

# 지수창함수를 사용한 임팩트햄머 실험에서 주파수응답함수의 왜곡과 개선책

## FRF Distortion Caused by Exponential Window Function on Impact Hammer Testing and Its Solution

안 세 진\* · 정 의 봉†

Se Jin Ahn and Weui Bong Jeong

(2003년 1월 2일 접수 : 2003년 3월 18일 심사완료)

**Key Words** : Circle Fitting(원적합법), Finite Record Length Error(유한획득시간오차), Fourier Transformation(푸리에변환), Impulse Response Function(충격응답함수), Record Length(신호획득시간), Exponential Window Function(지수창함수), Impact Hammer Testing(충격햄머 실험)

### ABSTRACT

Exponential window function is widely used in impact hammer testing to reduce leakage error as well as to get a good S/N ratio. The larger its decaying rate is, the more effectively the leakage errors are reduced. But if the decay rate of the exponential window is too large, the FRF is distorted. And the modal parameters of the system can not be exactly identified by modal analysis technique. Therefore, it is a difficult problem to determine proper decay rate in impact hammer testing. In this paper, amount of the FRF distortion caused by exponential window is theoretically uncovered. A new circle fitting method is also proposed so that the modal parameters are directly extracted from impulse response spectrum distorted by the exponential-windowed impulse response data. The results by the conventional and proposed circle fitting method are compared through a numerical example.

### 1. 서 론

임팩트햄머 실험은 장치가 비교적 간단하면서도 실용적인 결과를 얻을 수 있기 때문에 구조물의 동특성 파악을 위해 많이 이용되고 있다.<sup>(1~3)</sup> 그런데 시간의 경과에 따라 감소하는 충격응답신호를 정상적이고 주기적인 신호와 동일한 방법으로 신호 처리하는 과정에서 누설오차 뿐만 아니라 유한획득시간 오차라는 치명적인 오차가 발생하게 된다.<sup>(4~6)</sup> 그리고 이러한 오차들은 신호획득시간이 충분히 길 경우에는 무시할 수 있을 정도로 작아지지만, 여러 가지 요인으로 인

해 신호획득시간을 제한할 수 밖에 없는 실제 상황에서는 이러한 오차를 피할 수 없다. 누설오차에 의한 스펙트럼의 크기 왜곡 현상<sup>(7, 8)</sup>과 누설오차를 개선하기 위해 창함수를 적용할 경우에 발생하는 위상 왜곡<sup>(9)</sup>에 관한 연구가 있었으나, 이것은 정상신호에 관한 것이지 충격응답신호와 같이 비 정상신호에 관한 것은 아니다. 충격응답신호와 같은 일시적인 신호(transient signal)에서는 신호의 감쇠율(damping ratio)과 신호획득시간(record length)의 관계에 따라 적절한 감소율(decaying rate)을 가지는 지수창함수(exponential window function)를 적용함으로써 누설오차를 최소화 하고, 신호에 대한 노이즈 비(S/N ratio)를 좋게 할 수 있다는 연구가 있다.<sup>(10)</sup> 또 유한 획득시간오차와 누설오차가 존재하는 주파수응답함수로부터 단위충격응답함수의 변수를 추정하는 방법으로부터 오차가 제거된 주파수응답함수를 추정하는 연구도

† 책임저자, 정회원, 부산대학교 기계공학부  
E-mail : wbjeong@pusan.ac.kr  
Tel : (051) 510-2337, Fax : (051) 517-3805  
\* 정회원, 부산대학교 대학원 기계설계공학과

있었다.<sup>(4-6)</sup> 본 논문에서는 충격응답 신호에 지수창함수를 적용할 경우 유한획득시간오차와 누설오차의 제거 효과는 있으나 지수창함수의 적용으로 인해 다시 주파수응답함수가 왜곡되는 현상을 이론적으로 규명한다. 그리고 지수창함수가 적용된 주파수응답함수로부터 직접 모드 변수를 구하는 원적합법(circle fitting)법을 제안한다. 마지막으로 1자유도 모델에 대한 수치적인 적용 예를 이용하여 본 논문의 타당성을 검증한다.

