

소재 제거율을 고려한 이송속도 가변형 NURBS 보간기

마르첸코 티혼⁺, 고태조*, 김희솔⁺⁺, 김정현⁺⁺⁺

(논문접수일 2002. 9. 10, 심사완료일 2003. 1. 17)

Variable Feedrate Interpolator for NURBS Curve Considering Material Removal Rate

Marchenko Tikhon⁺, Tae Jo Ko*, Hee Sool Kim⁺⁺, Jung Hyun Kim⁺⁺⁺

Abstract

Conventionally used linear or circular interpolator is undesirable for the precision machining of 3D free-form surface as the following reasons: the transmission errors due to the huge number of data, discontinuity of segmentation, unsmooth motion speed. To this regard, modern CNC machine tools are designed with the function of machining arbitrary parametric curves. However, these systems don't consider the adaptive feedrate, which dominates the quality of the machining process. This paper proposes a NURBS interpolator for the constant material removal rate. That is accomplished by the variable feedrate using curvature of curve. The curvature-compensated feedrate system has important potential applications in ensuring part accuracy and protecting cutting tool. The simulated results show it can be applicable to the real machining.

Key Words : CNC Machine Tools (CNC공작기계), NURBS Interpolator (NURBS 보간기), Variable Feedrate (가변이송속도), Material Removal Rate(소재 제거율)

1. 서론

최근 자동차, 전기전자, 장난감, 항공산업 등과 관련한 금형분야에서 자유곡면의 가공이 많으며, 통상 이는 고속가공으로 생산되는 것이 최근의 경향이다. 이미 잘 알려진 바와

같이 CAD/CAM에서 자유곡면을 가공하기 위해서는 전통적으로는 Fig. 1(a)와 같이 곡선을 수많은 선형화된 선분으로 나누어 공작기에 전송하여 CNC가공을 수행한다. 이것은 기존의 CNC장치가 단지 직선보간과 원호보간, 그리고 드물게 포물선 보간만을 지원 하고 있기 때문이다⁽¹⁾. 이

+ 영남대학교 대학원 기계공학과
* 주저자, 영남대학교 기계공학부 (tjko@yu.ac.kr)
주소: 712-749 경북 경산시 대동 214-1
++ 영남대학교 기계공학부
+++ 경일대학교 기계공학부

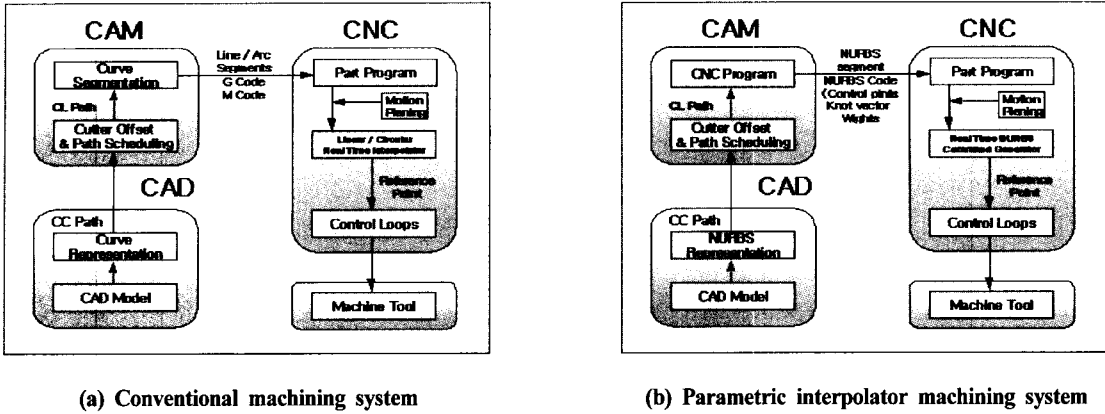


Fig. 1 Two different machining system using CAD/CAM

와 같은 선형화된 선분을 CNC공작기계에서 가공 할 때 다음과 같은 몇 가지 문제점을 가지고 있다. 먼저 CAD/CAM시스템으로부터 데이터를 전송할 때 데이터를 손실할 수 있고, 노이즈가 들어갈 수 있다. 또한 작은 직선으로 이루어진 데이터는 계속되는 가감속과 segmentation의 불연속성 때문에 표면정도가 나빠진다⁽²⁾. 따라서 최근 1개의 블록으로 다양한 종류의 직선 및 곡선을 표현하고, 또한 정의된 1개의 블록을 각각 한번씩의 가속과 감속으로 연속적으로 이동할 수 있는 곡선보간 방식에 관해서 많은 연구가 이루어지고 있다⁽³⁻⁶⁾. 이 경우 Fig. 1(b)와 같이 제어기에는 곡면의 정보만을 간단하게 입력함으로써 간단하게 정보를 주고 받을 수가 있다. 또한 절삭표면의 smoothness를 보장받을 수가 있으며, 적은 정보량으로 인하여 메모리의 량을 줄일 수가 있고, 간단한 정보의 교환으로 인하여 고속의 운전이 가능하기 때문에 오늘날의 금형생산에 효율적인 보간방법이 될 수가 있다⁽¹⁾.

