

감육형상 및 내압이 원자력 감육배관의 파단에 미치는 영향

-내압과 굽힘모멘트가 동시에 작용하는 경우-

심도준* · 임 환* · 최재봉* · 김영진† · 김진원** · 박치용***

(2002년 5월 21일 접수, 2003년 3월 17일 심사완료)

Effect of Wall Thinned Shape and Pressure on Failure of Wall Thinned Nuclear Piping Under Combined Pressure and Bending Moment

Do-Jun Shim, Hwan Lim, Jae-Boong Choi, Young-Jin Kim,
Jin-Won Kim and Chi-Yong Park

Key Words : Wall-Thinned Piping(감육배관), Full-Scale Pipe Test(실배관실험), Finite Element Analysis(유한요소해석), Combined Loading(복합하중)

Abstract

Failure of a pipeline due to local wall thinning is getting more attention in the nuclear power plant industry. Although guidelines such as ANSI/ASME B31G and ASME Code Case N597 are still useful for assessing the integrity of a wall thinned pipeline, there are some limitations in these guidelines. For instance, these guidelines consider only pressure loading and thus neglect bending loading. However, most pipelines in nuclear power plants are subjected to internal pressure and bending moment due to dead-weight loads and seismic loads. Therefore, an assessment procedure for locally wall thinned pipeline subjected to combined loading is needed. In this paper, three-dimensional finite element(FE) analyses were performed to simulate full-scale pipe tests conducted for various shapes of wall thinned area under internal pressure and bending moment. Maximum moments based on true ultimate stress($\sigma_{u,t}$) were obtained from FE results to predict the failure of the pipe. These results were compared with test results, which showed good agreement. Additional finite element analyses were performed to investigate the effect of key parameters, such as wall thinned depth, wall thinned angle and wall thinned length, on maximum moment. Also, the effect of internal pressure on maximum moment was investigated. Change of internal pressure did not show significant effect on the maximum moment.

1. 서론

최근 원자력산업 및 가스산업 등과 같은 배관 산업계에서는 감육배관에 대한 건전성평가가 중요한 현안으로 대두되고 있다. 감육배관에 대한 평가를 수행하기 위해 ANSI/ASME B31G⁽¹⁾와 ASME

Code Case N597⁽²⁾ 등과 같은 평가기준이 제정되어 사용되고 있지만, 이와 같은 평가법은 많은 문제를 내포하고 있다. 예를 들면, 이들 평가법은 지나친 안전여유(safety margin)로 인해 보수적인 평가 결과를 초래할 수 있다.⁽³⁾ 또한, 기존 평가법은 내압에 의한 작용하중만을 고려하고 있기 때문에, 복합하중이 작용하는 경우에는 비보수적인 결과를 나타낼 수 있다.^(4,5)

가동중인 대부분의 원전배관은 내압과 자중에 의한 굽힘하중을 동시에 받고 있다. 따라서, 이와 같은 하중을 받는 배관에 존재하는 감육부에 대한 평가를 수행하기 위해서는, 내압과 굽힘하중을 동시에 고려하는 감육배관에 대한 평가법이 필요한

† 책임저자, 회원, 성균관대학교 기계공학부

E-mail : yjkim@yurim.skku.ac.kr

TEL : (031)290-5274 FAX : (031)290-5276

* 회원, 성균관대학교 기계공학부

** 회원, 조선대학교 원자력공학과

*** 회원, 한전 전력연구원 원자력연구실

Table 1 Mechanical properties of pipe specimen

Material	Yield strength σ_y (MPa)	Ultimate strength σ_u (MPa)	True ultimate strength $\sigma_{u,t}$ (MPa)
ASTM A333 Gr. 6	303.5	452.4	548

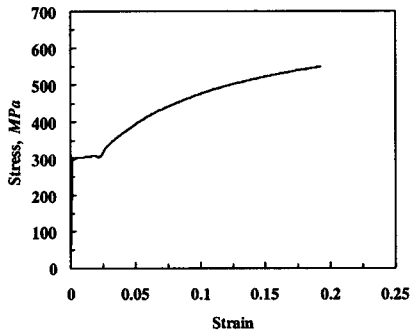


Fig. 1 True stress-true strain curve of ASTM A333 Gr. 6

실정이다. JAERI(Japan Atomic Energy Research Institute)⁽⁶⁾에서는 감육배관에 대한 파열 및 굽힘시험을 수행하여 복합하중이 작용하는 감육배관에 대한 평가식을 제안하였으나, 이 평가식은 제한적인 형상에 대해서만 적용이 가능하다. Roy 등⁽⁵⁾은 감육부가 존재하고 복합하중이 작용하는 가스배관에 대한 실험 및 유한요소해석을 수행하여, 감육형상 및 하중형태의 영향을 분석한 바 있다. 최근 KEPRI(Korea Electric Power Research Institute)⁽⁷⁾에서는 복합하중이 작용하는 다양한 형상의 원전배관에 대한 실패관 실험을 수행하여, 각 형상 및 하중이 감육부의 파손형태에 미치는 영향을 분석한 바 있다.