## 2. 충격응답스펙트럼의 유한획득시간오차

Fig. 1과 같이 점성감쇠계를 가지는 1자유도진동계의 운동방정식은

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (1)$$

과 같다. 임팩트햄머 실험에 의한 단위충격응답함수는<sup>(11, 12)</sup>

$$h(t) = \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{m\omega_d} \sin\omega_d t, \quad t \geq 0 \quad (2)$$

와 같다. 신호획득시간  $T_{RL}$ 에 대하여 식 (2)을 푸리에 변환하면<sup>(5, 13)</sup>

$$\begin{aligned} H(\omega)|_{T_{RL}} &= \int_0^{T_{RL}} \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{m\omega_d} \sin\omega_d t e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{1}{k - \omega^2 m + j\omega c} [1 - E(\omega)|_{T_{RL}}] \end{aligned} \quad (3)$$

단,

$$\begin{aligned} E(\omega)|_{T_{RL}} &= e^{-\zeta\omega_n T_{RL}} e^{j\omega T_{RL}} \left\{ \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\omega_d T_{RL} \right. \\ &\quad \left. + \cos\omega_d T_{RL} + j \frac{\omega}{\omega_d} \sin\omega_d T_{RL} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

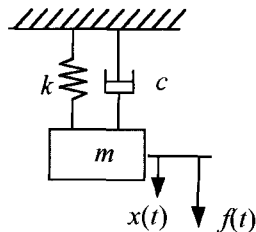


Fig. 1 Damped 1-dof model

가 된다. 여기서  $E(\omega)|_{T_{RL}}$ 는 신호획득시간이 유한하기 때문에 발생하는 주파수응답함수의 오차를 나타내며, 본 논문에서는 유한획득시간오차라고 정의한다. 식 (4)에서 신호획득시간  $T_{RL}$ 를 무한히 크게 되면 유한획득시간오차는 무시되므로 충격응답으로 구한 주파수응답함수는

$$\begin{aligned} H(\omega) &= \frac{1}{k - \omega^2 m + j\omega c} \\ &= \frac{1/k}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2 + j2\zeta(\frac{\omega}{\omega_n})} \end{aligned} \quad (5)$$

이 되어 감쇠 1자유도 주파수응답함수의 이론식과 일치하지만, 신호획득시간이 충분히 길지 않을 경우에는  $E(\omega)|_{T_{RL}}$ 의 오차를 항상 포함하게 됨을 알 수 있다.<sup>(5, 6)</sup>

## 3. 지수창함수 적용과 FRF의 오차

임팩트햄머 실험에서 비교적 감쇠가 작은 응답신호를 충분히 긴 시간 동안 획득하지 못할 경우 발생하는 유한획득시간오차와 누설오차를 줄이기 위해 일반적으로 지수창함수(exponential window function)를 이용하고 있다. 본 장에서는 충격응답신호에 지수창함수를 적용하여 구한 주파수응답함수가 왜곡되는 현상을 수학적 방법으로 알아보기로 한다. 먼저 식 (2)에 감소율(decay rate)이  $\sigma$ 인 지수창함수를 적용하면

$$h_w(t) = e^{-\sigma t} \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{m\omega_d} \sin\omega_d t, \quad t \geq 0 \quad (6)$$

과 같이 된다. 식 (6)의 신호를  $T_{RL}$  시간 동안 획득하였다고 가정하고 푸리에 변환하면

$$\begin{aligned} H_w(\omega)|_{T_{RL}} &= \int_0^{T_{RL}} e^{-\sigma t} \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{m\omega_d} \sin\omega_d t e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{1/k [1 - E_w(\omega)|_{T_{RL}}]}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2 + 2\zeta(\frac{\sigma}{\omega_n}) + (\frac{\sigma}{\omega_n})^2 + j2(\zeta + \frac{\sigma}{\omega_n})\frac{\omega}{\omega_n}} \end{aligned} \quad (7)$$

이 된다. 식 (7)에서 유한획득시간오차는

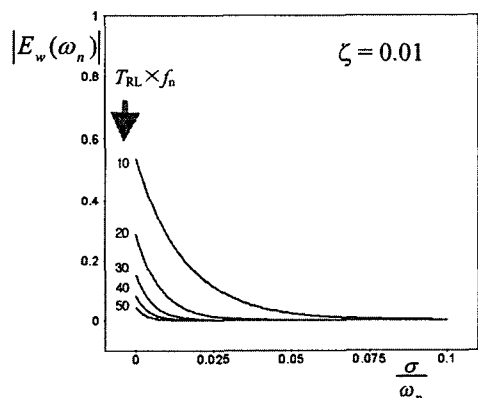
$$\begin{aligned}
 E_w(\omega)|_{T_{RL}} = & e^{-\frac{\sigma}{\omega_n} + \zeta} \omega_n T_{RL} \left[ \frac{\omega}{\omega_n} \sin \omega_d T_{RL} \sin \omega T_{RL} \right. \\
 & + \left. \left( \frac{\sigma}{\omega_n} + \zeta \right) \frac{\omega_n}{\omega_d} \cos \omega_d T_{RL} \sin \omega T_{RL} + \cos \omega_d T_{RL} \cos \omega T_{RL} \right. \\
 & + \left. j \left\{ \frac{\omega}{\omega_n} \sin \omega_d T_{RL} \cos \omega T_{RL} - \left( \frac{\sigma}{\omega_n} + \zeta \right) \frac{\omega_n}{\omega_d} \sin \omega_d T_{RL} \sin \omega T_{RL} \right. \right. \\
 & \left. \left. - \cos \omega_d T_{RL} \sin \omega T_{RL} \right\} \right]
 \end{aligned} \tag{8}$$

