

B-스플라인 곡면기법을 이용한 압출금형 곡면의 표현방법에 관한 연구

유동진* · 임종훈**

(2003년 3월 6일 접수)

Investigation on the Description Method of Extrusion Die Surface using B-Spline Surface Scheme

D. J. Yoo and J. H. Im

Abstract

To construct the extrusion die surface, a B-Spline surface scheme based on the cubic B Spline curve interpolation method is proposed in the present work. The inlet and outlet profiles are described with B-Spline curves by using the centripetal method for uniform parameterization. The interior control points of surface are generated using the derivative characteristics of B-Spline curve. A complete B Spline surface is constructed by using appropriate coordinate transformation and knot deletion. In the present study, a quantitative measure for the control of surface is suggested by introducing the tangential vector and inclination angles at the inlet and outlet sections. To verify the validity of the proposed method, automatic surface generation is carried out for the various types of extrusion die surface.

Key Words : B-Spline Surface, Knot Vectors, Tangential Vectors, Extrusion Die Surface

1. 서론

주요 금속성형 방법의 하나인 압출 공정의 성공적인 수행을 위해서는 윤활제, 금형재료, 생산성 및 원가, 제품의 형상, 소재의 종류, 사용되는 프레스의 종류 및 용량 등 다양한 공정 변수를 총체적으로 검토해야 한다. 여러 압출 공정에서도 특히 윤활제에 의한 합금강, 복합재료, 고강도강의 냉간 압출 방법은 최종 제품의 치수 정

확도, 표면 상태의 양호, 기계적 성질의 우수성 등 여러 장점 때문에 자동차 산업, 항공기 산업, 군수 산업 등의 발달과 더불어 널리 사용되게 되었다. 1970년대 중반부터 급속히 보급된 CAD(Computer Aided Design), CAE(Computer Aided Engineering), CAM(Computer Aided Manufacturing) 분야의 연구 결과와 접목되면서 냉간 압출 기술은 큰 전환기를 맞이하게 되는데 연구의 주안점은 최적의 금형 형상을 찾고자 하는 것으로 다각

* 대전대학교 컴퓨터응용기계설계학과

** 대전대학교 기계설계공학과 대학원

적인 시도가 이루어져 왔다. Nagpal과 Altan^(1~2)은 원형 소재로부터 타원형 및 정다각형 제품을 압출하기 위한 최적의 금형 형상을 구하기 위하여 삼차 다항식을 기본으로 한 이중유선함수(dual stream function)를 제안하고 동적가공 속도장을 유도하여 상계해를 구하였다.

Yang과 Lee⁽³⁾는 축방향 속도가 단면내에서 일정하다는 가정하에 등각사상(conformal mapping)을 이용하여 일반적인 형상의 단면 형체를 생산하기 위한 압출 공정에 대한 상계해를 구하였다. Gunasekera^(4~5)등은 Nagpal과 Altan^(1~2)이 사용하였던 면적사상(area mapping) 기법을 Stoke's 이론을 사용하여 길이사상(line mapping) 기법으로 전환하여 일반적인 형상의 단면 형체를 압출하기 위한 금형 곡면을 자동 생성하는 CAD 프로그램을 개발하였는데, 직선금형(straight die), 곡선금형(curved die) 등 다양한 형태의 금형 생성이 가능하도록 편의성까지 고려하였다. Kiuchi⁽⁶⁾는 3차원 비축대칭 압출 또는 인발 공정에 대하여 축방향 속도가 임의의 단면에서 일정하다는 가정하에 소성변형 영역을 몇 개의 영역으로 분할한 후 직선 금형에 대하여 일반화된 3차원 속도장을 제안하였다. Yang과 Han⁽⁷⁾등은 임의의 단면 형상에 대한 압출 공정을 해석하기 위하여 입구 및 출구 형상을 푸리에(Fourier)함수로 표현하고, 이 두 단면곡선을 혼합(blending)하여 금형 곡면과 속도장을 생성한 후 상계해를 구하였다. Celik과 Chitkara^(8~10)는 비축대칭 단면형상의 제품을 압출하기 위한 금형 곡면을 베지에(Bezier) 형태의 곡면으로 표현하고 속도장을 유도한 후 상계해를 구하였다. 지금까지의 연구 결과를 살펴보면 결국 최적의 금형 곡면 형상을 찾고자 하는 것인데 특히 냉간압출에 필수적인 곡선다이(curved die)의 경우 금형 곡면 자체에 관한 수식적인 표현에 관해서는 그 연구가 제한적으로 이루어져왔다.

