적층판으로 제작된 고온초전도 한류기에 발생한 국부적 열폭주 점에 대한 열응력 해석

양 경 진*·강 기 주†

(2002년 4월 15일 접수, 2003년 2월 27일 심사완료)

Thermal Stress Due to a Hot - Spot on the Laminated Plate in High Temperature Superconducting Fault Current Limiter

Kyeong-Jin Yang and Ki-Ju Kang

Key Words: Superconducting Fault Current Limiter(초전도 한류기), Laminated Plates(적층판), Eigenstrain(고유변형률), Hot-Spot(국부적 열폭주점)

Abstract

Analysis for the thermal stress distribution in the laminated plates containing a hot-spot(local heating region) is performed. It is assumed that the local heating region induces only mechanical stress by the thermal expansion but effect of the thermal conduction is neglected. The region is regarded equivalent to a homogeneous inclusion expanding in a laminated medium. As an example, Au/YBCO/Al_2O_3 laminate which is often employed for High Temperature Superconducting Fault Current Limiter(HTS FCL) has been analyzed. Effects of heat input, thickness of each layer and the hot spot size upon the stress distribution in the hot-spot have been investigated. For a constant heat generation into the hot-spot, as the thickness of the Al_2O_3 substrate increases, the stress in the YBCO layer is peculiarly oscillated, and the curvature of laminate has a maximum at a certain thickness of the Al_2O_3.

1. 서 론

초전도체는 임계온도, 임계자기장 이하에서 전기 저항이 제로가 되는 물질로서 에너지의 손실 없이 임계전류 이하의 대 전류를 통전시킬 수 있다. 고온 초전도체는 대기압 상태의 포화 액체질소 온도인 77K 이상의 임계온도를 가지는 산화물계 초전도체를 지칭한다. 고온 초전도체의 대표적인 응용 예로는 초전도 케이블, 10테슬러(tesla) 이상의 초전도 마그넷, 초전도 한류기, 초전도 안테나, 양자간섭장치, 초전도 공진기, 자기차폐장치. 등을 들 수 있다. 초전도 한류기(superconducting fault current limiter)는 과도전류 발생시에 초전도체를 흐르는 전류가 임계전류 이상이 될 때 초전도 상태를 벗어나 전기저항이 갑자기 커지는 특성을 이용하여 전류를 제한하는 전기기기이다. 초전도 한류기는 두 가지로 분류되는데 그 중 하나가 초전도 선재의 임계 전류를 단란전류 이하로 설정하여 단락 전류가 흐르면 초전도가 상전도로 전이하여 상전도 상태의 높은 저항에 의해 전류가 제한되는 방식이다. SN 전이형 또는 저항형 한류기로 불리우는 이 방법은 금속계 초전도선을 이용하거나 HTS(High Temperature Superconductor) 박막형 소자를 이용한다. 다른 방법은 자기 차폐형이다. 이 방법은 초전도체를 차폐 재료로 사용하는 방법으로 원통형 초전도체의 외측에 권선한 코일의 인덕턴스를 변화시켜 전류 크기를 제한하는 방법이다.[1]

고온초전도 제품의 응용과 안정성에 영향을 미

* 회원, 전남대학교 대학원 자동차공학부
† 책임저자, 회원, 전남대학교 자동차공학부
E-mail : kjkang@chonnam.ac.kr
TEL : (062)530-1668 FAX : (062)530-1689

치는 중요한 인자로는 임계전류, 임계온도, 임계자기장 등을 들 수 있다. 인장하중이 작용하거나 미세한 균열이 생성될 경우에 위의 임계값이 저하하거나 심한 경우 초전도 특성을 상실할 수 있는데 이를 통틀어 전자기적 특성저하(electro-magnetic degradation)라 한다.[2,3] 현재는 이러한 응력-전자기적특성 관계가 주로 실험에 의존하여 연구되고 있는데 향후에 적절한 모델이 제안될 경우 응력해석 결과로부터 임계값들을 예측할 수 있을 것이다. 신형섭과 오상수[4]는 초전도 보합선재에 대해 응력과 피로손상이 임계전류밀도에 미치는 영향을 실험적으로 관찰하였는데 선재에 작용하는 응력이 임계전류밀도를 크게 저하시킴을 보고하였다. 위와같은 응력-전자기특성 관계는 초전도 응용 기기 설계에 반드시 고려되어야 할 사항이고 또한 역학적 해석을 통하여 기기의 사용중에 발생할 수 있는 응력이 설계 단계에서 계산되어야 할 것이다.

고온 초전도 재료중 하나인 YBCO는 주로 필름형으로 적층되어 고온 초전도 한류기로 응용되는데 과도전류 발생시 국부적인 전기전이 특성으로 인하여 열발생이 한 지점에 집중(hot-spot)되어 균일 열 소산의 장애가 되고 큰 열응력을 발생시킨다. 이러한 결함을 보완하고자 전기전도도가 큰 재료를 초전도체에 적층하여 사용되고 있다. 그러나 국부적인 열폭주에 대한 고체역학적인 해석이 수행되지 못하여 파손에 대한 안정성이나 전자기특성 저하를 평가하지 못하는 실정이다. 본 연구에서는 YBCO 고온초전도체를 이용한 한류기의 사용중에 발생할 수 있는 국부적 열폭주에 대한 열응력을 해석한다. 게재물(inclusion)을 함유한 고전 적층판 해석법을 이용하여 각 층의 면내(in-plane) 응력 해석을 수행하였다. 게재물에 대한 해석 방법은 이물질 변형에 대한 탄성장 해석 뿐만 아니라 균열이나 전위에 대한 해석과 복합재료의 유효물성(equivalent elastic properties)을 얻는데 응용되고 있다.[5,6]