이다. 지수창함수가 적용된 유한획득시간오차  $E_w(\omega)|_{T_{RL}}$ 의 특성을 알아보기 위해 고유진동수  $\omega_n$ 에서의 유한획득시간오차  $E_w(\omega)|_{T_{RL}}$ 의 절대값과 지수창함수의 감소율비  $\sigma/\omega_n$ 와의 관계를 Fig. 2에서 보이고 있다. Fig. 2(a)는 감쇠비가 특정한 값( $\zeta = 0.01$ )으로 주어졌을 때 신호획득시간 내 존재하는 신호의 주기 개수 ( $f_n \times T_{RL}$ )에 따른 변화를 나타내고, Fig. 2(b)는 신호획득시간 내에 존재하는 신호의

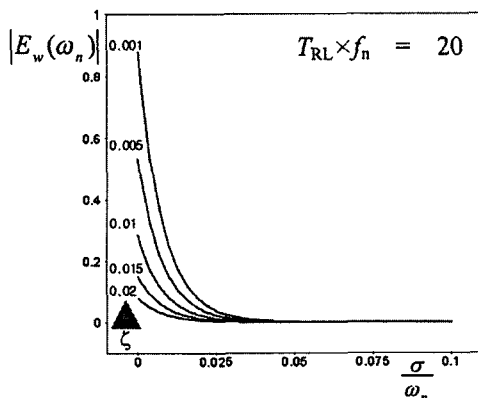
주기 개수가 일정 ( $f_n \times T_{RL} = 20$ ) 할 때 신호의 감쇠비  $\zeta$ 에 따른 변화를 나타내고 있다. 이것으로부터 감쇠비가 작고 신호획득시간이 짧은 경우에는 필연적으로 유한획득시간오차가 발생함을 알 수 있고, 지수창함수의 감소율을 크게 적용하면 할수록 그 오차는 작아짐을 알 수 있다. 즉  $E_w(\omega)$ 는 신호획득시간이 충분히 길거나 지수창함수의 감소율이 충분히 클 때 무시할 만큼 작은 값이 된다. 그리고 신호획득시간을 충분히 크게 할 수 없는 상황에서 식 (7)의 오차항  $E_w(\omega)$ 를 제거하기 위해 지수창함수의 감소율을 크게 하여 구한 주파수응답함수는

$$\bar{H}_w(\omega)|_{T_{RL}} = \frac{1/k}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\left(\frac{\sigma}{\omega_n}\right) + \left(\frac{\sigma}{\omega_n}\right)^2 + j2\left(\zeta + \frac{\sigma}{\omega_n}\right)\frac{\omega}{\omega_n}} \tag{9}$$

