우 $\alpha = 0.25$ 일 때 벽과 인접한 유동층의 속도분포곡선은 변곡점이 존재하는 3차곡선 형태를 보이는데, 이는 각 유동층의 속도분포가 2차곡선 형태로 나타나는 평면다층유동에서는 볼 수 없는 현상이다. m_2 가 증가할수록 유동층 2에서 α 의 변화에 따른 최대속도의 차이는 $m_2 < 1$ 에서는 감소하고, $m_2 > 1$ 에서는 증가하는 경향을 보인다. $m_2 = 1$ 일 때는 α 가 작아질수록 채널 가운데 부분의 속도분포가 포물선 형태를 벗어나서 평평해지는 것을 알 수 있는데, 벽에서부터 속도분포가 평평해지기 시작하는 지점까지의 무차원거리 y/w 는 대략적으로 α 와 같다. 그러므로, $\alpha < 0.5$ 인 범위에서는 채널 가운데 부분의 속도분포가 평평해지게 된다. 이러한 현상

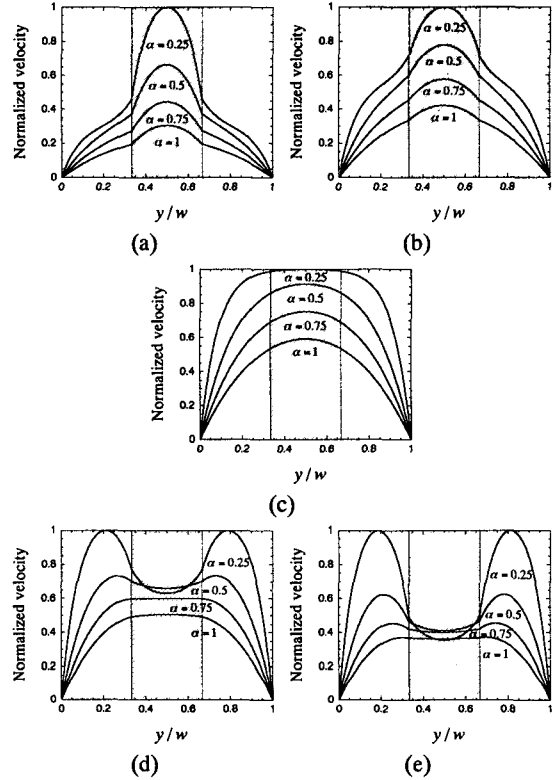


Fig. 6 Velocity profiles on the plane $z = 0$ in 3-layer flows for various aspect ratios α when $w_2^* = 1/3$: (a) $m_2 = 0.25$, (b) $m_2 = 0.5$, (c) $m_2 = 1$, (d) $m_2 = 2$, (e) $m_2 = 4$

이 나타나는 이유는 z 축에 위치한 위아래 벽이 측면 벽으로부터의 경계층 확산을 방해하기 때문이다.⁽²²⁾ Fig. 3에 나타낸 바와 같이 m_2 에 관계없이 α 가 0에 가까워질수록 두 평판 사이 간격이 매우 좁은 Hele-Shaw Cell 내를 흐르는 다층유동의 속도분포와 유사해지고, α 가 충분히 커지면 z 축에 위치한 위아래 벽이 없는 무한 평판 사이를 흐르는 유동인 평면다층유동의 속도분포와 같아지게 된다.

Fig. 4부터 Fig. 6까지에 나타낸 증심면에 대해 대칭적으로 배열된 3층유동의 속도분포를 통해 유동층의 점도비 m_2 , 폭비 w_2^* , 채널 단면 증횡비 α 등의 파라미터가 속도분포에 미치는 영향을 종합적으로 살펴보면, 채널 단면속도분포는 인접한 유동층 간의 점도차가 클수록, 또한 채널 단면 증횡비가 작을수록 $m_2 = 1$ 인 일반적인 채널유동의 포물선 형태 속도분포에서 벗어나는 정도가 증가하는 것을 알 수 있다. 또한, m_2 가 1이 아닌 경우에 가운데 유동층이 차지하는 폭비는 채널 속도분포에