이와 같은 연구에 많이 사용되고 있는 자유곡면은 매개변수 및 비매개변수 모두 적용이 가능하며, 특히 매개변수 방정식인 Bezier와 NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline) 등의 곡면이 많이 사용된다⁽⁷⁻¹⁰⁾. 그 중에서 NURBS 곡면은 특유의 유연성 때문에 CAD에서 형상을 정의하기 위해서 많이 사용하고 있다⁽¹¹⁾. 이러한 형상정보인 CAD에서 정의된 NURBS곡면의 정보를 CNC공작기계에 입력하고, 수치 제어 장치는 내부적으로 NURBS보간을 시행하여 정확한 공구경로를 생성하는 분야에 관하여 최근에 활발한 연구가 이루어지고 있다^(1,12-13). 이러한 매개변수형 보간기의 경우 가공의 시작과 끝부분에서의 가감속 구간을 제외하고는 일정이송속도로 가공을 하게되기 때문에 모서리 부분에서의

과부하, 정밀도 저하, 공구치명 및 파손의 문제점이 없다. 이러한 이유로 인하여 여러가지 방법으로 이송속도를 가변시키려는 연구가 시도되고 있다⁽¹⁴⁻¹⁵⁾. 이들은 주로 공구대의 원심력을 변수로 사용하거나 또는 곡률에 따라서 이송속도를 가변하는 알고리즘을 적용하고 있다.

본 연구에서는 상기와 같은 연구배경을 바탕으로 이송속도를 가변할 수 있는 NURBS곡선보간 알고리즘을 제안하고자 한다. 이송속도의 제어는 소재 제거율을 일정하게 함을 목적으로 하게 되며, 이는 곡선의 곡률에 따라서 그 지점에서의 속도를 연속적으로 변경함으로써 가능해진다. 이러한 시도를 통하여 절삭성을 향상시키고, 공작기계 및 공구를 효율적으로 사용하고자 하는 것이 궁극적인 목적이다.

2. NURBS (NonUniform Rational B-Spline) 보간기의 설계

2.1 NURBS 곡선 방정식

매개변수형 3차원 곡선은 다음과 같이 표현된다.

$$x = x(u), y = y(u), z = z(u) \tag{1}$$

$$u_{i+1} = u_i + \Delta u_i \tag{2}$$

여기서 u 는 매개변수이며, $0 \leq u \leq 1$ 이다. 매개변수형 곡선은 각축이 따로 구동되는 다축 공작기계, 로봇 등의 적용에 유리하다. 일반적인 k 차 NURBS곡선은 다음과 같이 표시된다.

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,k}(u)w_i B_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,k}(u)w_i} \quad (3)$$

여기서 B_i 는 NURBS곡선을 표현하는 조정점이고, w_i 는 각 조정점이 곡선에 영향을 미치는 가중치(weight)이다. $N_{i,k}(u)$ 는 불균일한 절점 벡터(knot vector) $u=(u_0, \dots, u_{n+k+1})$ 로 정의되는 B-Spline 기저함수 (basis function)로서, 다음과 같이 정의된다. NURBS곡선에 관한 보다 상세한 사항은 참고문헌⁽¹¹⁾에 잘 기술되어 있다.

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0, otherwise \end{cases} \quad (4)$$

$$N_{i,k}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+k-1} - u_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{u_{i+1} - u}{u_{i+k} - u_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u) \quad (5)$$

2.2 NURBS 보간 알고리즘

일반적으로 NURBS보간 알고리즘은 이송속도가 일정하도록 하여 설계한다. $C(u)$ 가 매개변수 u 의 곡선이고 시간함수 u 가 $u(t_i)=u_i, u(t_{i+1})=u_{i+1}$ 일 때, 매개변수 u 의 증분값은 Taylor 급수정리에 의해 1차항만을 고려하면 다음과 같다.

$$u_{i+1} = u_i + \left. \frac{du}{dt} \right|_{t=t_i} \cdot (t_{i+1} - t_i) + H.O.T. \quad (6)$$

단위 샘플링 시간동안 곡선 이송속도는 다음과 같다.

