

가상 대장 내시경 시스템을 위한 고속 경로 생성 알고리즘

강동구 · 이재연 · 나종범

한국과학기술원

(2002년 7월 25일 접수, 2003년 4월 1일 채택)

A Fast Flight-path Generation Algorithm for Virtual Colonoscopy System

Dong-Goo Kang, Jaeyoun Yi, Jong Beom Ra

Korea Advanced Institute of Science and Technology

(Received July 25, 2002. Accepted April 1, 2003)

요약 : 삼차원 CT 영상을 이용하여 대장 내부의 병변을 관찰하고 진단하기 위한 비침습적 검사 방법인 가상 대장 내시경을 위하여 가상 카메라의 관찰점과 관찰 방향을 제공하기 위한 적절한 경로가 필요하다. 특히, 인간의 대장은 매우 길고 복잡하므로 사용자가 직접 경로를 생성하려면 많은 시간이 걸리고, 정확한 결과를 기대하기 어렵다. 또한 경로를 자동으로 생성하는 기존의 방법들은 계산량이 많아 약 수 분에서 수 십분 이상의 수행 시간이 걸리고, 사람의 대장이 가지는 대표적인 구조인 두께가 급격히 변하거나 곡률이 큰 영역에서 적절한 중앙선을 얻기 어려우며, 끊김이 있는 부적절한 경로를 생성하고, 평활화된 경로가 대상체의 표면과 충돌할 가능성을 배제할 수 없다.

이 논문에서는 계산량이 적은 거리 지도 및 제안된 순서 지도를 이용하여 끊김이 없고 적절한 중앙선을 얻는 고속의 알고리즘을 제안한다. 순서 지도는 대상체 내부의 각 복셀에서의 가능한 경로의 방향을 나타내며 거리 지도는 대상체 내부의 각 복셀과 가장 가까운 배경 복셀까지의 거리를 나타낸다. 제안한 방법에서는 두 지도들을 이용하여 끝점에서 출발하여 시작점을 향하는 동시에 더욱 넓은 영역으로 진행하는 경로를 얻으므로, 대상체의 두께와 곡률의 크기에 관계없이 적절한 중앙선을 얻을 수 있다. 이와 함께, 경로의 충돌 가능성을 완전히 제거할 수 있는 간단한 평활화 방법을 제안한다. 알고리즘의 적절성을 검증하기 위해 사람의 대장의 특징을 가진 팬텀(phantom) 데이터를 이용하여 실험하였다. 사람의 대장 CT 데이터를 이용하여 800MHz PC에서 1분 이내에 적절한 경로를 얻었으며 이를 따라 이동하는 가상의 카메라로부터 만족할만한 가상 대장 내시경 영상을 얻을 수 있음을 보였다.

Abstract : Virtual colonoscopy is a non-invasive computerized procedure to detect polyps by examining the colon from a CT data set. To fly through the inside of colons, the extraction of a suitable flight-path is necessary to provide the viewpoint and view direction of a virtual camera. However, manual path extraction by picking points is a very time-consuming and difficult task due to the long and complex shape of colon. Also, existing automatic methods are computationally complex, and tend to generate an improper and/or discontinuous path for complicated regions. In this paper, we propose a fast flight-path generation algorithm using the distance and order maps. The order map provides all possible directions of a path. The distance map assigns the Euclidean distance value from each inside voxel to the nearest background voxel. By jointly using these two maps, we can obtain a proper centerline regardless of thickness and curvature of an object. Also, we propose a simple smoothing technique that guarantees not to collide with the surface of an object. The phantom and real colon data are used for experiments. Experimental results show that for a set of human colon data, the proposed algorithm can provide a smoothed and connected flight-path within a minute on an 800MHz PC. And it is proved that the obtained flight-path provides successive volume-rendered images satisfactory for virtual navigation.

Key words : virtual colonoscopy(가상 대장 내시경), automatic flight-path generation(자동 경로 생성), fast flight-path generation(고속 경로 생성), distance map(거리 지도), order map(순서 지도), path smoothing(경로 평활화).

