

설계변수들의 상호효과를 고려한 Flextensional 트랜스듀서의 최적설계

Optimal Design of a Flextensional Transducer Considering All the Cross-coupled Effects of the Design Variables

강 국 진[†] · 노 용 래^{*}

Kookjin Kang and Yongrae Roh

(2003년 1월 16일 접수 : 2003년 3월 15일 심사완료)

Key Words : Cross-coupled Effects(상호효과), Flextensional Transducer(Flextensional 변환기), Optimal Design(최적설계), FEA(유한요소 해석), Design of Experiments(실험계획법)

ABSTRACT

The performance of an acoustic transducer is determined by the effects of many design variables, and mostly the influences of these design variables are not linearly independent of each other. To achieve the optimal performance of an acoustic transducer, we must consider the cross-coupled effects of the design variables. In this study, with the FEM, we analyzed the variation of the resonance frequency and sound pressure of a flextensional transducer in relation to its design variables. Through statistical multiple regression analysis of the results, we derived functional forms of the resonance frequency and sound pressure in terms of the design variables, and with which we determined the optimal structure of the transducer by means of a constrained optimization technique, SQP-PD. The proposed method can reflect all the cross-coupled effects of multiple design variables, and can be utilized to the design of general acoustic transducers.

1. 서 론

음향 트랜스듀서의 성능은 많은 설계변수들에 의해 영향을 받으며,^(1~2) 그 영향은 선형 독립적이지 않은 경우가 허다하다.^(3~5) 따라서 음향 트랜스듀서의 최적 성능을 구현하기 위해서는 설계변수들의 개별 변화에 따른 성능 변화와 변수들의 상호작용에 의한 성능 변화를 함께 고려하여야 한다. 본 연구에서는 대표적 고효율 수중 음향 트랜스듀서인 class IV flextensional 트랜스듀서에 대하여 각 설계변수들의 개별 영향 및 이들의 상호작용에 의한 영향을 반영하여 주어진 중심 주파수에서 작동하며 최대 음압을 구현할 수 있는

트랜스듀서 설계변수들의 최적값을 찾고자 한다. Flextensional 트랜스듀서는 세라믹 적층에 전계를 인가하면 세라믹 적층의 길이(장축) 방향으로 작은 변위가 발생된다. 이때 발생된 변위는 지레 효과에 의하여 상대적으로 유연한 타원형 셀에 전달되어 단축 방향으로 큰 변위를 발생시키기 때문에 사용하는 중심 주파수 대역에서 다른 트랜스듀서에 비하여 고효율을 가진다. 또한 지향성을 가지는 flextensional 트랜스듀서에 대한 연구사례도 있으나⁽⁶⁾ 일반적으로 flextensional 트랜스듀서는 사용하는 중심 주파수 대역의 파장에 비해 그 크기가 매우 작기 때문에 무지향성 방사체로 볼 수 있다.^(7~8)

일반적인 음향 트랜스듀서의 주요 성능 변수는 중심 주파수와 음압이며, 저주파 트랜스듀서의 경우 주파수의 제곱과 부피 변위 진폭에 비례하는 음압의 특성상 낮은 주파수로 인해 발생 음압은 저하된다.⁽⁹⁾ 그간 낮은 중심 주파수를 가지면서 높은 음압을 발생

[†] 책임저자, 정회원, 경북대학교 센서공학과
E-mail : kkj@usound.knu.ac.kr
Tel : (053) 943-8716, Fax : (053) 950-6827

^{*} 정회원, 경북대학교 기계공학부

시킬 수 있는 음향 트랜스듀서 개발에 대한 많은 연구가 진행되어 왔으며, 대부분의 경우 구동자 재료를 바꿈으로써 높은 음압을 구현하고자 하였으나,⁽¹⁰⁻¹²⁾ 정해진 중심 주파수와 재료에 대해서 높은 음압을 발생시킬 수 있는 트랜스듀서 구조 설계에 대한 연구는 미미한 실정이다.⁽³⁾ 따라서 본 연구에서는 대표적 출력력 저주파 수중 음향 트랜스듀서인 class IV flexensional 트랜스듀서에 대해 정해진 중심 주파수와 재료에 대해서 최대 음압을 구현할 수 있는 구조를 결정하고자 한다. 지금까지 음향 트랜스듀서의 최적 성능을 구현하기 위하여 많은 연구가 진행되어 왔으나 대부분의 경우 단일 변수만을 최적화 하거나,⁽³⁻⁴⁾ 여러 변수들을 최적화 하였다더라도 각 설계변수들의 상호작용에 의한 영향까지를 고려한 연구사례는 거의 없는 실정이다.⁽⁵⁾ 또한 여러 설계변수들의 최적화 시 무한 반복 계산에 의한 최적화를 이루고자 하였으므로, 복잡한 구조를 가지는 트랜스듀서의 경우에 시간이 매우 많이 걸린다는 단점이 있었다. 따라서 트랜스듀서 각 설계변수들의 개별 영향 및 이들의 상호작용에 의한 영향을 반영하면서 보다 효율적인 계산법에 의해 최적화 시간을 단축 할 수 있는 새로운 설계법을 개발할 필요가 있어왔다.

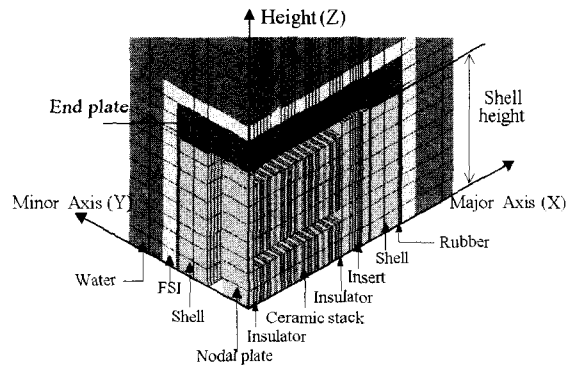
이러한 목적을 이루기 위해 본 연구에서는 class IV flexensional 트랜스듀서에 대하여 유한요소 해석을 통하여 설계변수들이 주요 성능 변수인 공진 주파수 및 음압에 미치는 영향을 파악하였다. 유한요소 해석 시 최적화 시간 단축을 위해 실험계획법에 따른 해석을 수행하였으며,⁽¹³⁾ 이 결과들의 다중 회귀 분석을 통하여 변수들의 상호효과까지 고려한 공진 주파수 및 음압을 설계변수들의 함수로 도출하였다.⁽¹⁴⁾ 나아가 도출된 성능 함수식에 대해 제한 최적화 방법(constrained optimization method)중에서 수렴속도가 가장 빠르다고 알려진 SQP-PD(sequential quadratic programming method of phenichny and danilin)⁽¹⁵⁾를 이용한 최적화를 이루어 중심 주파수 1 kHz를 가지며 최대 음압을 구현할 수 있는 트랜스듀서 구조를 결정하였다.