$$V(u) = \frac{ds}{dt} = \left(\frac{ds}{du} \right) \left(\frac{du}{dt} \right) \quad (7)$$

곡률의 속도 $V(u_i)$ 는 식 (8)과 같이 근사화 가능하므로,

$$V(u_i) = \left\| \frac{dC(u)}{dt} \right\|_{u=u_i} \quad (8)$$

u 에 대한 t 의 1차 미분은 다음과 같다.

$$\left. \frac{du}{dt} \right|_{t=t_i} = \frac{V(u_i)}{\left\| \frac{dC(u)}{du} \right\|_{u=u_i}} \quad (9)$$

따라서 매개변수를 증분시키는 1차 보간 알고리즘은 식 (6)에 식 (9)를 대입함으로써 다음과 같다.

$$u_{i+1} = u_i + \frac{V(u_i) \cdot T_s}{\left\| \frac{dC(u)}{du} \right\|_{u=u_i}} \quad (10)$$

만약 2차 보간 알고리즘을 사용하면 다음과 같이 쓸 수 있다⁽¹⁶⁾.

$$u_{i+1} = u_i + \frac{V(u_i) \cdot T_s}{\left\| \frac{dC(u)}{du} \right\|_{u=u_i}} - \frac{V^2(u_i) \cdot T_s^2 \left(\frac{dC(u)}{du} \cdot \frac{d^2C(u)}{du^2} \right) \Big|_{u=u_i}}{2 \cdot \left\| \frac{dC(u)}{du} \right\|_{u=u_i}^4} \quad (11)$$

식 (10)으로부터 주어진 이송속도에 대해 매 샘플링 시간 동안 매개변수 u 를 개선하게 되며, 이 값을 식 (3)에 대입하게 되면 이동하여야 할 위치점을 결정하게 된다.

3. 현오차를 고려하는 NURBS 보간기

가장 일반적 알고리즘으로 알려진 NURBS보간 알고리즘은 곡률에 따라서 달라지는 현오차 (Chord error)가 허용 범위 내에 있도록 이송속도를 제한하는 것이다⁽³⁾. 현오차는 곡률의 곡선속도와 곡률반경에 밀접한 관계가 있기 때문에, 현오차와 곡선속도, 그리고 곡률반경의 상호 관계로부터 알고리즘이 구성된다. 이 보간기에서는 NURBS곡선을 원형 근사화 (Circular Approximation) 하는 방법을 채택하는데, 이는 곡선을 원형으로 근사화하고 제한된 범위내에 현오차가 있을 수 있도록 이송속도를 매 구간마다 바꾸는 알고리즘이다.

먼저 곡선의 곡률과 곡률반지름은 식 (12), (13)과 같다.

$$k = \frac{|C'(u) \times C''(u)|}{|C'(u)|^3} \quad (12)$$

$$r = 1/k \quad (13)$$

$u \in [u_i, u_{i+1}]$ 내의 부분적인 곡선을 가정하면 Fig. 2와 같이 매개변수를 $u=u_i$ 에서 반지름 r 을 가진 원호를 그릴 수 있다. 여기서 r 은 $u=u_i$ 에서 곡선의 곡률반경이고, $P(u_i)$ 는 $u=u_i$ 에서 원의 보간점이다. $P(u_{i+1})$ 는 $u=u_{i+1}$ 에서 원의 추정

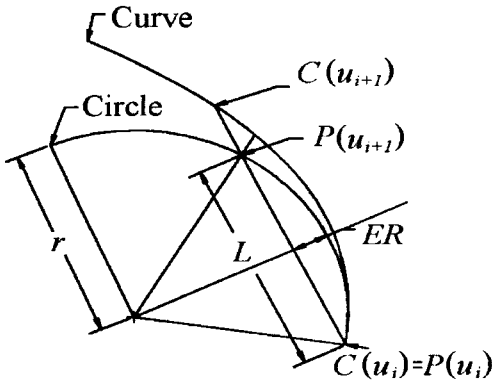


Fig. 2 Estimation of the next interpolated point using circular approximation

된 보간점이다. $C(u_i)$ 는 $u=u_i$ 에서 곡선의 보간점이고, $C(u_{i+1})$ 는 $u=u_{i+1}$ 에서 곡선의 추정된 보간점이다. 한편, $C(u_i)=P(u_i)$ 이고, 현길이 L 은 $\|P(u_{i+1})-P(u_i)\|$ 임으로 곡선 속도 $V(u_i)$ 는 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$V(u_i) = \frac{L}{T_s} \quad (14)$$

여기서 T_s 는 샘플링 시간이다. 또한, Fig. 2에서 현오차 ER (chord error)은 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$ER = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2} \quad (15)$$

따라서 식 (14)와 (15)를 이용하여 곡선속도 $V(u_i)$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$V(u_i) = \frac{2}{T_s} \cdot \sqrt{r^2 - (r - ER)^2} \quad (16)$$

위의 식에서 보는 것처럼 허용 현오차 ER 를 설정하여 곡선속도를 구할 수 있다. 이 식에서 곡률반경 r 은 현오차 ER 보다 훨씬 크므로 곡선 속도 $V(u_i)$ 는 실수값을 가진다.