서 론

통신저자 : 나종범, 대전광역시 유성구 구성동 373-1 한국과학기술원
전자전산학과

Tel. 042-869-3434, Fax. 042-869-8360

E-mail. jbra@ee.kaist.ac.kr

가상 대장 내시경(virtual colonoscopy)은 삼차원 CT(computed tomography) 영상을 이용하여 대장 내부의 병변을 관

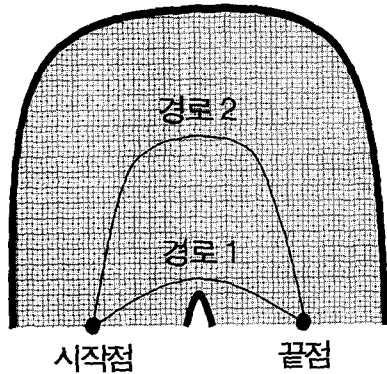


그림 1. 비슷한 누적 비용을 갖는 두 경로

Fig. 1. Two paths having a similar accumulated cost

찰하고 진단하기 위한 비침습적(noninvasive) 검사 방법으로서 초소형의 광각 렌즈를 가진 카메라를 인체 내에 삽입해야 하는 기존의 대장 내시경 검사와는 달리 환자의 거부감이나 고통을 유발하지 않고 외상 및 감염의 위험이 없으며 카메라의 자유로운 이동 및 관측이 가능하다는 장점이 있어 관심의 대상이 되고 있다 [1]. 가상 내시경 시스템에서 대장 내부를 효과적으로 관찰하기 위해서는 가상 카메라의 관찰점과 관찰 방향을 제공하기 위한 적절한 경로가 필요하다. 그런데 인간의 대장은 매우 길고 복잡한 구조를 가지기 때문에 방사선사(radiologist)가 직접 점을 찍어 경로를 설정하는 것은 많은 시간을 소모할 뿐 아니라 정확한 결과를 기대하기 어렵다 [1]. 따라서 검사하고자 하는 경로를 설정하는데 필요한 최소한의 입력인 시작점과 끝점을 이용하여 이들을 연결하는 적절한 경로를 자동으로 생성하는 알고리즘이 연구되어 왔다. 그 중 세선화(topological thinning)와 거리 매핑(distance mapping) 방법이 대표적이다. 세선화는 "onion peeling"이라고도 불리며 이진화된 대상체를 한 번에 한 겹씩 벗겨내어 최종적으로 골격(skeleton)을 경로로 얻어내는 방법이다 [2]. 이 경로는 끊어진 부분이 없고 일반적으로 대상체의 표면으로부터 멀리 위치한다. 하지만 골격에 존재하는 불필요한 잔가지들을 제거해야 하고 밴조(banjo) 모양의 대장에서 부적절한 경로를 생성하며 많은 계산량을 요구하여 수행 시간이 수 분에서 수 십분에 이른다 [3,4]. 거리 매핑 방법에서는 시작점과 끝점까지의 최단 경로를 Dijkstra 그래프 알고리즘 [5] 을 이용하여 구한다. 이 때, 모든 그래프의 꼭지점(graph vertex)에는 시작점까지의 최단 거리값을 저장한다. 이 경로는 항상 대상체의 내부에 존재하지만 중앙을 지나지 않는다. 이러한 문제를 해소하기 위해, Samara et al. [6] 은 위에서 얻은 경로의 각 점을 이 점과 같은 거리값을 가지는 꼭지점들 즉, 파면(wave front)의 무게 중심으로 대체하였으며, Zhou et al. [7] 은 대상체의 표면으로부터 가장 멀리 떨어진 점으로 대체하였다. 하지만 이 방법들은 파면이 대상 대상체의 골격과 수직인 경우에만 유효하기 때문에 두께가 급격히 변화하거나 곡률이 큰 영역에서 경로가 대상체의 가장자리를 지날 수 있으며, 최종 경로를 이