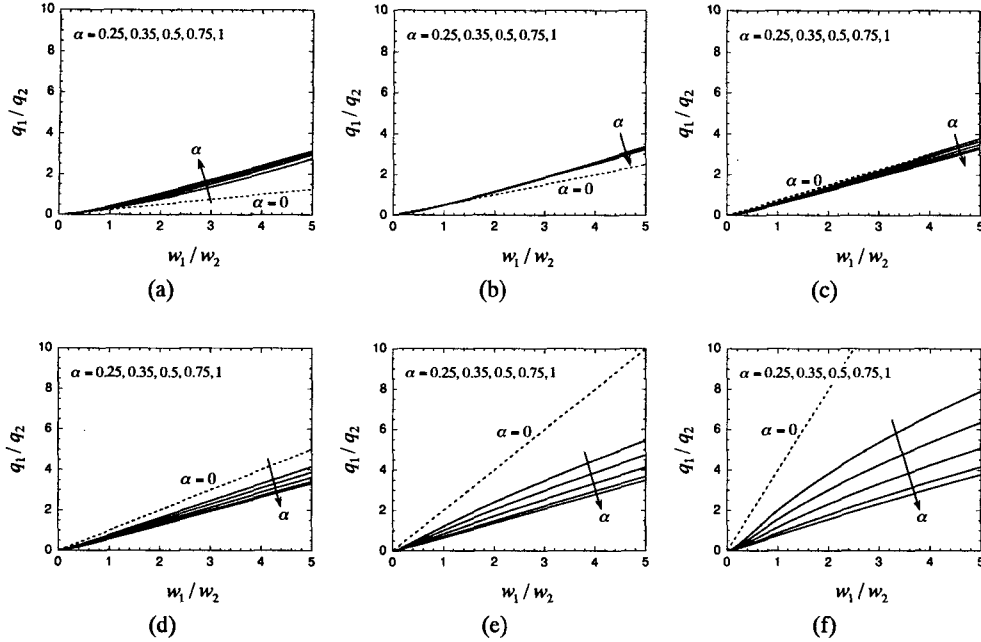


Fig. 7 Flow rate ratios of fluid layer 1 to layer 2 for various aspect ratios α : (a) $m_2 = 0.25$, (b) $m_2 = 0.5$, (c) $m_2 = 0.75$, (d) $m_2 = 1$, (e) $m_2 = 2$, (f) $m_2 = 4$

큰 영향을 미친다. 특히, α 가 작아질수록 위아래 벽의 영향으로 평면 $z=0$ 과 평행인 평면에서 나타나는 속도분포는 각 유동층에서 2차곡선 형태를 갖는 평면다층유동 속도분포와 크게 달라진다.

3.4 유동층 폭비와 유량비의 관계

점도가 다른 유동층의 배열 순서와 채널 벽면 효과에 따라 다양하게 변화하는 채널 속도분포는 각 유동층의 유량에도 큰 영향을 미치게 된다. 실제로 미세유체공학 분야에서 다층유동을 활용할 때는 원하는 각 유동층의 폭을 얻기위해 각 유동층 간의 유량비를 정확하게 조절할 수 있어야 한다. 점도를 미리 알고 있는 유체를 이용해 다층유동을 생성시킬 때 실제로 필요한 정보는 원하는 각 유동층의 폭을 얻기 위해 필요한 유동층 1과 유동층 2의 유량비이다. 다양한 m_2 와 α 에 따라 변화하는 유량비 q_1/q_2 폭비 w_1/w_2 의 관계를 Fig. 7에 나타내었다. 각 그래프에 점선으로 표시된 직선은 $\alpha = 0$ 인 무한 평판 사이 유동에서 나타나는 q_1/q_2 와 w_1/w_2 의 관계를 나타내며, 여기서 기울기는 점도비 m_2 가 된다. $m_2 \geq 1$ 인 경우에 m_2 와 α 에 따라 q_1/q_2 의 변화는 일정한 경향을 보인다. $m_2 = 1$ 일 때 q_1/q_2 와 w_1/w_2 는 대체적으로 선형적인 관계를 보이며, m_2 가 커질수록 $\alpha = 0$ 일 때의 선형 관계에서 벗어나는 정도가 커지며 2차곡선 형태를 따라간다.

