

2차원 구조물의 최적형상설계에 관한 연구

김홍건*, 양성모⁺, 노홍길⁺⁺, 나석찬⁺⁺, 유기현⁺⁺⁺, 조남익⁺⁺⁺⁺

(논문접수일 2003. 1. 7, 심사완료일 2003. 2. 14)

A Study on the Optimal Shape Design of 2-D Structures

H. G. Kim*, S. M. Yang⁺, H. G. Noh⁺⁺, S. C. Nah⁺⁺, K. H. You⁺⁺⁺, N. I. Cho⁺⁺⁺⁺

Abstract

A strategy of the optimal shape design with FEA (Finite Element Analysis) for 2-D structures is proposed by comparing subproblem approximation method with first order approximation method. A cantilever beam with two different loading conditions, a concentrated load and an evenly distributed load, and truss structure with a concentrated loading condition are implemented to optimize the shape. It gives a good design strategy on the optimal truss structure as well as the optimal cantilever beam shape. It is found that the convergence is quickly finished with the iteration number below ten. Optimized shapes of cantilever beam and truss structure are shown with stress contour plot by the results of the subproblem approximation method and the first order approximation method.

Key Words : Shape Optimization(형상최적화), Stress Analysis(응력해석), Optimal Design(최적설계), Subproblem Approximation(근사문제), First Order Approximation(1계 최적화), Structure(구조물), Principal Stress(주응력)

1. 서론

최적설계는 비용절감, 효율성, 신뢰성 및 내구성을 만족하는 시스템을 말하며 이러한 시스템을 설계하는 과정의 첫 단계는 시스템이 필요로 하는 요구조건을 명확히 이해하는

것이다⁽¹⁾. 그리고 요구조건이 확인이 끝난 후에는 시스템 설계가 시작되게 된다. 두 번째 단계는 시스템의 예비설계를 고안하는 것이다. 예비설계의 결과로서 심도 있는 분석 설계변수의 값이 결정되면 이를 바탕으로 부분시스템이 제작될 수 있어야 하고 이 때 기술적 및 시스템의 기능요구

* 주저자, 전주대학교 공학부(기계공학전공)교수 (hkim@jeonju.ac.kr)

주소: 560-759 전북 전주시 완산구 효자동 3가 1200

+ 전북대학교 기계항공시스템공학부 교수

++ 전북대학교 대학원 정밀기계공학과

+++ 전북지방중소기업청

++++ 전주공업대학 컴퓨터응용기계계열

조건이 만족되도록 해야 하며 또 체계적인 최적화 방법을 필요로 하게 되는 것이다. 이와 같은 방법은 수치적으로 구하는 유한요소법(FEM)이나 경계요소법(BEM)등의 수치해석법과 함께 현재 공학 시스템의 설계에 있어서 필요불가결한 존재가 되었다^(2,3). 한편 지금까지 행하여 온 공학시스템에서의 최적설계는 주로 구조물의 형상이나 배열 등이 이미 정해진 상태에서 단면적이나 길이 등의 치수를 결정하거나 재료를 선택하는 차원에 머물러 있었으나 근래에는 형상(Shape)이나 배열(Layer), 또는 위상(Topology)까지도 설계대상으로 고려하고자 하는 노력들이 나타나기 시작하였고, 형상을 변화시켜 나가면서 더 좋은 결과를 얻고자 하는 형상최적설계는 그 동안 변분법과 최적제어의 한 분야로 이해되어 왔으나 최근에는 독자적인 분야로까지 발전해 왔다. 또한 대부분의 이론들은 목적함수(Objective Function)를 최소화하기 위한 수학적인 프로그램에 기초를 둔 경계매개변수(Boundary Parametrization)나 설계민감도(Design Sensitivity)의 해석을 통하여 최적화를 이루도록 되어 있다. 따라서 최적화를 수행하는데 많은 계산을 필수적으로 수반하게 되며 대규모의 기억용량을 필요로 한다. 그러나 최근 이와는 대조적으로 Mises 응력과 같은 분포 매개변수(Distributed Parameter)를 균일하게 분포시킴으로써 최적화를 이루는 성장-변형률법(Growth-Strain Method)⁽⁴⁾도 활발히 연구되고 있다.