루는 점들 간에 불연속적인 끊김이 발생하는 문제가 지적되었다 [3]. 한편, Wan et al. [8] 은 각 꼭지점에서 대상체 표면까지의 최단 거리의 역수를 비용(cost)으로 부여하여 그래프를 생성하고 Dijkstra 알고리즘을 이용하여 누적 비용을 최소로 하는 최적의 경로를 구하였다. 하지만 그림 1은 대상체의 곡률이 큰 부분에서 서로 다른 두 경로가 비슷한 누적 비용을 가질 수 있음을 보여준다. 경로 1은 총 복셀 수가 적고 복셀 당 비용이 큰 반면 경로 2는 총 복셀 수는 많은 반면 복셀 당 비용이 작을 수 있기 때문이다. 따라서 누적 비용이 최소인 경로가 반드시 중앙선(centerline)을 의미하지는 않는다. 또한 Dijkstra 최단 경로 알고리즘을 구현하기 위해 사용되는 동적 프로그래밍(dynamic programming) 방법에서는 대상체 내부의 모든 복셀에 대하여 현재의 큐(queue)에 들어있는 값들 중 최소의 값의 위치를 찾아내야 하므로 경로 생성을 위해 약 수 분 이상의 수행 시간이 걸리는 것으로 보고되었다 [8]. 한편, 경로를 따라 이동하는 카메라의 흔들림을 줄이기 위해 얻어진 경로를 부드럽게 하는 평활화 과정이 필수적이다. Bitter et al. [3] 은 경로를 구성하는 점들 중 일정한 개수의 제어점(control point)을 선택하고 이를 스플라인(spline)을 이용하여 보간하였다. 이 때, 대상체의 두께에 따라 제어점의 개수를 달리하였는데, 두꺼운 영역에서는 제어점을 적게 선택하여 두꺼운 영역의 경로는 더욱 부드럽게하고, 얇은 영역에서는 제어점을 많이 두어 경로가 대상체의 표면과의 충돌을 줄이고자 한 것이다. 하지만 사람의 대장과 같이 두께가 급격히 변하는 부분에서는 그 두께를 정확히 측정하기 어려워 평활화 과정에서 경로의 충돌 가능성을 완전히 제거하지 못한다. 요약하면, 기존의 방법들은 계산량이 많아 수행 시간이 약 수 분에서 수 십분에 이르며, 생성된 경로에 끊김이 있거나 사람의 대장과 같이 곡률이 크거나 두께가 급격히 변하는 대상체의 중심선을 얻기 어렵다. 이 논문에서는 적은 계산량으로 얻을 수 있는 거리 지도와 순서 지도를 이용하여 연속성이 보장되어 끊김이 없고 대상체로부터 멀리 떨어진 적절한 이동 경로를 생성하는 알고리즘을 제안한다. 이와 함께, 평활화 과정에서 경로의 충돌 가능성을 완전히 제거할 수 있는 간단한 방법을 제안한다. 마지막으로, 제안한 알고리즘을 적용할 때 적은 계산량으로 곡률이 크거나 두께의 변화가 심한 영역에서도 적절한 경로를 얻을 수 있음을 모의 실험을 통하여 보였다.

제안한 알고리즘

먼저, 시작점으로부터 끝점 방향으로 연속적으로 이동하는 대상체 내부에 접하는 가장 큰 구의 중심 궤적을 구하려는 이동 경로로 정의하고, 이를 생성하는 고속의 알고리즘을 제안한다. 사용자에게 의해 주어지는 시작점과 끝점을 이용하여 가상 카메라에 적합한 경로를 자동으로 생성하는 알고리즘을 제안한다. 그림 2는 제안한 방법의 흐름을 보여준다. 순서 지도는 대상체 내부 임의의 위치에서의 경로의 방향을 나타내고 끊어짐이 없는 경로를 보장하기 위해 사용되며, 거리 지도는 임의의

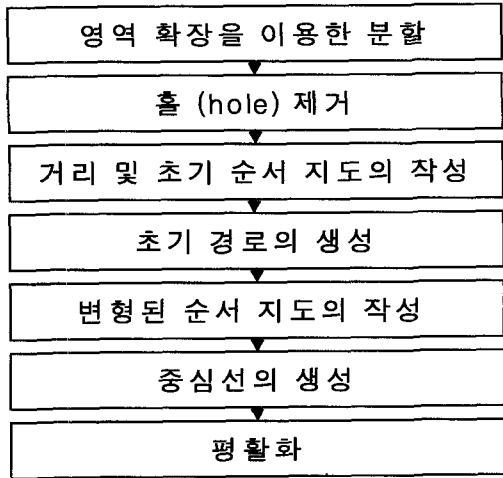


그림 2. 제안한 알고리즘의 순서도
Fig. 2. Flowchart of the proposed algorithm

위치에서 대상체 표면까지의 최단 거리를 나타내고 표면으로부터 멀리 떨어진 경로를 얻기 위해 사용된다. 또한 평활화 후 최종 경로와 대상체의 표면의 충돌이 없도록 보장할 수 있는 최소의 제어점 추출 방법을 제안한다.

1. 대장의 분할

가상 대장 내시경에서 대상체는 대장의 내부를 의미한다. 전체 볼륨을 대상체 영역과 배경 영역으로 분할한다. CT 영상에서 대장내부의 화소 밝기값은 다른 영역에 비해 매우 작은 값을 가지므로 대장 내부의 한 점을 씨앗점(seed)으로 하는 영

역 확장(region growing) 방법을 이용한다 [1]. 그러나 대장 내부에 이물질이 존재하는 경우 분할 결과인 대상체 내부에 홀(hole)이 나타날 수 있으며 이를 제거하기 위해 배경 영역의 한 점을 씨앗점으로 하여 영역 확장한 다음 이 영역을 제외한 부분을 최종 대장 분할 결과로 한다.

