

플렉시블 허용오차법을 이용한 예압된 금형 설계에 관한 연구

허관도* · 최 영** · 여홍태***

(2002년 9월 23일 접수)

A Study on the Design of Prestressed Die using Flexible Tolerance Method

K. D. Hur, Y. Choi and H. T. Yeo

Abstract

In the prestressed die design for cold working, many constraining conditions should be considered to insure the die safety and to improve the dimensional accuracy of products. Among the constraining conditions, yielding conditions, diameter ratios and interferences between rings are very important. In this paper, therefore, flexible tolerance method was used in order to search the optimum values of design variables. The maximum inner pressure is used as objective function in this numerical analysis. In the design process, it was also involved the safety factor to the yield strength of each ring by considering the allowable tensile or compressive hoop stress in each ring. The proposed technique has been applied to the die design of backward extrusion process, and it's analytical results have been compared with that of the conventional design method.

Key Words : Flexible Tolerance Method, Prestressed Die, Diameter Ratio, Interference

1. 서 론

일반적으로 냉간압출용 금형에 있어 큰 내압이 작용하므로 금형 인서트를 예압하여 사용한다. 이러한 금형의 보강에 관한 연구들은 Frater⁽¹⁾가 보강된 여러 가지 두꺼운 원통(thick wall cylinder)의 예를 들어 유한요소법과 Lamé의 식을 비교 해석하였고, Takahashi⁽²⁾은 경

계요소법(boundary element method)을 이용하여 예압된 원통의 응력해석을 수행하여 Lamé의 식을 이용한 해와 비교한 후 일정 압력으로 실제 압출 금형에서의 해석을 시도하였다. Kim⁽³⁾은 Lamé의 식을 이용하여 미리 계산된 접촉압력을 이용하여 금형의 응력해석을 수행하였다. Hur⁽⁴⁾은 금형 체결과정 및 내압 작용시 안전한 설계기법을 제안하고 유한요소해석을 통하여 검증하였다.

* 동의대학교 기계·산업시스템공학부 기계공학전공

** 인제대학교 기계자동차공학부

*** 동의대학교 일반대학원 기계공학과

일반적으로 예압된 금형(prestressed die)의 설계에서 모든 링의 동시 항복 조건과 초경과 같은 공구재는 원주 방향의 인장응력을 허용하지 않는 조건을 사용한다. 그러나 재료산업의 발전에 의해 초경 공구재도 인장응력이 발생하더라도 항복하지 않는 기계적 특성을 가지기도 한다. 또한 모든 링이 동시에 항복하지 않는 경우도 현장에서 볼 수 있으므로, 본 연구에서는 이와같은 조건을 고려하여 금형설계에 적용하고자 한다. 그리고, 예압된 금형의 설계시 고려해야되는 링들의 체결과정 및 내압 작용시의 항복조건, 금형 분할직경비, 링들 사이의 접촉 압력 및 간섭량등의 제약조건들을 포함하고 상대적으로 수식의 전개에 있어 편리한 플렉시블 허용오차법(FTM : flexible tolerance method)을 이용한다. 그리고 제약조건이 링의 수 변화에 따라 자동으로 구성될 수 있게 하여 최적설계값을 탐색했다. 냉간 후방압출 금형설계에 이와 같은 기법을 적용하여 얻은 결과를 일반적인 설계방법에 의한 결과와 비교 평가하였다.

2. 예압된 금형 설계

2.1 플렉시블 허용오차법

본 연구에서는 예압된 금형 설계에 대한 최적화 문제의 정식화⁽⁴⁾를 다음과 같은 비선형계획 문제로 표시하였다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize : } F(\{X\}) & (1) \\ & \text{Subject to : } h_i(\{X\}) = 0 \quad , i = 1, \dots, m \\ & \quad \quad \quad g_i(\{X\}) \geq 0 \quad , i = m+1, \dots, p \end{aligned}$$

여기서, $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\} =$ 설계변수
 $F(\{X\}) =$ 목적함수
 $h_i(\{X\}) = i$ 번째 등호제약조건
 $g_i(\{X\}) = i$ 번째 부등호제약조건

이다.