본 논문의 목적은 일정내압과 굽힘모멘트가 동시에 작용하는 감육배관에 대한 최대굽힘모멘트를 유한요소해석을 이용하여 예측하고, 각 인자(감육형상, 감육부 응력상태, 내압)가 최대굽힘모멘트에 미치는 영향을 분석하는 것이다. 이를 위해 먼저 참고문헌 (7)에서 수행한 실패관 실험에 대한 3차원 유한요소해석을 수행하여 최대굽힘모멘트를 예측하였으며, 이를 실험결과와 비교 및 검증하였다. 검증된 결과를 바탕으로 추가적인 유한요소해석을 수행하여 각 인자가 최대굽힘모멘트에 미치는 영향을 분석하였다.

2. 실패관 실험

참고문헌 (7)에서는 국부적인 감육부가 존재하는 배관에 일정 내압과 굽힘모멘트를 가하여 실패관 실험을 수행하였다. 실험에 사용된 배관재료는

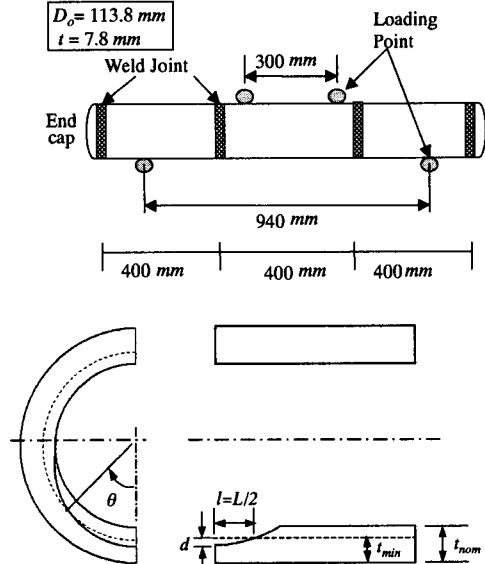


Fig. 2 Geometry of pipe specimen with local wall thinning

원자력발전소 2차계통에서 널리 사용되고 있는 ASTM A333 Gr. 6이었다. Fig. 1은 배관재료의 진응력-진변형률 곡선을 나타낸 것이며, Table 1은 배관재료의 기계적 특성을 정리한 것이다. Fig. 2는 실험에 사용된 감육배관의 형상과 감육부의 형상을 세부적으로 도시한 것이다. Fig. 2에 도시한 바와 같이 실패관 시편은 길이가 400 mm인 배관 3개를 용접하여 제작하였으며, 감육부는 중앙에 위치한 배관에 가공하였다. 내압을 가하기 위해 실패관 시편 양단에는 캡(cap)을 용접하였다. Fig. 2의 감육부 형상에서 d 는 감육깊이, $L=2l$ 은 축방향 감육길이, θ 는 원주방향 감육각도를 나타낸 것이다. 감육깊이 d 는 최소설계요구두께(design minimum required wall thickness) t_{min} 으로부터 감육부의 최심점까지의 깊이이며, t_{min} 은 다음과 같이 정의된다.⁽²⁾

$$t_{min} = \frac{P_i D_o}{2(S + 0.4P_i)} \quad (1)$$

여기서, P_i 는 배관에 작용하는 내압, D_o 는 배관의 외경, S 는 배관재료의 최대허용응력이다.

Fig. 2에 도시한 바와 같이 감육형상은 원주방향과 축방향으로 각각 일정 반경의 원형이 되도록 가공하였다. Table 2는 참고문헌 (7)에서 수행한 실패관 실험에서 고려한 감육형상 및 하중형태를 정리한 것이다. 모든 경우에 대하여 일정 내압은 10 MPa로 고정하였으며, d/t_{min} 은 식 (1)에 의해 0.62로 고정되었다. 감육부의 형상에서는 3가지 감육각도

Table 2 Test conditions and results for locally wall thinned pipes

Specimen	d/t_{min}	2θ	$L=2l$ (mm)	P (MPa)	Loading type*	$\frac{M_{max, test}}{M_{max, FE}}$
SP-12	0.62	$\pi/2$	25	10	Tension	0.97
SP-13	0.62	$\pi/2$	200	10	Tension	0.98
SP-15	0.62	$\pi/2$	25	10	Compression	1.11
SP-16	0.62	$\pi/2$	200	10	Compression	1.10
SP-1	0.62	π	25	10	Tension	1.09
SP-4	0.62	π	200	10	Tension	1.09
SP-5	0.62	π	25	10	Compression	1.15
SP-8	0.62	π	200	10	Compression	1.13
SP-9	0.62	2π	25	10	Tension + Compression	1.06
SP10	0.62	2π	200	10	Tension + Compression	1.04

* Type of loading acting on the section of wall thinned area.