2. 거리 및 초기 순서 지도의 작성

대상체 내부의 각 점에서 표면까지의 최단 거리를 표현하는 삼차원 거리 지도를 작성한다. 3-4-5 chamfer mask를 사용하는 거리 변환(distance transformation)을 이용하여 거리 지도를 구할 수 있다 [9]. 이 방법은 전체 볼륨을 네번 스캔하면서 간단한 정수 연산만을 이용해 근사화된 유클리드(Euclidean) 거리 지도를 구할 수 있다. 또한 초기 순서 지도는 대상체 내부의 각 점에서의 순서값을 나타내며, 시작점의 순서값은 1이며 이웃하는 26개의 점 중 순서값이 할당되지 않은 점에 현재 순서값보다 1이 큰 값을 할당한다. 따라서 대상체 내부의 각 점에서 시작점까지 연결된 최소의 복셀 수를 표현하는 초기 순서 지도를 얻을 수 있다. 그림 3(a), (b)는 각각 특정 이차원 구조에서의 거리 지도와 초기 순서 지도를 나타낸다.

3. 초기 경로의 생성

얻어진 거리 및 초기 순서 지도를 이용하여 끝점에서 시작점을 향해 역추적하여 초기 경로를 얻는다(그림 3 참조). 주변 26개의 이웃 중 현재의 순서값보다 작은 점이 반드시 하나 이상 존재하므로 이 중 거리값이 가장 큰 점을 경로의 다음 지점으로 정한다. 따라서 반드시 시작점에 도달할 수 있으며 끝

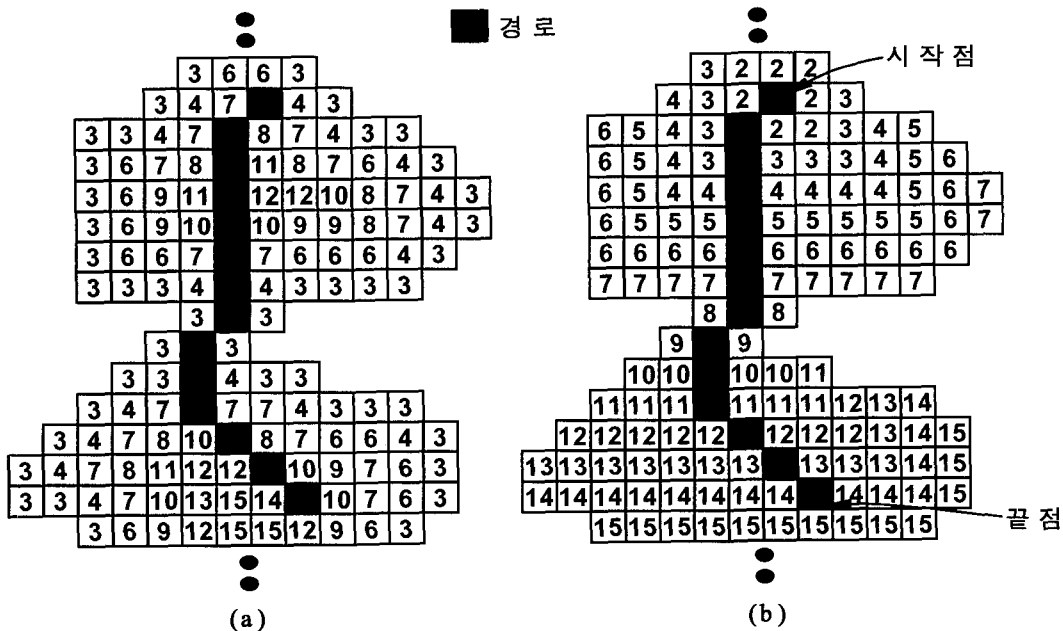


그림 3. 거리 지도와 초기 순서 지도를 이용한 초기 경로의 생성. (a) 거리 지도, (b) 초기 순서 지도
Fig. 3. Initial path generation using the distance and initial order maps; (a) the distance map, and (b) initial order map

