

충격함수를 이용한 사각평판 보강재의 모델링 및 진동 해석

허성철* · 유흥희†

(2002년 12월 17일 접수, 2003년 2월 26일 심사완료)

Stiffener Modeling for Rectangular Plates Employing the Dirac's Delta Function and Modal Analysis

Sung Chul Hur and Hong Hee Yoo

Key words: Plate(평판), Stiffener(보강재), Vibration Analysis(진동 해석), Natural Frequency(고유진동수), Mode Shape Variation(모드형상 변화), Dimensionless Parameter(무차원 매개변수)

Abstract

The effects of stiffeners on the modal characteristics of rectangular plates are investigated. A modeling method for the modal analysis of rectangular plates with stiffeners is presented. A mass density Dirac's delta function is used to idealize the stiffeners mathematically. The equations of motion for the plates are derived and transformed into a dimensionless form. To confirm the accuracy of the method presented in this study, numerical result are obtained and compared to those of a commercial program. The mode shape variations due to some parameter variations are also exhibited.

1. 서론

외팔평판 형태의 구조물은 여러 가지 공학적 예제에서 발견되는 중요한 구조형태이다. 대표적 예제로는 인공위성의 태양열 전지판, 항공기의 날개와 같은 것들이 있다. 이와 같은 구조물들에 있어, 굽힘강성, 비틀림강성 등의 특성을 개선하기 위하여 흔히 보강재들을 설치하게 된다. 그런데 이 보강재는 구조물의 동적 반응과 좌굴 등에 큰 영향을 미치게 되므로 이를 정확히 예측하는 것은 매우 중요하다.

평판상에 보강재가 부가되면, 보강재의 운동을 포함한 운동방정식이 통상 필요하다. 그런데 이 경우 운동방정식에 고려해야 하는 해석 자유도가 증가하게 된다. 최근, 참고문헌⁽¹⁾에는 보에 대해 집중질량이 부착되더라도 시스템 자유도를 증가시

키지 않고 해석을 수행할 수 있는 모델링 방법이 제시되었으며, 참고문헌⁽²⁾에는 이를 평판의 집중질량에 대해서 적용하였다. 그러나 보강재처럼 그 질량과 강성이 분포하는 경우는 고려하지 않았다.

본 논문에서는 참고문헌^(1,2)에서 언급된 모델링 방법을 발전시켜 보강재가 부착된 평판을 모델링 하고, 보강재의 형태, 크기, 위치에 따른 평판의 고유진동수와 모드형상 변화를 조사하여 보강재의 질량 및 강성이 그에 미치는 영향을 고찰하였다. 본 논문에서 제시된 모델링은 시스템의 자유도를 증가시키지 않으면서도 부착된 보강재를 표현하는 간단한 모델링을 제시하였다는 특성을 가진다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 서론에 이어서 2 장에서는 참고문헌⁽³⁾에서 제시된 방법으로 운동방정식을 구한 후, 이를 진동방정식 형태로 변환하였다. 3 장에서는 2 장에서 유도된 진동방정식에 근거하여 Rayleigh-Ritz 가상모드법을 사용하여 수치해석을 하였으며, 그 결과를 상용 구조해석 프로그램인 ANSYS 로 모델링하여 구한 결과들과 비교하여 신뢰성을 검증하였다. 이어, 4 장에서는 보강재의 크기와 위치변화에 따른 고유진동수와 모드형상 변화를 조사하였으며, 마지막으로 5 장은

* 삼성전자㈜

† 책임저자, 회원, 최적설계신기술연구센터
E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr
TEL : (02)2290-0446 FAX : (02)-2293-5070

본 논문의 결론을 수록하였다.