이와 같은 비선형 최적화 문제에서 최적화 알고리즘의 개발없이 쉽게 사용할 수 있고 근사해에 잘 수렴하는 FTM 알고리즘을 도입하였다. 일반적으로 대부분의 비선형 수치최적화 방법은 최적화를 수행함에 있어서 엄격한 가능역(feasible region)에 대한 조건 때문에 이를 만족시키기 위해 상당한 시간을 소요한다. 그러나 FTM 알고리즘은 가능점(feasible points)에 의해 주어지는 정보 뿐만 아니라 일종의 비가능점(nonfeasible points)인 근접가능점(nearfeasible points)에서 주어지는 정보도 함께 이용하여 목적함수의 값을 개선하므로 계산시간이 매우 단축되는 알고리즘이다.⁽⁵⁻⁶⁾ 또한 목적함수를 미분하

지 않고 사용하므로 링의 수 변화에 따른 제약조건의 재구성이 간편하다.

2.2 접촉압력

예압된 금형은 각각의 링들이 역시끼워맞춤에 의해 체결된다. 이때 간섭량에 의해 금형은 보강되거나 혹은 항복될 수도 있다. 또한 체결 후 내압의 작용으로 항복할 수 있다. 그러므로 체결과정과 최종적으로 내압이 작용할 때 보강링 및 금형 인서트의 항복여부를 판단하고 안전한 분할직경비(diameter ratio) 및 간섭량(interference)을 선택하여야만 한다.

Fig. 1에 여러 개의 링으로 체결된 금형과 압력들을 개념적으로 나타내었다. Fig. 2와 같이 역시끼워맞춤에서 k 번째 링의 변위는 식(2), (3)과 같다.

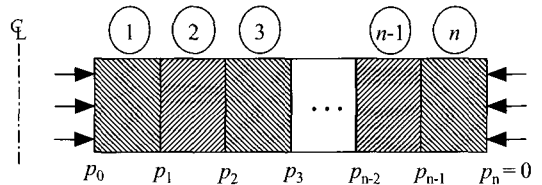


Fig. 1 Schematic illustration of compound rings

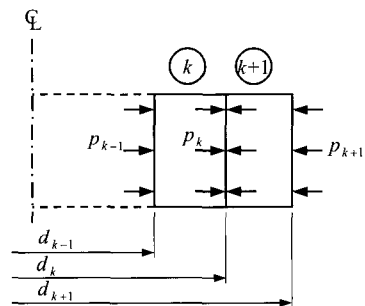


Fig. 2 Schematic illustration of shrink fitting

1) 원통의 내면 d_{k-1} 의 직경 변화

$$U_{ki} = A_{ki}d_{k-1} - B_{ki}d_k \quad (2)$$

$$A_{ki} = \left\{ \frac{(1-\nu_k)Q_k^2 + (1+\nu_k)}{E_k(1-Q_k^2)} \right\} d_{k-1}$$

$$B_{ki} = \left\{ \frac{2}{E_k(1-Q_k^2)} \right\} d_{k-1}$$

2) 원통의 외면 d_k 의 직경 변화

$$U_{ko} = A_{ko}d_{k-1} - B_{ko}d_k \quad (3)$$

$$A_{ko} = \left\{ \frac{2Q_k^2}{E_k(1-Q_k^2)} \right\} d_k$$

$$B_{ko} = \left\{ \frac{(1-\nu_k) + (1+\nu_k)Q_k^2}{E_k(1-Q_k^2)} \right\} d_k$$

여기서, p_k 는 k 번째 접촉면에서의 접촉압력이고 E_k , ν_k 는 k 번째 링의 탄성계수와 프와송비이며 $Q_k = d_{k+1} / d_k$ 는 k 번째 링의 분할직경비이다.