과 같이 된다. 이것은 지수창함수의 감소율을 보정하

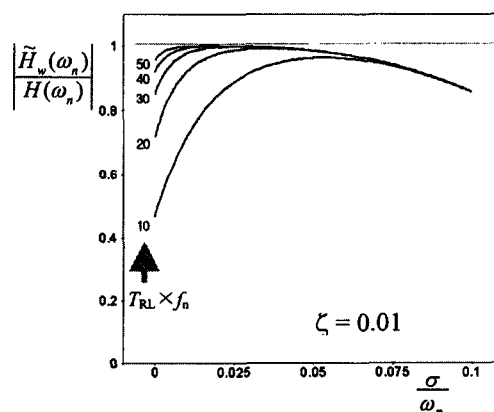


(a) With fixed damping ratio

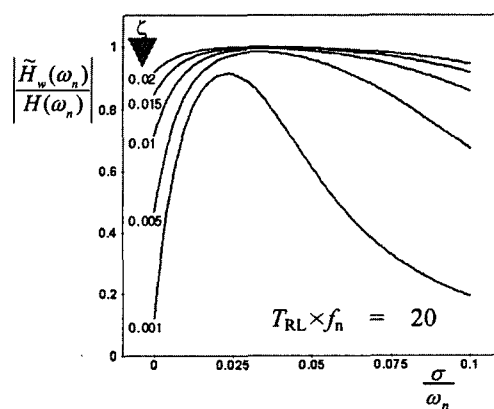


(b) With fixed number of signals in record length

Fig. 2 Finite record length error caused by exponential window



(a) With fixed damping ratio



(b) With fixed number of signals in record length

Fig. 3 The ratio of peak amplitudes

더라도 이론적인 주파수응답함수인 식 (5)와는 차이가 있음을 알 수 있다. 그리고 지수창함수를 적용한 후 지수창함수의 감소율비  $\sigma/\omega_n$ 를 보정하여 복원한 주파수응답함수는 식 (7)에서 분모의 허수부의 감쇠만을 보정하게 되므로

$$\tilde{H}_w(\omega)|_{T_{RL}} = \frac{1/k}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2 + 2\zeta(\frac{\sigma}{\omega_n}) + (\frac{\sigma}{\omega_n})^2 + j2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}} \times [1 - E_w(\omega)|_{T_{RL}}] \quad (10)$$

가 된다. 식 (10)에서 지수 감소율이 작을 경우에는 오차항  $E_w(\omega)|_{T_{RL}}$ 에 의한 유한획득시간오차로 인해 주파수응답함수가 왜곡되고, 반대로 지수 감소율이 큰 경우에는 오차항  $E_w(\omega)|_{T_{RL}}$ 의 영향은 무시되지만 식 (10)의 분모의 3, 4항에 의해 주파수응답함수가 왜곡됨을 알 수 있다. Fig. 3는 지수창함수를 적용하여 구한 주파수응답함수인 식 (10)과 이론적인 주파수응답함수인 식 (5)의 고유진동수  $\omega_n$ 에서의 크기 비를 지수창함수 감소율비  $\sigma/\omega_n$ 의 크기에 따라 나타낸 것이다. 시스템의 감쇠비  $\zeta = 0.01$ 일 경우 신호 획득시간 내에 존재하는 신호의 주기 개수에 따른 크기 비의 변화를 Fig. 3(a)에 나타내고, 신호획득시간 내에 신호의 주기,  $f_n \times T_{RL} = 20$ 일 경우 감쇠비의 변화에 따른 크기 비의 변화를 Fig. 3(b)에 나타내었다. 이것으로부터 지수창함수의 감소율의 크기가 어느 정도까지는 클수록 오차를 줄이는 효과가 있지만, 그 이상의 감소율을 적용할 경우에는 오히려 지수창함수로 인한 오차가 증가하는 것을 알 수 있다. 그러므로 임팩트햄머 실험에서 지수창함수를 적용하여 구한 주파수응답스펙트럼으로부터 정확한 주파수응답함수를 추정하는 방법이 요구됨을 알 수 있다.

#### 4. 지수창함수가 고려된 원적합법

본 논문의 2장에서는 단위충격응답으로 구한 주파수응답함수에는 신호획득시간에 따라 몇 가지 오차가 존재함을 보였고, 3장에서는 신호획득시간이 짧을 경우에는 지수창함수를 적용하더라도 이러한 오차를 근본적으로 제거할 수 없음을 보였다. 본 장에서는 지수창함수의 감소율을 크게 하여 유한획득시간오차가 제거된 식 (9)로부터 정확한 주파수응답함수를 구하는

원적합(circle fitting)법을 제안한다. 우선 지수창함수가 적용된 주파수응답함수인 식 (9)의 모빌리티는

$$\bar{Y}(\omega) = j\omega \times \bar{H}_w(\omega)|_{T_{RL}} = \text{Re}[\bar{Y}(\omega)] + j \text{Im}[\bar{Y}(\omega)] \quad (11)$$

단,

$$\text{Re}[\bar{Y}(\omega)] = \frac{\omega/k \{2(\zeta + \frac{\sigma}{\omega_n})\frac{\omega}{\omega_n}\}}{\{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2 + 2\zeta(\frac{\sigma}{\omega_n}) + (\frac{\sigma}{\omega_n})^2\}^2 + \{2(\zeta + \frac{\sigma}{\omega_n})\frac{\omega}{\omega_n}\}^2} \quad (11a)$$

$$\text{Im}[\bar{Y}(\omega)] = \frac{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2 + 2\zeta(\frac{\sigma}{\omega_n}) + (\frac{\sigma}{\omega_n})^2}{\{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2 + 2\zeta(\frac{\sigma}{\omega_n}) + (\frac{\sigma}{\omega_n})^2\}^2 + \{2(\zeta + \frac{\sigma}{\omega_n})\frac{\omega}{\omega_n}\}^2} \quad (11b)$$