2. 이 론

Fig. 1은 과도 전류가 흘러 국부적으로 저항열(local heat generation)이 발생하는 적층판의 단면도이다. 저항열에 의한 국부적인 열팽창은 Fig. 2와 같이 게재물이 존재하는 적층판 모델로 상사

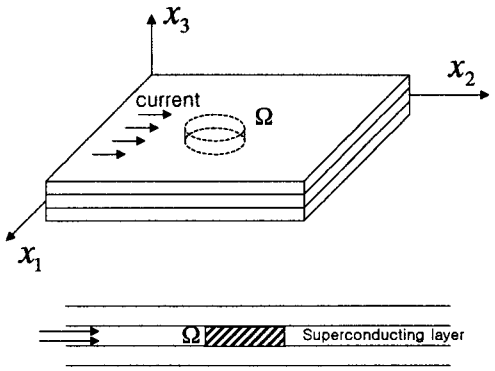


Fig. 1 Hot-spot Ω formed by local heat generation in laminated plate

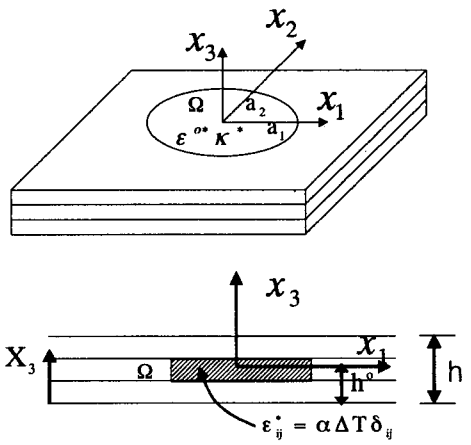


Fig. 2 Infinite plate containing an inclusion with an eigenstrain

될 수 있을 것이다. 또한 고온초전도체를 응용한 저항형 한류기는 두께나 열 폭주점의 크기에 비해 x_1-x_2 면상의 시편 길이가 훨씬 크므로 무한 적층판으로 간주 될 수 있다. 저항열에 의한 고유변형률(eigenstrain) ε_{ij}^{*}가 주어질 때 고전적층판 이론을 이용하여 게재물 내부에서의 응력장을 계산하고자 한다. 여기서 고유변형률은 게재물 주위에 구속이 없을 때 게재물이 갖는 변형률로서 국부적 열폭주점에 발생한 저항열로부터 계산된 온도변화 ΔT와 열팽창계수 α의 곱으로 표현된다. 등방성 선형탄성 재료로 구성된 적층판에 대해 고전 적층판 이론(classical laminated plates theory)에 따라 평판의 변위장은 다음과 같이 표

현된다.[7]

$$u_i = u_i^0 - x_3 w_{,i}(x_1, x_2), \quad (i=1,2)$$
$$u_3 = w(x_1, x_2) \tag{1}$$

여기서 u_i와 u_3는 각각 면내(in plane), 면외(out-of plane) 변위이고 u_i^o는 주면(main plane)에서의 면내 변위이다. 하첨자 (,)는 면내 직교좌표계 x_1과 x_2에 대한 편미분을 나타낸다. Fig. 2와 같이 게재물을 함유한 적층판의 구성방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.[8,9]

$$N_{ij} = A_{ijkl}(\varepsilon^0_{kl} - \varepsilon^{0*}_{kl}) + B_{ijkl}\kappa_{kl}$$
$$M_{ij} = B_{ijkl}\varepsilon^0_{kl} + D_{ijkl}(\kappa_{kl} - \kappa^*_{kl}) \tag{2}$$

여기서 N_{ij}와 M_{ij}는 각각 결과응력(resultant stress), 모멘트(resultant)로 응력 및 변형률과 다음과 같은 관계가 있다.

$$N_{ij} = \int_{-h^o}^{h-h^o} \sigma_{ij} dx_3, \quad M_{ij} = \int_{-h^o}^{h-h^o} x_3 \sigma_{ij} dx_3$$
$$\varepsilon^0_{kl} = 1/2(u^0_{k,l} + u^0_{l,k}), \quad \kappa_{kl} = -w_{,kl} \tag{3}$$

ε^0_{kl}와 κ_{kl}은 각각 주면에서 변형률(main plane strain)과 곡률(curvature)이다. A_{ijkl}, B_{ijkl}와 D_{ijkl}은 각각 extensional, coupling, bending 강성행렬이다(부록 I). 주면은 적층판의 밑면에서 거리 $h^o = \int_0^h X_3 C_{11} dX_3 \ / \int_0^h C_{11} dX_3$에 위치해 있다. 위와 같이 정의된 주면은 $B_{11} = \int_{-h^o}^{h-h^o} x_3 C_{11} dx_3 = 0$을 만족하는 면이다. 여기서 $X_3(=x_3+h^o)$는 적층판의 밑면으로부터 정의된 수직축이다. 항에 index의 반복(summation index)은 1, 2에 대한 합이다. ε^{0*}_{kl}와 κ^*_{kl}는 주면의 고유변형률 및 고유곡률(eigencurvature)로 고유변형률 ε^*_{ij}를 이용하여 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\varepsilon^{0*}_{ij} = \frac{1}{A_{11}-A_{12}} \int_{-h^o}^{h-h^o} \left[\frac{A_{11}C_{12} - A_{12}C_{11}}{A_{11}+A_{12}} \varepsilon^*_{kk}\delta_{ij} + (C_{11}-C_{12})\varepsilon^*_{ij} \right] dx_3 \tag{4}$$