n 개의 링으로 구성된 경우 접촉조건에 의해 각각의 접촉면에서의 직경에 대한 간섭량(z_k)은 다음과 같다.

$$z_{n-1} = U_{ni} - U_{(n-1)o}$$

$$= \{A_{ni} + B_{(n-1)o}\} p_{n-1} - B_{ni} p_n - A_{(n-1)o} p_{n-2} \quad (4)$$

$$z_{n-2} = \{A_{(n-1)i} + B_{(n-2)o}\} p_{n-2} - B_{(n-1)i} p_{(n-1)} - A_{(n-2)o} p_{n-3}$$

$$\vdots$$

$$z_1 = \{A_{2i} + B_{1o}\} p_1 - B_{2i} p_2 - A_{1o} p_0$$

위의 식은 다음과 같이 간략화 된다.

$$p_{n-j} = \frac{A_{n-j}}{C_{n-j}} + \frac{B_{n-j}}{C_{n-j}} p_{n-j-1}, \quad (j=1, \dots, n-1) \quad (5)$$

여기서 각각의 상수들은 아래와 같다.

1) $j=1$

$$A_{n-1} = X_{n-1} + Z_{n-1} p_n, \quad B_{n-1} = Y_{n-1}$$

$$C_{n-1} = 1$$

2) $j=2, \dots, n-1$

$$A_{n-j} = X_{n-j} C_{n-j+1} + Z_{n-j} A_{n-j+1}$$

$$B_{n-j} = Y_{n-j} C_{n-j+1}$$

$$C_{n-j} = C_{n-j+1} - Z_{n-j} B_{n-j+1}$$

$$X_k = \frac{z_k}{A_{(k+1)i} + B_{ko}}, \quad Y_k = \frac{A_{ko}}{A_{(k+1)i} + B_{ko}},$$

$$Z_k = \frac{B_{(k+1)i}}{A_{(k+1)i} + B_{ko}}$$

금형의 체결상태에서의 접촉압력들은 외압 $p_n=0$ 와 내압 $p_0=0$ 로 구할 수 있다.

2.3 제약조건

식(5)에 의해, 분할직경비와 간섭량을 반복적인 방법으로

의해 최적으로 선택하여 체결 후의 접촉압력을 구하고, 각 링의 초기 치수에 대해 항복평형을 수행하였다. 이때 재료의 항복강도는 Table 1과 같이 구성하였다. 여기서 각 링의 응력상태에 따라 압축인 경우 S_c , 인장인 경우 S_t , 최외곽링의 경우는 경험적으로 항복강도를 조금 낮게 두고 설계하여 급형 파손시 사고를 방지하기 위해 S_o 를 선택하여 각각 항복강도(S_i)에 곱하여 공구제 항복강도의 안전율을 고려하였다.

각 링의 항복은 Tresca 조건에 의해 식(6)과 같이 되고, 분할직경비, 접촉압력, 간섭량들에 대한 제약조건은 식(7)과 같다.

Table 1 Yielding strength according to the state of hoop stress

Compressive ($\sigma_\theta < 0$)	Tensile ($\sigma_\theta \geq 0$)	n^{th} ring
$Y = S_c * S_i$	$Y = S_t * S_i$	$Y = S_o * S_i$

$$\frac{Y_k}{2} (1 - Q_k^2) - |p_{k-1} - p_k| \geq 0 \quad (6)$$

$$Q = Q_1 Q_2 \dots Q_n, \quad 0 < Q_k \leq 0.909 \quad (7)$$

$$0 \leq p_0, p_1, \dots, p_n, \quad 0 \leq z_1, z_2, \dots, z_{n-1}$$

그러면 식(5)에 의해 보강링으로 예약된 금형의 각각의 링이 체결되는 과정에서 각각의 접촉압력을 계산하고, 식(6), (7)의 제약조건을 구성하는 과정을 반복하여 체결과정에서 발생하는 제약조건들을 자동으로 구성하고 이를 만족하는 목적함수의 최소값을 구할 수 있다. 여기서 링의 수가 증가하면 제약조건들의 수도 매우 증가하게 된다.