식 (16)의 곡선속도 $V(u_i)$ 는 현오차 ER 과 곡선의 곡률 반경에 따라 연속적으로 변함을 의미한다. Fig. 2와 같이 이송속도는 먼저 원형 근사화를 수행하고 다음으로 실제의 보간

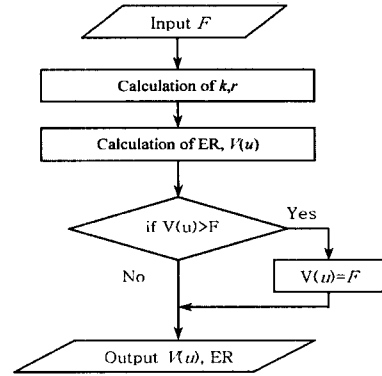


Fig. 3 Flow chart for controlling chord error

점 $C(u_{i+1})$ 을 찾는다. 이 방법은 현오차가 허용값 이내로 들기 위해서는 곡률 반경에 따라 이송속도를 달리한다는 것을 알 수 있다. 이송속도는 곡률반경에 의해 연속적으로 변하며, 다음의 규칙을 따르도록 한다.

$$V(u) = \begin{cases} F, & \text{if } \frac{2}{T_s} \cdot \sqrt{r^2 - (r - ER)^2} > F \\ \frac{2}{T_s} \cdot \sqrt{r^2 - (r - ER)^2}, & \text{if } \frac{2}{T_s} \cdot \sqrt{r^2 - (r - ER)^2} \leq F \end{cases} \quad (17)$$

여기서 이송속도 F 는 초기에 주어진 값이다. 만약 식에서 보는 것처럼 순간 곡률반경이 충분히 작다면 곡선의 현오차는 허용범위를 넘어가서 이송속도를 식 (17)과 같이 낮추게 되어 현오차는 허용범위 안에 있게 된다. 그 이외의 경우는 일정한 이송속도 F 로 가공하게 된다. Fig. 3은 앞에서 설명한 보간 알고리즘을 나타낸다.

4. 소재 제거율을 고려하는 NURBS 보간기

곡면의 가공에서 공구는 곡면의 곡률반경에 따라 소재 제거량이 달라져 절삭력의 변형으로 공구 처짐이 발생하여 정밀한 가공을 수행할 수 없다. 즉, Fig. 4에서 보는 것처럼 볼록부에서는 소재 제거량이 적어지고, 오목부에서는 소재 제거량이 많아진다. 따라서 본 연구에서는 일정한 소재제거율을 고려한 적응 이송속도 NURBS보간 알고리즘을 제안하고자 한다. MRR은 칩 단면적 ψ_G 와 절삭공구의 운동을 고려하여 구할 수 있다. 공구가 직선 운동을 할 때 MRR은