종횡비 α 가 클수록 q_1/q_2 와 w_1/w_2 의 관계는 보다 선형적이며 α 가 작은 경우에 비해 m_2 의 증감에 따른 영향을 덜 받는 것을 확인할 수 있다. $m_2 < 1$ 인 경우에는 α 의 영향에 따른 유량비와 폭비의 관계 변화 추세가 일정하지 않은 범위가 나타난다 주목할 만한 점은 $m_2 = 0.5$ 인 경우에는 q_1/q_2 과 w_1/w_2 의 관계가 α 에 상관없이 거의 일정하다는 사실이다. 즉, 벽과 인접한 유동층의 점도가 가운데 유동층 점도보다 2배 큰 경우에 유량비와 폭비의 관계는 채널 단면 형상에 거의 영향을 받지 않는다. $0.25 \leq m_2 \leq 4$ 범위에서 w_1/w_2 에 따른 q_1/q_2 의 변화는 $m_2 > 1$ 일 때 $m_2 = 1$ 인 일반 채널유동과의 편차가 $m_2 < 1$ 인 경우보다 크게 나타나며, 이는 앞에서 살펴본 점도가 다른 유동층의 배열 상태 및 채널 단면 종횡비에 따른 속도분포 곡선의 다양한 변화 양상에 기인하는 것이라고 해석할 수 있다.

3.5 기존 실험과의 비교

위에서 이론적으로 계산한 미세채널에서의 점도비에 따른 유량비와 폭비의 관계는 실제 측정을 통한 검증 작업이 필요하며, 이에 관한 실험적 연구가 현재 진행중이다. 미세채널에서 3층유동을 활용한 선행 연구결과 중에서 각 유동층의 폭을 측정된 결과를 제시한 연구자로는 Hibara 등⁽³⁾과 Takayama 등⁽¹¹⁾이 있다. Hibara 등은 폭 $w = 70 \mu\text{m}$

이고 종횡비 $\alpha = 0.429$ 인 미세채널에서 가운데 유동층에 에틸아세트산(ethylacetate), 바깥 유동층에는 에틸아세트산과 섞이지 않는 물을 $q_1/q_2 = 0.6$ 인 일정한 유량비를 유지하도록 흘려주고, 가운데 유동층의 폭을 측정된 결과 $w_2 = 15 \mu\text{m}$ 를 얻었다. 상온 25°C 에서 실험이 수행되었다고 가정하면, $m_2 = 0.423$ ⁽²⁵⁾이고 본 논문에서 제시한 계산 방법에 따르면 $w_1/w_2 = 1.23$ 이다. 따라서, $w_2 = 20.2 \mu\text{m}$ 이 되는데 측정값과 약 26% 차이를 보인다. 이들은 또한 폭 $w = 200 \mu\text{m}$, $\alpha = 0.15$ 인 채널에서 가운데 유동층에 m-xylene, 바깥 유동층에는 Co-DMAP(Co-dimethylaminophenol) 용액을 유량비 $q_1/q_2 = 0.5$ 가 되도록 흘려주고 가운데 유동층의 폭을 측정하였다. 역시 상온 25°C 를 가정하면 $m_2 = 0.5$ 이고, 이론적인 계산을 통해 얻은 $w_2 = 62.1 \mu\text{m}$ 은 측정값 $w_2 = 67 \mu\text{m}$ 와 8% 정도 차이가 난다. 이들이 사용한 미세채널은 유리 식각 공정을 통해 제작한 것으로서 단면 형상이 직사각형이 아닌 반원형에 가깝기 때문에 본 논문에서 제시한 직사각형 단면 채널에 관한 이론값과 측정값 사이에 차이가 발생하는 것으로 생각된다. 또한, 서로 잘 섞이지 않는 유기용매 에틸아세트산과 물의 경계에서는 계면 장력이 발생하므로, 계면 장력을 고려하지 않고 수행한 본 논문의 계산 결과와 차이가 발생할 수 있다. 이 밖에도 사용된 m_2 값의 온도에 따른 변화, 미세채널의 가공 오차, 측정 오차 등도 이론값과 측정값의 차이를 유발하는 요인이 될 수 있다.

Takayama 등은 플라스틱 미세가공기술을 통해 PDMS(poly(dimethylsiloxane)) 재질로 된 사각 단면의 미세채널을 제작하였고, 3층유동에서 PDMS 식각액을 가운데 유동층에 흘려주어 채널의 특정 부분만을 식각할 수 있었다. 이들은 평판 사이 유동에 관한 압력과 유량 간의 관계식을 통해 각 유동층의 유량비에 따른 폭비를 계산하고 측정값과 비교하였다. 폭 $w = 300 \mu\text{m}$, $\alpha = 0.183$ 인 채널에서 유량비 $q_1/q_2 = 0.444$ 이고 유동층 간의 점도는 같다고 보았을 때, 이들이 계산한 유동층 1에 대한 유동층 2의 폭비 $w_2/w_1 = 2.3$ 이고 측정값은 $w_2/w_1 = 2.4$ 였다. 같은 조건에서 본 논문에서 제시한 방법으로 정확하게 계산하면 $w_2/w_1 = 1.77$ 이 되며, 이는 측정값과 약 36%의 오차가 있다. 이들이 같은 채널에서 다른 유량비 $q_1/q_2 = 3$ 으로 흘려준 경우에 계산값은 $w_2/w_1 = 0.333$ 이고 측정값은 $w_2/w_1 = 0.5$ 였다. 본 논문의 해석해를 이용해 계산한 결과는 $w_2/w_1 = 0.289$ 가 되며, 이는 측정값과 73% 정도의 차이를 보인다. 실제로 식각액을 흘린 유동층에서는 시간이 지남에 따라 식각이 진행되면서 그 부분 채널의 형상이 변하게 된다. 유량이 일정한 상