또 구조최적설계(Structural Optimization)는 비선형 계획법(Nonlinear Programming) 알고리즘을 이용하는 전통적인 직접법과 설계문제에 따라 풀이하기 쉬운 형태로 적절히 변환된 문제를 구성하여, 이를 직접법(Direct Method)으로 풀이하는 근사법(Approximation Method)⁽⁵⁾으로 나뉘어 발달되어 왔다. 일반적으로 직접법은 근사법에 비해 수학적인 최적해를 구할 수 있는 장점이 있지만 결정된 설계방향에 따른 이동거리를 계산하기 위해서는 고가의 설계비용이 요구되는 단점이 있다. 이에 비해, 근사법에서는 이동거리를 결정하고, 또한 과도한 근사화로 설계점이 원함수로부터 벗어나는 것을 방지하기 위하여 이동한계 전략을 사용하여 저렴하게 설계를 수행하므로 문제의 해석비용이 많이 요구되는 구조최적설계에 적합한 것으로 평가되고 있다⁽⁶⁾.

본 논문에서는 일반적인 2차원 구조물에 있어서 최대주응력을 제어함으로써 체적 및 중량을 최소화하는 목적으로 응력해석 및 최적설계화를 수행하였다. 최적화를 위해서는 근사법을 이용한 형상최적설계(Optimal Shape Design) 방법중 근사부문제법(Subproblem Approximation Method)과 일계최적화법(First Order Approximation Method)을

활용하여 각각의 최적화 설계과정⁽⁷⁾을 비교하였으며 2차원 구조물의 설계에 있어서 응력편차를 감소시키고 따라서 중량도 동시에 감소시킬 수 있는 이상적인 최적설계법을 제시하고자 하였다⁽⁸⁾.

2. 근사부문제법에 의한 최적설계 절차

최적설계의 일반적인 절차과정은 시스템설계 유용 영역 내, 즉 식 (1)에서 설계변수 벡터를 최소화하는 최적설계를 찾는 것이며 최소의 개념에는 국부적 최소와 전역적 최소가 있다.

$$\mathbf{x}=(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (1)$$

전역적 최소란 설계변수가 n개인 어떤 함수 f(x)가 유용 영역(집합S)내의 모든 x에 대하여 다음 조건, 식 (2)을 만족하면 x*에서 전역적 최소값을 갖는다고 한다.

$$f(x^*) \leq f(x) \quad (2)$$

국부적 최고란 n변수의 함수 f(x)에서 부등식(2)가 유용 영역내의 x*의 근방 N의 모든 x에 대해 성립하면 x*을 국부적 최소라 한다. 함수 f(x)의 엄격한 전역적 최소는 한 점에서만 나타나나 여러 점에서 함수 값이 동일하면 전역적 최소는 여러점이 될 수도 있다. 마찬가지로 함수 f(x)는 x*의 근방 N내의 단 한 점에서만 엄격한 국부적 최소가 되지만 여러 개의 국부적 최소를 가질 수 있다. 시스템 설계는 최적화 문제로 정식화될 수도 있으며 모든 제약 조건을 만족하면서 기능의 척도를 최적화하게 되며, 어떤 변량이 제약조건을 만족하는 범위에서 결정되어야 하는 문제는 다음과 같은 절차에 의하여 다음과 같이 최적설계문제로 정식화될 수 있다.

Objective Function,

$$f(\mathbf{x})=f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (3)$$

Upper and Lower Bound,

$$\underline{x}_i \leq x_i \leq \overline{x}_i \quad (i=1, 2, 3, \dots, n)$$

Min,

$$f = f(x) \quad (4)$$

Subject to,

$$g_i(\mathbf{x}) \leq \overline{g}_i \quad (i=1, 2, 3, \dots, m_1) \quad (5)$$

$$\underline{h}_i(\mathbf{x}) = \overline{h}_i \quad (i=1, 2, 3, \dots, m_2) \quad (6)$$

위 식들에서와 같이 목적함수 $f(x)$ 를 부등호제약이나 등호제약 조건식에 만족하도록 최소화하며 설계변수(Design Variable)의 하한이나 상한값을 만족하는 유용한 설계치를 찾아내 가는 것이 일반적인 최적설계 절차이며 근사부문제법에 의한 구체적인 절차는 다음과 같다.