2. 진동방정식

2.1 보강재를 가진 외팔평판의 운동방정식

Fig. 1은 단위면적당 질량 ρ_p , 포아송비 ν , 굽힘강성계수 D , 가로 a , 세로 b 의 직사각형 형태의 외팔평판의 모습을 보여준다. 이 평판은 임의의 위치인 $x=c, y=d$ 에 단위길이당 질량 ρ_x, ρ_y 이고 굽힘강성계수 $E_x I_x, E_y I_y$ 인 보강재들을 가지고 있다. 평판의 굽힘방향 변위는 다음과 같이 모드함수 ϕ_i 와 일반좌표 q_i 로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^{\mu} \phi_i(x, y) q_i(t) \quad (1)$$

여기서 μ 는 사용된 모드의 갯수이다. 평판 위에 위치한 보강재 질량은 그 위치에서 ρ_x, ρ_y 가 값을 갖는 충격함수(Dirac's delta function)라 생각할 수 있으므로, 이를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\rho = \rho_p + \rho_x \delta(x-c) + \rho_y \delta(y-d) \quad (2)$$

식 (2)에 나타난 방법으로 보강재들이 평판상에 어떠한 형태로 위치하더라도 고려가 가능하다.

보강재를 가진 외팔평판의 가장 낮은 진동수에 영향을 미치는 것은 굽힘탄성에너지이다. 그런데 굽힘탄성에너지 U 는 다음과 같이 평판의 굽힘탄성에너지 U_p 와 보강재의 굽힘탄성에너지 U_s 의 합으로 표시할 수 있다. 즉,

$$U_p = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^a D \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dx dy \quad (3)$$

$$U_s = \frac{1}{2} \int_0^a E_y I_y \left(\frac{\partial^2 w(x, d, t)}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^b E_x I_x \left(\frac{\partial^2 w(c, y, t)}{\partial y^2} \right)^2 dy$$

$$U = U_p + U_s$$

식 (3)을 이용하면 시스템의 운동방정식은 다음과 같이 유도될 수 있다.

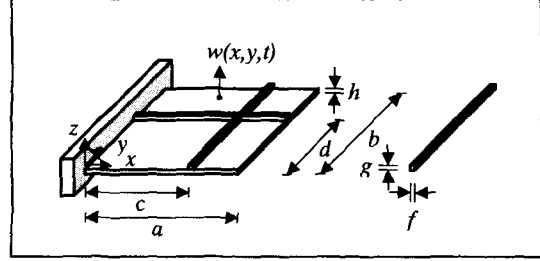


Fig. 1 Cantilever plate with stiffeners

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\mu} \left[\left\{ \int_0^b \int_0^a \rho_p \phi_i \phi_j dx dy + \int_0^a \rho_y \phi_i(x, d) \phi_j(x, d) dx \right. \right. \\ & \left. \left. + \int_0^b \rho_x \phi_i(c, y) \phi_j(c, y) dy \right\} \ddot{q}_j \right. \\ & \left. + \int_0^b \int_0^a D (\phi_{i,xx} \phi_{j,xx} + \phi_{i,yy} \phi_{j,yy} + \nu \phi_{i,xx} \phi_{j,yy} \right. \\ & \left. + \nu \phi_{i,yy} \phi_{j,xx} + 2(1-\nu) \phi_{i,xy} \phi_{j,xy}) dx dy \right. \\ & \left. + \int_0^a E_y I_y \phi_{i,xx}(x, d) \phi_{j,xx}(x, d) dx \right. \\ & \left. + \int_0^b E_x I_x \phi_{i,yy}(c, y) \phi_{j,yy}(c, y) dy \right] q_j \\ & = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, \mu) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 아래첨자 중 쉼표 뒤에 나타나는 것들은 이들에 대한 편미분을 의미한다.

식 (4)는 참고문헌 (2)에 나타난 집중 질량들의 영향을 고려한 외팔평판의 운동방정식과 유사성을 가지고 있는데 여기에는 마지막 두 항이 보강재의 강성으로 추가되어 있다.