본 연구에서는 지금까지 금형 곡면 표현을 위하여 사용되었던 다항식 곡면, 베지에 곡면등을 포함하며 다각형, 타원형, 원형등의 단면 형상을 일관된 방법으로 나타낼 수 있고 CAD 분야에서 최근에 널리 사용되고 있는 B-스플라인 곡선 및 곡면 기법을 이용하여 압출 금형 곡면을 자동 생성하는 방법을 제안하고자 한다.

다양한 형태의 금형 형상을 B-스플라인 곡면이라는 한 형식의 곡면 방정식으로 표현함으로써 다른 CAD 시스템이나 CAE, CAM 시스템과의 변환을 용이하게 하여 성형 해석 기술자나 금형 설계 기술자로 하여금 유한 요소 데이터나 NC 데이터의 작성을 효율적으로 하게끔 하고자 하는 것이다. 아울러 입·출구 축의 접선벡터 및 경사각을 사용자가 입력해야 할 변수화 함으로써 곡면형상

을 정량적으로 표현하고 관리할 수 있는 수단을 제공함으로써 최적의 금형 형상에 체계적으로 접근하기 위한 기본적인 방법을 제시하고자 한다.

2. B-Spline 곡선 및 곡면의 수식적 표현

본 연구에서는 압출 금형 곡면의 생성을 위하여 입구 형상과 출구 형상을 B Spline 곡면으로 정의한 후, 이 두 단면 곡선을 금형 길이 방향으로 보간함으로써 금형 곡면을 B-Spline 곡면화하는 방법을 제안하였다. 본 연구에서 기본적으로 사용한 B-Spline 곡선식은 다음과 같이 표시된다.⁽¹¹⁾

$$C(u) = \sum_0^n N_{i,p}(u) P_i \quad (1)$$

여기서,

P_i : 곡선을 구성하는 조정점의 좌표

$N_{i,p}(u)$: B-Spline 블렌딩 함수

n : 조정점의 수 - 1

p : 곡선의 차수 (degree)

B-스플라인 블렌딩 함수 $N_{i,p}(u)$ 는 knot vector U 에 대하여 다음과 같은 재귀 함수로 정의된다.

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & \text{if } u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2a)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (2b)$$

여기서 u_i 는 knot vector의 요소로서 다음과 같은 knot vector를 구성한다.

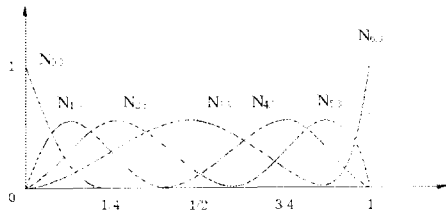
$$U = \{ \underbrace{a, \dots, a}_{p+1}, \underbrace{u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}}_{p+1}, \underbrace{b, \dots, b}_{p+1} \} \quad (3)$$

식 (3)에서 나타낸 바와 같이 knot vector의 시작과 끝 부분에 $p+1$ 개의 knot를 중첩 배치함으로써 곡선의 양 끝점과 조정점의 시작점과 끝점을 일치시키는 비수직 knot값을 사용하였다.

Fig. 1은 3차 B-Spline 곡선의 일반적인 형태를 보여주고 있는데 조정점은 7개 ($n=6$) 이고, 차수는 3이므로

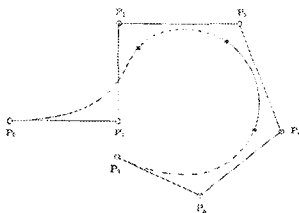
B-Spline 블렌딩 함수는 $N_{0,3}$ 부터 $N_{6,3}$ 까지 정의되며 knot vector의 개수는 총 11개로 된다.

Fig. 1(a) 에서와 같이 각 블렌딩 함수는 knot값의 일정 범위 내에서만 영향력을 갖기 때문에 곡선에 대한 국부제어(local control)가 가능하고 차수와 조정점의 개수와 무관하므로 적은 차수를 유지하면서 복잡한 형태의 곡선 생성이 용이한 점등이 기존의 피거슨 곡선 (Ferguson curve)이나 베지에 곡선 (Bezier curve)에 비하여 우수한 점이라 할 수 있다.