2. Class IV flexensional 트랜스듀서의 구조 및 모델링

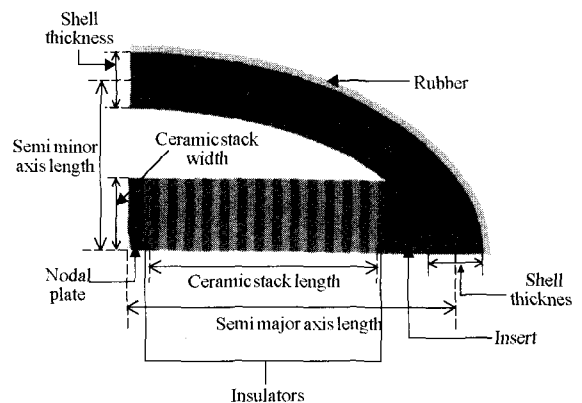
Class IV flexensional 트랜스듀서는 Fig. 1에서 보

는 바와 같이 구동자 역할을 하는 세라믹 적층(ceramic stack), 음향 방사체로 작용하는 타원형의 셸(shell), 셸과 구동자를 전기적으로 분리시키는 절연체(insulator), 중심점을 잡아주고 세라믹 적층의 처짐을 방지하는 중심 판(nodal plate), 세라믹 적층과 셸의 중간에서 진동 전달자 역할을 하는 삽입체(insert), 물의 침입을 방지하기 위한 끝 막음판(end plate), 셸과 끝 막음판 틈새 물의 침입을 방지하고 셸의 부식을 방지하기 위한 몰딩(rubber)으로 구성되어 있다.

본 연구의 유한요소 모델은 구조체, 중량증가(mass loading) 효과를 고려한 물, 그리고 물과 구조체의 연계층(FSI)으로 이루어져있고, 상용 도구인 ANSYS를 이용하여 구성하였다. 모델 구성 시 원거리장 음압계산을 위해서 물은 트랜스듀서 구조체로부터 600 mm



(a) 3 dimensional view



(b) 2 dimensional view of the structure (major and minor axis)

Fig.1 Finite element model of a class IV flexensional transducer

까지 설치하였으며, 모델은 약 25,000개의 절점과 22,000개의 요소로 형성되어 있다. 트랜스듀서의 대칭성을 고려하여 1/8에 해당하는 모델을 구현하였고, x , y 및 z 방향으로 대칭처리 하였다. Fig. 2에서 보는 바와 같이 물의 최 외곽층에는 무한 경계조건을 적용하였다.

Fig. 1의 트랜스듀서 구조에서 설계변수로 반 장축 길이, 반 단축 길이, 셸 두께와 높이, 세라믹 stack 길이와 폭, 끝 막음판의 높이, 몰딩 두께 및 세라믹 stack 높이/셸 높이를 설정할 수 있다. 본 연구에서는 상대적으로 트랜스듀서의 성능에 미미한 영향을 미친다고 알려진 끝 막음판의 높이와 몰딩의 두께는 수 kHz 대역의 flexensional 트랜스듀서에 통상적으로 사용하는 값인 40 mm와 5 mm로 고정시켰다.⁽¹⁶⁾ 그리고 내부에 위치하는 세라믹 stack의 폭은 Fig. 1 (b)에서 보는 바와 같이 높은 음압을 발생시키기 위하여 타원형 셸과 접하도록 최대한 크게 하였다. 또한 세라믹 stack 높이/셸 높이는 통상적으로 사용하는 값인 0.75,⁽¹⁶⁾ 0.8⁽⁶⁾ 중에서 높은 음압 발생을 위해서 0.8로 고정시켰다. 따라서 본 연구에서는 반 장축

길이, 셸 두께, 셸 높이, 반 단축 길이 반영을 위한 단축 길이/장축 길이, 세라믹 stack 길이 반영을 위한 세라믹 stack 길이/반 장축 길이의 5가지 설계변수를 설정하였다. 또한 설계변수들이 성능 변화에 미치는 영향 정도와 성능을 변수들의 함수식으로 도출하기 위해서 통상적인 사용환경을 고려하여 설계변수들의 변화 범위를 Table 1과 같이 정하였으며, 트랜스듀서 구조에서 고정된 치수 및 재료 물성들을 Table 2에 나타내었다. Table 2에 나타난 고정변수들을 바탕으로

Table 2 Fixed dimensions and material properties of the parts in the transducer

	Young's modulus (Pa)	Density (kg/m ³)	Poisson's ratio	Thickness (mm)
Shell, insert, nodal plate	68.9E9	2,710	0.30	
Rubber	3.0E7	1,100	0.49	5
Insulators	80.0E9	2,900	0.25	
End plate	210.0E9	7,500	0.30	40
Ceramic stack	PZT-8(17)			

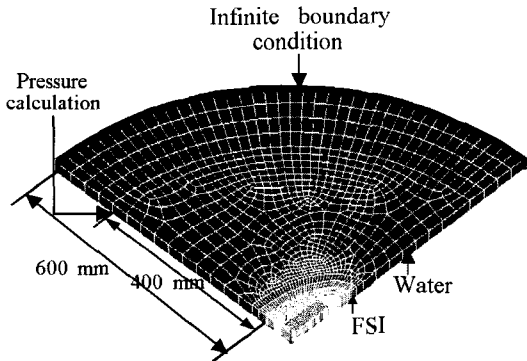


Fig. 2 Plane view of a class IV flexensional transducer

Table 1 Design variables of a flexensional transducer

Design variables	Variation range
Semi major axis length(x_1)	150 ~ 250 mm
Thickness of the shell(x_2)	20 ~ 60 mm
Height of the shell(x_3)	142.5 ~ 205.0 mm
Minor axis length/major axis length(x_4)	0.3 ~ 0.5
Ceramic stack length/semi major axis length(x_5)	0.5 ~ 0.7

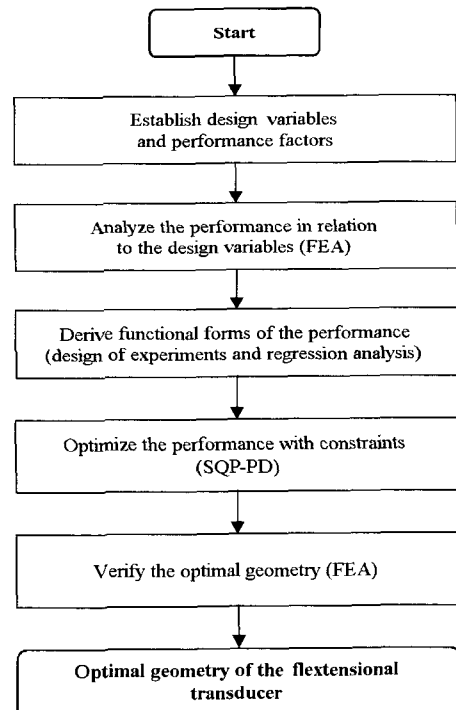


Fig. 3 Optimal design algorithm for the flexensional transducer

로 Table 1의 범위에서 설계변수들을 변화시켰을 때의 트랜스듀서 특성 변화를 제작된 유한요소 모델을 이용하여 분석하였다. 공진 주파수 해석을 위해서는 물의 영향이 모두 포함된 모달해석을 하였다. 트랜스듀서에 의한 발생 음압을 비교하기 위하여 세라믹 적층에 단위 길이 당 일정한 전압을 인가한 후(1 V/mm) 조화해석을 행하여, Fig. 2에서 보는 바와 같이 트랜스듀서 표면에서 400 mm 떨어진 단축방향의 원거리장에서 음압을 측정하여 비교하였다. 구성된 트랜스듀서 기본구조의 유한요소 모델을 이용하여 최적화 작업은 Fig. 3에 나타난 과정을 통해 수행하였다.