2.2 무차원변수와 매개변수

무차원 방정식을 유도하기 위해서 무차원변수, 매개변수, 그리고 함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \tau & \equiv \frac{t}{T} \\ \xi & \equiv \frac{x}{a} \\ \eta & \equiv \frac{y}{b} \\ z_j & \equiv \frac{q_j}{a} \\ \lambda & \equiv \frac{a}{b} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\gamma \equiv \frac{c}{a}, \quad \delta \equiv \frac{d}{b}$$

$$\bar{\rho}_x \equiv \frac{\rho_x}{\rho_p a}, \quad \bar{\rho}_y \equiv \frac{\rho_y}{\rho_p b}$$

$$K_x \equiv \frac{E_x I_x}{Dab}, \quad K_y \equiv \frac{E_y I_y}{Dab}$$

$$\psi_i(\zeta, \eta) \equiv \phi_i(x, y)$$

여기서 T 는 다음과 같이 정의된다.

$$T \equiv \sqrt{\frac{\rho_p a^4}{D}} \quad (6)$$

2.3 무차원 진동방정식

식 (5)를 이용하면 식 (4)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_{j=1}^{\mu} \left[\left\{ \int_0^1 \int_0^1 \psi_i \psi_j d\zeta d\eta \right. \right. \\ + \bar{\rho}_y \int_0^1 \psi_i(\zeta, \delta) \psi_j(\zeta, \delta) d\zeta \\ + \bar{\rho}_x \int_0^1 \psi_i(\gamma, \eta) \psi_j(\gamma, \eta) d\eta \\ + \left. \left. \left\{ \int_0^1 \int_0^1 (\psi_{i,\zeta\zeta} \psi_{j,\zeta\zeta} + \psi_{i,\eta\eta} \psi_{j,\eta\eta} \lambda^4 \right. \right. \right. \\ + \nu \psi_{i,\zeta\zeta} \psi_{j,\eta\eta} \lambda^2 + \nu \psi_{i,\eta\eta} \psi_{j,\zeta\zeta} \lambda^2 \\ + 2(1-\nu) \psi_{i,\zeta\eta} \psi_{j,\zeta\eta} \lambda^2 \Big) d\zeta d\eta \\ + K_y \int_0^1 \psi_{i,\zeta\zeta}(\zeta, \delta) \psi_{j,\zeta\zeta}(\zeta, \delta) a d\zeta \\ + K_x \int_0^1 \psi_{i,\eta\eta}(\gamma, \eta) \psi_{j,\eta\eta}(\gamma, \eta) \lambda^4 b d\eta \Big\} z_j \right] \\ = 0 \quad (i=1, 2, \dots, \mu)$$

식 (7)을 이용하여 진동해석을 수행하기 위해서 무차원화된 일반좌표행렬을 다음 같은 조화함수로 나타낸다.

$$\underline{z} = e^{j\omega_n \tau} \underline{Z} \quad (8)$$

여기서 \underline{z} 는 z_j 를 요소로 갖는 기동행렬이며, ω_n 은 고유 진동수에 T 를 곱한 무차원 고유 진동수를 나타내고, \underline{Z} 는 각 고유 진동수에서 모드형태를

나타내는 기동행렬이다. 식 (7)에서 j 는 허수(imaginary number)를 나타내는 기호로 사용된다. 식 (8)을 식 (7)에 대입하면 다음과 같은 고유치 문제를 얻을 수 있다.

$$\omega_n^2 M \underline{Z} = K \underline{Z} \quad (9)$$

여기서, M 과 K 는 $\mu \times \mu$ 의 크기를 갖는 정방행렬로 그 요소들은 다음과 같다.

$$M_{ij} = \int_0^1 \int_0^1 \psi_i \psi_j d\zeta d\eta \\ + \bar{\rho}_y \int_0^1 \psi_i(\zeta, \delta) \psi_j(\zeta, \delta) d\zeta \\ + \bar{\rho}_x \int_0^1 \psi_i(\gamma, \eta) \psi_j(\gamma, \eta) d\eta \\ K_{ij} = \int_0^1 \int_0^1 (\psi_{i,\zeta\zeta} \psi_{j,\zeta\zeta} + \psi_{i,\eta\eta} \psi_{j,\eta\eta} \lambda^4 \\ + \nu \psi_{i,\zeta\zeta} \psi_{j,\eta\eta} \lambda^2 + \nu \psi_{i,\eta\eta} \psi_{j,\zeta\zeta} \lambda^2 \\ + 2(1-\nu) \psi_{i,\zeta\eta} \psi_{j,\zeta\eta} \lambda^2) d\zeta d\eta \\ + K_y \int_0^1 \psi_{i,\zeta\zeta}(\zeta, \delta) \psi_{j,\zeta\zeta}(\zeta, \delta) a d\zeta \\ + K_x \int_0^1 \psi_{i,\eta\eta}(\gamma, \eta) \psi_{j,\eta\eta}(\gamma, \eta) \lambda^4 b d\eta \quad (10)$$