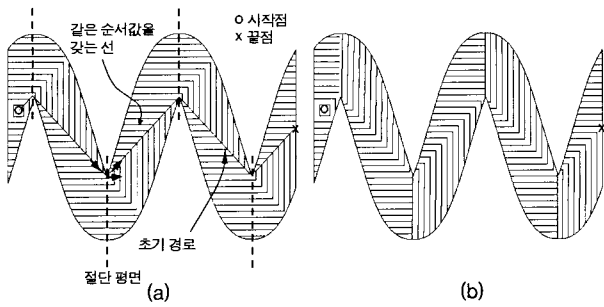


그림 4. 초기 경로를 이용한 변형된 순서 지도의 작성. (a) 초기 순서 지도, (b) 변형된 순서 지도

Fig. 4. Modified order map using the initial path: (a) initial order map, and (b) modified order map

깊이 없고 볼륨의 표면으로부터 멀리 떨어진 경로를 얻을 수 있다.

4. 변형된 순서 지도의 작성

언어진 초기 경로는 대상체가 큰 곡률을 갖는 영역에서 중심을 지나지 못하는데 그 이유는 같은 순서값을 갖는 면의 진행 방향과 대상체 골격의 방향이 크게 다르기 때문이다(그림 4(a) 참조). 따라서 대상체 골격의 방향 정보를 가지고 있는 초기 경로를 서로 다른 직선의 조합으로 근사화한 후 인접 직

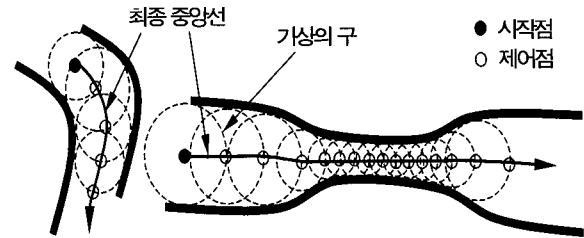


그림 5. 가상의 구를 이용한 제어점 추출

Fig. 5. Extraction of control points using virtual spheres

선의 방향 벡터의 합 벡터를 법선 벡터로 하는 평면으로 대상체를 잘라 비슷한 곡률을 갖는 여러 개의 볼륨 조각으로 나눈다. 이 때, 초기 경로를 직선의 조합으로 근사화 하기 위해 Lee [1]의 방법을 사용한다. 따라서 각 볼륨 조각은 큰 곡률을 가지지 않는다. 변형된 순서 지도를 얻기 위해 각 볼륨 조각에 대하여 이웃하는 26개 복셀에 현재 순서값보다 1이 큰 값을 할당한다. 시작점을 포함하는 볼륨 조각의 초기점을 시작점으로 정하고 순서값 1을 할당하며, 나머지 볼륨 조각의 초기점은 경로 방향의 첫 절단 평면 위의 모든 점으로 정하고 이전의