($2\theta = \pi/2, \pi, 2\pi$)와 2가지 감육길이($2l = 25$ mm, 200 mm)를 고려하였다. 굽힘모멘트에 의해 감육부에 가해지는 하중은 인장력이 작용하는 경우와 압축력이 작용하는 경우를 고려하였다. 감육각도 $2\theta=2\pi$ 인 경우에는 감육부에 인장력과 압축력이 동시에 가해졌다.

실패관 시편에 내압을 가하여 10 MPa을 유지한 상태에서 4점 굽힘시험 장치를 이용하여 배관에 굽힘모멘트를 작용시켰다. 감육부는 굽힘모멘트가 작용하는 면의 중앙에 위치하도록 실험장치를 구성하였다. 실험을 진행하는 동안 시험기로부터 하중을 측정하였고, 측정된 하중은 굽힘모멘트로 변환되었다. 각각의 실험으로부터 최대굽힘모멘트 $M_{max, test}$ 를 측정하였다.

3. 유한요소모델 및 실험 시뮬레이션

Table 2에 정리된 실패관 실험에 대한 시뮬레이션을 수행하기 위해, 범용 해석프로그램인 ABAQUS⁽⁸⁾를 이용하여 3차원 유한요소해석을 수행하였다. Fig. 3은 해석에 사용된 유한요소모델의 예로서, 모델의 대칭성을 고려하여 1/4모델링을 하였으며, 사용된 요소는 20절점 등계수 사각주요소(C3D20R)이다. 감육부에서 발생하는 소성변형을 충분히 모사하기 위해 대규모변형률해석(large deformation analysis)을 수행하였다. 해석에서는 Fig. 1에 도시한 진응력-진변형률 데이터를 배관의 재료물성으로 입력하였다. 유한요소모델에서 감육부의 형상은 실패관 시편의 감육부 형상(Fig. 2)과 동일하게 축방향과 원주방향 모두 원형으로 모델링하였다.

유한요소해석에서도 실험과 동일하게 먼저 배관에 일정 내압을 가한 후 굽힘모멘트를 가하였다.

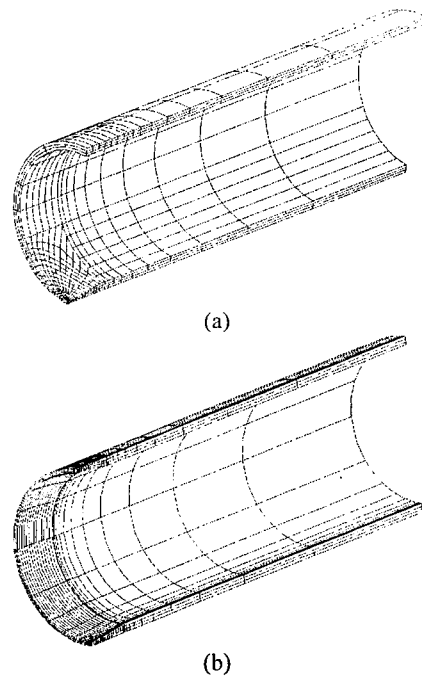


Fig. 3 Typical FE meshes employed in the present work: (a) $2\theta = \pi/2$, $L=200$ mm and (b) $2\theta = 2\pi$, $L=200$ mm

또한, 내압에 의해 발생하는 축방향 응력을 배관의 양끝단면에 작용시켰다. 굽힘모멘트의 크기는 감육부에서 파손이 발생할 수 있도록 충분히 크게 가하였다.