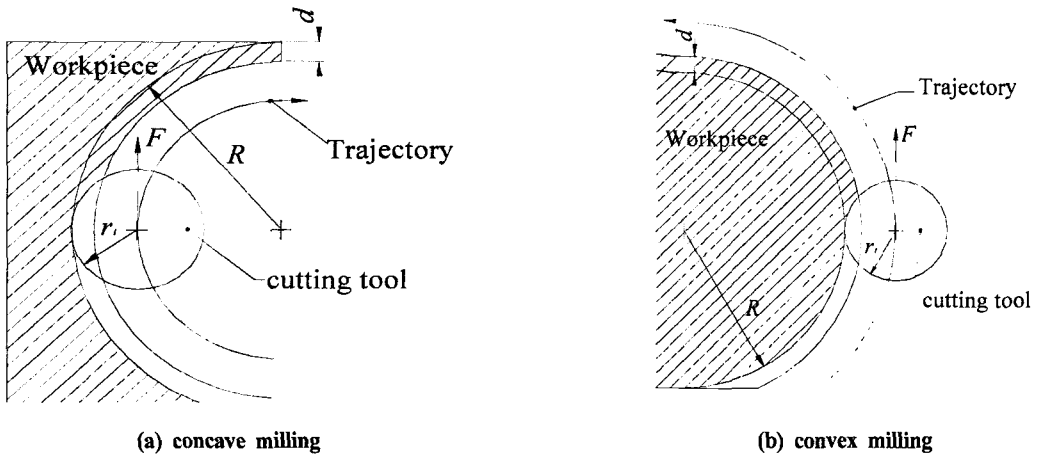


Fig. 4 Material removal change due to curvature

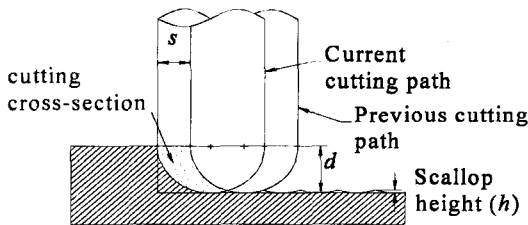


Fig. 5 Cutting cross section area for ball endmill

Fig. 5와 같이 다음과 같다.

$$MRR = \psi_G \cdot F_f \quad (18)$$

여기서 F_f 는 직선절삭에서 이송속도이다. Fig. 5에 도시한 곡면의 가공에서 이송속도가 F_f 일때 칩단면적 ψ_G 의 도심에서 이송속도(V_{fc})를 구할수 있고 MRR은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$MRR = \psi_G \cdot V_{fc} \quad (19)$$

여기서 V_{fc} 는 칩 단면적 도심에서 이송속도이다. 따라서 볼록부와 오목부가공에서 MRR은 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$MRR_{cx} = \frac{\psi_G \cdot F_f (r + \bar{m})}{(r + r_1)} \quad (\text{for convex paths}) \quad (20)$$

$$MRR_{cv} = \frac{\psi_G \cdot F_f (r - \bar{m})}{(r - r_1)} \quad (\text{for concave paths}) \quad (21)$$

여기서 r 은 소재의 곡률반경이고 r_1 는 절삭공구의 반경이다. 위 식에서 알 수 있는 것처럼 이송속도가 적응적으로 변화하면 일정 소재 제거율로 가공을 할 수 있음을 알 수 있다. 이를 일반적인 모든 경우로 적용하여보면 일정하게 소재를 제거할 수 있는 이송속도 $V_f(u)$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$V_f(u) = \frac{F_0}{1 + k(u)(r_1 - \frac{1}{2}\delta)} \quad (22)$$

여기서 오목부에서는 $k(u)$ 는 양의 값이고 볼록부에서는 음의 값이다. r_1 는 공구 반경이고 δ 는 절삭깊이이다. 식 (22)을 식 (10)에 대입하게 되면 일정 소재 제거율을 고려한 적응 이송속도로 NURBS 보간을 할 수 있다.

5. 시뮬레이션 결과

본 장에서는 일반적으로 NURBS보간기로 사용되는 일정 이송속도 보간기 및 현오차를 고려한 보간기와 본 연구에서 제안하는 소재 제거율을 일정하게 하는 보간기에 대해 Pentium II 400Mhz CPU에서 시뮬레이션하여 비교 검토 하였다. 먼저 보간기의 시뮬레이션에 사용한 NURBS곡선