3. 공진 주파수 및 음압 변화 해석

우선 본 연구에서 구성한 유한요소 모델의 타당성을 검증하기 위해서 실험적으로 제작되어진 참고문헌(18)의 flextensional 트랜스듀서 치수를 본 연구의 모델에 대입하여 공진 주파수를 해석하였다. 참고문헌(18)에서 제시한 트랜스듀서의 재질, 치수 및 공진 주파수를 Table 3에 나타내었고, 본 모델에 대입하여 해석한 공진 주파수 결과를 Fig. 4에 나타내었다. 결과를 보면, 본 연구의 모델에 의한 해석 결과와 참고문헌(18)의 결과가 1.5% 이내의 오차를 가지면서 잘 일치함을 알 수 있다. 이와 더불어 Table 1의 설계변수들의 범위에서 각각 중간값을 가지는 기본 모델을 구현하여 진동모드와 방사패턴을 해석하였다.

Table 3 Dimensions, material properties, and resonance frequency of the flextensional transducer in reference⁽¹⁸⁾

Material properties of the shell	Aluminum
Semi major axis length	75 mm
Semi minor axis length	28 mm
Thickness of the shell	16 mm
Height of the shell	100 mm
Material properties of the ceramic stack	PZT-8
Dimensions of the ceramic stack	(100 mm × 20 mm × 40 mm) × 2
Minor axis length/major axis length	28/75 = 0.373
Ceramic stack length/semi major axis length	50/75 = 0.667
Height of the ceramic stack /height of the shell	80/100 = 0.8
Resonance frequency(in air)	4.260 Hz
Resonance frequency(in water)	2.990 Hz

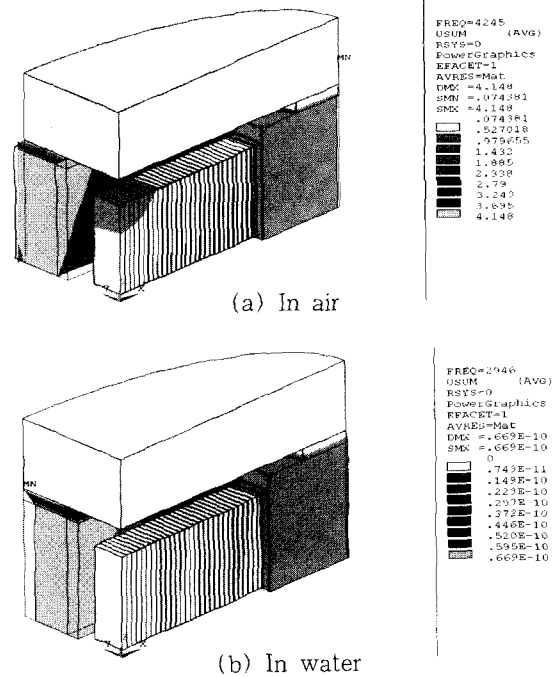


Fig. 4 Mode shape of a flextensional transducer referred to reference⁽²¹⁾

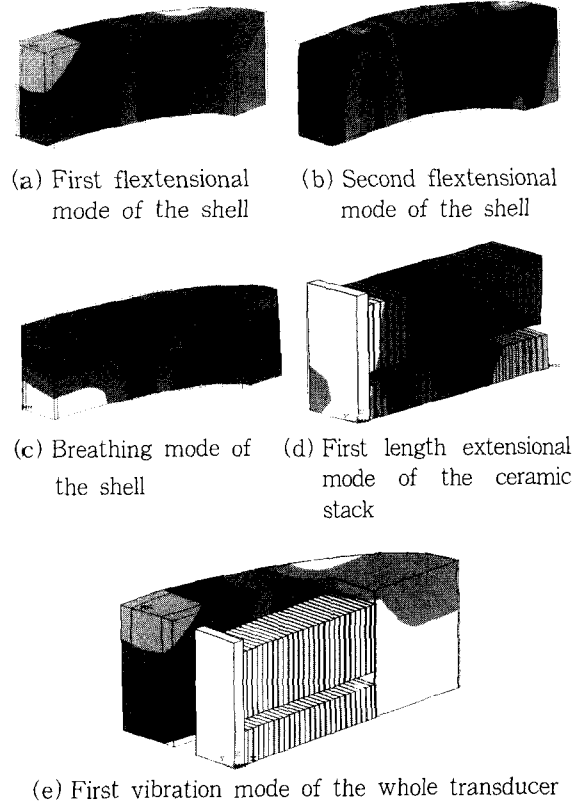


Fig. 5 Mode shape of the basic model

Class IV flextensional 트랜스듀서의 작동은 타원형 셀의 3가지 진동모드, 즉 제 1 flextensional 진동모드, 제 2 flextensional 진동모드, 그리고 breathing 진동모드와 세라믹 stack의 길이 진동모드의 결합으로 이루어지고,⁽¹⁹⁾ Fig. 5에 셀의 3가지 진동모드와 세라믹 stack의 길이 진동모드 그리고 전체 트랜스듀서의 진동모드를 나타내었다. Fig. 5(e)의 진동모드를 보면 장축 방향의 변위에 비해 단축 방향의 변위가 매우 큰 것을 확인할 수 있고, 이는 앞서 언급한 class IV flextensional 트랜스듀서의 작동 원리와 일치하는 결과이다.

또한 Fig. 6의 방사패턴을 보면, -1.5 dB 내에서 무지향성을 가짐을 알 수 있고 이는 일반적인 class IV flextensional 트랜스듀서의 방사패턴과 일치하는 결과이다.⁽⁷⁻⁸⁾ 이상의 결과들로부터 본 연구에서 제시한 유한요소 해석 모델의 타당성을 확인하였다.