유한요소해석으로부터 최대굽힘모멘트를 예측하기 위해 배관의 인장강도($\sigma_{u,l}$)를 이용한 평가기준을 정의하였다. 감육부 최심점에서의 등가응력(equivalent stress), 즉 von Mises 응력의 평균값을 각 단계(increment)마다 측정하여, 이 값이 재료의 인장강도와 같아지는 시점에서의 굽힘모멘트를 최

Table 3 Parametric study matrix

D_o (mm)	t_{nom} (mm)	t_{min} (mm)	dt_{min}	2θ	L/D_o	P (MPa)	Loading type*
400	20	18.63 Eq. (1)	0.25	$\pi/4$	0.1	5	Tension Compression Tension + Compression
			0.5	$\pi/2$	0.5	10	
			0.75	π	1.0	15	
				2π	2.0		

* Type of loading acting on the section of wall thinned area.

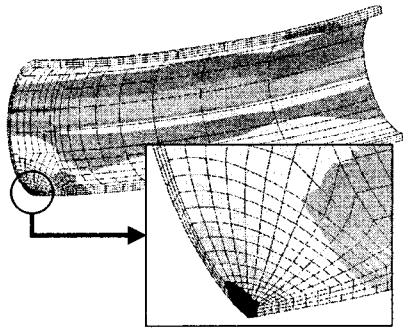


Fig. 4 Contour of von Mises stress at maximum bending moment

대굽힘모멘트로 정의하였다. Fig. 4는 최대굽힘모멘트가 작용하는 시점에서 배관의 von Mises 응력분포를 나타낸 것으로, 감속부 최심점에서의 응력값이 가장 크다. 유한요소해석으로부터 각 실험에 대한 최대굽힘모멘트 $M_{max,FE}$ 를 계산하였으며, 이를 실험으로부터 얻은 최대굽힘모멘트 $M_{max,test}$ 와의 비로써 Table 2에 나타내었다. Fig. 5는 $M_{max,test}$ 와 $M_{max,FE}$ 를 도식적으로 비교한 것으로, 모든 경우에 대하여 두 결과가 잘 일치하였다. 대부분의 경우 유한요소해석결과가 실험결과를 과소예측(under-predict)하여 보수적인 경향을 나타내었다. SP-12와 SP-13은 유한요소해석결과가 실험결과를 비보수적으로 예측하였지만, 오차범위가 3% 이내였다. Table 2의 결과와 Fig. 5에 도시한 결과로부터 유한요소모델의 타당성을 검증하였다.

4. 유한요소해석

감속배관의 주요변수(2θ , dt_{min} , L , P_i)가 최대굽힘모멘트에 미치는 영향을 분석하기 위해 다양한 경우에 대한 유한요소해석을 수행하였다. Table 3은 본 연구에서 수행한 해석의 경우를 정리한 것으로, 주요변수를 체계적으로 고려하여 총 252가지 경우에 대한 유한요소해석을 수행하였다. 해석대상 배관의 외경 D_o 는 400 mm, 두께 t_{nom} 은 20 mm로 고정하였다. t_{min} 은 식 (1)을 이용해서 내압의 크기에

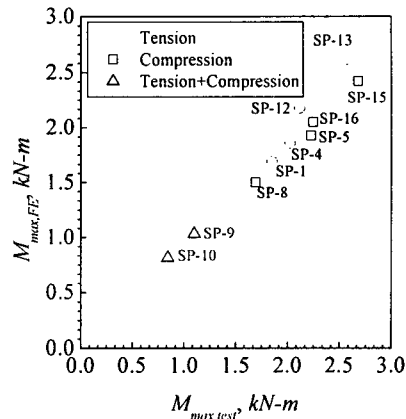


Fig. 5 Comparison of maximum bending moment measured from pipe tests and maximum bending moment predicted from FE results

따라 계산되어야 하지만, 본 연구에서는 내압이 10 MPa인 경우에 대해서 t_{min} 을 계산하고 이 값을 내압이 5 MPa, 15 MPa인 경우에 대해서도 동일하게 적용하였다. 이와 같이 t_{min} 을 고정함으로써, 동일한 형상의 감속부에서 내압의 변화가 최대모멘트에 미치는 영향을 분석하였다. Table 3에 정리한 바와 같이 유한요소해석에서는 3가지 감속깊이 ($dt_{min} = 0.25, 0.5, 0.75$), 4가지 감속각도 ($2\theta = \pi/4, \pi/2, \pi, 2\pi$), 4가지 감속길이 ($L/D_o = 0.1, 0.5, 1, 2$)를 고려하였다. 또한, 압력의 영향을 분석하기 위해 3가지 내압 ($P_i = 5 \text{ MPa}, 10 \text{ MPa}, 15 \text{ MPa}$)을 고려하였으며, 이는 원전 2차계통 배관의 운전압력을 고려하여 선정된 값이다.

또한 각 경우에 대하여 감속부에 인장하중이 작용하는 경우와 압축하중이 작용하는 경우를 고려하였다.