이고, 식 (11)를 이용하면 다음과 같이 실수 축 상에 중심점을 갖는 원의 방정식

$$\{\text{Re}[\bar{Y}(\omega)] - c\}^2 + \text{Im}[\bar{Y}(\omega)]^2 = c^2 \quad (12)$$

이 만들어 진다. 여기서

$$c = \frac{\omega_n/k}{4(\zeta + \frac{\sigma}{\omega_n})} \quad (13)$$

이고, 이것은 식 (11)에 의해 그려진 Fig. 4에서 모달원(modal circle)의 반지름이 된다. Fig. 4에서 지수창함수가 적용된 주파수응답함수의 모빌리티의 크

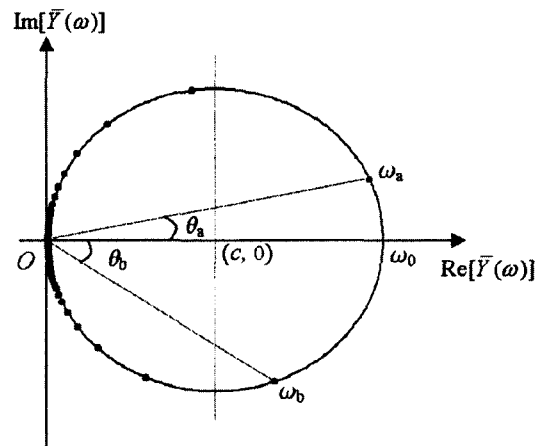


Fig. 4 Modal circle of the mobility with exponential window

기가 최대가 되는 주파수  $\omega_0$ 는 선형보간에 의하여 다음식

$$\omega_0 = \omega_a + \frac{\theta_a}{\theta_a + \theta_b}(\omega_b - \omega_a) \quad (14)$$

과 같이 구할 수 있다. 여기서  $\omega_a$ 와  $\omega_b$ 는 임팩트햄머 실험에서 얻은 주파수응답스펙트럼으로부터 직접 읽을 수 있는 peak 근처의 주파수 값이다.

지수창함수가 적용된 주파수응답함수의 모빌리티를 나타내는 식 (11)와 Fig. 4를 이용하면

$$\tan \theta_a = \frac{1 + 2\zeta \left(\frac{\sigma}{\omega_n}\right) + \left(\frac{\sigma}{\omega_n}\right)^2 - \left(\frac{\omega_a}{\omega_n}\right)^2}{2\left(\zeta + \frac{\sigma}{\omega_n}\right)\frac{\omega_a}{\omega_n}} \quad (15)$$

$$\tan \theta_b = \frac{\left(\frac{\omega_b}{\omega_n}\right)^2 - \left\{1 + 2\zeta \left(\frac{\sigma}{\omega_n}\right) + \left(\frac{\sigma}{\omega_n}\right)^2\right\}}{2\left(\zeta + \frac{\sigma}{\omega_n}\right)\frac{\omega_b}{\omega_n}} \quad (16)$$

이 됨을 알 수 있다. 식 (15)과 식 (16)을 감쇠비  $\zeta$ 에 관한 식으로 정리하면

$$\zeta = \frac{\left[\frac{\omega_b - \omega_a}{\omega_n} \right] \left[1 + \left(\frac{\sigma}{\omega_n}\right)^2 + \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \frac{\omega_a}{\omega_n}\right)\right]}{2(\tan \theta_a + \tan \theta_b) \frac{\omega_a}{\omega_n} \frac{\omega_b}{\omega_n} - 2\left[\frac{\omega_b - \omega_a}{\omega_n}\right] \frac{\sigma}{\omega_n}} - \frac{2(\tan \theta_a + \tan \theta_b) \frac{\sigma}{\omega_n} \frac{\omega_a}{\omega_n} \frac{\omega_b}{\omega_n}}{2(\tan \theta_a + \tan \theta_b) \frac{\omega_a}{\omega_n} \frac{\omega_b}{\omega_n} - 2\left[\frac{\omega_b - \omega_a}{\omega_n}\right] \frac{\sigma}{\omega_n}} \quad (17)$$

이 된다. 또 식 (11) 모빌리티의 크기가 최대가 되는 주파수  $\omega_0$ 에서  $\text{Im}[\bar{Y}(\omega = \omega_0)] = 0$ 을 이용하면 다음의 관계식

$$\omega_n^2 + 2\sigma\zeta\omega_n - \omega_0^2 + \sigma^2 = 0 \quad (18)$$

이 성립하므로 식 (17)를 식 (18)에 대입하면 고유진동수  $\omega_n$ 을 다음식

$$\omega_n^2 = \omega_0^2 + \sigma^2 - \frac{\sigma(\omega_0^2 + \omega_a\omega_b)(\omega_b - \omega_a)}{(\tan \theta_a + \tan \theta_b)\omega_a\omega_b} \quad (19)$$