(a) Cubic basis functions

$$U = \{0, 0, 0, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, 1, 1, 1\}$$



(b) A cubic curve using the basis functions of (a)

Fig. 1 Typical B-Spline curve

식(1)로 표현된 B-Spline 곡선식을 두 매개변수 u, v 에 대하여 두 방향으로 확장하면 다음과 같은 B-Spline 곡면 식을 정의할 수 있다.⁽¹¹⁾

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) P_{i,j} \quad (4)$$

여기서,

$P_{i,j}$: 곡면을 구성하는 조정점의 좌표

p, q : u, v 방향의 차수

n : u 방향의 조정점의 수 -1

m : v 방향의 조정점의 수 -1

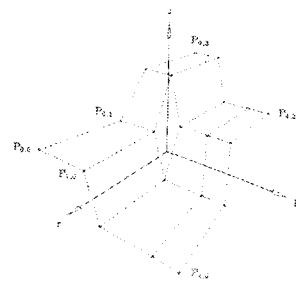
$N_{i,p}(u), N_{j,q}(v)$: u, v 방향의 B-Spline 블렌딩 함수

블렌딩 함수가 u, v 두 방향에 대하여 정의되어야 하기 때문에 knot vector도 다음과 같이 두 방향에 대하여 구성되어야 한다.

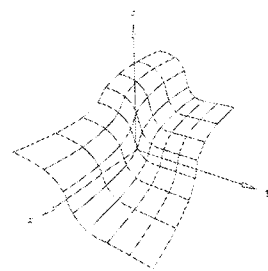
$$U = \{ a, \dots, a, u_{p+1}, \dots, u_{r-p-1}, b, \dots, b \} \\ \mu + 1 \qquad \qquad \qquad \mu - 1 \\ (r+1 \text{ knots}, \quad r = n+p+1) \quad (5a)$$

$$V = \{ c, \dots, c, v_{q+1}, \dots, v_{s-q-1}, d, \dots, d \} \\ q + 1 \qquad \qquad \qquad q - 1 \\ (s+1 \text{ knots}, \quad s = m+q+1) \quad (5b)$$

Fig. 2는 일반적인 B-Spline 곡면을 보여주고 있는데, Fig. 2(a)는 조정점들을 Fig. 2(b)는 생성된 곡면 모습을 나타낸다.



(a) The control net



(b) The surface

Fig. 2 A B-Spline surface

3. B-Spline 곡면기법을 이용한 압출 금형 곡면의 생성

본 연구에서 제안한 압출 금형 곡면의 생성 과정은 크게 세 단계로 나눌 수 있다.

첫째, 입구 형상과 출구 형상에 대하여 B-Spline 곡선을 생성한다.

둘째, 금형 길이 방향으로 주어진 접선 벡터를 이용하여 중간 조정점들을 생성한다.

셋째, 적당한 변환 과정 및 노트 제거 등을 통하여 전체곡면을 완성한다.

3.1 입구 및 출구 형상의 B-Spline 곡선 보간

Fig. 3은 원형 소재로부터 정육각형의 재물을 압축하는 경우의 단면 형상들을 보여주고 있는데 본 연구에서는 원래의 단면 형상을 충분한 정확도를 유지하면서 적절한 개수의 조정점이 생성되도록 양 끝점에서의 접선벡터 및 통과점들을 지정한 후 3차 B Spline 곡선 보간법을 이용하여 B Spline 곡선화 하였다. 이 보간 과정은 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$Q_k = C(u_k) \sum_{i=0}^{k+1} N_{i,p}(u_k) P_i \quad (0 \leq k \leq n) \quad (6)$$

여기서,

$$u_0 = 0, \quad u_n = 1, \quad u_k = u_{k-1} + \frac{\sqrt{|Q_k - Q_{k-1}|}}{d}$$

$$(1 \leq k \leq n-1)$$

$$d = \sum_{k=1}^n \sqrt{|Q_k - Q_{k-1}|}$$

Q_0 부터 Q_n 까지의 $(n+1)$ 개의 통과점이 정의되고 시작점과 끝점에서의 접선벡터 Q_0' , Q_n' 이 지정되면 통과점에서의 매개 변수 값 u_k 을 식(6)에 대입하여 P_i 에 관한 선형 연립 방정식을 얻을 수 있다.

B 스플라인 곡선의 미분 성질을 이용하면 P_1 및 P_{n+1} 을 Q_0' , Q_n' 에 대하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_1 = \frac{u_{n+1}}{P} Q_0' + P_0$$

$$P_{n+1} = P_{n+2} - \frac{1 - u_{n+1}}{P} Q_n' \quad (7)$$

식(7)을 (6)식에 대입하여 $(n+3) \times (n+3)$ 의 선형 연립 방정식의 해를 구하면 입구와 출구 형상에 대한 B Spline 곡선의 조정점들을 구할 수 있다.

