

## 유용성의 측면에서 기하학적, 열적 비대칭 사다리꼴 흰의 최적화

강 형 석<sup>†</sup>

(2002년 9월 2일 접수, 2003년 2월 13일 심사완료)

### Optimization of Geometrically, Thermally Asymmetric Trapezoidal Fins with a View of Effectiveness

Hyung Suk Kang

**Key Words:** Biot Number(비오투 수), Fin Effectiveness(흰 유용성), Fin Efficiency(흰 효율), Optimization(최적화)

#### Abstract

Optimum fin effectiveness of geometrically and thermally asymmetric trapezoidal fins is represented as a function of the ratio of the fin bottom to top Biot numbers, the ratio of the fin tip to top Biot numbers and fin shape factor. Optimum fin effectiveness is taken as 98% of the maximum fin effectiveness by comparing the increasing rate of fin effectiveness with that of dimensionless fin length. For this analysis, two dimensional separation of variables method is used. Also, the value of the slope of upper surface of the fin and fin efficiency corresponding to optimum effectiveness are presented.

#### 기호설명

$Bi_i$  : 흰 주위 Biot 수 ( $= h_i l / k$ ,  $i=1, 2, 3$ )

$h_i$  : 흰 주위 열대류계수 ( $W/m^2 \cdot ^\circ C$ )

$k$  : 흰의 열전도율 ( $W/m \cdot ^\circ C$ )

$l$  : 흰 높이의 반 (m)

$L'$  : 흰 길이 (m)

$L$  : 무차원 흰 길이 ( $= L'/l$ )

$q$  : 단위 폭당 열손실 ( $W/m$ )

$Q$  : 무차원 열손실 ( $= q/(k\theta_0)$ )

$s$  : 흰 윗면의 경사 ( $= (1-\xi)/L$ )

$T$  : 온도 ( $^\circ C$ )

$T_w$  : 흰뿌리 온도 ( $^\circ C$ )

$T_\infty$  : 주위 온도 ( $^\circ C$ )

$x'$  : 길이 방향 좌표 (m)

$x$  : 무차원 길이 방향 좌표 ( $= x'/l$ )

$y'$  : 높이 방향 좌표 (m)

$y$  : 무차원 높이 방향 좌표 ( $= y'/l$ )

#### 그리스문자

$\theta$  : 무차원 온도 ( $(T-T_\infty)/(T_w-T_\infty)$ )

$\theta_0$  : 변형된 온도 ( $(T_w-T_\infty)$ ) ( $^\circ C$ )

$\alpha$  : 비오투 수의 비 ( $= Bi_2 / Bi_1$ )

$\beta$  : 비오투 수의 비 ( $= Bi_3 / Bi_1$ )

$\lambda_n$  : 고유값 ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )

$\varepsilon$  : 흰 유용성

<sup>†</sup> 회원, 강원대학교 기계·메카트로닉스공학부

E-mail : hkang@kangwon.ac.kr

TEL : (033)250-6316 FAX : (033)242-6013

- $\eta$  : 환 효율  
 $\xi$  : 환 형상 계수 ( $0 \leq \xi < 1$ )

하첨자

- 0 : 환 바닥  
 1 : 환 위  
 2 : 환 아래  
 3 : 환 끝  
 w : 벽  
 $\infty$  : 환 주위

상첨자

- ' : 차원 변수  
 \* : 최적

## 1. 서 론

환 또는 확장된 표면은 주 면으로부터 열전달을 증가시키기 위하여 많이 사용되고 있다. 그 사용범위는 일반 가정의 간단한 난방기구에서부터 최첨단 항공기까지 매우 광범위하다. 이러한 환에 대한 많은 연구가 이루어졌고 계속해서 논문들이 발표되고 있다. 환에 대한 직접적인 연구로는 크게 두가지로 분류할 수 있는데 그 중 하나의 분야는 환의 성능에 대한 연구이다. 이와 관련된 연구로는 Donovan과 Rohrer는<sup>(1)</sup> 평판 위에 긴 사각 환들로 구성된 환 정열로부터 대류와 복사 열전달을 조사하여 환 정열로부터의 대류 열전달이 복사 열전달보다 효과적이라는 것을 보여주었다. Kundu와 Das는<sup>(2)</sup> 바닥의 온도가 변하는 편심 환형 환의 성능을 연구하였으며 Bowman등 4명의 저자들은<sup>(3)</sup> 일정한 면적의 표준 환과 열 파이프 환의 효율을 조사하였다. Sikka와 Iqbal은<sup>(4)</sup> 유한차분법을 이용하여 복사와 대류 열전달이 일어나는 환형환의 유용성을 해석하였다. 또한 Kang과 Look은<sup>(5)</sup> 열적으로 비대칭 상태에 있는 삼각환의 온도 분포 및 열전달을 발표하였다. 다른 하나의 분야는 환의 최적화에 대한 연구로서 Gerencser와 Razan은<sup>(6)</sup> 환들 사이에서 상호 조사가 일어나는 핀 환의 최적화에 대하여 연구하였고 Ullmann과 Kalman은<sup>(7)</sup> 단면적

이 변화하는 환형 환에 대한 최적화를 발표하였다. 또한 Yu와 Chen이<sup>(8)</sup> 변화하는 열적 매개변수를 갖는 원형 환의 최적화에 대한 연구를 한 반면 Bejan과 Almgobel은<sup>(9)</sup> 주어진 전체체적에 대하여 총체적인 열전도를 최대화할 수 있는 T자 모양의 환 정열의 최적화를 나타내었다. 이러한 논문들은 모두 환의 형상이 대칭이고 환 주위의 열전달 계수가 대칭인 상황에서 환의 성능을 해석하거나 최적화 하였다. 특히 Look과 Kang은<sup>(10)</sup> 환 주위의 열전달 계수가 다를 때 사각 환에 대한 최적화에 대하여 연구하였으며 Kang은<sup>(11)</sup> 열적 비대칭 사각 환의 최적화에 대한 3차원적 고찰을 하였다.