$$\kappa^*_{ij} = \frac{1}{D_{11}-D_{12}} \int_{-h^o}^{h-h^o} \left[\frac{D_{11}C_{12} - D_{12}C_{11}}{D_{11}+D_{12}} \varepsilon^*_{kk}\delta_{ij} + (C_{11}-C_{12})\varepsilon^*_{ij} \right] x_3 dx_3$$

적층판의 평형방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$N_{ij,j} = 0, \quad M_{ij,ij} = 0 \tag{5}$$

영향함수(influence function) 개념을 이용하여 전개하면 주면의 면내 및 면외 변위는 다음과 같이 표현된다(부록 II).[9]

$$u_i^0 = \frac{1}{8\pi}[4\nu^A H_{,i}\delta_{kl} + (3-\nu^A)(H_{,i}\delta_{ik} + H_{,k}\delta_{il}) - (1+\nu^A)(H_{ik,l} + H_{il,k})]\varepsilon^{o*}_{kl}$$
$$u_3 = -\frac{1}{4\pi}[(1+\nu^D)H\delta_{kl} + (1-\nu^D)H_{kl}]\kappa^*_{kl} \tag{6}$$

타원형 국부적 열폭주점 내부에 균일한 고유변형률에 대해 주면의 변형률과 곡률은 변위-변형률 관계로부터 다음과 같이 표현 될 수 있다.

$$\varepsilon^0_{ij} = S_{ijkl}\varepsilon^{0*}_{kl}, \quad \kappa_{ij} = K_{ijkl}\kappa^*_{kl}, \tag{7}$$

$$S_{ijkl} = \frac{\nu^A}{2\pi} H_{,ij}\delta_{kl} + \frac{3-\nu^A}{16\pi}(H_{,ik}\delta_{jl} + H_{,jl}\delta_{ik} + H_{,il}\delta_{jk} + H_{,jk}\delta_{il}) - \frac{1+\nu^A}{16\pi}(H_{ik,jl} + H_{jl,ik} + H_{il,jk} + H_{jk,il}),$$
$$K_{ijkl} = \frac{1+\nu^D}{4\pi} H_{,ij}\delta_{kl} + \frac{1-\nu^D}{4\pi} H_{kl,ij}$$

H와 H_{kl}은 게재물 내부와 외부를 구분하여 적분을 수행하여 얻어지는 적분상수이다(부록III).

결과 응력 및 모멘트는 식 (2)와 식 (7)로부터 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$N_{ij} = (A_{ijmn}S_{mnkl} - A_{ijkl})\varepsilon^{0*}_{kl} + B_{ijmn}K_{mnkl}\kappa^*_{kl}$$
$$M_{ij} = B_{ijmn}S_{mnkl}\varepsilon^{0*}_{kl} + (D_{ijmn}K_{mnkl} - D_{ijkl})\kappa^*_{kl} \tag{8}$$

각 층에서의 응력은 고전적층판 이론에 따라 다음식과 같이 표현된다.

$$[\sigma_{ij}]_k = [C_{ijkl}]_k [\varepsilon^0_{kl} + z\kappa_{kl} - \varepsilon^*_{kl}]_k$$
$$C_{ijkl} = C_{12}\delta_{ij}\delta_{kl} + \frac{1}{2}(C_{11}-C_{12})(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \tag{9}$$

여기서 [ ]k는 k번째 판에 대한 응력, 변형률, 물성을 나타낸다. 게재물 내부에서 S_{ijkl}과 K_{ijkl}은 포아송비 ν^A, ν^D와 a_1, a_2에만 의존하므로 게재물 내부의 결과응력과 결과 모멘트는 균일한(uniform) 값을 가진다. 또한 게재물 외부에서는 원점으로부터 거리가 멀어질 때 결과 응력과 모멘트(또는 응력)는 무한대에서의 경계조건인 영(zero)으로 수렴하게 된다. 본 연구에서는 영역 Ω, 즉 균일한 응력분포를 갖는 게재물 내부에 대해 열 폭주점의 크기, 시편두께, 저항열의 크기를 변화시키면서 응력을 계산할 것이다.