태에서 채널의 깊이가 증가하면 유속이 감소하면서 유동층의 폭이 증가하게 된다. 따라서 이들이 측정된 w_2/w_1 이 계산값보다 크게 나타난 것으로 생각된다. 이밖에 생각해볼 수 있는 오차 유발 요인으로는 계산에 사용된 m_2 값의 오차, 미세채널의 가공 오차, 측정 오차 등이 있다.

3.6 유동 안정성 문제

다층유동을 미세유체공학 분야에 활용하기 위해서는 어느 경우나 유동층 간의 계면을 안정하게 유지시키는 일이 매우 중요하다. 서론에서 잠깐 언급했듯이, 무한 평판 사이를 흐르는 평면다층유동의 계면 안정성 해석에 관한 그동안의 유체역학적인 연구 결과들을 살펴보면 낮은 레이놀즈수를 갖는 유동에서도 인접한 유동층의 점도 차이만에 의해서 계면의 불안정성이 발생할 수 있다.⁽¹⁸⁾ 기존에 수행되었던 다층유동에 관한 안정성 해석 연구는 종횡비 α 가 매우 큰 경우에 해당하는 평면 다층 Poiseuille 유동을 대상으로 한 것^(18, 23, 26)이 대부분이고, α 가 충분히 작은 경우로 볼 수 있는 Hele-Shaw cell 내 다층유동을 대상으로 수행한 몇몇 연구^(27, 28)도 찾아볼 수 있다. 그러나 이러한 연구 결과들을 α 가 유한한 값을 갖는 미세채널 내 다층 Poiseuille 유동에 그대로 적용할 수는 없으며, 본 연구를 통해 얻은 해석해를 이용해 z 축 방향으로의 속도변화를 고려한 안정성 해석이 필요하다.

본 논문에서 고려한 유한한 종횡비를 갖는 채널 중심면에 대해 대칭적으로 배열된 3층유동과 동일한 구성을 갖는 평면 3층 Poiseuille 유동 및 Hele-Shaw cell 내 3층유동의 안정성 해석에 관한 선행 연구결과를 살펴보기로 한다. 평면 3층 Poiseuille 유동의 안정성 해석에 관한 Anturkar 등⁽²³⁾과 Laure 등⁽²⁶⁾의 연구 결과를 참조하면, 가운데 유동층의 점도가 바깥 층에 비해 낮은 경우에는 긴 주기의 파동을 갖는 교란에 대해 층의 두께와 상관없이 유동이 항상 불안정하고, 채널 중심면에 대해 대칭적인 3층유동에서 가운데 유동층의 점도가 바깥 층보다 높은 경우에는 긴 주기의 파동에 대해 항상 안정하다. 이 때 채널 속도분포는 하류 방향으로 불룩한 형태가 된다. 또한, 유동층 사이에 작용하는 계면 장력은 짧은 주기의 교란을 안정화시키는 역할을 한다고 알려져 있다.⁽¹⁹⁾ Zeybek과 Yortsos⁽²⁷⁾는 Hele-Shaw cell 내를 흐르는 3층유동에서 가운데 유동층의 점도가 높은 경우에 대해 수행한 선형 안정성 해석을 통해, 유한한 크기의 모세관 수(capillary number)와 유한한 주기의 교란에 대해서 유동은 안정하다는 것을 밝혔으며