2.1 함수의 근사화

근사치에 \wedge 표시를 하면 우선 목적함수에 관하여는 다음의 식 (7)과 같이 된다.

$$\hat{f}(x) = f(x) + Er \quad (7)$$

여기서 Er 은 오차를 의미한다.

마찬가지로 상태변수들은 다음의 식 (8)에서 (10)까지로 된다.

$$\hat{g}(x) = g(x) + Er \quad (8)$$

$$\hat{h}(x) = h(x) + Er \quad (9)$$

$$\hat{w}(x) = w(x) + Er \quad (10)$$

이 때 목적함수를 다항식으로 표현하면,

$$\hat{f} = a_0 + \sum_i a_i x_i + \sum_i \sum_j b_{ij} x_i x_j \quad (11)$$

이 되며 식 (11)의 계수를 최소자승법에 의해 풀기 위해서 목적함수에 대한 에러Norm으로 표현하면 다음의 식 (12)와 같이 된다.

$$E^2 = \sum_{j=1}^{n_d} \phi^{(j)} (f^{(j)} - \hat{f}^{(j)})^2 \quad (12)$$

여기서 $\phi^{(j)}$ 는 설계 세트 (j)에 관한 가중치이며 n_d 는 설계 세트 (j)에 관한 현재의 번호를 의미한다. 또 n 을 설계변수의 수라 하면, 현재의 설계세트 수 n_d 는 다음의 식 (13)을 만족하여야 한다.

$$n_d < n + 2 \quad \text{--- random 설계세트} \quad (13)$$

$$n_d \geq n + 2 \quad \text{--- 근사치 형성} \quad (14)$$

2.2 근사부문제법의 최소화

함수를 최소화하기 위하여 제약조건 최소화문제는 다음과 같이 된다.

Minimize,

$$\hat{f} = \hat{f}(x) \quad (15)$$

Subject to,

$$x_i \leq \bar{x}_i \leq \bar{x}_i \quad (i=1,2,3,\dots,n) \quad (16)$$

$$\hat{g}_i(x) \leq \bar{g}_i + \alpha_i \quad (i=1,2,3,\dots,m_1) \quad (17)$$

$$\hat{h}_i - \beta_i \leq \hat{h}_i(x) \quad (i=1,2,3,\dots,m_2) \quad (18)$$

$$\underline{w}_i - r_i \leq \hat{w}_i(x) \leq \bar{w}_i + \gamma_i \quad (i=1,2,3,\dots,m_3) \quad (19)$$

다음 단계는 식 (15)에서 (19)까지의 제약조건식을 비제약 조건식으로 전환하는 것이다. 이는 벌칙함수를 이용하여 다음의 식 (20)과 같이 될 수 있다.

$$F(x, p_k) = \hat{f} + f_{obk} \left[\sum_{i=1}^{n_{X(x)}} + \sum_{i=1}^{m_1} G(\hat{g}_i) + \sum_{i=1}^{m_2} H(\hat{h}_i) + \sum_{i=1}^{m_3} W(\hat{w}_i) \right] \quad (20)$$

여기서 p_k 는 응답표면계수(Response Surface Parameter)를 의미한다.

2.3 함수의 수렴조건

이러한 근사부문제법은 수렴조건을 만족하거나 반복설정이 끝날 때까지 계속되며 아래의 식에서 우변을 각각 목적함수 및 설계변수의 공차라 하면,

$$|f^{(j)} - f^{(j-1)}| \leq \tau \quad (21)$$

$$|f^{(j)} - f^{(b)}| \leq \tau \quad (22)$$

$$|x_i^{(j)} - x_i^{(j-1)}| \leq \rho_i, (i=1,2,3,\dots,n) \quad (23)$$

$$|x_i^{(j)} - x_i^{(b)}| \leq \rho_i, (i=1,2,3,\dots,n) \quad (24)$$

이 된다.