3. 고온초전도 한류기 설계에의 응용

3.1 Au/YBCO/Al2O3 적층판

금(Au)/YBCO/사파이어(Al_2O_3)로 적층된 한류기 모델에 대해 원형 국부적 열폭주점에 의해 발생

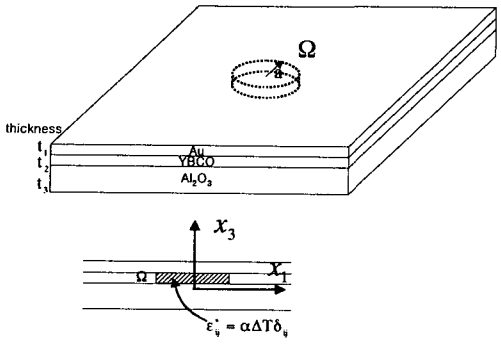


Fig. 3 The configuration of Au/YBCO/Al_2O_3 laminate containing a hot-spot

Table 1 Material constants of Au, YBCO and Al_2O_3

	E[GPa]	ν	α	ρ[kg/m^3]	C[J/kgK]
Au	77.2	0.42			
YBCO	150	0.3	10^{-5}	6,300	0.0132
Al_2O_3	370	0.2			

한 각 층에서의 열응력을 조사하고자 한다. Au층은 YBCO 초전도 층을 습기나 이물질 침투 등의 외부환경으로부터 보호하고 과전류 통전사고 때에 전류의 일부를 통전할(shunt layer) 뿐만 아니라 열전도층의 역할을 한다. 해석에 사용된 한 예를 Fig. 3에 나타내었다. 얇은 필름으로 적층되는 YBCO는 비교적 균질한 결정으로 성장하므로 비등방성이고 시편의 크기와 가공 공정에 따라 재료물성이 다른 특성이 있으나 본 연구는 등방성 재료로 가정하고 영률은 150[GPa]로 가정하였다. 해석을 위해 사용된 Au, YBCO, Al_2O_3의 재료물성은 Table 1과 같이 가정되었다. 반경 a인 원형 국부적 열폭주점에 국부적으로 저항열이 발생하는 문제는 고유변형률 ε_{ij}^*인 게재물을 함유한 적층판 문제로 모델화 될 수 있다. 국부적 열폭주점의 온도변화는 각 층으로 전달되는 열전도와 외부로의 대류 열전달을 고려한 열전달 식으로부터 계산되어야 한다. 그러나 과도전류 사고는 몇 밀리초(ms) 내에 완료되는 특성이 있고 열전달이 되기전에 국부적 열폭주점은 최대 온도에 이르게 되므로 근사적으로 다음 식으로부터 온도변화를 계산할 수 있다.

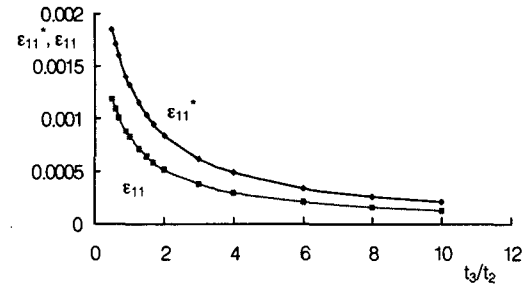
$$J=\rho C\pi a^2 \Delta T \tag{10}$$

여기서 J는 단위두께당 국부적 열폭주점에 발생한 저항열이고 C와 ρ는 각각 YBCO 초전도체의 열용량과 밀도이다. 위와 같은 온도 계산은 열전도를 무시한 상계 온도 해석으로 간주될 수 있으므로 실제 한류기에 발생하는 응력보다 더 큰 응력이 평가 될 것이다.

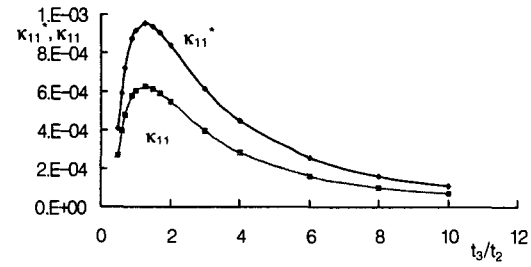
3.2 각층 두께의 영향

국부적 열폭주점에 발생한 저항열이 1306J/m (식 (10)으로부터 $\Delta T=500K$)이고 국부적 열폭주점의 반경 $a=t_2$일 때 Au층의 두께와 Al_2O_3층의 두께가 곡률과 주면 변형률에 미치는 영향을 Fig. 4(a)부터 Fig. 4(d)에 나타내었다. 2절에서 설명한 바와 같이 게재물 내부에서는 균일한 면내 곡률 및 변형률을 가지므로 위치에 상관없이 값을 나타내었다. Fig. 4(a)와 (b)는 1/1/z 적층판에 대한 결과이고 Fig. 4(c)와 (d)는 x/1/2 적층판에 대한 결과이다(이하 본 논문에서 x/y/z는 두께비 $t_1:t_2:t_3$비를 나타낸다). 고유곡률과 고유변형률은 식 (4)로부터 그리고 곡률과 주면 변형률은 식 (7)로부터 얻어진다. 먼저 Al_2O_3층의 두께 t_3/t_2가 곡률과 주면 변형률에 미치는 영향을 살펴보면 두께에 따른 곡률과 고유곡율은 특정 두께에서 최대값을 갖고 두께에 민감한 특성을 보이고 고유변형률과 주면 변형률은 두께가 커지면서 감소하는 경향을 보인다. 이러한 곡률에 대한 t_3/t_2의 존성(Fig. 4(b))은 다음과 같이 설명될 수 있다. 곡률에 영향을 미치는 요인으로는 크게 두 가지를 들 수 있는데 첫째 적층판의 두께가 커지면서 굽힘 강성이 증가하여 곡률을 감소시키는 것과 둘째 국부적 열폭주점이 주면으로부터 거리가 멀어지면서 곡률을 증가시키는 요인을 들 수 있다. t_3/t_2값이 작을 때는 후자의 영향이 크게 작용하여 곡률이 증가하는 경향을 보이고 t_3/t_2값이 어느이상 커지면서 곡률이 전자의 지배를 받아 감소하는 경향을 보인다. Au층의 두께 t_1/t_2의 변화가 곡률과 주면 변형률에 미치는 영향을 살펴보면 두께가 커지면서 곡률과 주면 변형률이 감소하는 특성을 보이나 두께 의존성은 t_3/t_2의 두께의존성에 비해 영향이 크지 않다.