3차 보간의 경우 식(6)은 다음과 같이 표현된다.

$$Q_k = C(u_k)$$

$$= N_{k,3}(u_k)P_k + N_{k+1,3}(u_k)P_{k+1}$$

$$+ N_{k+2,3}(u_k)P_{k+2}$$

$$(1 \leq k \leq n-1) \quad (8)$$

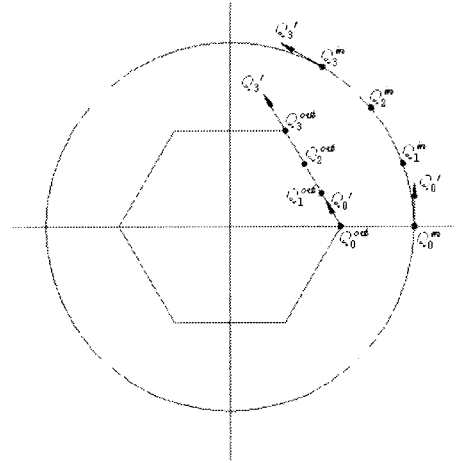


Fig. 3 Description of inlet and outlet profiles using B-Spline curve interpolation method

즉, 풀어야 할 선형 연립 방정식은 최종적으로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{pmatrix} Q_1 - a_1 b_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_{n-2} \\ Q_{n-1} - C_{n-1} P_{n+1} \end{pmatrix} = \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} b_1 & c_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-2} & b_{n-2} & c_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_{n-1} & b_{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_2 \\ P_3 \\ \vdots \\ P_{n-1} \\ P_n \end{pmatrix}$$

여기서

$$a_k = N_{k,3}(u_k), \quad b_k = N_{k+1,3}(u_k), \quad c_k = N_{k+2,3}(u_k)$$

$$P_1 = \frac{u_1}{3} Q_0' + P_0$$

$$P_{n+1} = P_{n+2} - \frac{1 - u_{n+1}}{3} Q_n'$$

식(9)를 수치해법으로 풀면 P_2 에서부터 P_n 까지의 조정점들의 좌표값을 구할 수 있다. 아울러 $P_0 = Q_0$, $P_{n+2} = Q_n$ 이므로 총 $(n+3)$ 개의 조정점들의 좌표가 다음의 노드벡터와 함께 B Spline 곡선을 정의하게 된다.

$$u_0 = u_1 = u_2 = u_3 = 0 \quad (10)$$

$$u_{n+3} = u_{n+4} = u_{n+5} = u_{n+6} = 1$$

$$u_{j+3} = \bar{u}_j \quad (1 \leq j \leq n-1)$$

3.2 금형 길이 방향 (v 방향)의 조정점들의 생성

본 연구에서는 Fig. 4에서 보는바와 같이 사용자가 입력한 입구와 출구에서의 접선벡터를 이용하여 중간 조정점들을 생성하는 방법을 제안하였다. 그 기본개념은 식 (7)과 같은 B-Spline 곡선의 미분 성질에서 비롯된 것으로 입구와 출구 형상에 대한 B-Spline 곡선의 조정점들이 구해지면 입력된 접선벡터의 크기 및 방향에 의하여 중간 조정점들을 결정하게 된다.

$$\begin{aligned} P_{i,0} &= P_i^{in} & P_{i,3} &= P_i^{out} \\ P_{i,1} &= \frac{1}{3}D_{0,i} + P_{i,0} \\ P_{i,2} &= P_{i,3} - \frac{1}{3}D_{1,i} \end{aligned} \quad (11)$$

따라서 v 방향의 차수도 3이며 노트벡터 V 는 다음 식으로 표현된다.

$$V = \{ 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1 \} \quad (12)$$

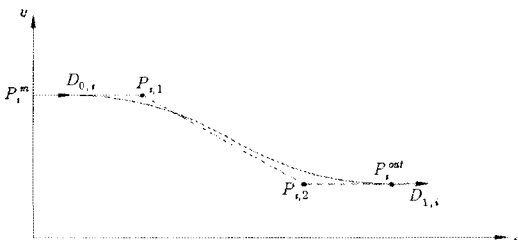


Fig. 4 Definition of v-direction control points

3.3 B-Spline 곡면의 생성

입구와 출구 형상에 따른 적당한 변환 과정 및 노트제거를 통하여 다음과 같이 B-Spline 곡면 $S(u, v)$ 를 생성한다.