3. 일계최적화법에 의한 설계절차

3.1 비제약 목적함수

일계최적화법에 의한 최적화를 위하여 비제약 목적함수의 정식화는 다음과 같이 할 수 있다.

$$Q(\mathbf{x}, q) = \frac{f}{f_0} + \sum_{i=1}^n P_x(x_i) + q \left[\sum_{i=1}^{m_1} P_g(g_i) + \sum_{i=1}^{m_2} P_h(h_i) + \sum_{i=1}^{m_3} P_w(w_i) \right] \quad (25)$$

여기서 Q는 무차원의 비제약 목적함수이고 P_x, P_g, P_h, P_w 는 각각 제약된 설계 및 상태 변수에 가해지는 벌칙함수를 의미한다. f_0 는 설계세트의 현재그룹에서 선택된 기준의 목적함수이고 q 는 응답표면계수로서 이 값에 의해 제약조건이 정해진다. 벌칙함수에 관해서는 상한조건으로 제약된 상태변수에 대하여 벌칙함수는 다음과 같이 된다.

$$P_g(g_i) = \left(\frac{g_i}{g_i + a_i} \right)^{2\lambda} \quad (26)$$

여기서 λ 는 비교적 큰 값의 정수로서 제약조건이 위반될 때는 함수 값이 매우 커지며 그렇지 않으면 매우 작은 값을 가지게 될 것이다. 그리고 탐색방향은 함수 Q가 다음의 식 (27), (28)과 같이 두 함수의 합으로 될 때 계산이 유리해지게 된다.

$$Q_f(X) = \frac{f}{f_0} \quad (27)$$

$$Q_p(\mathbf{x}, q) = \sum_{i=1}^n P_x(x_i) + q \left[\sum_{i=1}^{m_1} P_g(g_i) + \sum_{i=1}^{m_2} P_h(h_i) + \sum_{i=1}^{m_3} P_w(w_i) \right] \quad (28)$$

따라서 식 (25)는 다음과 같은 형태를 갖추게 된다.

$$Q(\mathbf{x}, q) = Q_f(\mathbf{x}) + Q_p(\mathbf{x}, q) \quad (29)$$

3.2 탐색 방향

최적화를 위한 각각의 반복작업 (j)에 대한 탐색방향 벡터를 $\mathbf{d}^{(j)}$ 라 하면 다음번의 반복작업은 다음의 식 (30)과 같이 된다.

$$\mathbf{x}^{(j+1)} = \mathbf{x}^{(j)} + s_j \mathbf{d}^{(j)} \quad (30)$$

여기서 선형탐색자 s_j 는 $\mathbf{d}^{(j)}$ 방향에 있어서 Q값의 최소치와 일치하게 된다. 이 때 s_j 의 범위는 다음의 식 (31)과 같이 된다.

$$0 \leq s_j \leq \frac{s_{\max}}{100} s_j^* \quad (31)$$

그리고 최초의 반복작업(j=0) 수행은 다음의 식 (32)과 같이 된다.

$$\mathbf{d}^{(0)} = -\nabla Q(\mathbf{x}^{(0)}, q) = \mathbf{d}_f^{(0)} + \mathbf{d}_p^{(0)} \quad (32)$$

여기서 $q=1$ 이고

$$\mathbf{d}_f^{(0)} = -\nabla Q_f(\mathbf{x}^{(0)}) \quad (33)$$

$$\mathbf{d}_p^{(0)} = -\nabla Q_p(\mathbf{x}^{(0)}) \quad (34)$$

이 된다. 그리고 두 방향벡터를 두 개의 항으로 분리하면 다음의 식 (35)과 같이 된다.

$$\mathbf{d}^{(j)} = \mathbf{d}_f^{(j)} + \mathbf{d}_p^{(j)} \quad (35)$$

여기서 각 방향은 다음과 같은 분리된 회귀관계를 가지게 된다.

$$\mathbf{d}_f^{(j)} = -\nabla Q_f(\mathbf{x}^{(j)}) + r_{j-1} \mathbf{d}_f^{(j-1)} \quad (36)$$

$$\mathbf{d}_p^{(j)} = -q \nabla Q_p(\mathbf{x}^{(j)}) + r_{j-1} \mathbf{d}_p^{(j-1)} \quad (37)$$

그리고 경사도 벡터는 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial Q(\mathbf{x}^{(j)})}{\partial x_i} \approx \frac{Q(\mathbf{x}^{(j)} + \Delta x_i \mathbf{e}) - Q(\mathbf{x}^{(j)})}{\Delta x_i} \quad (38)$$

3.3 수렴 조건

일계최적화법은 다음과 같이 설정된 수렴조건을 만족하거나 반복설정치가 끝날 때까지 계속된다.

$$|f^{(j)} - f^{(j-1)}| \leq \tau \quad (39)$$

$$|f^{(j)} - f^{(b)}| \leq \tau \quad (40)$$

여기서 τ 는 목적함수의 공차를 의미한다.