실배관 실험에 대한 시뮬레이션에서와 같은 방법으로 유한요소해석으로부터 최대굽힘모멘트를 계산하였다. Fig. 6은 내압이 10 MPa이고 감속부에 인장이 작용하는 경우에 대해 각 감속깊이에 대하여 예측된 최대굽힘모멘트를 나타낸 것으로, 각 감속깊이에서의 감속각도의 영향을 나타내었다. $2\theta=2\pi$ 인 경우를 제외한 나머지 경우에는 감속길

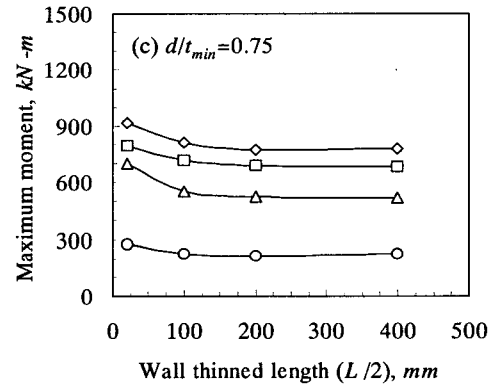
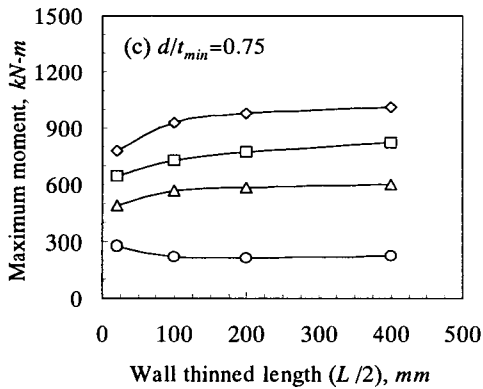
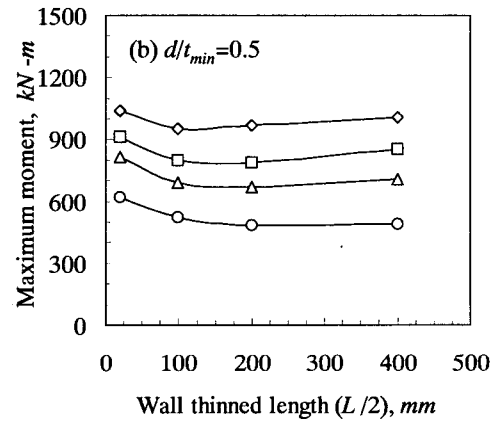
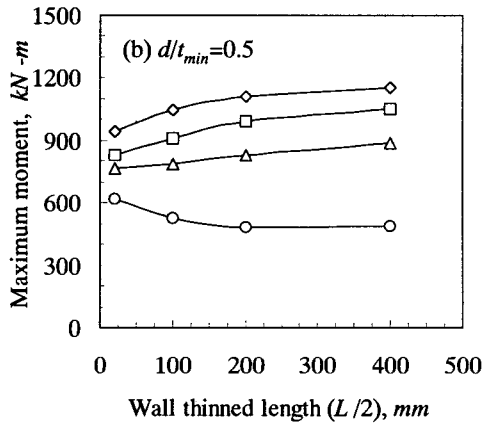
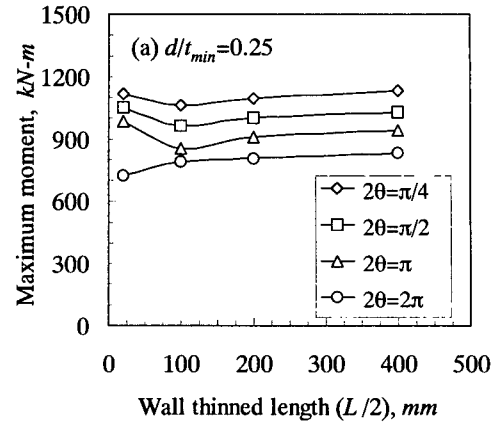
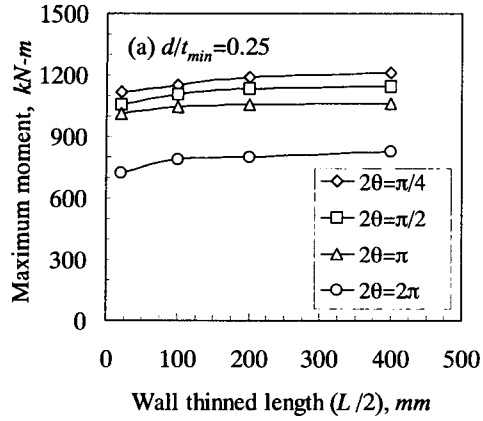