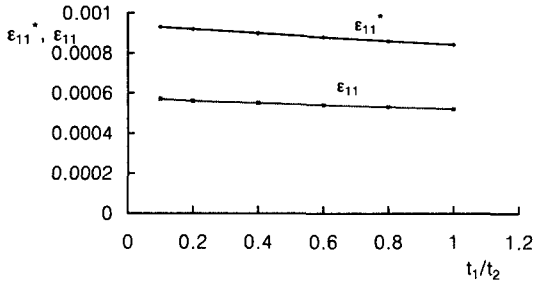
적층판의 각층에 작용하는 응력(식 (9))을 살펴보기 위해 Fig. 5(a)와 Fig. 5(b)에 저항열 J가



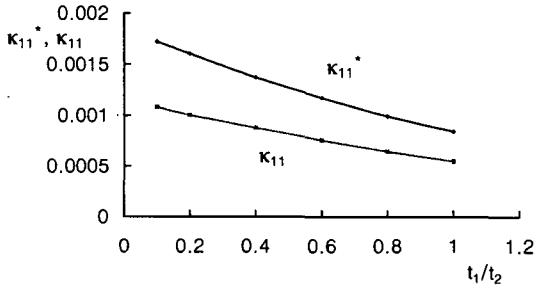
(a)



(b)

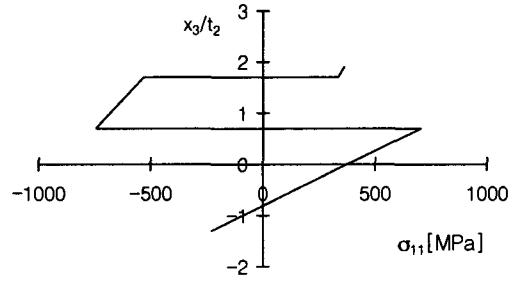


(c)

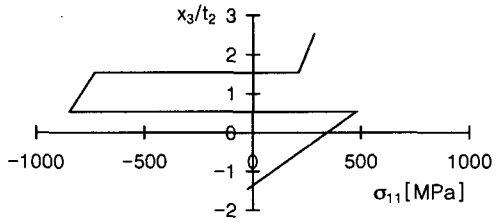


(d)

Fig. 4 The variation of (a)the mid plane strain, (b)eigenstrain, (c)curvature and (d)eigencurvature with the thickness of gold and sapphire layer



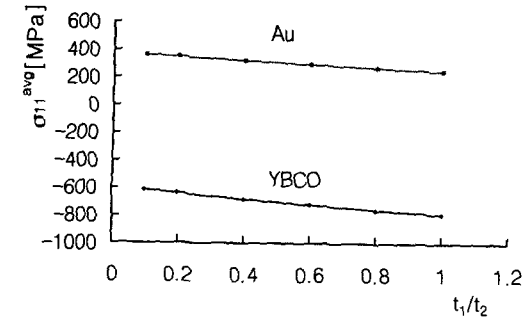
(a)



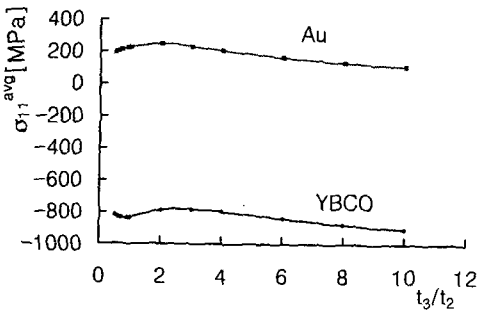
(b)

Fig. 5 Stress distribution of (a)0.2/1/2 and (b)1/1/2 laminated plates with heat input per unit thickness of 1306[J/m] applied in hot-spot

1306J/m이고 게재물 반경이 t_2일 때 각각 0.2/1/2와 1/1/2로 적층된 판에 대한 게재물 내부에 각층의 σ_{11}성분을 나타내었다. Au와 Al_2O_3층의 구속으로 인하여 YBCO층에 큰 압축응력이 발생한다. 또한 Au층의 두께가 YBCO층의 응력에는 크게 영향을 미치지 않음을 볼수 있다. Au층과 Al_2O_3층의 두께가 YBCO 층과 Au 층의 응력에 미치는 영향을 살펴보기 위해 Fig. 4해석에 사용된 기하학적 조건에 대해 두께에 따른 평균응력 σ_{11}^{avg} 변화를 살펴보았다(각각 Fig. 6(a) 와 Fig. 6(b)). Au층의 두께가 커지면서 Au층과 Al_2O_3층에 작용하는 응력이 감소하는 특성을 보인다. 그러나 Al_2O_3층의 두께에 따른 응력 변화를 살펴보면 Au층에는 특정 두께에서 최대 인장응력이 작용하고 YBCO 층에 작용하는 응력은 t_3/t_2에 대해 감소→증가→감소하는 특이한 경향을 보인다. 또한 Fig. 4(b)와 비교하여보면 YBCO와 Au 층에 최대 평균응력이 작용하는 두께가 최대 곡률이 발생하