4. 결과 및 고찰

4.1 중첩하중을 받는 외팔보의 응력해석 및 최적설계

본 연구에서 모델링한 외팔보는 다음의 Fig. 1에서와 같이 요소패턴은 단위 폭을 가지는 2차원 평면요소⁽⁹⁾로서 각각의 치수는 $b=1m, h=1m, L=10m$ 로 하였다. 부과된 하중

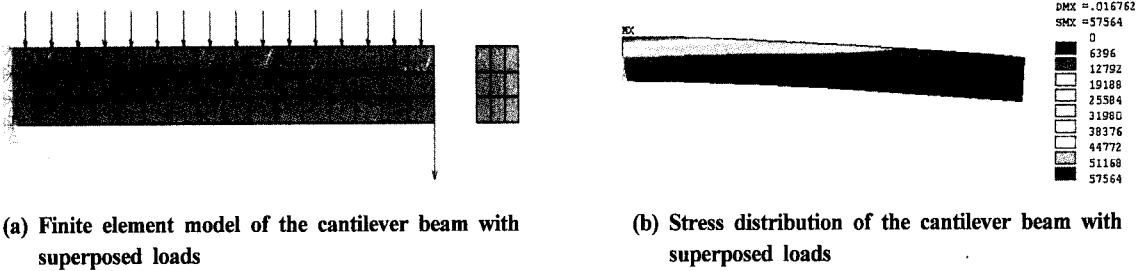


Fig. 1 Original Mesh of cantilever beam and stress distribution contour

은 Fig. 1에서와 같이 자유단에 집중하중 $P=500\text{kN}$ 과 등분포하중 $P=100\text{kN}$ 을 동시에 받는 경우에 관해서 최적조건을 도출하고자 하였다. 최적설계 문제의 정식화는 다음과 같다.

Objective Function,
 $l_i \quad i = 1 \sim 16$ (41)

Upper and Lower Bound,
 $\underline{l}_i(x) \leq l_i(x) \leq \overline{l}_i(x), \quad i = 1 \sim 16$ (42)

$\underline{h}_{2i}(x) \leq h_{2i}(x) \leq \overline{h}_{2i}(x), \quad i = 1 \sim 3$
 Min,

$\hat{f}(x) = f(x) + Er$ (43)

Subject to,
 $(\sigma_{\max})_i \leq \sigma_{al} \quad i = 1 \sim 432$ (44)

해석시 사용한 물성치로는 영계수 $E=210\text{GPa}$, 포아송비는 0.3으로 하였다. 그리고 설계변수는 제어시 자유단의 높이는 0.1m에서 1.2m까지 변화할 수 있도록 설계변수를 설정하였고 길이는 8m에서 12m까지 변화가 가능하도록 설정하였다. 또 수렴조건을 위한 총 반복횟수는 20회까지로 설정하였다. 집중하중과 등분포하중을 동시에 받는 외팔보의 경우에 관한 응력 분포도는 Fig. 1과 같이 고정단 표면에서

최대주응력 57,564kPa이 됨을 알 수 있었으며 자유단에 인접한 곳에서 최소주응력은 거의 0이 됨을 알 수 있었다. 여기서 형상최적화를 위하여 최대주응력을 50,000kPa 이하로 유지시키며 체적을 감소시켜 나갔다. 이 때 최초의 체적은 10m^3 이었으나 7m^3 이하를 유지하며 감소하도록 제어하였다. 실제로 일체최적화법에 의한 제어 결과는 Table 1에서 보이는 바와 같이 3회째에 수렴하였으며 Fig.2(a)에서와 같이 최대주응력은 41,931kPa, 체적은 약 5.53m^3 으로 상태변수는 감소되었다.