그러나 실제 사용되는 무수히 많은 다양한 형상의 환들 중에는 비대칭 형상의 환들도 많이 사용되고 있으며 환 주위의 열적 상태가 비대칭인 경우 또한 빈번하다. 본 논문에서는 환 주위의 열적 상태가 비대칭일 때 비대칭 형상의 사다리꼴 환에 대한 최적화를 나타낸다. 비대칭 형상의 사다리꼴 환은 환 형상 계수  $\xi$ 를 0부터 1까지 변화시킴에 따라 사각환에서 비대칭 삼각환까지 변화된다. 특히 환의 최적화에 대한 연구들은 주로 환의 체적이나 질량이 일정하게 주어졌을 때 그 환으로부터 최대의 열손실을 구하는 것인데 이와 같이 체적이나 질량을 고정시키는 것은 실제 환의 적용시 오히려 제한적이 될 수도 있다고 생각된다. 본 연구에서는 환 뿌리의 높이를 고정하였을 때 무차원 환길이의 변화에 대해 발생할 수 있는 최대 환 유용성의 98%를 환의 최적화의 기준으로 잡았으며, 이와 같은 기준은 환 길이의 증가율과 유용성의 증가율을 비교하여 잡아주었다.

## 2. 2차원 해석

기하학적, 열적 비대칭 사다리꼴 환의 형상이 Fig. 1에서 보여지며 이 환의 형상은  $s$ 값의 변화에 따라 비대칭 삼각 환으로부터 비대칭 사다리꼴 환을 거쳐 사각 환까지 변화되는데 정상상태에서 이러한 환을 위한 2차원 지배방정식은 식 (1)로 주어진다.

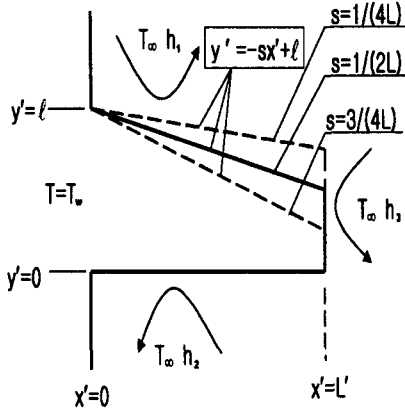


Fig. 1 Geometry of geometrically, thermally asymmetric trapezoidal fins

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

지배 방정식 (1)을 풀기 위하여 3개의 경계조건과 1개의 에너지 균형식이 식 (2)부터 (5)까지 주어진다. 특히 경사진 윗면에서의 경계조건 대신 전체 에너지 균형식을 사용한 이유는 전도열을 나타내는 미분식이 모두 x나 y방향으로 용이하게 계산되어 질 수 있기 때문이다.

$$\theta|_{x=0} = 1 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0} - Bi_2 \cdot \theta|_{y=0} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=L} + Bi_3 \cdot \theta|_{x=L} = 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} - \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} dy &= \int_0^L \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0} dx \\ + Bi_1 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{s}\right)^2} \cdot \int_{(1-s)L}^1 \theta dy &- \int_0^{(1-s)L} \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=L} dy \end{aligned} \quad (5)$$

식 (2)부터 (4)까지의 경계조건들을 가지고 변수분리법을 이용하여 지배 방정식을 풀면 기하학

적, 열적 비대칭 핀내의 온도분포를 나타내는 식은 다음과 같이 주어진다.

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} N_n \cdot f(x) \cdot f(y) \quad (6)$$

여기서,

$$N_n = A_n / (B_n + C_n + D_n) \quad (7)$$

$$A_n = 4[\lambda_n \cdot \sin(\lambda_n) + Bi_2 \cdot \{1 - \cos(\lambda_n)\}] \quad (8)$$

$$B_n = 2\lambda_n^2 + \lambda_n \cdot \sin(2\lambda_n) \quad (9)$$

$$C_n = 2Bi_2 \cdot \{1 - \cos(2\lambda_n)\} \quad (10)$$

$$D_n = Bi_2^2 \cdot \{2 - \sin(2\lambda_n) / \lambda_n\} \quad (11)$$

$$f(x) = \cosh(\lambda_n \cdot x) - f_n \cdot \sinh(\lambda_n \cdot x) \quad (12)$$

$$f(y) = \cos(\lambda_n \cdot y) + g_n \cdot \sin(\lambda_n \cdot y) \quad (13)$$

$$f_n = \frac{\lambda_n \cdot \tanh(\lambda_n \cdot L) + Bi_3}{\lambda_n + Bi_3 \cdot \tanh(\lambda_n \cdot L)} \quad (14)$$

$$g_n = Bi_2 / \lambda_n \quad (15)$$

온도 분포 식에서 보여지는 eigenvalues  $\lambda_n$ 은 에너지 균형식 (5)를 풀어서 정리한 식 (16)으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} 0 = fn(\lambda_n) &= fn1(\lambda_n) \cdot \{fn2(\lambda_n) + fn3(\lambda_n) \\ &+ fn4(\lambda_n) + fn5(\lambda_n) - fn6(\lambda_n) - fn7(\lambda_n)\} \\ &+ fn8(\lambda_n) - fn9(\lambda_n) + fn10(\lambda_n) \cdot fn11(\lambda_n) \end{aligned} \quad (16)$$