으로부터 계산할 수 있다. 여기서  $\sigma$ 는 지수창함수의 감소율로서 사용자가 인위적으로 지정한 값이고,  $\omega_a$ 와  $\omega_b$ 는 실험 데이터에서 직접 읽은 peak 근처의 주파수 값이며,  $\omega_0$ 는 식 (14)의 선형보간 식으로 구한 최대 peak에서의 주파수 값이다. 즉 식 (19)에서

우변의 변수들은 임팩트햄머 실험에 의한 주파수응답스펙트럼의 Nyquist plot으로 모두 얻을 수 있으므로 고유진동수  $\omega_n$ 을 직접 계산할 수 있고, 이것을 식 (17)에 대입하면 감쇠비  $\omega_n$ 를 구할 수 있다. 그리고 모드 강성  $k$ 는 식 (12)을 다시 정리한 식

$$k = \frac{\omega_n}{4\zeta c} \quad (20)$$

으로부터 구할 수 있다. 이상과 같이 제안한 원적합법에 의해 모드 변수들이 구해지면 오차가 제거된 주파수응답함수는 식 (5)로 구할 수 있다.

### 5. 적용 예

임팩트 실험으로 구한 주파수응답함수에서 유한신호 획득시간 오차와 지수창함수의 감소율과의 관계를 알아보기 위해 Fig. 1과 같은 1자유도 점성감쇠 모델에 대하여 시뮬레이션 하였다. 질량  $m = 3.0 \text{ kg}$ , 강성  $k = 47,374.1 \text{ N/m}$ , 감쇠  $c = 11.3 \text{ N(s/m)}$ : 고유진동수  $f_n \cong 20 \text{ Hz}$ , 감쇠비  $\zeta = 0.015$ 를 적용하고  $f(t)$ 는 단위 충격으로 하였을 때의 변위응답을 Runge-Kutta법으로 구했다. 이 때의 단위 충격력과 변위응답을 Fig. 5에 나타내었다.

Fig. 6, Fig. 7, 그리고 Fig. 8은 충격 변위응답에 지수창함수의 감소율의 크기를 달리하면서 구한 주파수응답스펙트럼에 대해서 기존의 원적합법<sup>(11, 12)</sup>과 논문에서 제안한 원적합법으로 추정된 모드변수(modal parameters)들을 비교하여 나타낸 것이다. 신호 획득시간이 신호 주기의 정수배(20배)인 1 sec인 경우가 누설오차가 없는 것으로 분류하였고, 비슷한 시간대에서 누설오차가 최대가 되도록 신호 획득시간(1.025 sec)을 정한 경우를 누설오차가 있는 것으로

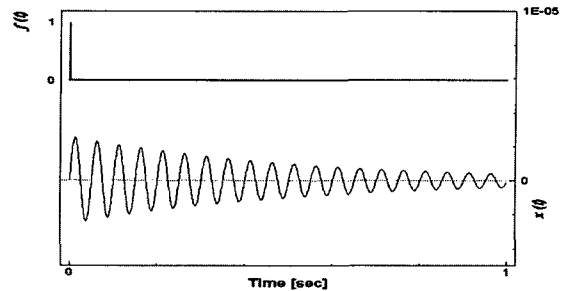


Fig. 5 Impulse and its response signal of 1-dof model

분류하였다. 또 이산신호분석 시 발생하는 샘플링 오차를 최소화 하기 위해 신호획득시간 내에 데이터 수를 충분히 많이( $2^{14}=16,384$ ) 하였고, 고유진동수에 대한 지수차함수의 감소율의 비( $\sigma/\omega_n$ )에서  $\omega_n$ 은 실제 신호가 20 Hz 임을 고려하여  $\omega_n = 2\pi \times 20$ 으로 하였다.