3. 해석 모델링의 정확성 검증

본 장에서는 2장에서 유도된 진동방정식을 사용하여 수치해석을 수행하여, 이를 상용프로그램

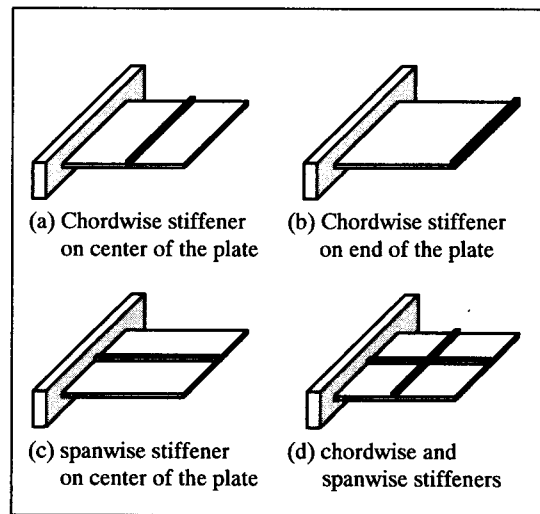


Fig. 2 Four cases of stiffener location

ANSYS 의 결과와 비교하였다. 모드함수들은 가로 세로 방향 보함수(*beam function*)를 이용해서 구하며 이 과정은 참고문헌 (5~7)에 잘 나타나 있다. 본 논문과 관련되어 사용된 보함수의 개수는 가로 방향 5개, 세로방향 7개이며 그러므로 총 35개의 자유도가 사용된 것이다. 본 논문에서는 평판의 가장 낮은 5개의 고유진동수들 및 모드형상만을 관찰하려 하므로, 여기에서 사용된 자유도는 수치 해석결과가 수렴하기에 충분한 것이며 이는 결과 수렴도 조사를 통하여 확인하였다.

ANSYS 에서 평판은 3 차원 공간에서의 4 개의 노드와 6자유도를 갖는 Shell63요소를, 보강재는 3 차원 공간에서 2 개의 노드와 6 자유도를 갖는 Beam4 요소를 이용하여 모델링하였다.

해석에 사용된 평판의 물성치는 밀도 $\rho = 3000 \text{ kg/m}^3$, 영계수 $E = 70 \text{ GPa}$, 포아송비 $\nu = 0.3$, 가로 $a = 1 \text{ m}$, 세로 $b = 1 \text{ m}$, 두께 $h = 0.0025 \text{ m}$, 굽힘강성 계수 $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ 이며, 보강재는 폭 $f = 0.01 \text{ m}$,

두께 $g = 0.01 \text{ m}$ 이고, 보강재의 밀도와 영계수는 평판과 같으며 면적관성모멘트는 $I = fg^3/12$ 이다.

Table 1은 보강재가 Fig. 2(a)와 같이 평판의 가로 중앙에 위치했을 때, Table 2는 Fig. 2(b)와 같이 가로 끝단에 위치했을 때, Table 3은 Fig. 2(c)와 같이 세로중앙에 위치했을 때, Table 4는 Fig. 2(d)와 같이 가로중앙과 세로중앙, 즉 십(+)자로 위치했을 때의 해석결과이다. 모든 표에서 보는 바와 같이 본 논문에서 제시된 모델링의 결과와 ANSYS 에 의한 결과는 모든 경우에 비교적 잘 일치하고 있다.