여기서,

$$fn1(\lambda_n) = Bi_1 / (\lambda_n^2 \cdot \sqrt{1 + s^2}) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} fn2(\lambda_n) &= (s \cdot \lambda_n^2 + Bi_2 \cdot Bi_3) \\ &\cdot \sin(\lambda_n) \cdot \cosh(\lambda_n L) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} fn3(\lambda_n) &= \lambda_n \cdot (Bi_2 + s \cdot Bi_3) \\ &\cdot \sin(\lambda_n) \cdot \sinh(\lambda_n L) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} fn4(\lambda_n) &= \lambda_n \cdot (Bi_3 - s \cdot Bi_2) \\ &\cdot \cos(\lambda_n) \cdot \cosh(\lambda_n L) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} fn5(\lambda_n) &= (\lambda_n^2 - s \cdot Bi_2 \cdot Bi_3) \\ &\cdot \cos(\lambda_n) \cdot \sinh(\lambda_n L) \end{aligned} \quad (21)$$

$$fn6(\lambda_n) = \lambda_n \cdot (Bi_3 - s \cdot Bi_2) \cdot \cos\{\lambda_n \cdot (1 - s \cdot L)\} \quad (22)$$

$$fn7(\lambda_n) = (s \cdot \lambda_n^2 + Bi_2 \cdot Bi_3) \cdot \sin\{\lambda_n \cdot (1 - s \cdot L)\} \quad (23)$$

$$fn8(\lambda_n) = Bi_3 \cdot \sin\{\lambda_n \cdot (1 - s \cdot L)\} \quad (24)$$

$$fn9(\lambda_n) = Bi_2 \cdot Bi_3 \cdot \cos\{\lambda_n \cdot (1 - s \cdot L)\} / \lambda_n \quad (25)$$

$$fn10(\lambda_n) = \lambda_n \cdot \sinh(\lambda_n L) + Bi_3 \cdot \cosh(\lambda_n L) \quad (26)$$

$$fn11(\lambda_n) = \frac{Bi_2}{\lambda_n} \cdot \cos(\lambda_n) - \sin(\lambda_n) \quad (27)$$

단위 폭당 흰 뿌리를 통해서 전도로 들어오는 열 전달을 위한 식이 다음과 같이 주어진다.

$$q = - \int_0^l k \frac{\partial T}{\partial x'} \Big|_{x'=0} dy' \\ = - k\theta_0 \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} dy \quad (28)$$

그러면 흰으로부터의 무차원 열손실은 식 (29)로 주어진다.

$$Q = q / k\theta_0 \\ = \sum_{n=1}^{\infty} N_n \cdot f_n \cdot [\sin(\lambda_n) + g_n \cdot \{1 - \cos(\lambda_n)\}] \quad (29)$$

정의에 의하여 흰 유용성은 식 (30)으로 표현될 수 있다.

$$\varepsilon = Q / Q_{\text{no fin}} \\ = \sum_{n=1}^{\infty} N_n \cdot f_n \cdot [\sin(\lambda_n) + g_n \cdot \{1 - \cos(\lambda_n)\}] / Bi_m \quad (30)$$

여기서  $Bi_m$ 은  $Bi_3$ 나  $(Bi_1 + Bi_2 + Bi_3)/3$ 로 정의될 수 있으며, 본 논문에서는 후자의 정의를

선택하였다. 무차원 핀길이에 대한 유용성의 극한 값을 구하기 위하여 식 (31)을 사용한다.

$$d\varepsilon / dL = 0 \quad (31)$$

사각 형상의 특별한 경우에 위의 최적화 식은 식 (32)로 표현된다.

$$\frac{(Bi_3^2 - \lambda_n^2) \cdot \sec^2(\lambda_n \cdot L)}{\{\lambda_n + Bi_3 \cdot \tanh(\lambda_n \cdot L)\}} = 0 \quad (32)$$

식 (32)는  $L$ 이 충분히 증가함에 따라 만족되어질 것이며, 그럴 경우 식 (14)에서 보여지는  $f_n$ 은 1로 수렴하게 되며 따라서 흰 유용성의 극한값은 식 (33)으로 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon_{\text{limit}} = \sum_{n=1}^{\infty} N_n \cdot [\sin(\lambda_n) + g_n \cdot \{1 - \cos(\lambda_n)\}] / Bi_m \quad (33)$$

위에서 표현된 유용성의 극한값은 일반적인 자연 대류의 경우 최대값이 될 것이며, 흰을 사용할 때의 열전달이 흰을 사용하지 않을 때의 열전달보다 작아지는, 흰 주위의 Biot 수가 약 1을 넘는, 경우에는 최소값이 될 것이다. 마지막으로 흰의 효율은 그 정의에 의하여 식 (34)로 나타내어진다.

$$\eta = Q / Q_{\text{ideal}} \\ = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} N_n \cdot f_n \cdot [\sin(\lambda_n) + g_n \cdot \{1 - \cos(\lambda_n)\}]}{Bi_1 \cdot \sqrt{1 + s^2 \cdot L} + Bi_2 \cdot L + Bi_3 \cdot (1 - s \cdot L)} \quad (34)$$