이 때는 젖음도(wettability)와 모세관 현상(capillarity)의 영향이 중요해진다고 언급하였다. 이러한 선행연구결과에 따르면 직사각형 단면을 갖는 미세채널에서 α 가 충분히 작거나 큰 경우에는 가운데 유동층의 점도가 높을 때 보다 안정한 계면 상태를 유지할 것으로 생각된다. Fig. 5에서 볼 수 있듯이 $m_2 > 1$ 인 경우에는 w_2 가 커질수록 단면 속도분포는 불룩한 형태가 되므로, $\alpha < 1$ 인 미세채널에서도 가운데 유동층의 점도가 높고 층이 두꺼울수록 보다 안정한 구조일 것이다. 그러나, Fig. 6에서 볼 수 있듯이 $m_2 > 1$ 일 때 α 가 작아질수록 위아래 벽면 효과에 의해 속도분포는 불룩한 형태를 벗어나게 된다. 따라서 Hele-Shaw cell로 볼 수 있을 정도로 충분히 작은 α 값을 갖지 않는 미세채널에서 가운데 유동층의 점도가 높은 경우에 항상 안정한 계면을 형성하는 지를 알아보기 위해서는 보다 자세한 안정성 해석 연구가 필요하다.

점도 뿐만 아니라 극성이 달라서 섞이지 않는 두 용액을 지속적으로 접촉시키며 흘러줘야 하는 경우에는 유동층 간의 계면 장력이 발생하여 계면이 평평하지 않고 일정한 곡률을 가지게 된다. 최근 일부 연구자들은 미세채널에서 서로 섞이지 않는 두 용액 사이의 계면에서 나타나는 불안정성을 언급하였고, 계면 안정성을 위해 채널 구조 변경⁽²⁾이나 국부적인 표면 처리⁽²⁹⁾ 등의 새로운 방법을 제시한 바 있다. Tokeshi 등⁽²⁾이 이용한 용액은 상온에서 점도가 0.581⁽²⁵⁾인 m-xylene 유기 용매와 점도가 0.890⁽²⁵⁾인 수용액으로, 주사기 펌프를 이용해 이들을 함께 일반적인 채널에 흘렸을 경우에는 안정된 계면을 형성시킬 수 없었다고 보고하였다. 주사기 펌프는 스텝 모터에 의해 구동되므로 항상 미세한 펄스를 발생시키는데, 이때 유동 배열은 가운데 유동층이 점도가 높은 경우가 아니었으므로 위에서 언급한 평면 3층 Poiseuille 유동에 관한 안정성 해석 결과에 비추어본다면 점도 차이에 의한 계면 불안정성이 발생했을 가능성이 있다. 유기 용매와 수용액 간의 계면 장력은 짧은 주기의 교란을 안정화시키는 역할을 할 수 있지만, 긴 주기의 교란에 대한 불안정성이 발생하여 이들이 사용한 긴 채널에서 관찰되었을 가능성이 있다. Yunus 등⁽³⁰⁾은 점도가 다른 수용액과 유기 용매로 이루어진 2층유동의 계면 안정성에 관한 실험을 해본 결과 미세채널의 종횡비가 1/6 이하일 때만 안정된 계면이 형성된다고 보고하였다. 이러한 이론적, 실험적 결과들을 종합해볼 때 미세채널에서 다층유동의 계면 안정성은 유동층 간의 점도비에 따른 속도분포와 함께 벽면에서 용액의 젖음도,

용액 사이의 계면 장력 등의 복합적인 영향을 받을 것으로 생각되며, 이에 관한 종합적인 이해를 위해서는 추가적인 연구가 수행되어야 할 것이다.