2.4 최대 내압 결정

본 연구에서는 식(8)과 같이 목적함수를 최대내압으로 하였다. 여기서 체결된 금형에서 각각의 링이 항복하는 최대내압을 구하고, 이 최대내압들을 비교하여 가장 높은 내압에 견디도록 설계하였다. 식(9)는 사용된 설계변수들을 나타낸 것이다.

$$F(\{X\}) = -p_{o\max} = -\frac{C_1 p_1 - A_1}{B_1} \quad (8)$$

$$\{X\} = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_n, z_1, z_2, \dots, z_{n-1}\} \quad (9)$$

일반적으로 최대내압이 금형 인서트 내에 작용하면 접촉압력들은 바깥쪽으로 갈수록 낮아진다. 그러므로 최대

내압작용시 k 번째 링이 인장 또는 압축상태에서 항복하는 가정에 의해 식(10)과 같이 k 번째 링의 내·외압을 구할 수 있다.

$$p_{k-1} = \frac{A_k + C_k D_k}{C_k - B_k}, \quad p_k = \frac{A_k + B_k D_k}{C_k - B_k} \quad (10)$$

$$D_k = \frac{Y_k}{2} (1 - Q_k^2)$$

3. 냉간 후방압출 금형설계에 적용

3.1 설계변수 결정

Fig. 3과 같은 후방압출 금형에 대하여 금형인서트 내면에 최대내압이 작용할 때 모든 링이 동시에 항복하는 가정과 조경합금을 사용한 경우 원주방향의 인장응력이 발생하지 않는 범위에서 금형을 설계하는 일반적인 방법⁽¹⁻⁷⁾과 플렉시블 허용오차법을 적용한 제안된 방법으로 구한 설계값을 비교하였다.

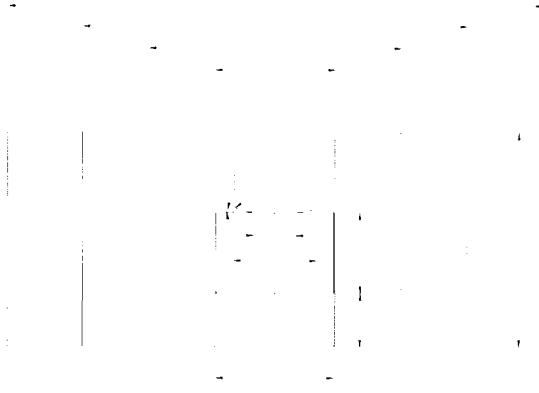


Fig. 3 Dimensions of the punch, die and workpiece

금형 재료의 기계적 특성과 금형의 구성은 Table 2, 3과 같다. Case 1과 2는 일반적인 금형의 구성이고 Case 3과 4는 초경(GTi50)을 첫 번째 보강링으로 사용한 경우이다.

Table 2 Mechanical properties of die materials

Mat.	HrC	E(GPa)	S _y (MPa)	v
GTi50	87	540	3300	0.22
STD11	58	209	1650	0.30
STD61	50	212	1300	0.30

Table 3 Suggested cases for die configuration

Case	Insert	S-Ring 1	S-Ring 2
1	STD11	STD61	STD61
2	GTi50	STD61	STD61
3	STD11	GTi50	STD61
4	GTi50	GTi50	STD61

Table 4는 분할직경비를 일반적인 방법으로 구한 후 간섭량을 조절하여 얻은 결과이다.

Table 4 Diameters, maximum inner pressures and interferences by the conventional method

Case	d ₁ (mm)	d ₂ (mm)	Max. inner pressure (MPa)	z ₁ (mm)	z ₂ (mm)
1	39.93	63.19	1346.282	0.1481	0.2328
2	35.92	59.93	1200.298	0.1334	0.2362
3	43.09	53.26	1165.490	0.0010	0.2440
4	33.10	48.91	931.465	0.0158	0.2271

Table 5와 같이 링의 재질 및 원주방향응력상태에 따라 링 재료의 항복강도에 대한 안전율을 고려했다.