Kang과 Look은<sup>(12)</sup> 대칭 사다리 꼴 흰의 경우에 대하여 본 논문에서 사용한 해석적 방법과 유한차분법의 해의 비교를 나타내었는데 유한차분법에서 흰 위쪽 반에 40개의 노우드를 잡아 주었을 때 Biot 수 0.2 그리고 흰길이 2까지의 범위내에서는 열손실 측면에서 약 1%내의 오차를 보인다. 유한차분법에서 노우드 수를 증가시킬수록 긴 흰 길이에서도 오차범위는 작을 것으로 예상되며 흰

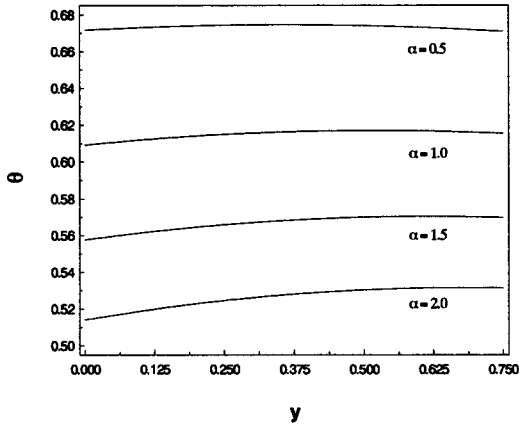


Fig. 2 Dimensionless temperature versus  $y$  ( $L=4$ ,  $x=2$ ,  $Bi_1=0.05$ ,  $\beta=1$ ,  $\xi=0.5$ )

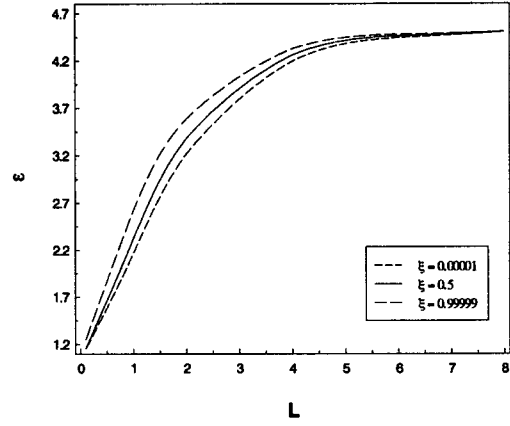


Fig. 3 The fin effectiveness versus  $L$  ( $Bi_1=0.1$ ,  $\alpha=0.8$ ,  $\beta=1$ )

내 임의 지점의 온도를 구할 경우 해석적 방법이 더욱 편리할 것으로 생각된다.

### 3. 결과 및 고찰

Fig. 2는 핀 끝의 높이가 핀 바닥의 높이의 반인 비대칭 사다리꼴 핀의 무차원 길이가 4이고  $Bi_1$ 이 0.05일 때  $x$ 가 2되는 지점에서  $y$ 방향으로의 무차원 온도 변화를 나타낸다. 먼저 핀 위 아래의 Biot 수가 같은  $\alpha$ 가 1인 경우에는 약  $y=0.52$  전후에서 최대온도를 나타내며 비대칭적으로 좌우로 온도강하가 일어난다. 핀 아래의 Biot 수가 핀 위의 Biot 수의 반인  $\alpha$ 가 0.5인 경우에는 약  $y=0.375$  정도에서 온도가 최대가 되고 그 좌우로 거의 대칭적으로 온도강하가 일어난다. 이러한 현상은 열적 비대칭과 기하학적 비대칭의 절충에 기인한 것으로 보인다. 반면에  $\alpha$ 가 1.5인 경우에는 핀 아래 면의 온도가 핀 위 면의 온도보다 현저히 낮으며  $y$ 가 증가함에 따라 온도가 증가하다가 약  $y$ 는 0.62에서 최대 온도가 일어난다. 이와 같이  $\alpha$ 가 커짐에 따라 위아래 면의 온도차는 현저해지며 최대 온도의 발생 위치도 윗면 쪽으로 옮겨간다.

Fig. 3는 세 경우의  $\xi$  값에 대하여 무차원 핀

Table 1 The ratio of fin length for given fraction of the maximum effectiveness ( $c$ ) to that for the maximum effectiveness in case of  $\xi=0.99999$ ,  $\alpha=0.8$ ,  $\beta=1.2$

| $c$  | $\frac{L \text{ for } (c \cdot \epsilon_{\max})}{L \text{ for } \epsilon_{\max}} (\%)$ |              |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
|      | $Bi_1 = 0.01$                                                                          | $Bi_1 = 0.1$ |
| 0.8  | 12.59                                                                                  | 10.17        |
| 0.85 | 14.56                                                                                  | 12.16        |
| 0.9  | 17.26                                                                                  | 14.89        |
| 0.95 | 21.75                                                                                  | 19.43        |
| 0.98 | 27.56                                                                                  | 25.32        |
| 0.99 | 31.92                                                                                  | 29.73        |

길이의 변화에 따른 핀 유용성의 변화를 보여준다. 여기서  $\xi$  값이 0.00001인 경우는 삼각, 0.5인 경우는 핀 끝의 높이가 핀 뿌리의 높이의 반인 사다리꼴, 그리고 0.99999인 경우는 사각 형상의 핀을 의미한다. 무차원 핀 길이가 약 7이상에서는 핀의 형상 변화에 따른 유용성의 변화는 미미한 것으로 보인다. 무차원 길이가 6이하에서는 길이가 같을 때 삼각 형상에서 사각 형상으로 갈수록 유용성이 커짐을 알 수 있다. 이는 핀