4. 무차원 변수의 변화에 따른 해석결과

4.1 보강재가 평판의 가로중앙($\gamma = 0.5$)에 위치

Table 5는 가로세로비 $\lambda = 1$ 인 정사각형 외팔평판에서, 평판과 보강재의 폭비 $f/a = 0.01$ 이고, 평판과 보강재의 두께비가 각각 $g/h = 0$ (No stiffener), $g/h = 4$, $g/h = 8$ 인 보강재의 경우에 대해 가장 낮은

Table 1 Natural frequencies of a plate with a chordwise stiffener (center of the plate)

Mode	Present [Hz]	ANSYS [Hz]	Error (%)
1	2.01	2.00	0.50
2	4.89	4.84	1.03
3	12.1	11.9	1.68
4	17.5	16.9	3.55
5	17.5	17.1	2.34

Table 2 Natural frequencies of a plate with a chordwise stiffener (end of the plate)

Mode	Present [Hz]	ANSYS [Hz]	Error (%)
1	1.88	1.87	0.53
2	4.71	4.66	1.07
3	11.8	11.6	1.72
4	17.1	16.7	2.40
5	19.6	19.0	3.16

Table 3 Natural frequencies of a plate with a spanwise stiffener (center of the plate)

Mode	Present [Hz]	ANSYS [Hz]	Error (%)
1	2.51	2.49	0.80
2	4.96	4.91	1.02
3	14.0	13.6	2.94
4	16.6	16.2	2.47
5	18.1	17.7	2.26

Table 4 Natural frequencies of a plate with chordwise and spanwise stiffeners

Mode	Present [Hz]	ANSYS [Hz]	Error (%)
1	2.49	2.47	0.81
2	4.89	4.84	1.03
3	14.5	14.2	2.11
4	17.3	16.8	2.98
5	17.5	17.1	2.34

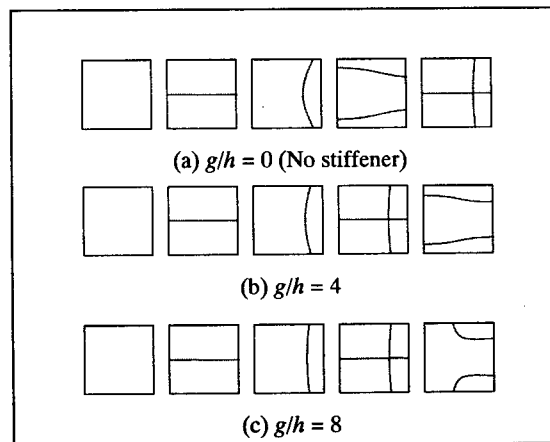


Fig. 3 Mode shape variations with chordwise stiffeners

Table 5 Non-dimensional natural frequencies for the thickness of chordwise stiffeners

Mode	$g/h=0$	$g/h=4$	$g/h=8$
1	3.49	3.46	3.44
2	8.53	8.41	8.30
3	21.4	20.9	20.4
4	27.3	30.1	29.2
5	31.1	30.2	35.8

Table 6 Non-dimensional natural frequencies for the thickness of spanwise stiffeners

Mode	$g/h=0$	$g/h=4$	$g/h=8$
1	3.49	4.32	7.75
2	8.53	8.53	8.53
3	21.4	24.1	26.0
4	27.3	28.5	31.1
5	31.1	31.1	35.0

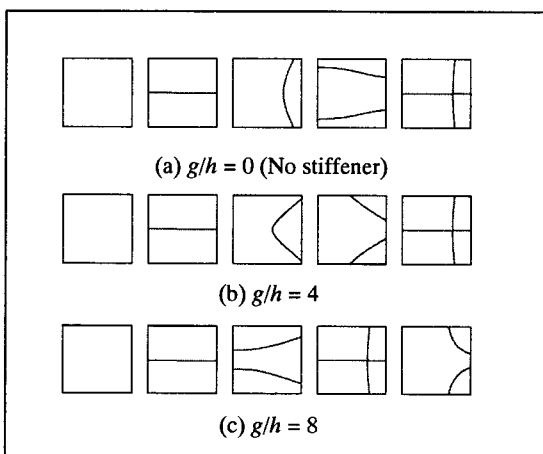


Fig. 4 Mode shape variations with spanwise stiffeners

5 개의 고유진동수들을 비교하고 있다. 보강재가 평판 가로중간에 위치했을 경우, 직관적으로 예측되듯이 부착된 보강재의 크기가 커질수록 질량이 커지게 되므로 고유진동수들의 감소를 초래한다. 그러나 $g/h=0$ 인 보강재에서 네 번째, $g/h=4$ 와 $g/h=8$ 인 보강재에서 다섯 번째 고유진동수를 연결하여 변화를 살펴보면 보강재가 커질수록 고유진동수 또한 커지는 것을 볼 수 있는데, 이것은 해당 모드가 chordwise 방향 굽힘모드로서 부착된 보강재가 그 방향 굽힘강성을 크게하기 때문이다.