Fig. 6과 Fig. 7로부터 기존의 방법으로 구한 고유진동수와 감쇠비는 지수차함수의 감소율이 증가함에 따라 실제 값에서 멀어 짐을 알 수 있으나, 본 논문에서 제안한 방법에 의한 결과는 지수차함수의 감소율에 상관없이 실제 값을 잘 추정함을 알 수 있다. Fig. 8(a)와 Fig. 8(b)로부터 기존의 방법으로 구한 모드 강성  $k$ 는 지수차함수의 감소율이 어느 정도까지는 증가함에 따라 유한획득시간오차를 줄이는 효과에 의해 실제 값에 접근하지만, 그 이상의 값에서는 점점 더 나쁜 결과를 나타내고 있는데 이 현상은

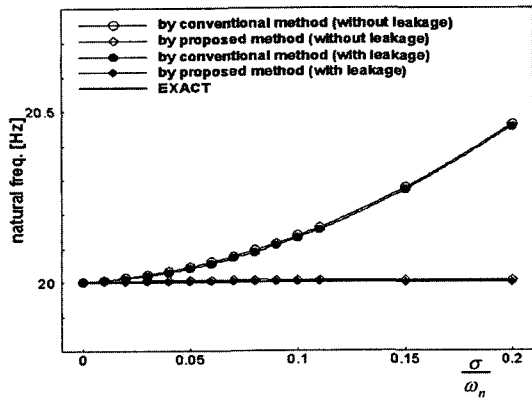


Fig. 6 Comparison of natural frequency estimated by conventional and proposed method

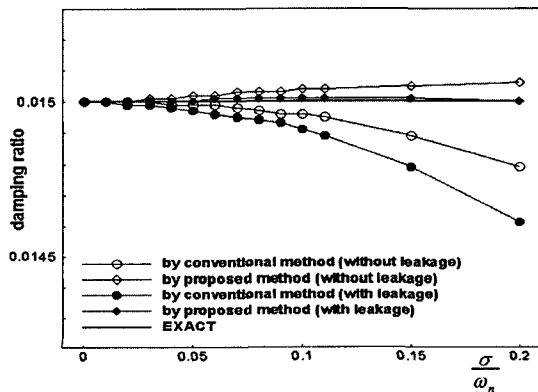
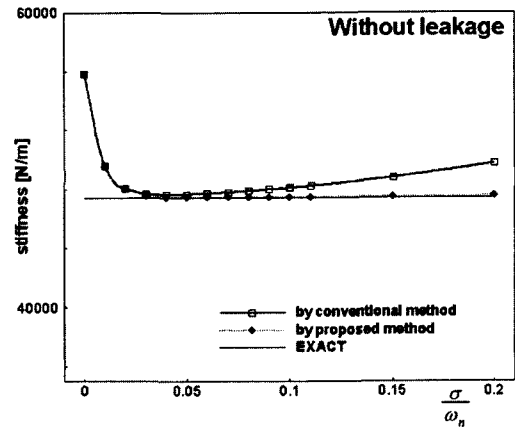
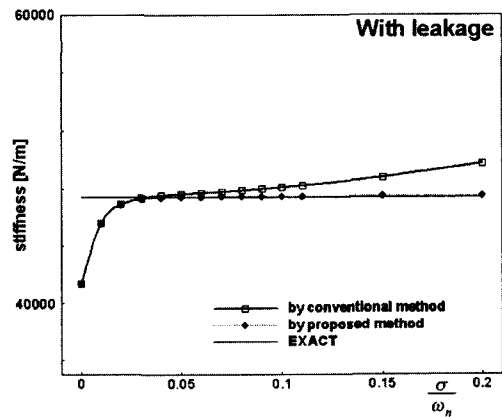


Fig. 7 Comparison of damping ratio estimated by conventional and proposed method

Fig. 2(b)에서 감쇠비  $\zeta = 0.015$ 인 경우의 경향과 잘 일치함을 알 수 있다. 본 논문에서 제안한 방법에 의한 것은 지수차함수의 지수 감소율이 어느 값이 이상 되어 유한획득시간오차가 무시되면 지수차함수의 감소율에 상관없이 실제 값을 잘 추정하는 것을 알 수 있다. 또 Fig. 8(a)와 Fig. 8(b)을 보면 지수차함수의 감소율이 작은 영역에서 누설오차의 영향으로 인해 모드 강성  $k$ 값에 큰 차이를 보이는데 이것은 누설오차가 없는 경우는 Nyquist plot에 의한 원이 실제 것보다 더 작고, 누설오차가 있는 경우는 더 크기 때문이다.<sup>(5)</sup> Fig. 9는 지수차함수의 감소율의 비  $\sigma/\omega_n = 0.2$ 인 경우에 대해서 기존의 방법과 제안한 방법에 의한 주파수응답함수의 크기를 비교하여 나타내었다. 지수차함수가 적용된 주파수응답스펙트럼을 기존의 방법으로 복원한 경우는 이론적인 주파수응답