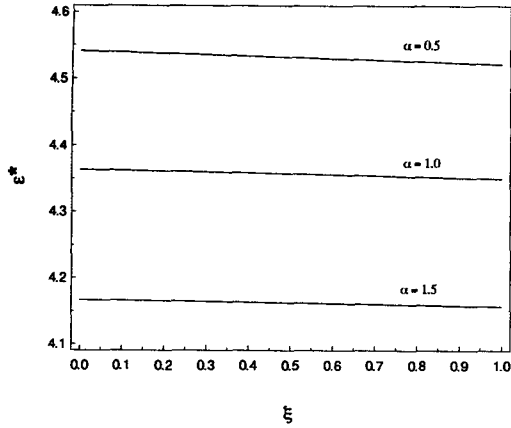


Fig. 4 The optimum fin effectiveness versus fin shape factor ( $Bi_1=0.1, \beta=1$ )

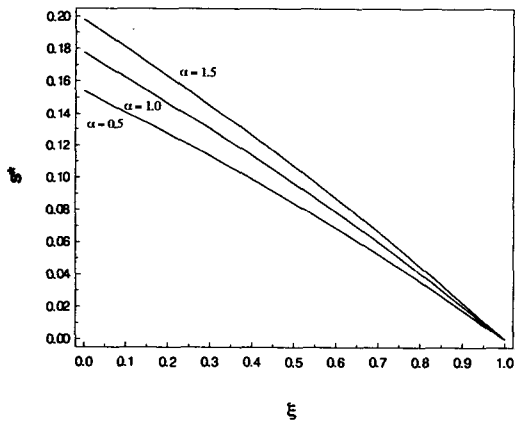


Fig. 5 The optimum slope of fin lateral surface versus fin shape factor ( $Bi_1=0.1, \beta=1$ )

뿌리의 높이가 고정된 상태에서 길이가 같을 때에는 사각 형상으로 갈수록 확장된 표면이 더욱 커지기 때문이다. 그러나 이러한 효과는 흰 길이가 증가함에 따라 점점 작아짐을 알 수 있다.

Table 1은 사각흰의 형상에서  $\alpha=0.8, \beta=1.2$ 인 경우에 최대 유용성에 대한 비,  $c$ 가 주어졌을 때 최대 유용성이 일어나는 흰 길이에 대한 최대유

용성의 주어진 비가 일어나는 흰 길이의 비의 변화를 나열한다. 예를 들어 이 비의 분모, 분자의 물리적 의미를 설명하면 흰 윗면 Biot 수가 0.01 일 때 최대 유용성은 13.41이고 이 최대 유용성이 일어나기 위한 무차원 흰의 길이가 59.75이면 분모인  $L$  for  $\epsilon_{max}$ 의 값은 59.75이고,  $c$ 의 값이 0.8이라면  $c \cdot \epsilon_{max}$ 는 최대 유용성 13.41의 80%인 8.58이 되며 유용성이 8.58이 되기 위한 무차원 흰의 길이를 나타내는 분자  $L$  for  $c \cdot \epsilon_{max}$ 의 값은 7.53이 된다. 이 Table은  $Bi_1$ 이 감소할수록 길이의 비가 100%로 빨리 수렴함을 보여준다. 또한 두 경우의  $Bi_1$  모두 최대 유용성의 98%에서 99%로 1%의 유용성을 증가시키기 위하여 (즉,  $c$ 의 값을 0.98에서 0.99로 증가하기 위하여) 흰 길이는 최대 유용성을 위한 흰 길이에 대하여 상대적으로 약 4.4% 길이가 늘어난다. 반면에 95%에서 98%로 3% 증가시키기 위해서는 약 6%의 상대적인 길이 증가가 요구된다. 또한 99%에서 100%로 마지막 1%를 증가시키기 위하여 주어진 길이의 두 배 이상을 늘려야함을 보여준다. 따라서 주어진 상황에 따라 최대 유용성의 약 95%에서 99% 정도를 최적의 조건으로 선택할 수 있을 것으로 생각되며 본 연구에서는 98%를 최적의 조건으로 선택하였으며 본 논문에서 주어진 상황에서는 각 증가 비를 고려할 때 적절한 것으로 생각된다.

Fig. 4에서 각각  $\alpha$ 가 0.5, 1 그리고 1.5일 때 흰 형상 요소의 변화에 따른 최적의 흰 유용성의 변화가 보여진다. 최적의 흰 유용성에 미치는 흰 형상 요소의 영향은 그다지 크지 않음을 알 수 있는데 이는 흰의 형상은 흰의 길이가 짧을 때 열손실에 미치는 영향이 크고 길이가 길어짐에 따라 그 영향이 작아지기 때문이다. 흰의 형상이 삼각에서 사각으로 변해감에 따라 최적의 흰 유용성은 조금씩 감소함을 보여준다. 흰 형상 요소가 0.5일 때  $\alpha$ 의 값이 1에서 0.5로 감소하면 최적의 유용성은 상대적으로 약 4%가 증가하는 반면  $\alpha$ 의 값이 1에서 1.5로 증가하면 최적의 유용성은 상대적으로 약 4.5%가 감소한다. 최적의 흰 유용성에 미치는 흰 형상 요소의 영향