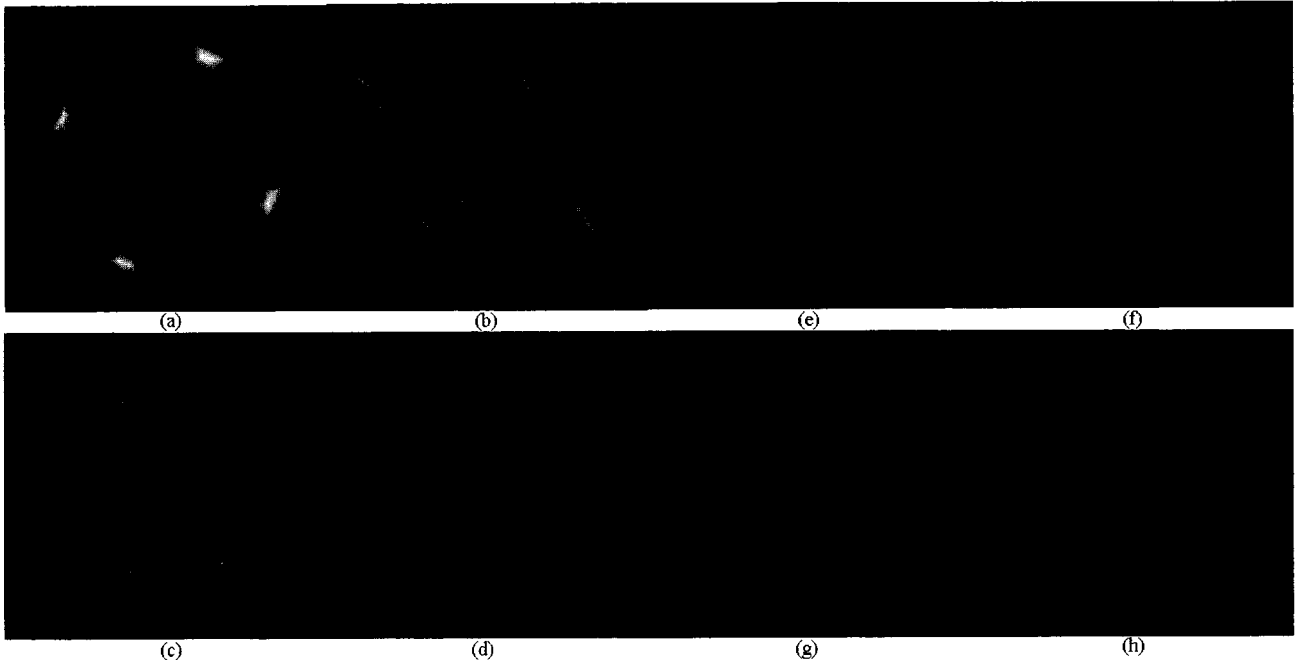


그림 6. 팬텀 데이터에 제안한 방법을 적용한 결과들. 첫번째와 세번째 열은 두 개의 두께가 다른 도넛 모양의 관을 반복하여 생성한 팬텀을 이용한 결과를 나타내고 두번째와 네번째 열은 정현파 모양의 곡률이 크고 지름이 일정한 튜브 형태를 가진 팬텀을 이용한 결과를 나타낸다. (a)와 (b) 거리 지도, (c)와 (d) 예측된 중앙선, (e)와 (f) B-spline을 위해 선택된 제어점, (g)와 (h) 최종 카메라의 이동 경로

Fig. 6. Results from the two phantom data by using the proposed algorithm. The first column shows the result from a donut-like phantom with varying thickness, and the second column shows the result from a sine-shaped phantom with a high curvature. (a) and (b) Distance maps, (c) and (d) estimated centerlines, (e) and (f) selected control points for B-spline, (g) and (h) final flight-paths for virtual camera for each phantom, respectively

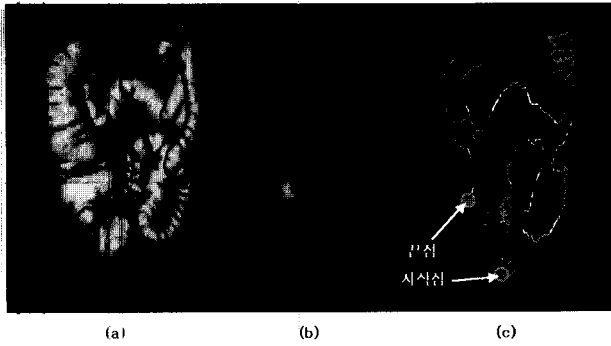


그림 7. 대장 CT 영상을 이용한 결과들. (a) 대장 분할 결과, (b) 거리 지도, (c) 최종 카메라의 이동 경로
Fig. 7. Results from a human colon CT data set. (a) Segmentation result, (b) distance map, and (c) the final flight-path for the virtual camera

최대 순서값보다 1이 큰 값을 할당한다.

5. 최종 중앙선의 생성

거리 지도와 변형된 순서 지도를 이용하여 끝점에서부터 역추적하여 최종 중앙선을 생성한다. 주변 26개의 이웃 중 현재의 순서값과 같거나 작은 값을 가지는 점이 반드시 존재하므로. 이 중 거리값이 가장 큰 점을 다음 점으로 선택한다. 또한 서로 같은 거리값을 갖는 경우 순서값이 작은 점을 택하며, 이전에 검사되었던 점이 다음 점으로 선택될 경우 현재의 순서값보다 작은 점들만을 대상으로 다시 선택함으로써 경로의 진동을 막는다.

6. 평활화

최종 중앙선을 평활화하기 위해 가상의 구를 이용하여 최소한의 제어점을 추출한다(그림 5 참조). 이전에 선택된 제어점을 중심으로 하고 대상체의 표면에 접하는 구와 중앙선의 교점을 다음 제어점으로 결정한다. 이 때 대상체에 접하는 구의 반지름은 그 점에서 표면까지의 최단 거리를 의미하므로 이미 구한 거리 지도를 그대로 이용할 수 있다. 제어점을 잇는 보간된 점들은 반드시 구 안에 존재하며 이 구는 반드시 대상체의 내부에 존재하므로 평활화된 경로가 볼륨의 벽과 충돌할 수 없다. 또한 대상체가 두꺼울수록 선택된 제어점의 개수가 작아져 카메라의 흔들림을 최소화할 수 있다.