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^3 N_{i,3}(u) N_{j,3}(v) P_{i,j} \quad (13)$$

식(13)에서 보는바와 같이 본 연구에서는 u, v 방향으로 똑같이 3차를 적용하였으며, v방향의 조정점수는 4개

로 제한하였다. 다양한 형태의 입구 및 출구 형상을 B-Spline 곡선으로 나타내기 위해서는 2차 이상이 필요할 것으로 판단되었으며, 계산의 효율성을 위하여 3차로 제한하였다. u방향의 조정점수는 단면형상의 복잡도에 따라 결정되어 지는 것으로 충분한 정확도는 유지하면서 필요 이상으로 생성되지 않도록 코드에러(chord error) 개념에 기초하여 통과점들을 추출하였다.⁽¹²⁾

4. 적용 예

본 연구에서 제안한 압출 금형 곡면의 자동생성 알고리즘의 효율성 및 신뢰성을 확인하기 위하여 다양한 형태의 출구 형상에 대하여 곡면을 생성해 보았다. 입구 형상은 원형으로 제한하였지만 일반적인 형상으로서의 확장도 가능하다.

Fig. 5는 원형소재에서 사각형상으로 압출하는 경우의 입구 및 출구 형상을 나타낸 것으로 입구형상의 경우 1사분면의 사분원을 생성하기 위하여 네 개의 통과점 및 양 끝점에서의 접선벡터를 정의하였으며, 출구 형상의 경우는 1사분면의 직선을 생성하기 위하여 직선상의 네 개의 통과점을 추출하였다. 1사분면의 조정점들이 구해지면 세 번 회전 변환하여 전체 조정점들을 구성하게 된다.

Fig. 6은 생성된 곡면을 보여주고 있는데 Fig. 6(a)는 직선다이(straight die)를, Fig. 6(b)는 곡선다이(curved die)를 나타낸다. 사용자가 입구 측 원의 반경, 출구 측 사각형 변의 길이, 금형 길이, 입·출구 측 접선벡터의 크기 및 경사각을 입력하면 곡면이 자동 생성된다.

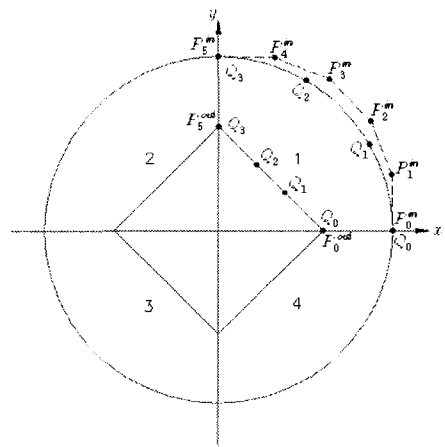
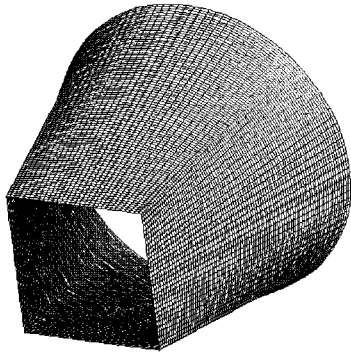
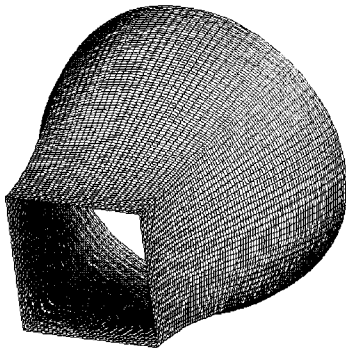


Fig. 5 Schematic diagram illustrating the procedure of B-Spline curve interpolation : From circle to rectangle



(a) Straight die



(b) Curved die

Fig. 6 Generation of extrusion die surface : From circle to rectangle

Fig. 7은 원형소재에서 육각형상으로 압출하는 경우의 입구 및 출구 형상을 나타낸 것으로 기하학적 대칭성을 이용하기 위하여 0° 에서 60° 사이의 곡선 부분을 생성한 후 다섯 번 회전 변환하여 전체 조정점들을 구하였다. Fig. 8은 생성된 곡면 모습을 보여주고 있는데 Fig. 8(a)는 직선다이를, Fig. 8(b)는 곡선다이를 나타낸다. 간단한 옵션(option) 선택에 의하여 직선다이, 곡선다이를 생성할 수 있도록 프로그램 하였으며, u, v방향의 메쉬수도 조절할 수 있도록 하였다.