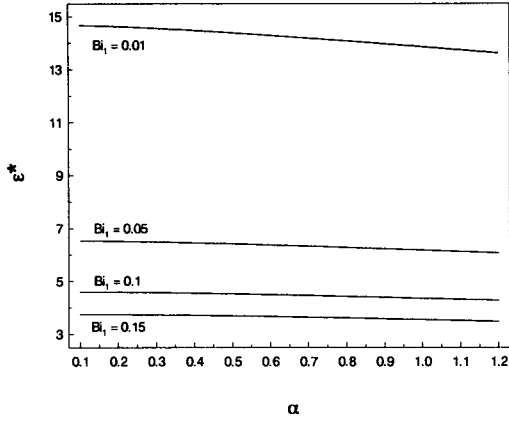


Fig. 6 The optimum fin effectiveness as a function of  $\alpha$  ( $\beta=1, \xi=0.5$ )

이 그리 크지 않기 때문에 이러한 상대적 변화비는 형상 요소의 변화에 따라 거의 변하지 않는다.

핀 형상 요소의 변화에 따른 핀의 최적의 유용성이 주어졌을 때 그에 관련되는 핀 윗면의 기울기의 변화가 Fig. 5에서 보여진다. 핀 형상 요소가 증가할수록 기울기는 감소하여 핀의 형상 요소가 1이 되었을 때 세 경우의  $\alpha$  값 모두에 대하여 기울기는 0가 된다. 이는 핀의 형상 요소가 1이면 사각 핀을 의미하며 사각 핀의 경우 핀 윗면의 기울기는 0이기 때문이다. 핀의 형상 요소가 1에서 0으로 감소함에 따라  $\alpha$ 의 값이 클수록 기울기의 값이 더 빨리 증가하며 이는 물리적으로 같은 핀 형상 요소 값에 대하여  $\alpha$ 의 값이 클수록 최적의 유용성에 관계되는 최적의 핀 길이가 짧다는 것을 의미한다.

Fig. 6은 전형적인 (핀 끝 높이가 핀 바닥 높이의 반) 비대칭 사다리꼴 핀에 대하여 최적의 핀 유용성을  $\alpha$ 의 함수로 나타낸다. 최적의 핀 유용성은  $\alpha$ 가 증가함에 따라 감소하는데 핀 윗면의 Biot 수가 작아질수록 현저하게 감소함을 보여 준다. 특히  $\alpha$  값이 고정되었을 때 핀 윗면의 Biot 수가 감소할수록 핀의 유용성은 현저하게 증가하는데 이는 보통 핀이 자연대류에서 더욱

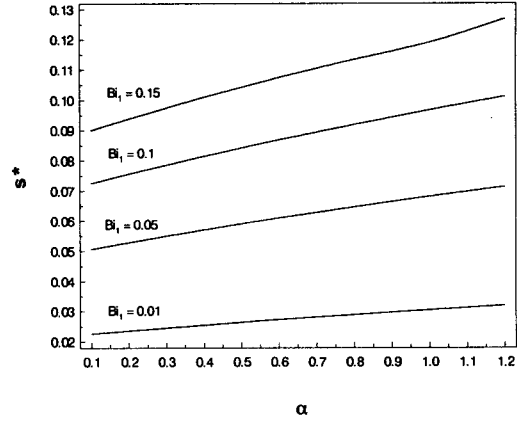


Fig. 7 The optimum slope of fin lateral surface as a function of  $\alpha$  ( $\beta=1, \xi=0.5$ )

Table 2 The optimum fin effectiveness for typical asymmetric trapezoidal fin and relative values of rectangular and triangular fins to that with the variation of  $\beta$  ( $Bi_1=0.2, \alpha=0.7$ )

| $\beta$ | $\epsilon^*  _{\xi=0.5}$ | A (%) | B (%) |
|---------|--------------------------|-------|-------|
| 0       | 5.01                     | -0.59 | 0.57  |
| 0.5     | 3.87                     | -0.41 | 0.48  |
| 1.0     | 3.15                     | -0.37 | 0.44  |
| 1.5     | 2.66                     | -0.35 | 0.41  |
| 2.0     | 2.30                     | -0.34 | 0.40  |
| 2.5     | 2.02                     | -0.35 | 0.37  |

$$\ast A = \frac{\epsilon^* |_{\xi=0.5} - \epsilon^* |_{\xi=0.00001}}{\epsilon^* |_{\xi=0.5}}$$

$$B = \frac{\epsilon^* |_{\xi=0.5} - \epsilon^* |_{\xi=0.99999}}{\epsilon^* |_{\xi=0.5}}$$

효과적으로 사용되고 있는 사실을 잘 설명해 주고 있다.