선행 연구결과들에 의하면 flextensional 트랜스듀서의 공진 주파수에 영향을 많이 미치는 것은 타원형 셀의 공진 주파수이며, 타원형 셀의 제 1, 2 flextensional 진동모드의 공진 주파수는 셀을 두 개의 수직 바(bar)가 결합한 것으로 단순화하여 가정했을 때 식 (1)로 표현될 수 있다.⁽¹⁹⁻²⁰⁾

$$f_{Shell} = \frac{\pi}{8} \frac{t}{\sqrt{12}} \frac{S^2}{L^2} \sqrt{\frac{Y_{Shell}}{\rho_{Shell}}}$$

where t = thickness of the shell,
 S = number in series 3, 0112, 5, 7, ...,
 $L = \pi \sqrt{0.5(a^2 + b^2)}$,
 a = semi major axis length,
 b = semi minor axis length,
 Y_{Shell} = Young's modulus of the shell,
 ρ_{Shell} = Density of the shell.

따라서 식 (1)을 flextensional 트랜스듀서에서 타원형 셀의 치수에 따른 공진 주파수 경향성 분석 결과의 비교 자료로 사용하였다.

다른 모든 변수들은 기본모델 값으로 고정시키고 반 장축 길이가 175, 200, 225, 250 mm인 경우에 대하여 공진 주파수 및 최대 음압 변화를 해석하여 Fig. 7에 나타내었다. 해석 시 반 장축 길이가 150 mm인 경우는, 반 장축 길이에 비해 고정된 셀 두께 40 mm가 너무 두꺼운 경우로서 flextensional 진동모드가 발생되지 않아 제외시켰다. Fig. 7의 결과를

보면, 반 장축 길이가 증가함에 따라 공진 주파수와 발생하는 음압은 감소하는 경향을 보인다. 공진 주파수의 경우 단축 길이/장축 길이가 일정한 상태에서 반 장축 길이가 증가하면 반 단축 길이도 증가하고 전체적으로 식 (1)의 L 이 증가하여 공진 주파수가 낮아지게 되는 것이다. 따라서 식 (1)의 경향과 선행 연구결과와 잘 일치한다.⁽⁸⁾ 음압의 경우, 나머지 설계 변수가 고정된 상태에서 반 장축 길이가 증가하면 내부에 위치하는 세라믹 stack의 길이가 증가하게 되고, 세라믹 stack에 단위 길이 당 일정한 전압을 인가하였으므로 장축 방향과 단축 방향의 부피 변위 진폭은 증가한다. 그러나 음압의 크기는 주파수의 제곱과 부피 변위 진폭에 비례하는데,⁽¹⁾ 주파수 영향이 부피 변위 진폭의 영향보다 월등히 크기 때문에 발생 음압의 크기는 감소하게 된다.

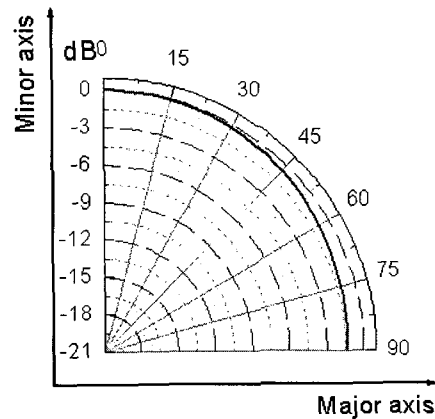


Fig. 6 Radiation pattern of the basic model

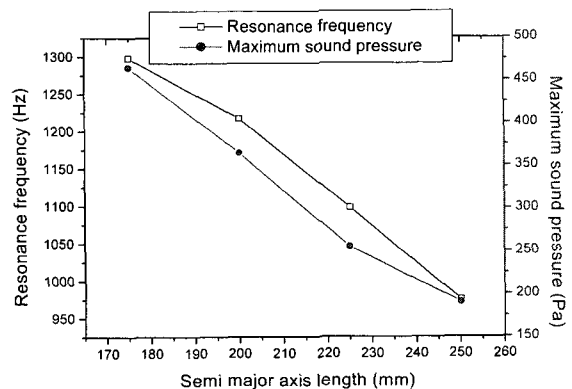


Fig. 7 Resonance frequency and maximum sound pressure vs. semi major axis length

다음으로 셸의 두께만 20 mm에서 50 mm까지 10 mm 간격으로 변화시키면서 공진 주파수 및 최대 음압 변화를 해석하여 Fig. 8에 나타내었다. 해석 시 셸 두께가 60 mm인 경우는, 고정된 반 장축 길이 200 mm에 비해 셸 두께가 너무 두꺼운 경우로서 flextensional 진동 모드가 발생되지 않아 제외시켰다. 결과를 보면, 셸의 두께가 증가할수록 공진 주파수와 음압은 증가하는 경향을 보였다. 공진 주파수의 경우 식 (1)의 결과와 함께 선행연구결과와도 잘 일치한다.⁽⁸⁾ 일반적으로 flextensional 트랜스듀서의 셸 두께가 증가하면 부피 변위 진폭이 감소하고, 공진 주파수는 증가하는데,⁽²¹⁾ 음압의 크기는 주파수 영향이 부피 변위 진폭의 영향보다 월등히 크고 따라서 셸 두께가 증가하면 발생 음압의 크기는 증가하게 된다. 위 결과는 선행연구결과와 일치하는 경향을 나타낸다.⁽⁸⁾

Fig. 9에 셸 높이에 따른 공진 주파수 및 최대 음압 변화 해석 결과를 나타내었다. 2절에서 언급한 바

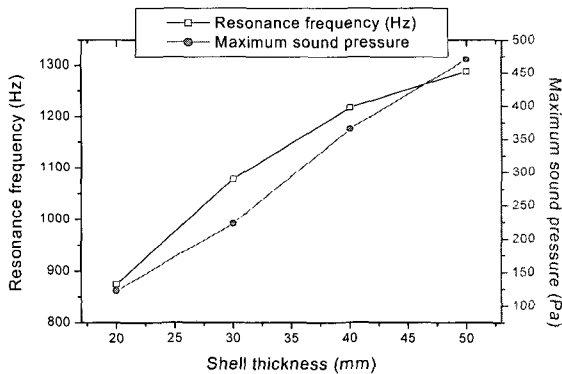


Fig. 8 Resonance frequency and maximum sound pressure vs. shell thickness

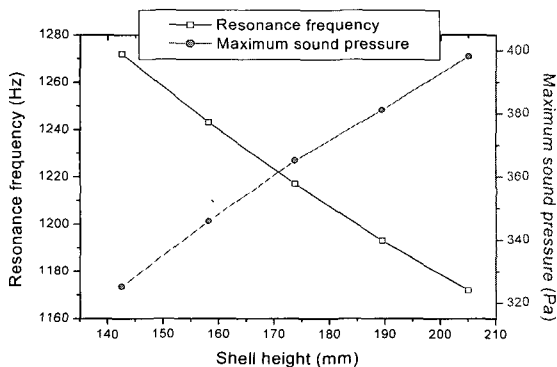


Fig. 9 Resonance frequency and maximum sound pressure vs. shell height

와 같이 높은 음압 발생을 위해서 전체 셸 높이에서 세라믹 적층 높이가 차지하는 비율을 0.8로 고정시켰고, 셸 높이가 증가하면 그만큼 세라믹 적층 높이도 비례적으로 증가시켰다. 결과를 보면, 셸 높이가 증가함에 따라 공진 주파수는 감소하고 발생하는 음압은 증가하는 경향을 보였다. 이는 다른 모든 변수들을 고정시킨 상태에서 셸 높이를 증가시켰으므로, 셸 높이가 증가함에 따라 트랜스듀서의 내부 빈 공간이 늘어나게 되고 따라서 공진 주파수의 감소를 가져왔다. 음압의 경우는 셸 높이가 증가하면 능동 구동자 역할을 하는 세라믹 적층의 높이가 증가하고, 단위 길이 당 같은 전압을 인가하였으므로 입력원의 증가를 가져오고 이로 인해 발생하는 음압이 증가한 것이다.