4. 결론

최근 미세유체공학 분야에서 활용도가 높아지고 있는 층류 다층유동에 관한 이론적인 해석을 수행하기 위해 직사각형 단면을 갖는 미세채널 내에서 평평한 유동 계면을 가정하여 완전 발달된 다층유동에 관한 해석해를 구하는 방법을 제시하였다. 본 논문에서 제시한 방법은 임의의 n 개 유동층을 가지는 다층유동 해석에 적용할 수 있으나 논의를 간단히 하기 위해 중심면에 대해 대칭적으로 배열된 3층유동에 한정하여 채널 단면의 종횡비, 유동층의 점도비 및 폭비의 변화에 따라 유동장이 받는 영향을 살펴보았다. 각 파라미터 값의 변화에 따라 미세채널에서는 무한 평판 사이를 흐르는 다층유동의 속도분포와는 다른 다양한 속도분포가 발생하는 것을 확인하였고, 이를 고려한 유량비와 폭비의 관계를 구할 수 있었다. 또한, 평면다층유동에서 나타나는 점도 차이에 의한 불안정성 해석에 관한 선행연구결과를 적용하여 미세채널 내 다층유동의 안정성에 관한 논의를 하였고 다층유동이 실제로 활용된 미세유체공학 분야의 선행연구에서 관찰된 다층유동의 불안정성 발생 원인을 분석하였다. 미세채널에서 다층유동의 계면 안정성은 유동층 간의 점도비에 따른 다양한 속도분포와 함께 유동과 벽면, 유동과 유동 사이의 물리, 화학적 상호작용의 복합적인 영향을 받는 것으로 생각되며, 이러한 영향을 모두 고려한 새로운 안정성 해석법이 요구된다. 본 연구에서 제시한 다층유동에 관한 일반적인 해석해는 생물, 화학적 응용 분야에 미세유체공학을 활용할 때 필요한 정보인 유량비와 폭비 관계 뿐만 아니라 미세채널 내에서의 확산 현상, 유동층 간의 계면 안정성 등의 해석에 이용될 수 있다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 지정 우수연구센터(ERC)인 초미세 생체전자 시스템 연구센터와 BK21 사업 서울대/한양대 기계분야 연구인력양성사업단의 연구비 지원으로 이루어졌으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Hatch, A., Kamholz, A. E., Hawkins, K. R., Munson, M. S., Schilling, E. A., Weigl, B. H. and Yager, P., 2001, "A Rapid Diffusion Immunoassay in a T-sensor," *Nat. Biotech.*, Vol. 19, No. 5, pp. 461~465.
- (2) Tokeshi, M., Minagawa, T., Uchiyama, K., Hibara, A., Sato, K., Hisamoto, H. and Kitamori, T., 2002, "Continuous-Flow Chemical Processing on a Microchip by Combining Microunit Operations and a Multiphase Flow Network," *Anal. Chem.*, Vol. 74, pp. 1565~1571.
- (3) Hibara, A., Tokeshi, M., Uchiyama, K., Hisamoto, H. and Kitamori, T., 2001, "Integrated Multilayer Flow System on a Microchip," *Anal. Sci.*, Vol. 17, pp. 89~93.
- (4) Erbacher, C., Bessoth, F. G., Busch, M., Verpoorte, E. and Manz, A., 1999, "Towards Integrated Continuous-Flow Chemical Reactors," *Mikrochim. Acta*, Vol. 131, pp. 19~24.
- (5) Larsen, U. D., Blankenstein G. and Branebjerg, J., 1997, "Microchip Coulter Particle Counter," *Transducers'97, Proc. of Int. Conf. on Solid-State Sensors and Actuators*, pp. 1319~1322, June 16-19, Chicago.
- (6) Chung, S., Park, S.-J., Kim, J. K., Chung, C., Han, D. C. and Chang, J. K., "Plastic Microchip Flow Cytometer Based on 2 and 3 Dimensional Hydrodynamic Flow Focusing," *Microsystem Technol.*, accepted for publication.
- (7) Kim, J. K., Bang, H., Lee, Y., Chung, C., Yoo, J. Y., Yang, S. S., Kim, J. S., Park, S. and Chang, J. K., 2001, "Micro-Imaging Techniques for Evaluation of Plastic Microfluidic Chip," *J. Semiconductor Tech. and Sci.*, Vol. 1, No. 4, pp. 239~247.
- (8) Lee, G. B., Hwei, B. H. and Huang, G. R., 2001, "Micromachined Pre-Focused $M \times N$ Flow Switches for Continuous Multi-Sample Injection," *J. Micromech. Microeng.*, Vol. 11, No. 6, pp. 654~661.
- (9) Berger, M., Castelino, J., Huang, R., Shah, M. and Austin, R. H., 2001, "Design of a Microfabricated Magnetic Cell Separator," *Electrophoresis*, Vol. 22, pp. 3883~3892.
- (10) Kenis, P. J. A., Ismagilov, F. and Whitesides, G. M., 1999, "Microfabrication Inside Capillaries Using Multiphase Laminar Flow Patterning," *Science*, Vol. 285, pp. 83~85.
- (11) Takayama, S., Ostuni, E., Qian, X., McDonald, J. C., Jiang, X., LeDuc, P., Wu, M.-H., Ingber, D. E. and Whitesides, G. M., 2001, "Topographical Micro-patterning of Poly(dimethylsiloxane) Using Laminar Flows of Liquids in Capillaries," *Adv. Mat.*, Vol. 13, No. 8, pp. 570~574.