설계변수는 자유단에서 높이, $h_2=0.38\text{m}$ 전체 길이는 $L=8.00\text{m}$ 으로 최적화되었다. 또한 근사부문제법에 의한 최적설계도 Table 1에서 보이는 바와 같이 7회째에 수렴하였으며 Fig. 2(b)에서 보이는 바와 같이 상태변수 최대주응력은 43,078 kPa, 체적은 약 5.39m^3 가 되었고 설계변수는 자유단에서 높이, $h_2=0.34\text{m}$ 전체 길이는 $L=8.00\text{m}$ 으로 최적화되었다.

4.2 집중하중을 받는 트러스의 응력해석 및 최적설계

집중하중을 받는 트러스 모델링은 Fig. 3의 (a)와 같이 각 절점(Node number)과의 간격은 각각 5m씩 설치되었고 높이도 5m로 설정하였으며, 하중은 Fig. 3과 같이 1, 2, 4, 6,

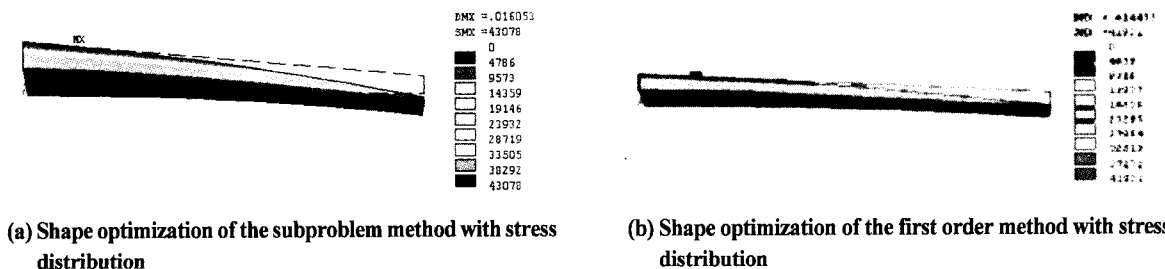


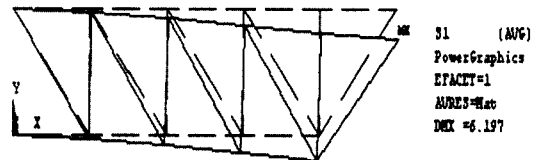
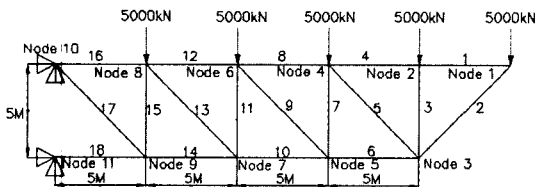
Fig. 2 Shape optimization of the first order method and subproblem method

Table 1 State variable and design variable of the first order method and subproblem method for the cantilever beam with superposed loads (unit : kPa)

설계변수		반복횟수							비 고
		first	subp.	first	subp.	first	subp.	first	
FEASIBLE	first	Infeasible	feasible	feasible					※ 일계법은 3회에 수렴
	subp.	Infeasible	Infeasible	Infeasible	Infeasible	Infeasible	Infeasible	feasible	
WEIGHT(SV)	first	10.00	4.98	5.53					근사부분계법은 7회에 수렴.
	subp.	10.00	9.99	8.22	8.86	7.71	5.12	5.39	
STRESS(SV)	first	57564.00	43938.00	41932.00					
	subp.	57564.00	56107.00	64722.00	61870.00	51922.00	46319.00	43078.00	
H2 (DV)	first	1.00	0.24	0.38					
	subp.	1.00	1.03	0.53	0.69	0.66	0.24	0.34	
L (DV)	first	10.00	8.00	8.00					
	subp.	10.00	9.83	10.77	10.47	9.31	8.28	8.08	

8번 절점에 각각 5000kN의 집중하중을 주었다. 이상과 같이 집중하중을 받는 경우 트러스 구조물⁽⁹⁻¹¹⁾의 최적 형상 설계를 하고자 하였다. 해석시 사용한 재료의 물성치로는