Fig. 6 Maximum bending moment obtained from FE results for tension loaded wall thinned area for three different wall thinned depths

Fig. 7 Maximum bending moment obtained from FE results for compression loaded wall thinned area for three different wall thinned depths

이가 증가함에 따라 최대굽힘모멘트가 증가하다 일정한 값으로 수렴하는 경향을 나타내었다. 이는 감육부의 길이가 길어짐에 따라 감육부에서의 응력이 감육부가 짧은 경우보다 더 많이 분산되기 때문이다. 이와 같은 결과는 참고문헌 (7)의 실험

결과와도 동일한 결과이다. 감육깊이가 얇은 경우 ($d/t_{min}=0.25$)에서는 감육각도의 영향이 작게 나타났으나, 감육깊이가 상대적으로 깊은 경우에서는 감육각도의 영향이 크게 나타났다. 또한, 감육각도가 클수록 감육깊이가 최대굽힘모멘트에 미치는 영향

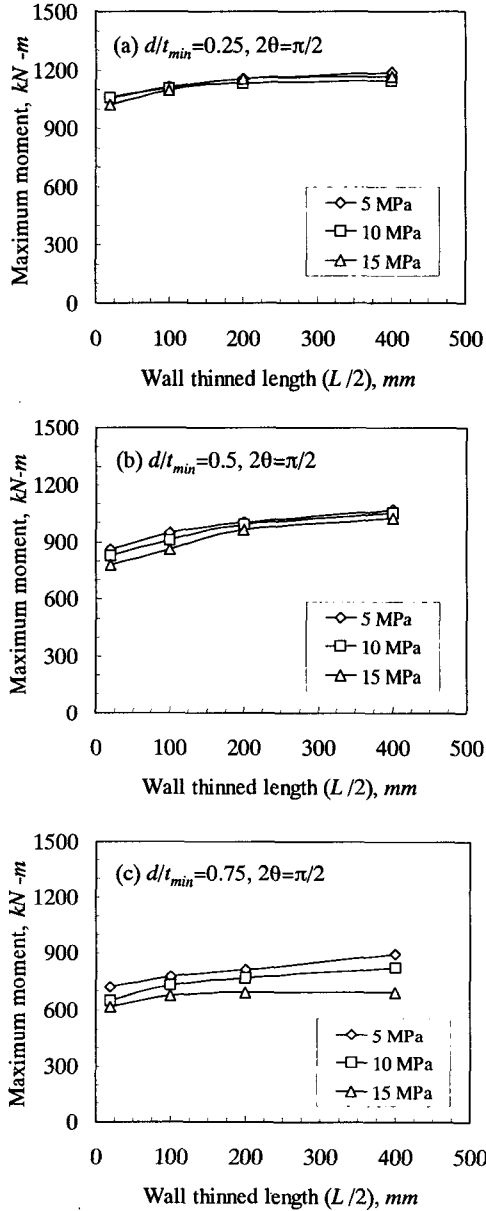


Fig. 8 Pressure effect on the maximum bending moment for tension loaded wall thinned area for three different wall thinned depths

이 더 크게 나타났다.

Fig. 6에서 $2\theta=2\pi$ 인 경우의 최대굽힘모멘트는 인장력이 작용하는 부위 또는 압축력이 작용하는 부위, 둘 중 한곳에서의 등가응력이 σ_u 에 먼저 도달했을 때의 굽힘모멘트 값을 이용하여 측정한 것이다. Fig. 6(b)와 Fig. 6(c)에 나타난 바와 같이 $2\theta=2\pi$ 인 경우의 최대굽힘모멘트는 다른 경우($2\theta=$