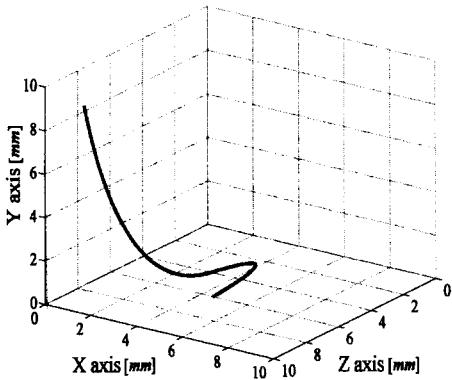


Fig. 6 Example of NURBS curve

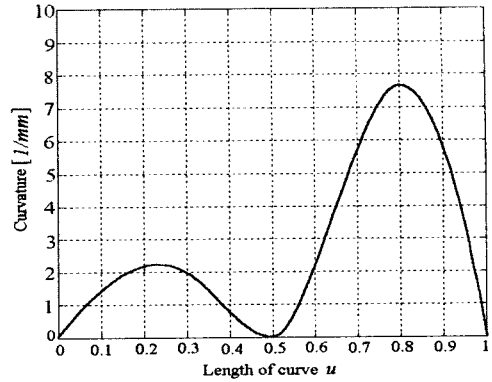


Fig. 7 Curvature of curve

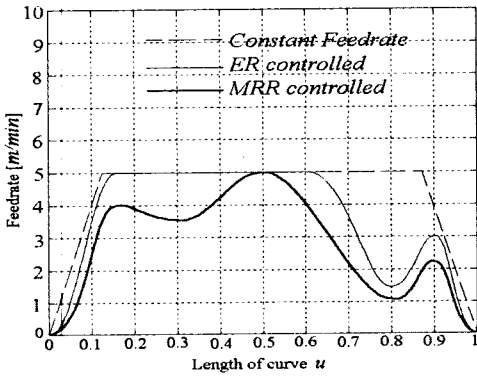


Fig. 8 Feedrate of machine tools

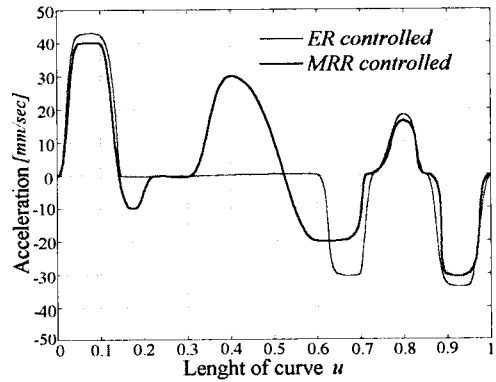


Fig. 9 Acceleration of machine tools

은 3차원 곡선으로서 Fig. 6과 같은 임의의 곡선을 가공하는 것으로 가정하였다. 본 연구에서 사용되고 있는 두가지 보간기 모두 먼저 곡선의 곡률을 구하는 것이 필요하다. Fig. 7은 식 (12)를 사용하여 구한 곡선의 곡률로서, xy평면에 대해 그림을 그린 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 이 곡선은 곡률의 변화가 매우 큰 곡선이다.

Fig. 8은 이송속도를 5m으로 한 상태에서 곡선을 따라가면서 변경되는 이송속도의 그래프이다. 본 연구에서는 속도의 가감속을 위하여 사다리형 가감속을 도입하였다. 이송의 초기에는 가속 그래프를 따라서 이송속도를 증가시키는데 이때 현오차 또는 주어진 MRR을 위배하는 경우에는 이송속도를 구속조건에 맞도록 제어한다. 본 연구에서 제시한 현오차 및 MRR은 각각 $0.5\mu\text{m}$, $3\text{cm}^3/\text{min}$ 이다. 그림에서 점선은 일정 이송속도 보간기의 이송속도, 굵은 실선은 MRR을 고려한 이송속도이고, 가는 실선은 현오차를 고려한 NURBS보간기에서의 이송속도 변화이다. 그림에서 보

는 것처럼 곡률이 큰 부분에서는 현오차를 고려할 때 이를 지키기 위해 이송속도를 제어하고 있음을 보이고 있으며, MRR 보간기에서도 마찬가지로 일정 MRR을 유지하기 위하여 이송속도를 계속 조정하는 것을 볼 수가 있다. 이러한 특성은 일정 이송속도를 유지하는 NURBS보간기와는 다른 성질 중의 하나이다. 이 경우의 가속도 변화를 나타낸 그림이 Fig. 9이다. 두 경우 모두 급격한 가속도의 변화를 나타내지 않기 때문에 고속가공에서 우려되는 jerk운동에 대한 위험은 없는 것으로 판단된다.

한편, 현오차를 살펴보면 현오차를 고려한 보간기의 경우 곡률이 매우 큰 부분을 제외하고는 미리 정해진 보간 오차 값 이내로 항상 제어가 됨을 알 수 있다. 곡률이 매우 큰 곳에서는 현오차를 줄이기 위해 이송속도를 줄이게 되는데 이 경우 매우 작은 이송속도는 제어기의 한계 최소설정지령보다 작은 값을 명령하게 된다. 따라서 이를 피하게 되면 주어진 현오차보다 큰 값을 갖게 되는데, 본 그림에서의 부분이