생성된 메쉬는 성형해석을 위한 FEM용 입력데이터로 이용될 수 있고, B 스플라인 곡면식은 IGES 형태의 표준포맷으로 변환하여 다른 CAD 시스템이나 CAM 시스템으로의 전환도 가능하도록 하였다.

사용자가 입구 측 원의 반경, 출구 측 육각형 한변의 길이, 곡형 길이, 입·출구 측 접선벡터의 크기 및 경사각을 입력하면 곡면이 자동 생성된다.

Fig. 9는 원형 소재에서 타원 형상으로 압출하는 경우

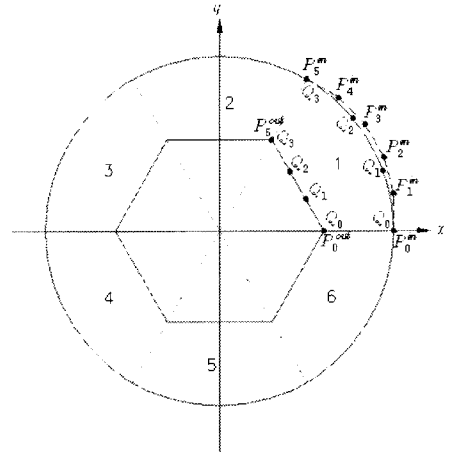
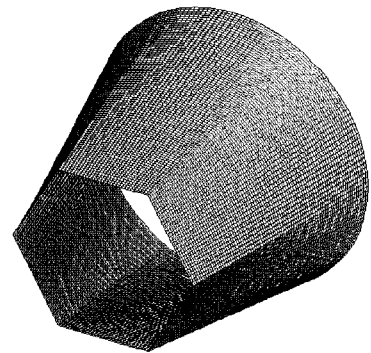
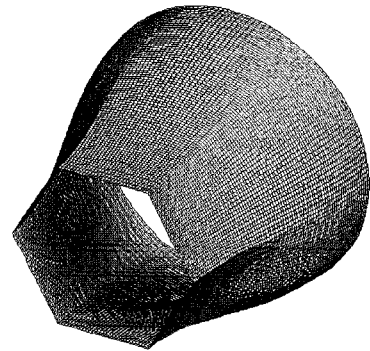


Fig. 7 Schematic diagram illustrating the procedure of B-Spline curve interpolation : From circle to hexagon



(a) Straight die



(b) Curved die

Fig. 8 Generation of extrusion die surface : From circle to hexagon

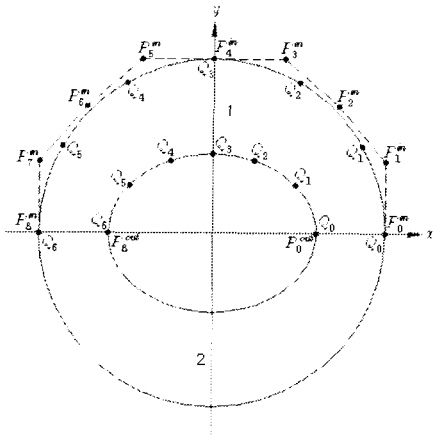
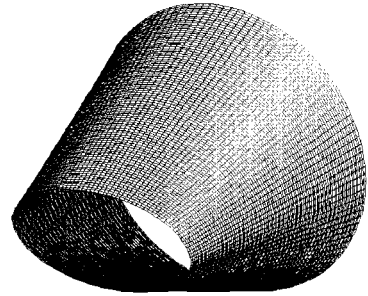
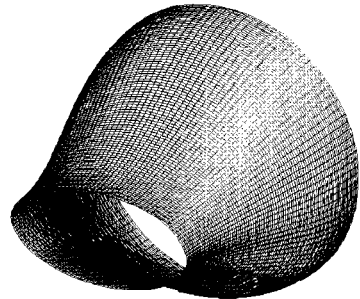


Fig. 9 Schematic diagram illustrating the procedure of B-Spline curve interpolation : From circle to ellipse