다음으로 반 장축 길이는 200 mm로 고정시킨 상태에서 반 단축 길이를 60~100 mm까지 10 mm 간

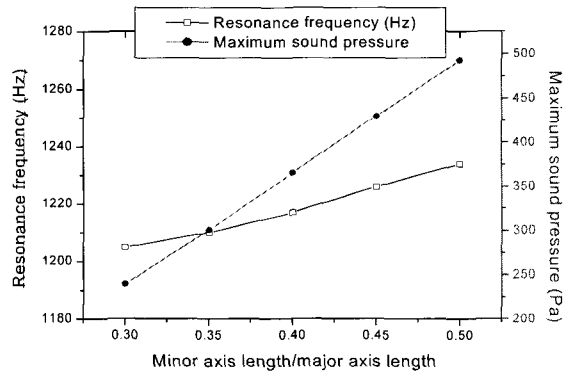


Fig. 10 Resonance frequency and maximum sound pressure vs. minor axis length/major axislength

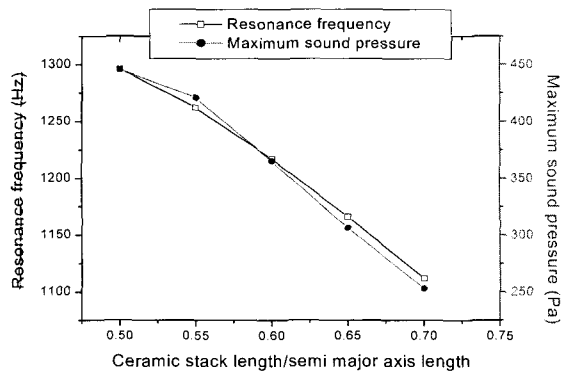


Fig. 11 Resonance frequency and maximum sound pressure vs. ceramic stack length/semi majoraxis length

격으로 변화시키면서 단축 길이/장축 길이를 변화시켰다. Fig. 10의 결과를 보면, 단축 길이/장축 길이가 증가하면 미소하지만 공진 주파수가 증가하였고, 음압은 큰 폭으로 증가하였다. 공진 주파수의 경우 식 (1)에 따르면 반 장축 길이가 고정된 상태에서 반 단축 길이가 증가하면 전체적으로 L 이 증가하여 공진 주파수는 감소하여야 하나, 2절에서 언급한 바와 같이 세라믹 stack의 폭은 타원형 셀과 접하도록 최대한 크게 하였으므로 반 단축 길이가 증가함에 따라 세라믹 stack의 폭 또한 증가하게 된다. 따라서 반 단축 길이가 증가함에 내부에 위치하는 세라믹 stack의 부피는 증가하게 되고 이로 인해 공진 주파수는 미소하지만 약간 증가하는 것으로 판단된다. 또한 위 결과는 선행연구결과와 잘 일치하는 결과이다.⁽⁶⁾ 음압의 경우, 세라믹 stack에 단위 길이 당 같은 전압을 인가하였으므로 세라믹 stack의 부피증가로 인하여 입력원의 증가를 가져왔으며, 이로 인해 발생 음압이 증가한 것으로 판단된다.

세라믹 적층 길이/반 장축 길이에 따른 공진 주파수 및 음압 변화를 해석하여 Fig. 11에 나타내었다. 반 장축 길이는 200 mm로 고정시킨 상태에서 세라믹 적층 길이를 100~140 mm까지 변화시켰고, 대신에 증가하는 세라믹 적층 길이 만큼 삽입체를 감소시키면서 세라믹 적층 길이/반 장축 길이를 변화시켰다. 외형이 고정된 상태에서 내부의 세라믹 적층 길이가 증가하면 타원형 셀과 접하기 위한 세라믹 적층 폭은 감소하고, 전체적으로는 내부에 위치하는 세라믹 적층, 절연체, 삽입체 및 중심 판의 부피가 감소하게 된다. 즉, 트랜스듀서의 외형 변화는 없고 내부 세라믹 적층 부피는 감소하고 내부 빈 공간은 증가한다. 따라서 공진 주파수와 발생하는 음압은 감소하게 되고, 이는 Fig. 11의 결과와 잘 일치한다.

이상의 해석 결과, flextensional 트랜스듀서의 공진 주파수 및 음압 발생에 많은 영향을 미치는 설계변수는 셀 두께와 반 장축 길이임을 알 수 있었고, 단축 길이/장축 길이는 공진 주파수에는 미미한 영향을 미치나 발생 음압에는 큰 영향을 미침을 알 수 있었다. 앞서 언급한 바와 같이 본 연구의 목적은 중심 주파수 1 kHz를 만족하면서 최대 음압을 발생시키는 flextensional 트랜스듀서 구조를 결정하는 것이다. 이상의 해석 결과에서 보듯이 높은 음압 발생을 위해서는 반 장축 길이는 작게, 셀 두께, 단축 길이/장축 길

이는 크게, 세라믹 적층 길이/반 장축 길이는 작게, 셀 높이는 크게 하여야한다. 하지만 공진 주파수는 1 kHz보다 훨씬 높아지는 결과를 초래하므로, 단순히 이상의 결과만을 이용하여 중심 주파수 1 kHz를 만족 하면서 최대 음압을 발생시키는 트랜스듀서 구조를 결정하는데는 한계가 따른다. 하지만 본 연구의 결과로 볼 때, 셀 높이는 공진 주파수를 낮추면서 발생 음압을 높게 하기 위해서 최대한 크게 하여야 하고, 공진 주파수 변화에 미미한 영향을 미치면서 발생 음압에 많은 영향을 미치는 단축 길이/장축 길이는 최대한 크게 해야하는 것으로 나타났다. 나머지 세가지 설계변수들의 낮은 공진 주파수와 높은 음압 발생 경향은 서로 반대이기 때문에 최적화 기법을 사용하여, 중심 주파수 1 kHz를 만족하면서 최대 음압을 발생시키는 트랜스듀서 설계변수들의 최적값을 찾아야 한다.