Fig. 7은  $\alpha$ 의 변화에 따른 최적의 핀 유용성을 나타낼 때의 전형적인 비대칭 사다리꼴 핀의 윗면 경사의 변화를 보여준다. 주어진 네 경우

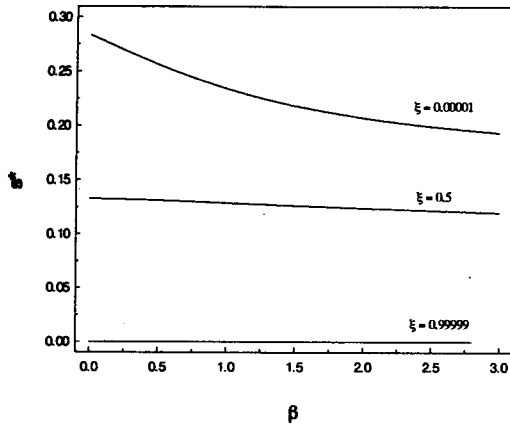


Fig. 8 The optimum slope of fin lateral surface versus  $\beta$  ( $Bi_1=0.2$ ,  $\alpha=0.7$ )

의 흰 윗면 Biot 수 모두에 대하여 최적의 기울기는  $\alpha$ 가 증가함에 따라 거의 선형적으로 증가한다. 이는 물리적으로  $\alpha$ 가 증가함에 따라 최적의 흰 길이는 짧아짐을 의미한다. 또한 이 그림으로부터  $\alpha$ 값이 고정되었을 때 흰 윗면의 Biot 수가 증가할수록 최적의 기울기는 같이 증가하며 증가율이 서서히 작아짐을 짐작할 수 있다.

Table 2는 흰 윗면 Biot 수에 대한 흰 끝면 Biot 수의 비인  $\beta$ 의 변화에 따른 전형적인 비대칭 사다리꼴 흰의 최적의 유용성의 변화와 이 값에 대한 삼각과 사각 흰의 상대적 값의 변화를 나열한다. 먼저 Fig. 4와 Fig. 6에서 나타난 바와 같이  $\xi$ 나  $\alpha$ 의 변화에 따른 최적의 유용성의 변화가 상당히 미미한 반면  $\beta$ 의 변화가 최적의 유용성에 미치는 영향은 현저함을 알 수 있다. 특히  $\beta$ 가 증가함에 따라 최적의 유용성이 처음에는 급격히 감소하다가 서서히 감소함을 보여준다. 이미 Fig. 4에서  $\xi$ 의 변화가 최적의 유용성에 미치는 영향은 미미함을 보았듯이 이 Table은 주어진  $\beta$ 의 범위에서 전형적인 비대칭 사다리꼴 흰에서 비대칭 삼각이나 사각 흰으로 변할 때 최적의 유용성의 상대적 변화는 수치적으로  $\pm 0.6\%$  이내임을 보여준다.

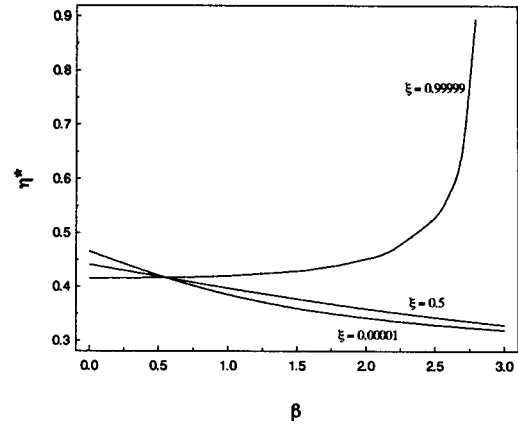


Fig. 9 Fin efficiency corresponding to optimum effectiveness versus  $\beta$  ( $Bi_1=0.2$ ,  $\alpha=0.7$ )

Table 2에서 주어진 같은 조건하에서 최적의 유용성을 나타낼 때의 흰 윗면의 기울기의 변화가  $\beta$ 의 함수로 Fig. 8에서 보여진다. 삼각 흰인 경우  $\beta$ 가 증가함에 따라 기울기 값이 현저하게 감소하는 반면 전형적인 사다리꼴 흰의 경우 기울기 값의 감소가 미미함을 보여준다. 사각 흰의 경우 윗면 기울기 값이 0인 것은 지극히 당연하며 값의 변화가  $\beta=2.8$  까지만 주어져 있는 것은 그 이후에는 최적의 유용성이 존재하지 않기 때문이다. 이는 그 이상의 값에서는 흰이 없는 단순 벽면에서의 열전달이 흰을 사용할 때의 열전달 보다 더 크기 때문이며 그것은 흰의 사용이 유용하지 않다는 것을 의미한다. 왜 이와 같이 사각흰의 경우 최적의 유용성과 그에 관계되는 최적의 기울기가  $\beta=2.8$ 까지만 주어지는 이유는 최적의 흰 유용성에 관련되는 효율의 변화를 나타내는 Fig. 9에서 보다 명확히 설명되어진다.

Fig. 9는 Table 2에서 주어진 조건과 같은 조건 아래에서  $\beta$ 의 변화에 따른 최적의 유용성을 나타낼 때의 흰의 효율의 변화를 보여준다. 약  $\beta=0.5$  전에서는  $\xi$ 의 크기가 작을수록 효율의 크기가 커지고  $\beta=0.5$  이후에서는 그 반대가 된다. 특히  $\beta$ 가 증가함에 따라 삼각과 사다리꼴 흰의 효율은 감소하는 반면 사각 흰은 서서히 증



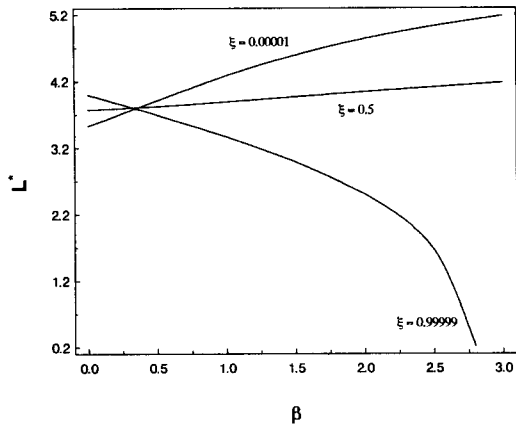


Fig. 10 The optimum dimensionless fin length versus  $\beta$  ( $Bi_1=0.2, \alpha=0.7$ )