Fig. 3은 위의 세 가지 경우에 대한 모드들의 절선들을 나타내고 있다. (a)에서 첫째 모드는 첫째 굽힘 모드, 둘째 모드는 첫째 비틀림 모드, 셋째 모드는 둘째 굽힘 모드, 넷째 모드는 chordwise 방향 굽힘 모드, 그리고 다섯째 모드는 둘째 비틀림 모드이다. (b), (c)에서 네 번째와 다섯 번째 모드는 (a)와 바뀌어 있는데, 이는 보강재의 두께가 두꺼워짐에 따라 네 번째 모드의 고유진동수가 증가해 모드들이 교차했기 때문이다.

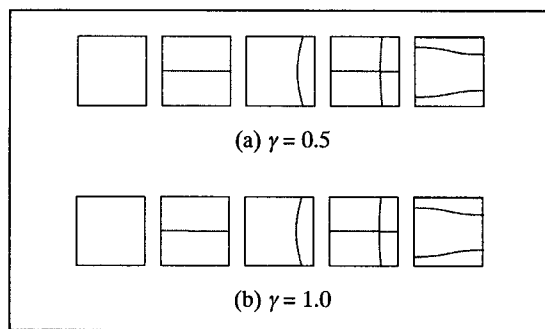


Fig. 5 Mode shape variations for the location of chordwise stiffeners

4.2 보강재가 평판의 세로중간($\delta=0.5$)에 위치

Table 6은 4.1절의 평판과 보강재에서, 보강재가 평판의 세로중간에 위치했을 때, 각 보강재의 경우에 대해 가장 낮은 5개의 고유진동수들을 비교하고 있다. 직관적으로 세로중간부착 보강재는 그 질량에 의한 영향보다는 평판의 굽힘강성에 많은 영향을 미칠 것을 알 수 있다. 부착된 보강재의 크기가 커짐에 따라 평판 길이방향의 굽힘강성이 크게 증가해 표에서 굽힘모드를 나타내는 첫째와 셋째 고유진동수가 민감하게 변하는 것을 볼 수 있다. 하지만, 첫 번째 비틀림 모드인 둘째 고유진동수와 두 번째 비틀림모드인 다섯째 고유진동수에는 ($g/h=8$ 인 보강재에서는 네 번째) 별 영향이 없음을 알 수 있다.

Fig. 4는 위 세 가지 경우에 대한 보강재의 모드들의 절선들을 나타내고 있다. (c)에서의 넷째와 다섯째 모드는 (a), (b)와 바뀌어 있는데, 이는 4.1절에서와 마찬가지로 보강재의 두께가 두꺼워짐에 따라 이 모드들이 교차하였기 때문이다. 두 번째 굽힘모드인 셋째 모드의 변화를 살펴보면 보강재 두께가 두꺼워짐에 따라 굽힘강성이 커지므로 수직방향이었던 모드형상이 수평방향으로 변화하고 있으며, chordwise 방향 굽힘모드인 네 번째 모드는 반대로 수평방향에서 수직방향으로 변화한다.

Table 7 Non-dimensional natural frequencies for the location of chordwise stiffeners

Mode	$\gamma=0.5$	$\gamma=0.6$	$\gamma=0.8$	$\gamma=1$
1	3.46	3.44	3.35	3.24
2	8.41	8.35	8.21	8.11
3	20.9	21.2	21.7	20.3
4	30.1	30.5	31.1	29.4
5	30.2	31.7	34.3	33.7