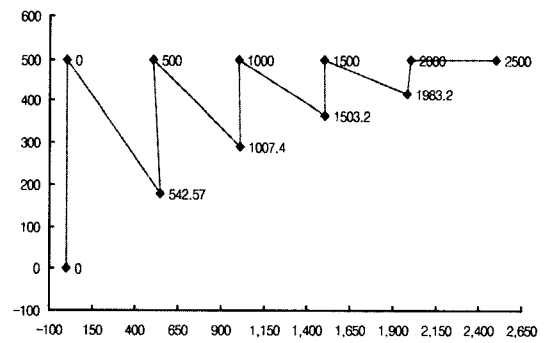
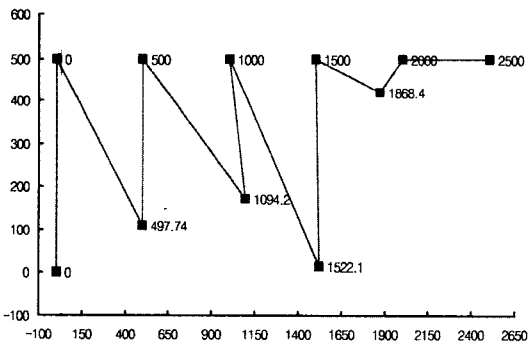
영계수 $E=210\text{GPa}$, 포아송비는 0.3으로 하였다. 최적 설계 문제의 정식화는 다음과 같다.



(a) Truss shape implemented by load and boundary conditions

(b) Deflection of the truss in the case of concentrated load

Fig. 3 Truss shape in the case of concentrated load



(a) Shape optimization of the subproblem method

(b) Shape optimization of the first order method

Fig. 4 Shape optimization of the first order method and subproblem method

Table 2 Convergence results by the first order method and subproblem method in the truss structure (unit : cm)

Node	First order (7회수렴)		Subproblem. (12회수렴)	
	X축 길이	Y축 길이	X축 길이	Y축 길이
No. 1	2500.00	500.00	2500.00	500.00
No. 2	2000.00	500.00	2000.00	500.00
No. 3	1983.20	415.16	1868.40	420.13
No. 4	1500.00	500.00	1500.00	500.00
No. 5	1503.20	364.66	1522.10	15.76
No. 6	1000.00	500.00	1000.00	500.00
No. 7	1007.40	288.85	1094.20	171.66
No. 8	500.00	500.00	500.00	500.00
No. 9	542.57	178.35	497.74	109.87
No. 10	0.00	500.00	0.00	500.00
No. 11	0.00	0.00	0.00	0.00

Objective Function,

$$l_i \quad i = 1 \sim 18 \quad (45)$$

Upper and Lower Bound,

$$l_i(x) \leq l_i(x) \leq \bar{l}_i(x) \quad i = 1 \sim 18 \quad (46)$$

Min,

$$\hat{f}(x) = f(x) + Er \quad (47)$$

Subject to,

$$(\sigma_{max})_i \leq \sigma_{al} \quad i = 1 \sim 18 \quad (48)$$

트러스 구조물의 설계 제약조건으로는 각 부재에 부여되는 최대주응력은 1900kPa 이하로 유지시키며 설계변수로는 절점 3은 x축으로 17.50m에서 22.50m까지, y축으로 0에서 4.90m까지 변할 수 있도록 설계변수를 설정하였으며, 마찬가지로 절점5번은 x축으로 12.50m에서 17.50m까지 y축으로 0에서 4.90m까지, 절점7번은 x축으로 7.50m에서 12.50m까지, y축으로 0에서 4.90m까지 변할 수 있도록, 절점9번은 x축으로 2.50m에서 7.50m까지, y축으로 0에서 4.90m까지 변할 수 있도록 설계변수를 설정하였다.

각 절점에 집중하중을 받는 트러스 구조물의 경우에 관한 처짐은 Fig. 3의 (b)와 같은 형상을 나타내었다. Fig. 3의 (a)와 같은 트러스 구조물에 집중하중을 받는 경우 형상최적설계를 위해서 근사부문제법과 일계법을 적용하여 최적화 과정을 진행하였으며 최대 20회까지 수렴 가능하도록

실행하였다.