(a) Without leakage



(b) With leakage

Fig. 8 Comparison of stiffness estimated by conventional and proposed method

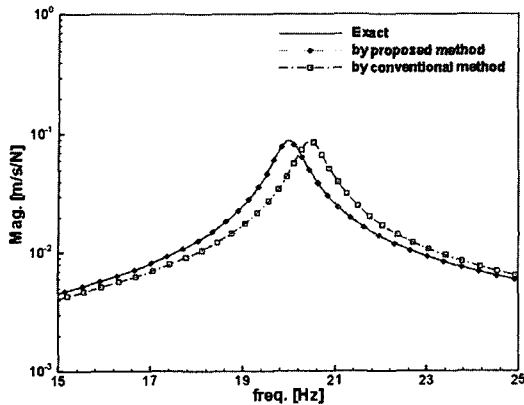


Fig. 9 Comparison of FRF by conventional and proposed method ( $n=0.2$ )

함수와 큰 차이를 보이는 반면에 본 논문에서 제안한 방법에 의한 것은 이론적인 것과 잘 일치함을 알 수 있다.

### 6. 결 론

본 논문에서는 임팩트 실험으로부터 얻은 주파수 응답함수에 존재하는 오차를 수식적으로 표현하고 이에 대한 개선점을 제시하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 임팩트 실험 시 신호획득 시간이 충분히 길지 않을 경우에는 유한획득시간 오차가 발생하여 정확한 주파수 응답함수를 구할 수 없음을 단위충격응답함수의 푸리에 변환을 이용하여 증명하였다.
- (2) 유한획득시간 오차를 제거하기 위한 방법으로 지수창함수를 적용하였을 경우에 발생하는 오차를 수식화하고 이러한 오차들과 지수창함수의 감소율과의 관계를 규명하였다.
- (3) 지수창함수의 감소율이 작을 때는 유한획득시간오차를 줄이는 효과가 미미하고, 지수창함수의 감소율을 적절한 값 이상으로 크게 할 경우에는 주파수 응답함수 자체를 왜곡 시킴을 알 수 있었다.
- (4) 지수창함수가 적용된 주파수 응답스펙트럼으로부터 모드변수를 직접 구하는 원적합법(circle fitting) 법을 제안하였다.
- (5) 본 논문에서 제안하는 방법을 이용하면 임팩트 실험 시 지수창함수로 인해 왜곡된 주파수 응답스펙트럼으로부터 정확한 주파수 응답함수를 복원할 수 있음을 보였다.

### 참 고 문 헌

- (1) Ewins, D. J., 1986, Modal Testing: Theory and Practice, Research Studies Press LTD., England.
- (2) Randall, R. B., 1987, Frequency Analysis, B & K LTD., Denmark.
- (3) McConnell, K. G., 1995, Vibration Testing: Theory and Practice, John Wiley & Sons INC., New York.
- (4) 정의봉, 안세진, 장호엽, 장진혁, 2001, "디지털 푸리에 변환에서 누설오차의 개선," 한국소음진동 공학회논문집, 제 11 권, 제 3 호, pp. 455~460.
- (5) 안세진, 정의봉, 2002, "충격해머 실험에 의한 1 자유도 주파수 응답함수의 오차와 해결 방법," 한국소음진동 공학회논문집, 제 12 권 제 9 호, pp. 702~708.
- (6) 안세진, 정의봉, 2002, "최적화 기법을 이용한 다자유도 충격응답 스펙트럼의 오차 개선," 한국소음진동 공학회논문집, 제 12 권 제 10 호, pp. 792~798.
- (7) Burgess, J. C., 1975, "On Digital Spectrum Analysis of Periodic Signals," The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 58, No. 3, pp. 556~567.
- (8) Qiu, Z. L. and Tieu, A. K., 1999, "A Method to Obtain Exact Frequency Characteristics of Harmonic Signals," Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 13, No. 3, pp. 523~529.
- (9) Dishan, H., 1995, "Phase Error in Fast Fourier Transform Analysis," Mechanical System and Signal Processing Vol. 9, No. 2, pp. 113~118.
- (10) Fladung, W. and Rost, R., 1997, "Application and Correction of the Exponential Window for Frequency Response Function," Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 11, No. 2, pp. 23~36.
- (11) 長松昭男, 1985, *モード解析*, 培風館, 日本.
- (12) Maia, N. M. and Silva, J. M., 1998, Theoretical and Experimental Modal Analysis, Research Studies Press Ltd..
- (13) Bendat, J. S. and Piersol, A. G., 1986, Random Data : Analysis and Measurement Procedures, Chapter 6, John Wiley & Sons, Inc.