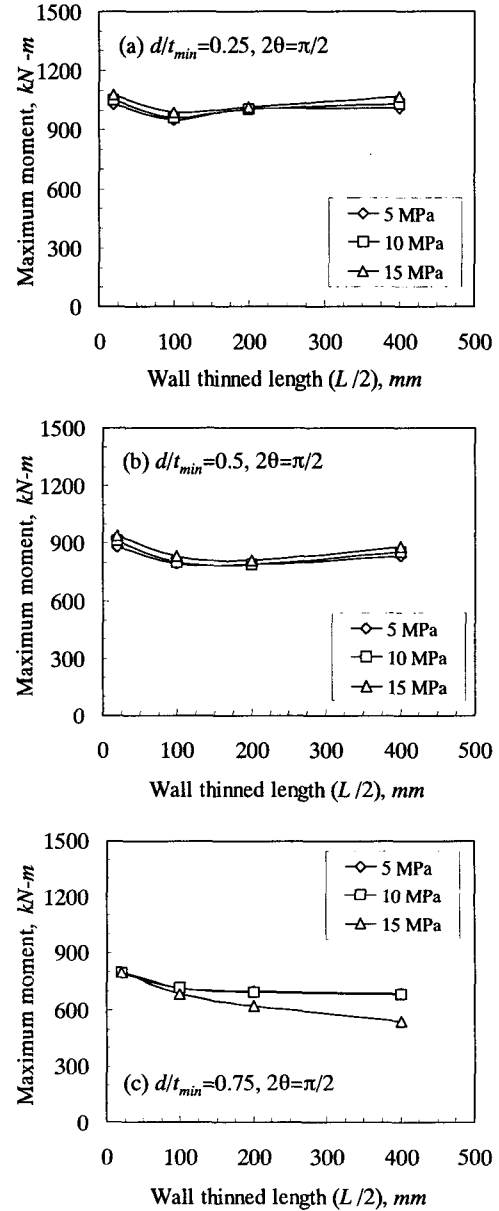


Fig. 9 Pressure effect on the maximum bending moment for compression loaded wall thinned area for three different wall thinned depths

$\pi/4, \pi/2, \pi$)와 상이한 경향을 나타내었다.

Fig. 7은 내압이 10 MPa이고 감육부에 압축이 작용하는 경우에 대해 각 감육길이에 대하여 예측된 최대굽힘모멘트를 나타낸 것으로, 감육깊이가 얇은 경우($d/t_{min}=0.25$)에서는 감육길이가 증가함에 따라 최대굽힘모멘트가 감소하다가 다시 조금 증가하는 경향을 나타내었다. 이와 같은 경향을 나

타내는 원인에 대한 분석을 수행하였으나, 유한요소 해석 결과만으로는 명확한 결론을 내릴 수 없었으며, 보다 정확한 원인분석을 위해서는 이에 대한 실험을 수행할 필요가 있을 것으로 판단된다. 한편, $dl_{min} \geq 0.5$ 인 경우에는 감육깊이가 증가함에 따라 최대굽힘모멘트는 감소하다 일정한 값으로 수렴하는 경향을 나타내었다. 이와 같이 최대굽힘모멘트가 감소하는 이유는 감육깊이가 증가함에 따라 좌굴(buckling)이 더 쉽게 발생하기 때문이다. 이와 같은 결과도 참고문헌 (7)의 결과와 동일한 결과이다. 감육부에 인장력이 작용하는 경우(Fig. 6)에서는 감육깊이가 깊어질수록 감육각도의 영향이 크게 나타났다. 하지만 Fig. 7에 나타난 바와 같이 감육부에 압축력이 작용하는 경우에는 모든 감육깊이에서 감육각도의 영향이 나타났다. Fig. 7(a)에서도 $2\theta=2\pi$ 인 경우의 최대굽힘모멘트는 다른 경우($2\theta=\pi/4, \pi/2, \pi$)와 상이한 경향을 나타내었다. Fig. 6과 Fig. 7에서 $2\theta=2\pi$ 인 경우의 최대굽힘모멘트의 경향을 보면, 감육깊이가 얇으면 인장이 작용하는 경우와 같이 감육깊이가 증가할수록 최대굽힘모멘트가 증가하다 수렴하였으며, 감육깊이가 깊으면 압축이 작용하는 경우와 같이 감육깊이가 증가할수록 최대굽힘모멘트가 감소하다 수렴하였다. 따라서, $2\theta=2\pi$ 이고 감육깊이가 얇으면 인장에 의한 파손이 지배적이고, $2\theta=2\pi$ 이고 감육깊이가 깊으면 압축에 의한 파손이 지배적인 것으로 판단된다.

Fig. 8과 Fig. 9는 $2\theta=\pi/2$ 이고 감육부에 인장력이 작용하는 경우와 압축력이 작용하는 경우에 대한 내압의 영향을 각각 나타낸 것이다. 감육부에 인장력이 작용하는 경우에는 내압이 증가할수록 최대굽힘모멘트가 감소하는 경향을 나타내었다. 이는 내압이 증가할수록 내압에 의해 발생하는 인장응력이 증가하여 감육부에서의 등가응력을 증가시키기 때문이다. 감육부의 깊이가 얇은 경우에는 내압에 의한 영향이 상대적으로 작게 나타났으며, 감육깊이가 증가할수록 내압의 영향이 크게 나타났다. 이는 감육깊이가 깊은 경우에는 내압에 의한 인장응력뿐만 아니라 원주방향응력(hoop stress)의 영향도 크게 나타나서 감육부의 등가응력을 증가시키기 때문이다. 감육깊이가 깊은 경우를 제외하고는 최대굽힘모멘트에 대한 내압의 영향은 크게 나타나지 않았다.