그 결과 Fig. 4와 같은 Truss 구조물의 최적형상(Shape Optimization)이 각각 7회 및 12회에 걸친 반복 후 수렴을 얻을 수 있었다. 이 때에 각각의 부재에 부과되는 제약조건을 만족하는 최대주응력은 Table 2와 같은 결과를 나타내었다. 체적은 최초 $100.36E4 m^3$ 에서 $40.00E4 m^3$ 로 감소되었다. 중첩하중을 받는 외팔보의 경우와 마찬가지로 Fig. 4(a)와 같이 근사부문제법에 의해 12회에 걸친 수렴 후 얻어진 최적형상 및 Fig. 4(b)와 같이 근사부문제법에 의한 7회에 걸친 수렴 후 결과를 얻었다. Table 2에서는 근사부문제법 및 일계법에 의한 형상최적설계 수렴 중 상태변수가 감소되는 과정을 비교하여 나타내 보이고 있다.

5. 결론

본 논문에서는 외팔보에서 중량을 최소화하며 또 응력을 목표치 이내로 제한하는 조건하에서 최적형상을 구하기 위해 근사부문제법과 일계최적화법을 이용하여 최적화한 후 비교하여 보았으며 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 이 결과를 통해 두 방법 모두 유사한 결과를 보여주었으며 외팔보에서는 중첩하중을 받는 경우 근사부문제법에서는 7회 수렴, 일계최적화법에서는 3회의 반복을 통해 수렴하는 비교적 빠른 수렴결과를 얻게 되었고, 또 목표 제어 설정치내의 응력값을 만족하면서 동시에 중량(체적)을 최소화시키는 최적설계를 구현할 수 있었다.
- (2) 2차원 트러스 구조물의 경우도 역시 중첩하중을 받는 외팔보의 경우와 마찬가지로 근사부문제법과 일계최적화법을 사용하여 각각의 설계변수와 상태변수를 적용하여 최적설계를 수행한 결과 근사부문제법에서는 12회 걸친 수렴, 일계최적화법에서는 7회 걸친 수렴 후 집중하중이 작용하는 트러스에서 각각의 부재에 일정한 응력을 받는 최종형상을 얻을 수 있었다.
- (3) 그리고 트러스 구조물의 경우, 근사부문제법보다 일계최적화법이 더 빨리 수렴하고 최적화 형상도 더 효과적이 됨을 알 수 있었다.

참고 문헌

- (1) Arora, J. S., 1989, *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill, New York.

- (2) Lim, J. K., 1994, "Accuracy Evaluation and Control Method of Finite Element Solution", *Journal of The Korean Society of Mechanical Engineers*, Vol. 34, No. 7, pp. 502~509.
- (3) Cook, R. D., Malkua, D. S. and Lesha, M. E., 1989, *Concept and Applications of Finite Element Analysis*, John Wiley and Sons, Third Edition, New York, pp. 163~295.
- (4) Han, S. Y. and Lee K. R., 1997, "A Development of Shape Optimization Control System Using Volume Control", *Proceedings of 1997 KSAE Spring Conference*, pp. 164~169.
- (5) Park, Y. S. and Park, G. J., 1997, "A Development of Move Limit Strategy Based on the Accuracy of Approximation for Structural Optimization", *Journal of the Korean Society of Mechanical Engineers*, Vol. 21, No. 8, pp. 1218~1228.
- (6) Won, C. J., Lee, J. S., and Hong, S. J., 1998, "Optimal Design of Stiffened Laminate Composite Cylindrical Shells", *Journal of the Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol. 7, No. 6, pp. 12~18.
- (7) Lee, S. B., 2000, "Design Optimization for Vehicle Pillar Section Shape Using Simple Finite Element Model", *Journal of the Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol. 9, No. 6, pp. 133~139.
- (8) Belegundu, A. D. and Arora, J. S., 1985, "A Study of Mathematical Programming Methods for Structural Optimization", *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 21, pp. 1601~1623.
- (9) Hansen, S. R. and Vanderplaats, G. N., 1990, "Approximation Method for Configuration Optimization of Trusses", *AIAA J.*, Vol. 28, No. 1, pp. 161~168.
- (10) Chen, T., 1993, "Calculation of the Move Limes for the Sequential Liner Programming Method", *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 36, pp. 2261~2679.
- (11) Kamat, M. P., Khot, N. S. and Venkayya, V. B., 1984, "Optimization of Shallow Trusses against Limit Point Instability", *AIAA J.*, Vol. 22, No. 3, pp. 403~408.