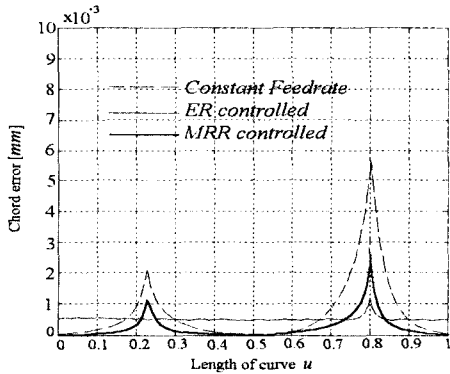


Fig. 10 Chord error with respect to ER and MRR control

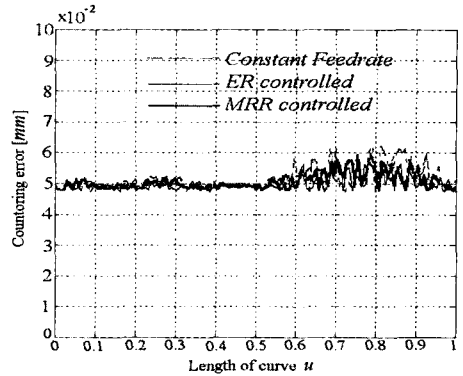


Fig. 11 Contouring error with respect to ER and MRR control

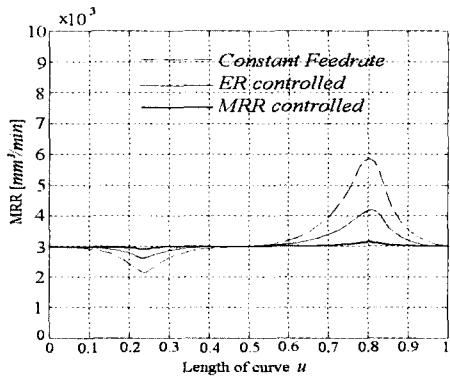


Fig. 12 MRR with respect to ER and MRR control

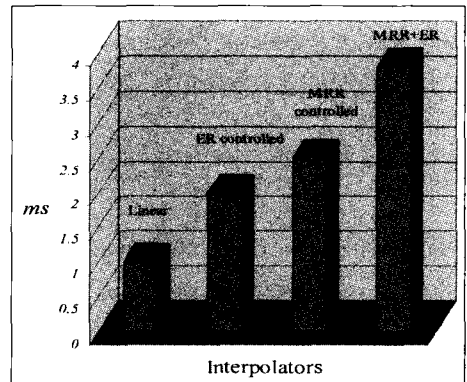


Fig. 13 Comparison of CPU time for each interpolator

그 값을 나타낸다. 그러나 일정 이송속도나 MRR을 일정하게 하는 경우는 곡률이 큰 부분에서는 큰 현오차를 나타내게 됨을 보인다. 일정 MRR의 경우 윤곽오차(contouring error)는 Fig. 11과 같이 곡률이 큰 곳을 제외하고는 모두 곡선을 잘 추종하고 있음을 보이며, 특히 큰 곡률부분에서의 정밀도 저하를 관찰할 수 있다.

Fig. 12는 MRR을 나타내는데, MRR을 고려한 적응 보간기는 거의 일정한 값을 나타내지만 현오차를 고려한 보간기는 MRR의 변화가 아주 큰 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 절삭력의 변동으로 NURBS표면 가공의 정밀도를 저하시키며, 절삭공구에 과부하를 주어서 공구의 조기 파손이나 치핑을 유발하게 된다. 이러한 점은 매개변수형 보간기의 설계에 있어서 고려하여야 할 중요한 요소중의 하나이며, 왜 MRR 일정형 보간기의 필요성에 대한 근거가 된다.

MRR 일정형 보간기의 경우 곡률의 변화가 매우 큰 특정부

분에서의 현오차가 제어되지 못한다는 점을 제외하고는 현오차를 고려한 보간기와 비슷한 성능을 나타내며, 특히 일정 MRR을 유지할 수 있는 장점을 보이고 있다. 그러나 고속가공에서는 매 주기마다 공구의 좌표위치 및 속도를 계산하여야 하기 때문에 각 보간기의 컴퓨터 CPU시간은 매우 중요한 부분 중의 하나이다. Fig. 13은 각각의 보간기 연산에 필요한 CPU시간을 나타낸 것으로 현오차를 고려한 NURBS 보간기는 선형 보간기보다 계산시간은 두배이상 걸린다. 또한 MRR을 일정하게 하는 경우도 현오차를 고려한 경우와 비슷한 시간을 나타내고 있으며, 통상 CNC장치의 샘플링 속도가 보통 4-10ms인 것을 고려하면 문제는 없다. 그러나 MRR을 고려한 보간기의 단점인 현오차를 제어하지 못하는 부분을 보완하기 위하여 현오차 및 MRR을 동시에 고려하는 하이브리드형 보간기에서는 연산시간이 4 ms정도를 나타내기 때문에 보다 빠른 CPU의 제어장치를 필요하게 됨을 알 수 있다.