가하다가 약  $\beta=2.5$  이후에는 급속히 증가한다. 보통 핀의 길이가 길어질수록 핀의 효율은 감소하므로 사각 핀의 경우 효율이 서서히 증가한다는 것은 최적의 핀 길이가 짧아지는 것을 의미하며  $\beta$ 의 값이 2.8 바로 이후에는 거의 무한대로 증가를 예상될 수 있는데 효율이 1을 넘는 것은 열역학 제2법칙에 위배된다. 물리적으로는 사각 핀의 경우  $\beta$ 가 증가할수록 최적의 핀 길이는 짧아지다가  $\beta=2.8$  이후에는 오히려 핀을 부착시켰을 때의 열전달이 단순 벽면으로부터의 열전달보다 작아짐으로 최적의 핀 유용성은 존재하지 않음을 의미한다.

이와 같은 현상의 이해를 돕기 위해 Fig. 9와 관련된  $\beta$ 의 증가에 따른 최적 핀 길이의 변화가 Fig. 10에서 보여진다. 사각 핀의 경우 최적의 핀 길이는  $\beta$ 가 증가함에 따라 서서히 감소하다가  $\beta$ 가 약 2.5 이후 급속히 감소하기 시작하며 2.8 이상에서는 최적의 핀 길이가 존재하지 않음을 보여준다.

#### 4. 결론

기하학적, 열적 비대칭 사다리꼴 핀에 대한 2차원 해석 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을

수 있다. 최적의 핀 유용성은 핀 길이의 증가율과 유용성의 증가율을 비교하여 최대 유용성의 98%를 최적의 유용성으로 선택하였다. 최적의 핀 유용성은  $\alpha$ 나  $\xi$ 가 증가함에 따라서는 약간씩 감소하나  $\beta$ 가 증가함에 따라서는 처음에는 급격히 감소하며 서서히 그 감소율이 둔화됨을 보여준다. 최적의 핀 유용성이 일어날 때의 최적의 핀의 기울기는  $\xi$ 가 증가함에 따라 또는  $\alpha$ 가 감소함에 따라 감소하는데 핀의 기울기  $s$ , 핀 형상계수  $\xi$  그리고 핀의 길이  $L$ 의 관계로부터 최적의 핀 길이를 구할 수 있다. 최적의 핀 유용성이 일어날 때에 관계되는 최적의 핀의 효율은  $\beta$ 가 증가함에 따라 삼각과 사다리꼴 핀의 경우에는 감소하는 반면 사각 핀은 서서히 증가하다가 이후에는 급속히 증가한다.

#### 후 기

이 논문은 2001년도 기성회교수국외과견연구 지원에 의하여 연구되었음.

#### 참고문헌

- (1) Donovan, R. C. and Rohrer, W. M., 1971, "Radiative and Convective Conducting Fins on a Plane Wall," *ASME J. of Heat Transfer*, Vol. 93, No. 1, pp. 41~46.
- (2) Kundu, B. and Das, P. K., 1999, "Performance Analysis of Eccentric Annular Fins with a Variable Base Temperature," *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 36, pp. 751~766.
- (3) Bowman, W. J., Moss, T. W., Maynes, D. and Paulson, K. A., 2000, "Efficiency of a Constant-Area, Adiabatic Tip Heat Pipe Fin," *AIAA J. of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 14, No. 1, pp. 112~115.
- (4) Sikka, S. and Iqbal, M., 1970, "Temperature Distribution and Effectiveness of a Two-Dimensional Radiating and Convecting Circular Fin," *AIAA Journal*, Vol. 8, No. 1,

- pp. 101~106.
- (5) Kang, H. S. and Look, D. C. Jr., 2001, "Thermally Asymmetric Triangular Fin Analysis," *AIAA J. of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 15, No. 4, pp. 427~430.
- (6) Gerencser, D. S. and Razan, A., 1995, "Optimization of Radiative-Convective Arrays of Pin Fins Including Mutual Irradiation Between Fins," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 38, No. 5, pp. 899~907.
- (7) Ullmann, A. and Kalman, H., 1989, "Efficiency and Optimized Dimensions of Annular Fins of Different Cross-Section Shapes", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 32, pp. 1105~1110.
- (8) Yu, L. T. and Chen, C. K., 1999, "Optimization of Circular Fins with Variable Thermal Parameters," *J. Franklin Inst.*, 336(B), pp. 77~95.
- (9) Bejan, A. and Almogbel, M., 2000, "Constructed T-shaped fins," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 2101~2115
- (10) Look, D. C. and Kang, H. S., 1992, "Optimization of a Thermally Non-Symmetric Fin; Preliminary Evaluation," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 34, No. 4-5, pp. 2057~2060.
- (11) Kang, H. S., 2001, "Optimization of a 3-D Thermally Asymmetric Rectangular Fin," *KSME International Journal*, Vol. 15, No. 11, pp. 1541~1547.
- (12) Kang, H. S., 1999, "A Comparison of Four Solution Methods for the Analysis of a Trapezoidal Fin," *KSME International Journal*, Vol. 13, No. 6, pp. 487~495.