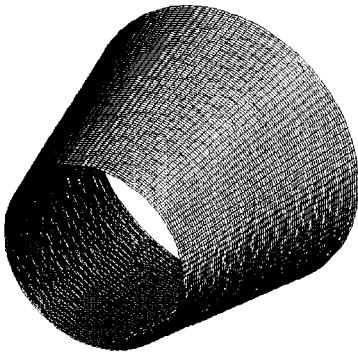


(a) Straight die

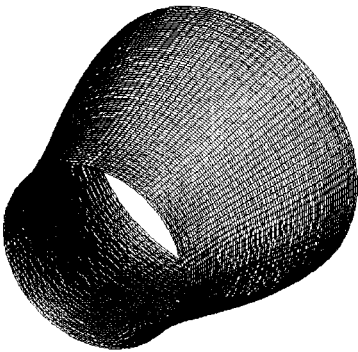


(b) Curved die

Fig. 11 Generation of extrusion die surface : From circle to ellipse



(a) Straight die



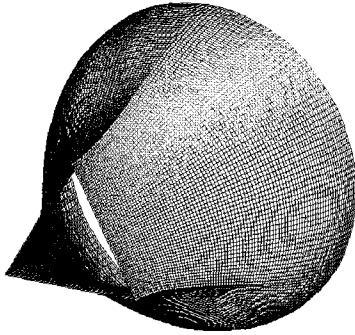
(b) Curved die

Fig. 10 Generation of extrusion die surface : From circle to circle

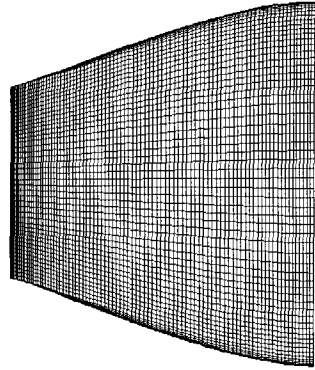
의 입구 및 출구 형상을 나타낸 것으로 0° 에서 180° 사이의 곡선 부분을 생성한 후 한번 더 회전 변환하여 전체 조정점들을 구하였다. 사용자가 입구 측의 원의 반경, 출구 측 타원의 장·단축 방향의 반경, 금형 길이, 입·출구 측 접선벡터의 크기 및 경사각을 입력하면 곡면이 자동 생성된다.

Fig. 10은 장축 반경과 단축 반경이 같은 경우로서 원형 소재에서 원형 형상으로 압출하는 경우의 금형 곡면을 보여주고 있으며, Fig. 11은 원형 소재에서 타원 형상으로 압출하는 경우의 금형 곡면을 나타내고 있다.

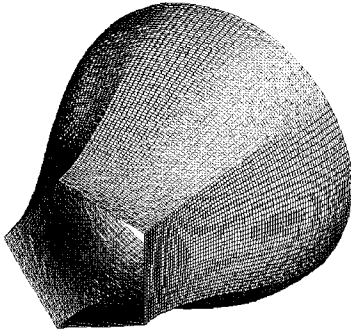
Fig. 12에서 보는바와 같이 삼각, 오각, 팔각 등의 다양한 출구 형상에 대해서도 유사한 방법으로 곡면을 생성할 수 있다. Fig. 13은 입·출구 측의 접선벡터의 크기 변화에 따라 곡면이 여러 형태로 생성되는 것을 보여주고 있는데, 이를 통하여 입구 형상에서 출구 형상으로 변화해 가는 중간의 곡면 형상에 대한 정량적인 제어가 가능함을 확인할 수 있었다.



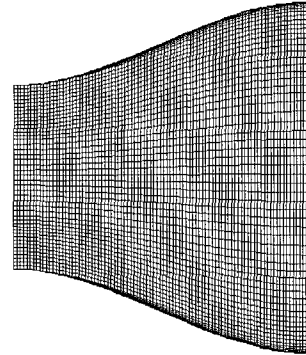
(a) From circle to triangle



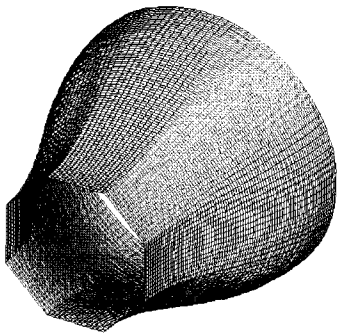
(a) Entry : 50 / Exit : 10



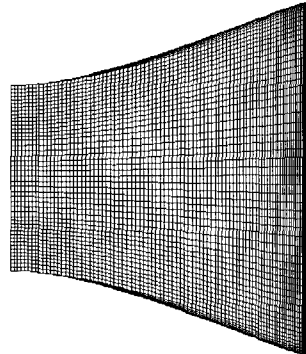
(b) From circle to pentagon



(b) Entry : 50 / Exit : 50



(c) From circle to octagon



(c) Entry : 10 / Exit : 50

Fig. 12 Various types of extrusion die surface

5. 결론

주요 소성가공법의 하나인 압출 공정의 성공적인 수행을 위하여 최적의 금형설계는 필수요건이다. 최적의 금형설계를 위해서는 다양한 공정 인자에 대하여 성형해석