감육부에 압축력이 작용하는 경우에는 내압에 의해 발생하는 인장응력이 감육부에 작용하는 압축응력을 상쇄시켜 좌굴이 발생하는 것을 억제시킨다. 따라서, Fig. 9에 나타난 바와 같이 내압이 증가할수록 최대굽힘모멘트가 증가하는 경향을 나

타내었다. 하지만, 감육깊이가 깊고, 내압이 15 MPa인 경우에는 내압에 의해 발생하는 원주방향응력이 지배적으로 작용하여 최대굽힘모멘트가 가장 낮게 나타났다. 감육부에 압축력이 작용하는 경우에도 감육깊이가 깊은 경우를 제외하고는 최대굽힘모멘트에 대한 내압의 영향은 크게 나타나지 않았다.

5. 결론

본 논문에서는 감육부가 존재하는 실배관 실험에 대한 3차원 유한요소해석을 수행하였으며, 최대굽힘모멘트를 예측하기 위해 배관의 인장강도(σ_u)를 이용한 평가기준을 정의하였다. 유한요소 해석으로부터 예측된 최대굽힘모멘트를 실험결과와 비교하여 유한요소모델의 타당성을 검증하였다. 이를 바탕으로 다양한 감육형상에 대한 유한요소 해석을 수행하여 얻은 결과는 다음과 같다.

(1) 감육부에 인장력이 작용하는 경우에는 감육깊이가 증가함에 따라 최대굽힘모멘트가 증가하다 일정한 값으로 수렴하였으며, 감육깊이가 깊은 경우에는 얇은 경우보다 감육각도의 영향이 상대적으로 크게 나타났다. 또한, 감육각도가 클수록 감육깊이가 최대굽힘모멘트에 미치는 영향이 더 크게 나타났다.

(2) 감육부에 압축력이 작용하는 경우에는 상대적으로 깊은 감육부($dl_{min} \geq 0.5$)에서만 감육깊이가 증가함에 따라 최대굽힘모멘트가 감소하다 일정한 값으로 수렴하였다. 또한, 모든 감육깊이에서 감육각도의 영향이 나타났다.

(3) $2\theta=2\pi$ 인 경우에는 감육깊이가 얇으면 인장에 의한 파손이 지배적이었고, 감육깊이가 깊으면 압축에 의한 파손이 지배적이었다.

(4) 감육깊이가 깊은 경우를 제외하고는 최대굽힘모멘트에 대한 내압의 영향은 크게 나타나지 않았다.

후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) American Society of Mechanical Engineer, 1991, "Manual for Remaining Strength of Corroded

- Pipelines," ANSI/ASME B31.G.
- (2) American Society of Mechanical Engineer, 1998, "Requirement for Analytical Evaluation of Pipe Wall Thinning," ASME B&PV Code Sec. XI, Division 1, Code Case N-597.
- (3) Choi, J.B., Kim, J.S., Goo, B.G., Kim, Y.J. and Choi, Y.H., 2001, "Engineering Estimation of Limit Load Solution for Wall-Thinned Pipes Considering Material Properties," *Proceedings of the KSME 2001 Spring Annual Meeting A*, pp. 351~356.
- (4) Kim, J.W., Park, C.Y. and Kim, B.N., 2001, "Evaluation of Local Allowable Wall Thickness of Thinned Pipe Subjected to Internal Pressure and Bending Moment," *Transaction of the KSME (A)*, Vol. 25, No. 1, pp. 81~88.
- (5) Roy, S., Grigory, S., Smith, M., Kanninen, M.F. and Anderson, M., 1997, "Numerical Simulations of Full-Scale Corroded Pipe Tests with Combined Loading," *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 119, pp. 457~466.
- (6) Japan Atomic Energy Research Institute, 1993, "Technical Report on the Piping Reliability Tests at the Japan Atomic Energy Research Institute (Japanese)," JAERI-M, 93-076, pp. 71~75.
- (7) Kim, J.W., Park, C.Y., Lee, S.H. and Kang, T.K., 2001, "Effect of Thinning Length on Failure Mode of Local Wall Thinned Pipe," *Proceedings of the KSME 2001 Spring Annual Meeting A*, pp. 357~362.
- (8) 2001, "ABAQUS User's manual," Hibbitt, Karlson & Sorensen, Inc.