(a)



(b)

Fig. 6 The variation of average stress in YBCO and Au layer with the thickness of (a)gold and (b)sapphire layers

는 두께와 일치하지 않는 결과를 보인다. 또한 t_3/t_2에 따른 큰 곡률 변화에도 불구하고(Fig. 4(b)) YBCO층과 Au층의 응력 변화는 크지 않음을 알 수 있다. 초전도 층의 응력 상태를 지배하는 인자로 크게 다음 두 가지를 들 수 있다. 첫째, 고유변형률이 외부 층에 의해 구속 받음으로써 발생하는 압축응력과 둘째, 초전도 층에만 발생하는 국부적인 가열은 비 균질 가열(non-homogeneous heat generation)로 모멘트를 발생시키는데 이러한 모멘트는 초전도 층에 인장응력을 발생시킨다. 모멘트에 의한 인장응력은 주면으로부터 거리가 멀수록 곡률이 클수록 크게 작용한다. 이러한 복잡하게 얽힌 특성으로 인하여 YBCO층에 작용하는 응력은 쉽게 경향을 예측하기 어렵고 정확한 계산을 요구한다.

3.3 저항열과 국부적 열폭주점 크기의 영향

국부적 열폭주점의 크기는 제조공정상에 이물

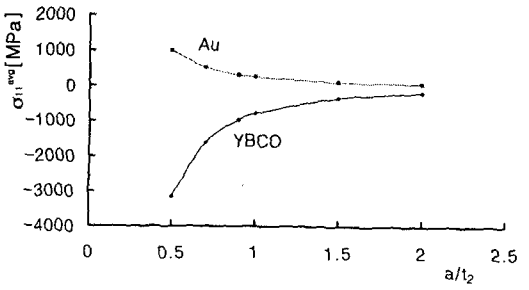


Fig. 7 The variation of average stress in YBCO and Au layer with spot radius

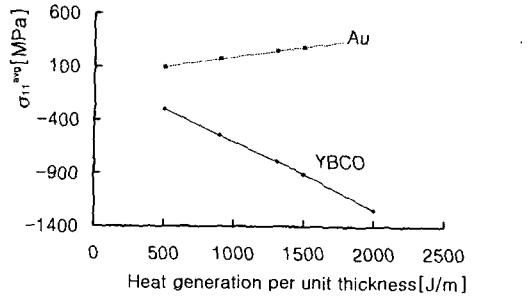


Fig. 8 Variation of average stress in YBCO and Au layer with heat input per unit thickness

질 침투나 비접합, 공동(void)등의 영향을 받아 다양하게 변할 수 있다. 이러한 효과를 조사하기 위해 *1306J/m*의 저항열이 국부적 열폭주점에 발생하는 1/1/2 적층판에 대해 국부적 열폭주점의 반경이 각층의 응력에 미치는 영향을 조사하였다 (Fig. 7). spot의 크기가 작아지면서 Au층에 큰 인장응력이 발생하고 YBCO층에는 큰 압축응력이 발생한다. 이는 열응력이 국부적으로 집중될 때 Au 층이 큰 인장응력으로 인하여 파단될 수 있음을 나타낸다. Fig. 8은 위의 1/1/2 적층판의 국부적 열폭주점에 가해진 저항열에 따른 응력변화를 보여준다. 저항열이 증가함에 따라 YBCO층에는 응력변화가 심하고 Au층의 응력 변화는 크지 않음을 볼 수 있다. Fig. 7과 Fig. 8로부터 초전도 한류기의 사용중에 발생하는 파단사고는 국부적 열폭주점에 발생한 저항열의 크기 보다는 이물질 공동등의 미시적인 결함에 의해 지배되는 국부적 열폭주점의 크기에 매우 민감함을 볼 수 있다. 또한 YBCO층의 파단 보다는 YBCO의 보호층인 Au층의 파단이 지배적임을 볼 수 있다.

4. 결과 및 토론

국부적 열폭주점을 함유한 Au/YBCO/Al_2O_3 적층판에 대한 응력을 평가하기 위해 게재물을 함유한 적층판 해석법을 적용하였다. 고온 초전도체는 취성이 매우 큰 재료이기 때문에 인장하중에 의해 균열이 쉽게 생성되어 진전하는 특성이 있고 압축하중 상태에서는 비교적 안정적인 사용이 가능하다. 해석된 모든 조건에서 YBCO층에는 항상 압축하중이 작용하여 비교적 안전한 하중상태에 있으나 Au층에는 인장하중이 크게 작용할 수 있으므로 한류기 신뢰성에 주된 요인이 된다. 초전도 한류기의 사용 중에 발생할 수 있는 과전류 사고에 대한 각층의 고체역학적 안전성을 평가하기 위해 기하학적 설계변수가 될 수 있는 적층판 두께와 사고중에 발생할 수 있는 변수인 저항열과 한류기 제작 공정상에서 야기될 수 있는 변수인 국부적 열폭주점의 크기의 효과를 살펴보았다. Al_2O_3층의 두께에 따른 YBCO층과 Au층의 응력상태를 살펴본 결과 YBCO층은 응력이 감소→ 증가→ 감소하는 특이한 특성을 보이나 응력의 크기는 Al_2O_3층의 두께에 민감하지 않음을 볼 수 있었다. 인장하중이 작용하는 층은 Au층인데 모든 조건에 대해 인장하중이 작용하여 한류기 설계의 중요한 인자로 Au층의 두께가 고려되어야 한다. 특히 국부적 열폭주점의 크기가 작아지면서 응력이 급속히 증가하는 경향을 보이므로 한류기 설계시 각별한 주의가 요구된다.