4. 트랜스듀서 성능의 함수화

서론에서 밝힌 바와 같이 본 연구에서는 최적화 계산 시간 단축을 위하여 변수들간의 함수관계를 찾을 수 있는 통계적기법인 다중 회귀분석을 수행하여⁽¹⁴⁾ flextensional 트랜스듀서 설계변수들의 상호효과까지 고려한 공진 주파수 및 발생 음압을 함수화 하였다. 회귀분석 시 설계변수들의 상대적인 영향정도를 해석하기 위하여 각 설계변수들을 표준화하여 Table 4에 나타내었다. 또한 성능의 함수화를 이루기 위한 기초 자료를 획득하기 위해서 실험계획법에 의한 유한요소 해석을 행하였다.⁽¹³⁾ 본 연구에서는 설계변수들의 상호효과를 고려하기 위하여 설계변수들의 값이 각각 ± 1 과 ± 0.5 로 구성되는 2×2^n 요인 계획(n =설계변수 개수) 실험계획법에 의한 해석을 하였다. 해석 시 반 장축 길이에 비해 셀 두께가 너무 두꺼운 경우, 즉 반 장축 길이가 -1의 값인 150 mm이고 셀 두께가 1의 값을 가지는 60 mm인 경우는 flextensional 진동 모드가 발생되지 않았으므로 제외하였고, 대신에 동일

Table 4 Normalized factors of the design variables

Normalization factors	x_1 (mm)	x_2 (mm)	x_3 (mm)	x_4	x_5
-1	150	20	142.50	0.3	0.5
0	200	40	173.75	0.4	0.6
1	250	60	205.00	0.5	0.7

한 부호를 가지는 경우인 반 장축 길이가 -0.2이고 셀 두께가 0.2인 경우로 해석하였다. 그리고 이상의 2×2^5 개의 경우에 대하여 3절에서 나머지 설계변수들은 '0'으로 고정시킨 상태에서 각각 설계변수들을 -1, -0.5, 0, 0.5, 1로 변화시키면서 해석한 19개 경우의 개별 설계변수 영향 분석 결과도 추가적으로 이용하였다. 따라서 총 83개($2 \times 2^5 + 19$)의 경우를 해석하여 회귀분석에 사용될 기초자료로 확보하였다.

이러한 해석 결과에 대해 회귀분석을 수행하여 트랜스듀서의 공진 주파수 및 발생 음압을 함수화하였다. 일반적으로 설계변수가 많은 경우 3차 이상의 회귀모형은 너무 복잡하므로 사용하지 않는다고 알려져 있다.⁽¹⁴⁾ 따라서 본 연구에서는 2차 다항 회귀모형을 채택하였고, 각 변수들의 상호효과를 고려하기 위하여 계승설계 회귀모형을 첨가하여 회귀분석을 실시하였다. 즉 본 연구에서 사용한 회귀모형(y)은 식 (2)와 같으며, 구하여야 하는 회귀계수는 37개이다.

$$y = a_1x_1^2 + \dots + a_5x_5^2 + b_1x_1 + \dots + b_5x_5 + c_1x_1x_2 + \dots + c_{10}x_4x_5 + d_1x_1x_2x_3 + \dots + d_{10}x_3x_4x_5 + e_1x_1x_2x_3x_4 + \dots + e_5x_2x_3x_4x_5 + f_1x_1x_2x_3x_4x_5 + f_2 \quad (2)$$

여기서, $a_1 \sim a_5$, $b_1 \sim b_5$ 는 개별 설계변수들의 영향에 의한 회귀계수, $c_1 \sim c_{10}$, $d_1 \sim d_{10}$, $e_1 \sim e_5$, f_1 , f_2 는 설계변수들의 상호효과에 의한 회귀계수 이고, $x_1 \sim x_5$ 는 각각 Table 4에 나타난 5개의 설계변수이다. 이상의 37개의 회귀계수 중에서 각각 성능에 미치는 영향이 미약한 항이 존재할 수도 있다. 본 연구에서는 상용 프로그램인 SAS를⁽²²⁾ 이용하여 회귀분석을 하였으며, 총 37개의 회귀계수 중에서 유의수준 0.05보다 작은 계수는 제거하여 본 연구에 알맞은 회귀식을 도출하였다. 이상의 방법으로 얻어진 공진 주파수(f_r)의 회귀식을 식 (3)에 나타내었다.

$$f_r = -14.63x_1^2 - 80.33x_2^2 + 7.76x_3^2 + 14.14x_4^2 + 2.46x_5^2 - 199.2x_1 + 205.61x_2 - 47.84x_3 + 19.2x_4 - 76.64x_5 + 52.74x_1x_2 + 11.15x_1x_3 + 27.06x_1x_4 - 12.99x_1x_5 - 9.99x_2x_3 - 48.54x_2x_4 + 6.73x_2x_5 - 4.91x_3x_4 - 11.7x_3x_5 + 6.98x_4x_5 + 12.44x_1x_2x_4 - 25.38x_1x_2x_5 + 1.95x_1x_3x_4 + 14.81x_1x_3x_5$$

$$+ 5.22x_1x_4x_5 - 12.72x_2x_3x_5 - 14.62x_2x_4x_5 + 36.61x_3x_4x_5 + 20.16x_1x_2x_3x_5 \quad (3) + 23.82x_1x_2x_4x_5 - 37.86x_1x_3x_4x_5 + 35.9x_2x_3x_4x_5 - 38.21x_1x_2x_3x_4x_5 + 1200.85$$

식 (3)에서 총 37개의 회귀계수 항 중 공진 주파수에 미치는 영향이 미약한 3개항이 제거되고 34개의 항이 존재하게 된다. 또한 총변동 중에서 회귀선에 의하여 설명되는 변동이 기여하는 비율인 결정계수는 회귀선과 실제 결과가 어느 정도 일치하는지를 나타내는 계수인데, 본 연구의 결정계수는 0.995로서 트랜스듀서의 공진 주파수를 잘 표현하고 있음을 알 수 있다. 음압(P_r)에 대한 회귀식은 식 (4)에 나타내었다.

$$P_r = 34.55x_1^2 + 6.72x_2^2 + 12.68x_3^2 - 186.5x_1 + 233.95x_2 + 29.81x_3 + 119.69x_4 - 82.14x_5 - 93.01x_1x_2 - 9.64x_1x_3 - 49.08x_1x_4 + 20.27x_1x_5 + 12.72x_2x_3 + 59.89x_2x_4 - 44.52x_2x_5 + 6.20x_3x_4 + 13.62x_4x_5 \quad (4) - 4.87x_1x_2x_3 - 14.85x_1x_2x_4 - 2.90x_1x_2x_5 - 17.93x_1x_4x_5 + 1.59x_2x_3x_4 + 13.92x_2x_4x_5 - 1.62x_3x_4x_5 + 2.11x_1x_2x_3x_5 - 15.36x_1x_2x_4x_5 - 2.97x_2x_3x_4x_5 - 1.87x_1x_2x_3x_4x_5 + 353.91$$

총 37개의 회귀계수 항 중에서 영향이 미약한 8개항이 제거되고 29개의 항이 존재한다. 또한 식 (4)의 회귀식 결정계수는 0.994였다. 이상의 결과로 볼 때, 실험 계획법에 의해 총 83개의 경우로 해석한 트랜스듀서의 공진 주파수와 발생 음압은 식 (3)과 (4)의 회귀식으로 충분히 표현 가능함을 알 수 있고, 따라서 트랜스듀서의 성능을 설계변수들의 함수로 표현한 식 (3)과 (4)에 의해 트랜스듀서 구조 설계 시 소요되는 시간을 획기적으로 단축할 수 있게 되었다.