실험 결과

실험을 위해 두 개의 3D 팬텀(phantom) 데이터와 512×512×139 트리의 대장 CT 영상을 사용하였다. 특히, 팬텀 데이터는 실제 대장의 구조와 같이 대상체의 두께가 급격히 변하는 경우와 곡률이 큰 경우를 모두 모의 실험할 수 있도록 고안되었다. 실험은 AMD 800MHz CPU를 가진 PC에서 수행되었으며 슬라이스 영상을 이용하여 임의의 두 점을 입력할 수 있도록 하였다. 그림 6(a), (b)는 3-4-5 chamfer mask를

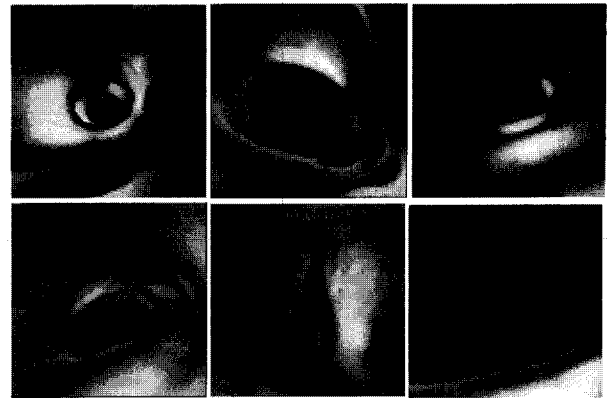


그림 8. 제안한 방법에 의해 생성된 경로를 이용한 내시경 영상들
Fig. 8. Virtual endoscopy images using the obtained flight-path by the proposed algorithm

사용하여 얻은 두 팬텀 데이터의 거리 지도를 MIP(maximum intensity projection)를 이용해 나타낸 것이다. 이 때 사용 mask의 종류에 따라 거리 지도는 약간 다르게 나타날 수 있다. 그림 6(c), (d)는 제안한 방법에 의해 생성된 최종 중앙선을 볼륨 렌더링(volume rendering)한 결과를 보여준다. 그림 6(e), (f)는 평활화 과정에 의해 선택된 제어점의 분포를 나타내며 그림 7(g), (h)는 이들을 보간하여 얻은 최종 경로를 나타낸다. 그림 7(a), (b), (c)는 각각 대장 CT 데이터의 분할 결과, 거리 지도 및 평활화된 최종 경로를 보여준다. 위의 실험 환경에서 대장 데이터의 최종 경로를 얻는데 약 1분이 소요되었으며 대장의 분할 및 거리 지도를 작성하는 시간을 제외할 때 약 10초의 시간이 소요되었다. 그림 8은 120도의 광각을 가진 카메라가 그림 7(c)의 경로를 이동하면서 얻은 가상 내시경 영상을 보여준다.

고 찰

그림 6(c), (d)의 결과로부터 제안한 방법이 실제 대장에서 주로 나타나는 구조인 곡률이나 두께의 변화가 큰 곳에서 끊어짐이나 흔들림이 없는 정확한 중앙선을 생성함을 확인하였다. 생성된 경로에 끊어짐이나 흔들림이 없다면 가상 카메라의 연속적이며 자연스러운 이동이 가능하므로 제안한 방법에 의한 중앙선의 결과는 가상 내시경에 적합하다. 특히 6(c), (d)의 중앙선이 6(a), (b)의 최대 거리값의 위치를 지나가는 것을 볼 수 있는데 이는 제안한 방법이 대상체의 표면으로부터 최대한 떨어져 있어 대상체 내부의 보다 넓은 영역을 검사할 수 있으며 또한, 그림 1에 나타난 기존의 문제를 가지지 않는다는 것을 의미한다. 이는 그림 8의 결과에 의해 다시 확인된다. 그림 6(e), (f)의 결과로부터, 제안한 평활화 과정에서 대상체가 얇은 경우에는 많은 제어점이 선택됨으로써 과평활화에 의해 경로가 대상체의 표면에 충돌하거나 관통하는 것을 막을 수 있으며, 대상체가 두꺼운 경우에는 상대적으로 적은 수의 제어점