본 연구는 저항형 한류기가 두께에 비해 면내 길이가 훨씬 큰 점에 착안하여 고전 적층판 이론을 적용하여 응력을 조사하였다. 그러나 한류기는 열 폭주점의 온도 변화에 의해 면외(out-of-plane) 방향으로 고유 변형률이 발생하므로 면외 방향의 응력이 발생하게 된다. 고전 적층판 이론은 평면 응력(plane stress) 상태로 가정하여 면내 응력을 계산하므로 실제 한류기에서 발생할 수 있는 면외 응력을 계산 할 수 없는 한계를 갖는다. 또한 본 연구에서 수행한 연구결과는 열폭주점의 온도분포가 균질할 때에만 적용될 수 있다. 최근에 본 연구자들은 게재물 내부에 온도분포가 균질하지 않고 다항식 형태로 표현될 때 즉 게재물의 고유 변형률이 다항식으로 표현될 때에 대한 탄성장 해석을 수행한 바 있다.[10] 이 결과는 열전도를 고려한 실제 한류기의 온도 해석 결과를 이용하여 응력장을 해석하는데 적용될 수 있을 것으로 기대된다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R01-2000-000-00308-0(2002))지원으로 수행되었으며 이에 감사의 뜻을 전합니다.

참고문헌

(1) Han, B. S., Hwang, J. S. and Park, S. J., 1997, *Engineering Superconductivity*, Dong-il Ltd.

(2) Jin, S., Sherwood, R. C., Tiefel, T. H., Van Dover, R. B., Johnson, Jr., D. W. and Grader, G. S., 1987, "Stress and Field Dependence of Critical Current in $Ba_2YCu_3O_{7-\delta}$ Superconductors," *Applied Physics Letter*, Vol. 51, pp. 855～857.

(3) Goldacker, W., Kebler, J., Ullmann, B., Mossang, E. and Rikel, M., 1995, "Axial Tensile, Transverse Compressive and Bending Strain Experiments on Bi(2223)/AgMg Single Core Tapes," *IEEE Transaction, Applied Superconductivity*, Vol. 5, pp. 1834～1837.

(4) Shin, H. S. and Oh, S. S., 2000, "Evaluation of Mechanical Property and Fatigue Damage in a Practical Superconducting Cable for Magnet," *Trans. of KSME (A)*, Vol. 24, pp. 761～768.

(5) Mura, T., 1982, *Micromechanics of Defects in Solids*, Martinus Nijhoff Publishers.

(6) Kim, H. G., 2001, "Evaluation of Elastic Modulus in a Particulate Reinforced Composite by Shape Memory Effect," *Trans. of KSME (A)*, Vol. 25, pp. 25～31.

(7) Jones, R. H., 1975, *Mechanics of Composite Materials*, New York McGraw-Hill.

(8) Beom, H. G., 1998, "Analysis of a Plate Containing an Elliptic Inclusion with Eigencurvatures," *Archive of Applied Mech.*, Vol. 68, pp. 442～432.

(9) Beom, H. G. and Earmme, Y. Y., 1999, "The Elastic Field of an Elliptic Cylindrical Inclusion in a Laminate with Multiple Isotropic Layers," *J. Appl. Mech.*, Vol. 66, pp. 165～ 171.

(10) Yang, K. J. and Kang, K. J., 2002, "Elastic Field of a Plate Containing an Elliptic Inclusion with Polynomial Eigenstrains," submitted to *Mechanics of Materials*.

부 록

Ⅰ. 선형탄성 재료로 구성된 적층판의 강성 행렬

$$A_{ijkl}=A_{12}\delta_{ij}\delta_{kl}+\frac{1}{2}(A_{11}-A_{12})(\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk}),$$
$$B_{ijkl}=B_{12}\delta_{ij}\delta_{kl}-\frac{1}{2}B_{12}(\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk}),$$
$$D_{ijkl}=D_{12}\delta_{ij}\delta_{kl}+\frac{1}{2}(D_{11}-D_{12})(\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk})$$
$$A_{ij}=\int_{-h^o}^{h-h^o}C_{ij}dx_3,\quad B_{ij}=\int_{-h^o}^{h-h^o}x_3C_{ij}dx_3,$$
$$D_{ij}=\int_{-h^o}^{h-h^o}x_3^2C_{ij}dx_3\ (ij=11,12)\qquad(\text{Ⅰ-1})$$
$$C_{11}=E/(1-\nu^2),\quad C_{12}=\nu E/(1-\nu^2)$$

Ⅱ. 영향함수 개념을 이용한 면내 및 면외 변위 유도과정[5,8,9]

상보이론을 이용한 면내 및 면외변위 일반해는 다음과 같다.[9]

$$u_i^0(x_1,x_2)=\int_\Omega \widehat{N}_{kl}^{[i]}(\xi_1,\xi_2;x_1,x_2)\,\varepsilon_{kl}^{0*}dA,$$
$$u_3=w(x_1,x_2)=\int_\Omega \widehat{M}_{kl}^{[3]}(\xi_1,\xi_2;x_1,x_2)x_{kl}^{*}dA \qquad(\text{Ⅱ-1})$$