4.3 보강재의 위치

Table 7은 평판의 가로세로비 $\lambda=1$ 인 정사각형 평판에, 폭비 $f/b=0.01$, 두께비 $g/h=4$ 인 보강재가 평판의 가로중앙($\gamma=0.5$)에서 가로끝단($\gamma=1$)으로 그 위치가 변함에 따라서 가장 낮은 5개의 고유진동수들의 변화를 비교하고 있다. 첫째와 둘째 모드는 보강재가 끝단으로 갈수록 고유진동수가 낮아지는 것을 관찰할 수 있는데, 보강재 질량이 고정단으로부터 멀어짐에 따라서 관성이 커지기 때문이다. 그러나 셋째, 네째, 다섯째 고유진동수들은 증가하다 감소하는 것을 볼 수 있는데, 이로부터 보강재가 고정단으로부터 멀어질 때 처음엔 보강재의 강성증가 효과가 크지만, 결국은 관성에 의한 효과가 더 커지는 것을 알 수 있다.

Fig. 5는 보강재가 가로중앙($\gamma=0.5$)에 위치했을 때와 가로끝단($\gamma=1.0$)에 위치했을 때 모드절선을 보여주고 있다. 보강재 위치변화에 따른 모드형상 변화는 거의 없음을 알 수 있다.

4.4 보강재가 평판의 가로중앙($\gamma=0.5$)과 세로중앙($\delta=0.5$)에 동시에 위치했을 때

Fig. 6은 정사각형 외팔평판에, 폭비 $f/b=0.01$ 인 보강재를 두께비 $g/h=4$, $g/h=6$, $g/h=8$ 인 경우에 대해 가장 낮은 다섯 개 고유진동수의 모드절선을 나타낸 것이다. (a)의 셋째와 네째 고유진동수가 보강재가 두꺼워짐에 따라 (b), (c)에서는 네째와 다섯째에 나타나고 있음을 관찰할 수 있다.

Fig. 7은 Fig. 6에서 둘째 굽힘모드와 chord-wise 방향 굽힘모드 변화를 살펴 본 것이다. 보강재가 가로중앙에 있을 때와 세로중앙에 위치했을 때의 효과가 복합적으로 나타나고 있음을 볼 수 있다. 두 번째 굽힘모드의 경우, 가로중앙에 있을 때는 모드절선의 모양이 수직으로 변화하고 있었으며, 세로중앙에 있을 때는 수평으로 변화하고 있었다. 이 두 가지가 함께 작용한 경우 Fig. 7(a)와 같이

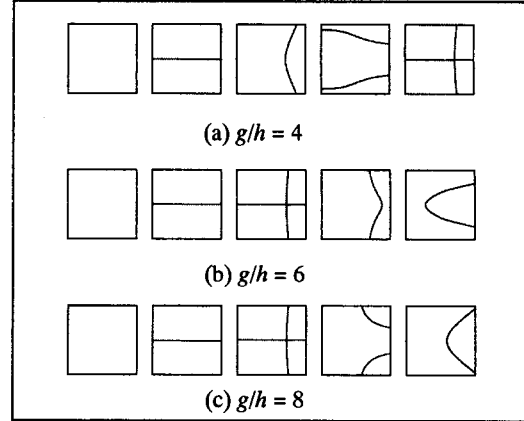


Fig. 6 Mode shape variations with chordwise and spanwise stiffeners

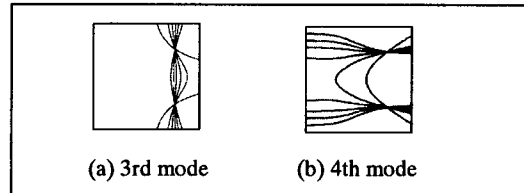


Fig. 7 Superposition of mode shapes

왼쪽으로 볼록하던 처음의 모양이 수직 방향으로 변하다가 오른쪽으로 볼록해지며 수평 방향으로 변하여 결국은 chordwise 방향 굽힘모드 모양으로 변한다. chordwise 방향 굽힘모드의 경우, Fig. 7(b)와 같이 수평방향으로부터 수직방향으로 변하여 결국 두 번째 굽힘모드의 모양으로 변화한다.

Fig. 7에서 또 하나 관찰할 수 있는 것은 두 번째 굽힘모드와 chordwise 방향 굽힘모드의 모드형상 변화시 나타나는 공통절점의 존재이다. 이는 참고문헌 (1, 4)에서도 나타났던 현상이며, 그 위치도 일치하고 있다.