5. Flextensional 트랜스듀서의 최적설계

Flextensional 트랜스듀서의 주 용도는 저주파 대역에서 무지향성의 고출력 음파를 발생시키는 것이다. 무지향성의 방사패턴을 가지기 위한 트랜스듀서의 최대 크기는 파장/3 이하여야 한다.⁽²³⁾ 또한 본 연구의 목적은 중심 주파수 1 kHz를 가지며 최대 음압을 구현하도록 하는 flextensional 트랜스듀서의 설계변수들

을 최적화 하는 것이다. 트랜스듀서의 사용환경은 수 중이기 때문에 중심 주파수 1kHz에 대해 본 트랜스듀서가 가질 수 있는 최대 크기는 대칭성을 고려했을 때 250 mm 이하여야 한다. 따라서 셸의 최대 높이는 끝 막음판과 몰딩 두께를 제외한 205 mm 이하여야 하는데, 셸 높이 설계변수 범위에서 이미 고려하였다. 그리고 반 장축 방향의 최대 크기 l_{max} 는 식 (5)와 같으며 무지향성 방사패턴을 가지기 위하여 250 mm 이하여야 하고, 단축 방향의 최대 크기는 단축 길이/장축 길이에 의하여 250 mm 이하를 만족한다.

$$l_{max} = \left[\begin{array}{l} (\text{semi major axis length} = 200 + 50x_1) \\ + \left(\frac{\text{thickness of the shell}}{2} = 20 + 10x_2 \right) \\ + (\text{thickness of the Rubber} = 5) \end{array} \right] \quad (5)$$

최적화 시 4절에서 구한 공진 주파수 및 발생 음압 함수식 (3)과 (4)를 이용하였으며, 중심 주파수는 회귀분석에 의한 오차와 실제 제작 시의 오차를 고려하여 공진 주파수에서 5%의 여유를 둔 $950 \text{ Hz} \leq f_r \leq 1.050 \text{ Hz}$ 로 설정하였다. 따라서 본 연구의 목적함수는 음압을 최대화하는 것이므로 식 (6)과 같이 표현할 수 있고, 제한 조건은 공진 주파수와 반 장축 방향의 최대 크기이므로 식 (7)과 같이 표현할 수 있다.

$$\text{Maximize } P_r \quad (6)$$

$$\text{Subject to } 950 \leq f_r \leq 1.050$$

$$l_{max} = 200 + 50x_1 + 20 + 10x_2 + 5 \leq 250 \quad (7)$$

제한 조건을 수반하는 목적함수를 최적화 하기 위해서 본 연구에서는 여러 가지 제한 최적화방법 중에서 수렴속도가 가장 빠르다고 알려진 SQP-PD를 이

Table 5 Results of the optimization with the SQP-PD method

x_1 (mm)	226
x_2 (mm)	38
x_3 (mm)	205
x_4	0.5
x_5	0.65
Resonance frequency (Hz)	1.050
Maximum dimension in the semi major axis length (mm)	250
Maximum sound pressure (Pa)	342.9

용하였으며,⁽¹⁵⁾ 그 결과를 Table 5에 나타내었다. 3절에서 예상하였듯이 셸 높이는 공진 주파수를 낮추면서 발생 음압을 높게 하기 위해서 최대 값인 1을 가졌고, 공진 주파수 변화에 미미한 영향을 미치면서 발생 음압에 많은 영향을 미치는 단축 길이/장축 길이 역시 발생 음압을 높게 하기 위해서 1을 가짐을 알 수 있다. 나머지 3개의 설계변수들은 제한 조건을 만족하면서 최대 음압을 가지기 위해서 최대값과 최저값의 사이에 최적값이 존재하였다. 이는 설계변수들의 상호효과에 의하여 도출된 결과라 판단된다. 또한 최적화 시 사용된 제한조건 중에서 활성화 제한조건들은 $f_r \leq 1.050$ 과 $l_{max} \leq 250$ 이었으며, 활성화 제한조건들의 변화에 따른 최적해 변화를 관찰함으로써 민감도 해석을 하여 Table 6에 나타내었다. 활성화 제한조건들의 값이 ± 1 변함에 따른 최적해 변화가 미미하고 이는 제한조건 한계의 미소변화에 따라 최

Table 6 Variation of the optimum values in relation to the change in the constraints

Change in the active constraints	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Maximum sound pressure (Pa)	
$f_r \leq 1.049$	$l_{max} \leq 249$	0.5046	-0.1231	1.0	1.0	0.5511	341.41
	$l_{max} \leq 250$	0.5217	-0.1086	1.0	1.0	0.5436	341.84
	$l_{max} \leq 251$	0.5388	-0.0939	1.0	1.0	0.5365	342.25
$f_r \leq 1.050$	$l_{max} \leq 249$	0.5037	-0.1185	1.0	1.0	0.5532	342.51
	$l_{max} \leq 250$	0.5208	-0.1038	1.0	1.0	0.5461	342.94
	$l_{max} \leq 251$	0.5378	-0.0890	1.0	1.0	0.5393	343.35
$f_r \leq 1.051$	$l_{max} \leq 249$	0.5028	-0.1137	1.0	1.0	0.5556	343.61
	$l_{max} \leq 250$	0.5198	-0.0990	1.0	1.0	0.5485	344.04
	$l_{max} \leq 251$	0.5368	-0.0841	1.0	1.0	0.5422	344.45

Table 7 Resonance frequency and maximum sound pressure calculated through FEA at the optimum value and comparative dimensions

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Resonance frequency (Hz)	Maximum sound pressure (Pa)
0.52	-0.1	1.0	1.00	0.55	1.028	325.05
0.50	-0.2	1.0	1.00	0.50	1.015	309.10
0.50	-0.2	1.0	0.50	0.00	1.032	294.88
0.50	-0.1	1.0	0.75	0.50	1.036	314.56

적해가 영향을 거의 받지 않음을 나타내므로 본 연구에서 도출한 최적해가 유효함을 확인할 수 있었다.