여기서 $\widehat{N}_{kl}^{[i]}$와 $\widehat{M}_{kl}^{[3]}$는 무한 적층판에 대한 영향함수로 다음과 같다.

$$\widehat{N}_{kl}^{[i]}=A_{klmn}\,\tilde{\varepsilon}_{mn}^{0[i]},\quad \widehat{M}_{kl}^{[3]}=D_{klmn}\,\tilde{\chi}_{mn}^{[3]} \qquad(\text{Ⅱ-2})$$
$$\tilde{\varepsilon}_{kl}^{0[i]}=\frac{1}{2}(\partial\tilde{u}_k^{0[i]}/\partial\xi_l+\partial\tilde{u}_l^{0[i]}/\partial\xi_k)$$
$$\tilde{\chi}_{kl}^{[3]}=-\partial\tilde{u}_3^{[3]}/\partial\xi_k\partial\xi_l$$

변위 $\tilde{u}_k^{0[i]}$, $\tilde{u}_3^{[3]}$는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\tilde{u}_k^{0[i]}(\xi_1,\xi_2,;x_1,x_2)=\frac{1}{8\pi\mu}\left[-(3-\nu^A)\ln\rho\delta_{ki}+(1+\nu^A)\frac{(\xi_k-x_k)(\xi_i-x_i)}{\rho^2}\right],$$
$$\tilde{u}_3^{[i]}(\xi_1,\xi_2;x_1,x_2)=0,$$
$$\tilde{u}_k^{0[3]}(\xi_1,\xi_2;x_1,x_2)=0,$$
$$\tilde{u}_3^{[3]}(\xi_1,\xi_2;x_1,x_2)=\frac{1}{8\pi D_{11}}\rho^2\ln\rho \qquad(\text{Ⅱ-3})$$

여기서 $\mu=1/2(A_{11}-A_{12})$, $\nu^A=A_{12}/A_{11}$ 이고 $\rho=[(\xi_m-x_m)(\xi_m-x_m)]^{1/2}$이다. 그리고 $\tilde{u}_a^{0[i]}(\xi_1,\xi_2,;x_1,x_2)$와 $\tilde{u}_a^{[3]}(\xi_1,\xi_2,;x_1,x_2)$는 각각 x 점에 x_i 방향과 x_3방향으로 단위 집중하중이 가해질 때 ξ점에서의 변위 성분이다. 다음 식(Ⅱ-4)으로 정의되는 H와 H_{kl}을 이용하면 식 (Ⅱ-1)의 변위에 대한 표현은 식 (Ⅱ-5)와 같이 정리될 수 있다.

$$H(x_1,x_2)=\int_\Omega\ln\rho dA,$$
$$H_{kl}(x_1,x_2)=\int_\Omega\frac{(\xi_k-x_k)(\xi_l-x_l)}{\rho^2}dA \qquad(\text{Ⅱ-4})$$

$$u_i^0=\frac{1}{8\pi}[4\nu^AH_{,i}\delta_{kl}+(3-\nu^A)(H_{,i}\delta_{ik}+H_{,k}\delta_{il})-(1+\nu^A)(H_{ik,l}+H_{il,k})]\varepsilon_{kl}^{0*} \qquad(\text{Ⅱ-5})$$
$$u_3=-\frac{1}{4\pi}[(1+\nu^D)H\delta_{kl}+(1-\nu^D)H_{kl}]x_{kl}^{*}$$

여기서 $\nu^D=D_{12}/D_{11}$이다.

Ⅲ. H와 H_{kl}

식 (Ⅱ-4)를 게재물 내부와 외부에 대해 각각 적분하면,

$$H(x_1,x_2)=\frac{1}{2}H_{ij}^ox_ix_j\quad\text{for } x\ in\ \Omega$$
$$H_{kl}(x_1,x_2)=\frac{1}{2}H_{klij}^ox_ix_j\quad\text{for } x\ in\ \Omega \qquad(\text{Ⅲ-1})$$

$$H(x_1,x_2;\lambda)=-\frac{1}{4}[I(\lambda)-x_nx_nI_N(\lambda)]\ \text{for } x\ out\ of\ \Omega$$
$$H_{kl}(x_1,x_2;\lambda)=\frac{1}{4}\delta_{kl}a_K^2[I_K(\lambda)-I_K(0)-x_nx_nI_{KN}(\lambda)]+\frac{1}{2}x_kx_l[I_L(\lambda)-a_K^2I_{KL}(\lambda)]\ \text{for } x\ out\ of\ \Omega \qquad(\text{Ⅲ-2})$$

여기서 H_{ij}^o와 H_{ijkl}^o는 상수 텐서로 H_{ij}^o는 하첨자 i와 j에 대해 그리고 H_{ijkl}^o는 i와 j 또는 k와 l에 대해 대칭이다.[8] 함수 $I(\lambda), I_i(\lambda), I_{ij}(\lambda)$는 a_1, a_2와 좌표점에 의존하는 함수이다.[8,9] λ는 게재물 외부점에 대해 다음과 같이 주어진다.

$$\lambda=\frac{1}{2}\{x_mx_m-a_ma_m+[(x_mx_m-a_ma_m)^2+4(x_1^2a_2^2+x_2^2a_1^2-a_1^2a_2^2)]^{1/2}\} \qquad(\text{Ⅲ-3})$$