- (12) Han, C. D., 1981, "Multiphase Flow in Polymer Processing," Academic Press, New York.
- (13) Joseph, D. D., Bai, R., Chen, K. P. and Renardy, Y. Y., 1997, "Core-Annular Flows," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 29, pp. 65~90.
- (14) Charles, M. E. and Lilleleht, L. U., 1965, "Co-Current Stratified Laminar Flow of Two Immiscible Liquids in a Rectangular Conduit," *Can. J. Chem. Eng.*, Vol. 43, No. 2, pp. 110~116.
- (15) Yu, H. S. and Sparrow, E. M., 1967, "Stratified Laminar Flow in Ducts of Arbitrary Shape," *AIChE J.*, Vol. 13, No. 1, pp. 10~16.
- (16) Yu, H. S. and Sparrow, E. M., 1969, "Experiments on Two-Component Stratified Flow in a Horizontal Duct," *Trans. ASME C: J. Heat Transfer*, Vol. 91, pp. 51~58.
- (17) Wang, Chester C. C. and Charles, M. E., 1981, "Co-Current Stratified Flow of Immiscible Liquids: Velocity Distribution and Pressure Gradient in the Laminar-Laminar and Laminar-Turbulent Regimes," *Can. J. Chem. Eng.*, Vol. 59, No. 6, pp. 668~676.
- (18) Yih, C.-S., 1967, "Instability Due to Viscosity Stratification," *J. Fluid Mech.*, Vol. 27, pp. 337~352.
- (19) Yiantsios, S. G. and Higgins, B. G., 1988, "Linear Stability of Plane Poiseuille Flow of Two Superposed Fluids," *Phys. Fluids*, Vol. 31, No. 11, pp. 3225~3238.
- (20) Kamholz, A. E., Weigl, B. H., Finlayson, B. A. and Yager, P., 1999, "Quantitative Analysis of Molecular Interaction in a Microfluidic Channel: The T-Sensor," *Anal. Chem.*, Vol. 71, pp. 5340~5347.
- (21) Galambos, P., 1998, "Two-Phase Dispersion in Micro-Channels," Ph. D. Dissertation, Univ. of Washington, WA, USA.
- (22) Gondret, P., Rakotomalala, N., Rabaud, M., Salin, D. and Watzky, P., 1997, "Viscous Parallel Flows in Finite Aspect Ratio Hele-Shaw Cell: Analytical and Numerical Results," *Phys. Fluids*, Vol. 9, No. 6, pp. 1841~1843.
- (23) Anturkar, N. R., Papanastasiou, T. C. and Wilkes, J. O., 1990, "Linear Stability Analysis of Multilayer Plane Poiseuille Flow," *Phys. Fluids*, Vol. 2, No. 4, pp. 530~541.
- (24) White, F. M., 1991, *Viscous Fluid Flow*, 2nd Ed., McGraw-Hill, New York.
- (25) Lide, D. R., 1999, *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 80th Ed., CRC Press, Boca Raton, FL.
- (26) Laure, P., Le Meur, H., Demay, Y., Saut, J. C. and Scotto, S., 1997, "Linear Stability of Multilayer Plane Poiseuille Flows of Oldroyd B Fluids," *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 71, pp. 1~23.
- (27) Zeybek, M. and Yortsos, Y. C., 1992, "Parallel Flow in Hele-Shaw Cells," *J. Fluid Mech.*, Vol. 241, pp. 421~442.
- (28) Gondret, P. and Rabaud, M., 1997, "Shear Instability of Two-Fluid Parallel Flow in a Hele-Shaw Cell," *Phys. Fluids*, Vol. 9, No. 11, pp. 3267~3274.
- (29) Zhao, B., Viernes, N. O. L., Moore, J. S. and Beebe, D. J., 2002, "Control and Applications of Immiscible Liquids in Microchannels," *J. Am. Chem. Soc.*, Vol. 124, pp. 5284~5285.
- (30) Yunus, K., Marks, C. B., Fisher, A. C., Allsopp, D. W. E., Ryan, T. J., Dryfe, R. A. W., Hill, S. S., Roberts, E. P. L. and Brennan, C. M., 2002, "Hydrodynamic Voltammetry in Microreactors: Multiphase Flow," *Electrochem. Comm.*, Vol. 4, pp. 579~583.