최적화 결과를 검증하기 위하여 Table 5의 최적값을 가지는 트랜스듀서를 모델링하여 공진 주파수와 최대 음압을 유한요소 해석하였고, 최적치와의 비교를 위해 최적값 주위의 임의의 값들로 구성된 트랜스듀서를 해석하여 그 결과들을 Table 7에서 비교하였다. Table 7의 결과에서 회귀분석에 의한 결과와 유한요소 해석에 의한 결과가 공진 주파수는 약 2%, 최대 음압은 약 5% 정도의 오차를 가지면서 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 또한 최적값을 가지는 트랜스듀서의 최대 음압이 최적값 주위의 값들로 구성된 트랜스듀서들의 최대 음압 보다 큰 것으로 나타났고, 이는 본 연구에서 찾은 최적값이 타당함을 입증한다고 할 수 있다. 따라서 본 연구에서 제시한 다중 회귀분석과 제한 최적화 기법을 이용한 음향 트랜스듀서 최적설계법의 타당성이 입증되었다고 할 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 flextensional 트랜스듀서의 최적설계법을 제시하였다. 제시된 설계법은 트랜스듀서의 대표적 성능인 공진 주파수 및 음압에 미치는 설계변수들의 영향을 유한요소 해석을 통해 구한 다음, 통계적기법인 실험계획법과 다중 회귀분석을 수행하여 변수들의 상호효과까지 고려한 공진 주파수 및 음압을 함수화 하였고, 도출한 함수식과 제한 최적화방법을 이용하여 중심 주파수 1 kHz를 가지며 최대 음압을 구현하도록 하는 트랜스듀서의 설계변수들을 최적화하였다. 그 결과 중심 주파수 1 kHz를 만족하면서 최대 음압을 가지는 flextensional 트랜스듀서의 최적구조를 결정하였고, 본 연구에서 제시한 설계법이 계산시간의 단축과 높은 정확성을 가짐을 확인하였다. 본 논문에서 제시한 설계법은 다중 설계변수들의 상호효과를 충분히 반영할 수 있으며 유사한 기능의 여타 음향 트랜스듀서 최적설계에 직접 응용이 가능할 것이다.

참 고 문 헌

(1) Oswin, J. R. and Dunn, J., 1988, "Frequency, Power and Depth Performance of Class IV

Flextensional Transducers," in: B. Hamonic and J. N. Decarpigny (Eds.), Power Sonics and Ultrasonic Transducers Design, Springer-verlag, Berlin.

(2) Dufourcq, P., Adda, J., Letiche, M. and Sernit, E., 1991, "Transducers for Great Depths," in: B. Hamonic, O. B. Wilson, and J. N. Decarpigny (Eds.), Power Transducers for Sonics and Ultrasonics, Springer-verlag, Berlin.

(3) Romdhane, M., Gadri, A., Contamine, F., Gourdon, C. and G. Casamatta, 1997, "Experimental Study of the Ultrasound Attenuation in Chemical Reactors," Ultrasonics Sonochemistry, Vol. 4, No. 3, pp. 235~243.

(4) Hanel, R., Mues, A. and Sobotta, R., 1996, "Description of Ultrasound Transducers Through Wave Parameters," Ultrasonics, Vol. 34, pp. 159~162.

(5) McKeighen, R. E., 1996, "Optimization of Broadband Transducer Designs by use of Statistical Design of Experiments," IEEE Trans. on UFFC, Vol. 43, No. 1, pp. 63~70.

(6) Butler, S. C., Butler, J. L., Butler, A. L. and Cavanagh, G. H., 1997, "A Low-frequency Directional Flextensional Transducer and Line Array," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 102, No. 1, pp. 308~314.

(7) Rolt, K. D., 1990, "History of the Flextensional Electroacoustic Transducer," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 87, No. 3, pp. 1340~1348.

(8) Oswin, J. R. and Turner, A., 1984, "Design Limitations of Aluminium Shell, Class IV Flextensional Transducers," Proc. Inst. Acoustics, Vol. 6, No. 3, pp. 94~101.

(9) Boucher, D., 1988, "Trends and Problems in Low Frequency Sonar Projectors Design," in: B. Hamonic and J. N. Decarpigny (Eds.), Power Sonics and Ultrasonic Transducers Design, Springer-verlag, Berlin.

(10) Moffett, M. B., Clark, A. E., Wun-Fogle, M., Linberg, J., Teter, J. P. and McLaughlin, E. A., 1991, "Characterization of Terfenol-D for Magnetostrictive Transducers," J. Acoust. Soc.

- Am., Vol. 89, No. 3, pp. 1448~1455.
- (11) Houqing, Z., Jianguo, L., Yanhong, X., Xiurong, W. and Hongping, Z., 1997, "Applications of Terfenol-D in China," *Journal of Alloys and Compounds*, Vol. 258, pp. 49~52.
- (12) Horn, C.L. and Shankar, N., 1998, "Modeling Nonlinearity in Electrostrictive Sonar Transducers," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 104, No. 4, pp. 1903~1913.
- (13) Kuehl, R. O., 2000, *Design of Experiments: Statistical Principles of Research Design and Analysis*, Duxbury Press, Pacific Grove.
- (14) Freund R. J. and Wilson, W. J., 1998, *Regression Analysis: Statistical Modeling of a Response Variable*, Academic Press, San Diego.
- (15) Belegudu, A. D. and Chandrupatla, T. R., 1999, *Optimization Concepts and Applications in Engineering*, Prentice Hall, New Jersey.
- (16) Francis, D. T. I., Oswin, J. R. and Macey, P. C., 1996, "Comparing FE/BE Models with Measurement: Flexensional Transducers," *Proc. Inst. Acoustics*, Vol. 18, No. 10, pp. 31~40.
- (17) Wilson, O. B., 1988, *Introduction to Theory and Design of Sonar Transducers*, Peninsula, Los Alto.
- (18) Petzing, J. N., Tyrer, J. R. and Oswin, J. R., 1996, "Improved Interferometric Techniques for Measuring Flexensional Transducer Vibration Patterns Underwater," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 193, No. 4, pp. 877~890.
- (19) Debus, J. C., Hamonic, B. and Damiri, B., 1994, "Analysis of a Flexensional Transducer Using Piece-Part Equivalent Circuit Models: Determination of the Shell Contribution," *Proc., IEEE Oceans'94*, No. 2, pp. 289~294.
- (20) Kinsler, L. E., Frey, A. R., Coppens, A. B. and Sanders, J. V., 2000, *Fundamentals of Acoustics*, John Wiley & Sons, New York.
- (21) Onitsuka, K., Dogan, A., Xu, Q., Ysohikawa, S. and Newnham, R. E., 1994, "Design Optimization for Metal-ceramic Composite Actuator, 'Moonie,'" *Ferroelectrics*, Vol. 156, pp. 37~42.
- (22) SAS Institute Inc., 2000, *Strategic Application Software, Ver. 8.1*, Cary, North Carolina.
- (23) Beranek, L. L., 1988, *Acoustics*, American Institute of Physics, New York.