을 선택함으로써 더욱 부드러운 경로를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 특히 경험적 사실에 의존하는 기존의 평활화 방법([3])에 비해 제안한 방법은 어떠한 경험적인 사실도 이용하지 않았다. 한편, 자동 경로 생성 알고리즘 중 비교적 빠른 방법으로 알려져 있는 거리 매핑 알고리즘의 경우, Dijkstra 최단 경로 알고리즘을 구현하기 위해 사용되는 동적 프로그래밍(dynamic programming) 방법에서는 대상체 내부의 모든 복셀에 대하여 현재의 큐(queue)에 들어있는 값들 중 최소값의 위치를 찾아내는 연산이 필요하므로 경로 생성을 위해 약 수 분 이상의 수행 시간이 걸리는 것으로 보고되었다. 반면, 제안한 방법의 계산량의 대부분을 차지하는 순서 지도를 작성하기 위해 대상체 내부의 모든 복셀에 대하여 약 두 번의 증가(increment)연산을 수행하므로 거리 매핑 알고리즘 보다 적은 계산량을 필요로 한다. 특히, 사용자가 같은 데이터에서 서로 다른 경로를 설정하여 검사하고자 하는 경우에는 대장의 분할 및 거리 지도 작성을 한 번만 수행하므로 이를 전처리 과정으로 간주할 수 있다. 기존 방법 [1-4, 6-8] 의 수행 시간이 대략 수 분에서 수 시간인 것을 고려할 때 제안한 방법을 사용하면 전처리 과정을 제외할 때 10초 내외의 수행 시간이 필요하며 전처리 과정을 포함하더라도 1분 이내에 최종 결과를 얻을 수 있으므로 이는 짧은 시간에 많은 데이터를 거의 실시간으로 검사할 수 있음을 의미한다.

결 론

이 논문에서는 사용자에게 의해 주어지는 시작점과 끝점을 이용하여 가상 카메라의 이동에 적합한 경로를 자동으로 생성하는 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘은 거리 지도와 순서 지도를 이용하여 역추적하는 과정을 통해 기존의 방법의 부정확성 및 계산량의 부담을 해소하여 적은 계산량으로 끊어짐이 없고 대상체의 표면으로부터 멀리 위치하는 중앙선을 얻을 수 있다. 또한 얻어진 중앙선을 대상체의 두께에 적응적으로 평활화하여 최종 경로가 표면과 충돌하지 않도록 보장한다. 알고리즘의 효율성을 검증하기 위해 팬텀 데이터와 사람의 대장 CT 데이터를 실험에 사용하였으며, 그 결과 제안한 방법에 의해 생성된 경로를 이용하여 적은 계산량으로 만족할만한 내시경 영상을 얻을 수 있음을 보였다.

참 고 문 헌

1. T.-Y. Lee, P.-H. Lin, C.-H. Lin, Y.-N. Sun, and X.-Z. Lin, "Interactive 3-D virtual colonoscopy system", IEEE Trans. on Information Technology in Biomedicine, Vol. 3, No. 2, pp. 139-150, June 1999
2. L. Hong, A. Kaufman, Y.-C. Wei, A. Viswambharan, M. Wax, and Z. Liang, "3D Virtual Colonoscopy", in Proc. of Symp. on Biomedical Visualization, pp. 26-32, 1995
3. I. Bitter, A. Kaufman, and M. Sato, "Penalized-distance volumetric skeleton algorithm", IEEE Trans. on Visualization and Computer Graphics, Vol. 7, No. 3, pp. 195-206, July-Sept. 2001
4. D.S. Paik, C.F. Beaulieu, R.B. Jeffery, G.D. Rubin, and S. Napel, "Automated flight path planning for virtual endoscopy", Medical Physics, Vol. 25, No. 5, pp. 629-637, May 1998
5. E.W. Dijkstra, "A note on two problems in connexion the graphs", Numerisch Mathematik, Vol. 1, pp. 269-271, 1959
6. Y. Samara, M. Fiebrich, A. Dachman, J. Kuniyoshi, K. Doi, and K. R. Hoffman, "Automated calculation of the centerline of the human colon on CT images", Academy of Radiology, Vol. 6, pp. 352-359, 1999.
7. Y. Zhou and A.W. Toga, "Efficient skeletonization of volumetric objects", IEEE Trans. Visualization and Computer Graphics, Vol. 5, No. 3, pp. 196-209, July-Sept. 1999
8. M. Wan, F. Dachille, and A. Kaufman, "Distance-field based skeletons for virtual navigation", in Proc. of Visualization, pp. 239-245, San Diego, CA, Oct. 2001.
9. G. Borgefors, "Distance transformations in digital images", Computer Vision, Graphics and Image Processing, Vol. 34, pp. 344-371, 1986