Fig. 13 Effects of the magnitudes of tangential vectors on the generated die surfaces

을 하는 실제로 금형을 가공해서 성형을 해 보는 다각적이고 총체적인 반복 작업이 필요하게 된다.

성형 해석을 하는 실험을 하는 금형면의 수식적인 표현은 필수 전제 조건으로서 본 연구에서는 다양한 형태의 금형 형상을 B 스플라인 곡면이라는 한 형식의 곡면

방정식으로 표현함으로써 CAD, CAE, CAM 시스템과의 유기적 전환이 가능하게 하였다. 간단한 매개변수 입력만으로 급형 곡면을 자동 생성함으로써 성형 해석 및 급형 가공을 위한 유한요소 데이터 및 급형면 CAD 데이터를 손쉽게 얻을 수 있도록 하였다.

입·출구 축의 접선벡터 및 경사각을 주요 변수화 함으로써 입구 형상에서 출구 형상으로 변화해 가는 변이구간의 곡면 형상을 정량적으로 표현하고 관리할 수 있는 수단을 제공함으로써, 성형 해석자나 급형설계자들의 경험 및 직관에 대한 의존성을 감소시키는데 기여할 수 있을 것으로 기대되어진다.

참 고 문 헌

- (1) V.Nagpal and T.Altan, 1975, "Analysis of the Three-Dimensional Metal Forming in Extrusion of Shapes with Use of Dual Stream Functions", Proc. 3rd North American Met. Res. Conf. Pittsburgh, Pennsylvania, pp. 26~40.
- (2) V.Nagpal, 1977, "On the Solution of Three-Dimensional Metal Forming Processes", J. Eng. Ind. Trans. ASME Series B. Vol. 99, pp. 624~629.
- (3) D.Y. Yang and C.H. Lee, 1978, "Analysis of Three-Dimensional Extrusion of Section through Curved Dies by Conformal Transformation", Int. J. Mech. Sci., Vol. 20, pp. 541~552.
- (4) J.S. Gunasekera and S. Hoshino, 1980, "Analysis of Extrusion of Non-Circular Sections through Shaped Dies", Annals of CIRP, Vol. 29, pp. 141~145.
- (5) J.S. Gunasekera, H.L. Gegel, J.C. Malas and S.M. Doraiavelu, 1982, "Computer Aided Process Modeling of Hot Forging and Extrusion of Aluminum Alloys", Annals of CIRP, Vol. 31, No. 1, pp. 131~136.
- (6) M. Kiuchi, 1984, "Overall Analysis of Non-Axisymmetric Extrusion and Drawing", Proc. of 12th NAMRC, pp. 111~119.
- (7) D.Y. Yang, C.H. Han and M.U. Kim, 1986, "A generalized method for analysis of three dimensional extrusion of arbitrarily shaped sections", Int. J. Mech. Sci., Vol. 28, pp. 517~534.
- (8) K.F. Celik and N.R. Chitkara, 2000, "Application of an upper bound method to off-centric extrusion of square sections, analysis and experiments", Int. J. Mech. Sci., Vol. 42, pp. 321~345.
- (9) N.R. Chitkara and K.F. Celik, 2001, "Extrusion of non-symmetric T shaped sections, an analysis and some experiments", Int. J. Mech. Sci., Vol. 43, pp. 2961~2987.
- (10) K.F. Celik and N.R. Chitkara, 2002, "Extrusion of non-symmetric U-and I shaped sections through ruled-surface dies : numerical simulations and some experiments", Int. J. Mech. Sci., Vol. 44, pp. 217~246.
- (11) Les Piegl and Wayne Tiller, 1995, The NURBS Book, Springer.
- (12) 유동진, 윤정환, 2000, "박판 성형 해석을 위한 자동 틀 격자 생성에 관한 연구", 한국소성가공학회지, Vol. 9, No. 2, pp. 140~151.