6. 결론

본 연구에서는 기존에 개발된 일정 이송속도 보간기와 현 오차를 고려한 보간기를 보완하는 일정 소재 제거율을 고려한 보간기 알고리즘을 제안하고 각각의 장·단점을 시뮬레이션을 통하여 고찰하였다. MRR을 고려한 보간기는 계산 속도와 현오차에서 상기 두 보간기에 비하여 약간 불리한 점이 있으나 일정한 소재 제거율로 보간이 가능하다. 이것은 절삭성과 생산능률에 있어서 큰 장점이 될 수 있다. 즉, 반복되는 가감속을 피할 수 있기 때문에 가공면의 표면이 정밀해지며, 동시에 가공시간을 단축할 수가 있다. 동시에 절삭가공 공구 및 공작기계를 보호하고 효율적으로 사용할 수 있게 하기 때문에 중요한 장점이 된다. 다만 현오차 특성이 떨어지는 것은 일정 소재 제거율 보간 알고리즘을 현오차를 고려한 보간기와 hybrid화 함에 의해 보완이 가능하다. 그러나 이 경우, 계산시간에 있어서 제약을 받게 되는데 이러한 문제는 보다 빠른 CPU의 개발로 충분히 해결이 될 수 있을 것으로 보인다.

후 기

이 논문은 2000년도 영남대학교 학술연구조성비 지원과 과학기술부 한국과학재단지정 창원대학교 공작기계기술연구소의 일부 지원에 의하여 연구되었음.

참 고 문 헌

- (1) Cheng, M. Y., Tsai, M. C. and Kuo, J. C., 2002, "Real-Time NURBS Command Generators for CNC Servo Controllers", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 42, pp. 801~803.
- (2) Yeh, S. S. and Hsu, P. L., 1999, "The Speed Controlled Interpolator for Machining Parametric Curves", *Computer-Aided Design*, Vol. 31, pp. 349~357.
- (3) Shpitalni, M., Koren, Y. and Lo, C. C., 1994, "Real-Time Curve Interpolator", *Computer-Aided Design*, Vol. 26, No. 11, pp. 832~838.
- (4) Yang, D. C. H. and Kong, T., 1994, "Parametric Interpolator versus Linear Interpolator for Precision CNC Machining", *Computer-Aided Design*, Vol. 26, No. 3, pp. 225~234.
- (5) Huang, J. T. and Yang, D. C. H., 1992, "A Generalized Interpolator for Command Generation of Parametric Curves in Computer-Controlled Machines",

Japan/USA Symposium on Flexible Automation Vol. 1, pp. 393~399.

- (6) Chou, J. J. and Yang, D. C. H., 1991, "Command Generation for Three Axis CNC Machining", *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 113, pp. 305~310.
- (7) Farouki, R. T., Manni, C. and Sestini, A., 2001, "Real-Time Interpolators for Bezier Conics", *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 18, pp. 639~655.
- (8) Lartigue, C., Thiebaut, F. and Maekawa, T., 2001, "CNC Tool Path in Terms of B-Spline Curves", *Computer-Aided Design*, Vol. 33, pp. 307~319.
- (9) Bahr, B., Xiao, X. and Krishnan, K., 2001, "A Real Time Scheme of Cubic Parametric Curve Interpolations for CNC Systems", *Computers in Industry*, Vol. 45, pp. 309~317.
- (10) Farouki, R., Manjunathaiah, J. and Yuan, G. F., 1999, "G Code for The Specification of Pythagorean-Hodograph Tool Paths and Associated Federate Functions on Open-Architecture CNC Machines", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 39, pp. 123~142.
- (11) Piegl, L. and Tiller, W., 1997, *The NURBS Book*, Springer, Berlin.
- (12) Kim, M. J, Song, J. I., Kwon, D. S., 2000, "NURBS Interpolation Algorithm for CNC Machining with High Speed and High Precision," *Journal of KSPE*, Vol. 17, No. 1, pp. 192~197.
- (13) Hong, W. P., Yang, M. Y., 2000, "NURBS Interpolation Algorithm for CNC Machines," *Journal of KSPE*, Vol. 17, No. 12, pp. 115~120.
- (14) Krishnan, K. K., Kappen, J. and Bahr, B., 2001, "Calculation of Variable Federate and Spindle Speed for NURBS Based CNC Machining", *Transactions of NAMRI/SME*, Vol. 24, pp. 429~435.
- (15) Farouki, R. T., Manjunathaiah, J., Nicholas, D., Yuan, G. F. and Jee, S., 1998, "Variable-Feedrate CNC Interpolators for Constant Material Removal Rates Along Pythagorean-Hodograph Curves", *Computer-Aided Design*, Vol. 30, No. 8, pp. 631~640.
- (16) Farouki, R.T. and Tsai, Y.F., 2001, "Exact Taylor Series Coefficient for Variable-Feedrate CNC Curve Interpolators", *Computer-Aided Design*, Vol. 33, pp. 155~165.