$$A_2 = A_1 \cosh(\lambda_k \frac{w_1}{b}) + B_1 \sinh(\lambda_k \frac{w_1}{b}) + 4(K_1 - K_2) \frac{(-1)^{k-1}}{\lambda_k^3}$$

$$B_2 = A_1 \frac{m_1}{m_2} \sinh(\lambda_k \frac{w_1}{b}) + B_1 \frac{m_1}{m_2} \cosh(\lambda_k \frac{w_1}{b})$$

$$\begin{aligned} A_3 = & [\cosh(\lambda_k \frac{w_1}{b}) \cosh(\lambda_k \frac{w_2}{b}) \\ & + \frac{m_1}{m_2} \sinh(\lambda_k \frac{w_1}{b}) \sinh(\lambda_k \frac{w_2}{b})] A_1 \\ & + [\sinh(\lambda_k \frac{w_1}{b}) \cosh(\lambda_k \frac{w_2}{b}) \\ & + \frac{m_1}{m_2} \cosh(\lambda_k \frac{w_1}{b}) \sinh(\lambda_k \frac{w_2}{b})] B_1 \\ & + 4[(K_1 - K_2) \cosh(\lambda_k \frac{w_2}{b}) + (K_2 - K_3)] \frac{(-1)^{k-1}}{\lambda_k^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_3 = & [\frac{m_2}{m_3} \cosh(\lambda_k \frac{w_1}{b}) \sinh(\lambda_k \frac{w_2}{b}) \\ & + \frac{m_1}{m_3} \sinh(\lambda_k \frac{w_1}{b}) \cosh(\lambda_k \frac{w_2}{b})] A_1 \\ & + [\frac{m_2}{m_3} \sinh(\lambda_k \frac{w_1}{b}) \sinh(\lambda_k \frac{w_2}{b}) \\ & + \frac{m_1}{m_3} \cosh(\lambda_k \frac{w_1}{b}) \cosh(\lambda_k \frac{w_2}{b})] B_1 \\ & + 4 \frac{m_2}{m_3} (K_1 - K_2) \sinh(\lambda_k \frac{w_2}{b}) \frac{(-1)^{k-1}}{\lambda_k^3} \end{aligned}$$

여기서 A , 과 B , 은 다음과 같이 주어진다.

$$A_1 = -4K_1 \frac{(-1)^{k-1}}{\lambda_k^3}$$

$$\begin{aligned} B_1 = & -\frac{4}{D} \{ [\cosh(\lambda_k \frac{w_1}{b}) \cosh(\lambda_k \frac{w_2}{b}) \cosh(\lambda_k \frac{w_3}{b}) \\ & + \frac{m_1}{m_2} \sinh(\lambda_k \frac{w_1}{b}) \sinh(\lambda_k \frac{w_2}{b}) \cosh(\lambda_k \frac{w_3}{b}) \\ & + \frac{m_2}{m_3} \cosh(\lambda_k \frac{w_1}{b}) \sinh(\lambda_k \frac{w_2}{b}) \sinh(\lambda_k \frac{w_3}{b}) \\ & + \frac{m_1}{m_3} \sinh(\lambda_k \frac{w_1}{b}) \cosh(\lambda_k \frac{w_2}{b}) \sinh(\lambda_k \frac{w_3}{b})] K_1 \\ & - [\cosh(\lambda_k \frac{w_2}{b}) \cosh(\lambda_k \frac{w_3}{b}) \\ & + \frac{m_2}{m_3} \sinh(\lambda_k \frac{w_2}{b}) \sinh(\lambda_k \frac{w_3}{b})] (K_1 - K_2) \\ & - \cosh(\lambda_k \frac{w_3}{b}) (K_2 - K_3) - K_3 \} \frac{(-1)^{k-1}}{\lambda_k^3} \end{aligned}$$

여기서 D 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} D = & \sinh(\lambda_k \frac{w_1}{b}) \cosh(\lambda_k \frac{w_2}{b}) \cosh(\lambda_k \frac{w_3}{b}) \\ & + \frac{m_1}{m_2} \cosh(\lambda_k \frac{w_1}{b}) \sinh(\lambda_k \frac{w_2}{b}) \cosh(\lambda_k \frac{w_3}{b}) \\ & + \frac{m_2}{m_3} \sinh(\lambda_k \frac{w_1}{b}) \sinh(\lambda_k \frac{w_2}{b}) \sinh(\lambda_k \frac{w_3}{b}) \\ & + \frac{m_1}{m_3} \cosh(\lambda_k \frac{w_1}{b}) \cosh(\lambda_k \frac{w_2}{b}) \sinh(\lambda_k \frac{w_3}{b}) \end{aligned}$$