Fig. 8은 평판과 보강재의 두께비 g/h 가 커짐에 따라 고유진동수가 어떻게 변화하는지를 보여주고 있다. chordwise 방향 굽힘모드 고유진동수 궤적과 둘째 굽힘모드의 고유진동수 궤적간에는 $g/h=6$ 근방에서 횡현상을 보이고 있으며, Fig. 7로부터 모드형상의 변화를 확인해 본 결과 두 모드들은 g/h 의 변화에 따라 현격하게 변화하는 것을 알 수 있었다. 이에 반하여 두 번째 비틀림모드의 고유진동수 궤적은 chordwise 방향 굽힘모드 고유진동수 궤적과 우선 $g/h=4$ 부근에서 교차하고, 다시 두 번째 굽힘모드의 고유진동수 궤적과 $g/h=5.5$ 부근에서 다시 교차한다.

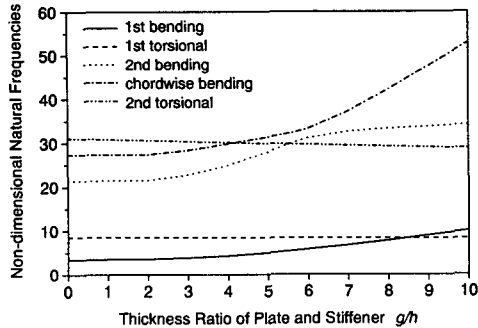


Fig. 8 Variation of non-dimensional natural frequencies for the thickness ratio g/h

5. 결론

본 논문에서는 보강재를 가진 외팔평판의 운동 방정식에 근거하여 진동방정식을 유도하고 해석을 수행하였다. 해석결과를 상용 구조해석 프로그램인 ANSYS의 결과와 비교하여 잘 일치하는 것을 확인함으로써 모델링의 신뢰성을 검증하였으며, 보강재의 형태, 크기, 위치에 따른 고유진동수의 변화와 이에 수반되는 모드형상의 변화를 관찰할 수 있었다. 특히 보강재의 효과가 평판의 강성에 얼마나 영향을 미치는지 정량적으로 확인할 수 있었고, 고유진동수 궤적간 교차 및 휨 현상에 미치는 영향을 관찰할 수 있었다. 고유진동수의 휨 현상은 관련모드들 간에 상호 영향을 주고 받는 형태변화를 수반하는 것을 알 수 있었으며, 절선의 변화에도 불구하고 일정한 위치에 존재하는 공통 절점들의 존재를 확인할 수 있었다.

후 기

본 연구는 1999년도 한국학술진흥재단 선도연구자 과제 (E00069) 연구비에 의하여 연구되었음.

참고문헌

- (1) Yoo, H. H., Seo, S. and Hur K., 2002, "The Effects of a Concentrated Mass on the Modal Characteristics of a Rotating Cantilever Beam," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C, Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 216, No. 2, pp. 151~163.
- (2) Yoo, J. and Yoo, H. H., 1998, "Dynamic Analysis of Flexible Plates with Concentrated Mass Undergoing Rigid Body Motion," Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences, Vo. 26, No. 6, pp. 41~48.
- (3) Yoo, H. H. and Chung, J. T., 2001, "Dynamics of Flexible Plates Undergoing Prescribed Overall Motion," J. of Sound and Vibration, Vol. 239, No. 1, pp. 123~137.
- (4) Yang, J. S. and Yoo, H. H., 1998, "Vibration Analysis of Rotating Cantilever Plates with Concentrated Mass," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering," Vol. 8, No. 6, pp. 1130~1136.
- (5) Young, D., 1950, "Vibration of Rectangular Plates by the Ritz Method," Journal of Applied Mechanics, Vol. 17, No. 4, pp. 448~453.
- (6) Barton, M. V., 1951, "Vibration of Rectangular and Skew Cantilever Plates," Journal of the Applied Mechanics, Vol. 18, No. 1, pp. 129~134.
- (7) Leissa, A. W., 1969, Vibration of Plates, NASA SP-160.