Table 5 Yielding strength of die material according to the state of hoop stress

Mat.	σ _θ < 0	σ _θ ≥ 0	n th ring
GTi50	0.7 * S _y	0.3 * S _y	0.3 * S _y
STD11	0.7 * S _y	0.7 * S _y	0.7 * S _y
STD61	0.7 * S _y	0.7 * S _y	0.7 * S _y

Table 6 Diameters, maximum inner pressures and interferences by the proposed method

Case	d ₁ (mm)	d ₂ (mm)	Max. inner pressure (MPa)	z ₁ (mm)	z ₂ (mm)
1	39.80	63.07	942.392	0.1022	0.1628
2	48.99	69.92	855.672	0.1492	0.1527
3	39.41	63.99	966.862	0.0451	0.1982
4	39.04	68.18	908.230	0.0480	0.2208

Table 6은 각각의 금형 구성에 대해, 각 링의 항복강도와 링들의 체결순서를 바깥에서 안으로 할 때, 제안한 방법에 의해 구한 결과이다. Table 4와 비교해보면, 링들의 항복강도를 안전율을 고려하여 낮게 선택하였으므로 금형의 허용 최대내압이 낮게 결정되었다. 조경의 링이 인장응력상태인 경우는 재료 항복강도의 30%를 그것의 항복강도를 설정하였기에 최대내압이 낮아진다. Case 1을 비교해보면 동일한 안전율을 주었기에 분할직경은 비슷하나 항복강도가 낮으므로 간섭량이 감소하였다.

3.2 금형 인서트 내면의 변화

Fig. 4와 같이 DEFORM^{RS}에 의해 소재의 성형 해석을 수행한 후 금형 인서트에 작용하는 절점력(nodal force)이 최대일 때의 해석 결과를 금형 인서트에 작용하는 절점력으로 보간(interpolation) 하여 ANSYS⁹⁾에서 각각의 링 사이의 비선형 접촉을 포함하는 금형의 탄성 해석을 수행하였다.

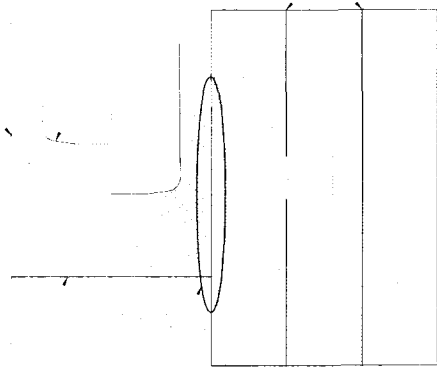


Fig. 4 FE-models used in DEFORM and in ANSYS

일반적인 방법과 제안한 방법에 의해 계산된 설계변수 값으로 해석한 결과중 금형 인서트 내면의 반경방향 변위를 Fig. 5와 Fig. 6에 각각 나타내었다. 여기서 압축공정 조건은 그림처럼 동일하다.

먼저 Case 1은 두 방법 모두 비슷한 변위를 나타내고 있다. 가장 일반적인 금형 구성인 Case 2는 제안한 방법의 변위가 일반적인 방법에 비해 16.19% 감소하였다. Case 3과 Case 4의 경우 제안한 방법의 변위가 일반적인 방법에 비해 각각 8.23%와 8.89% 감소하였다. 또한 두 방법 모두 Case 4의 금형 구성이 가장 작은 변위를 발생하는 것을 알 수 있었다.

Fig. 7과 Fig. 8은 Case 4에 대한 일반적인 방법과 제안한 방법의 해석한 결과중 원주방향응력과 유효응력을 각각 나타낸 것이다. 제안한 방법의 결과가 원주방향응력 및 유효응력이 금형 인서트와 첫 번째 보강링에서 낮게 나타나고 두 번째 보강링에서는 높게 나타났다.

제안한 방법의 경우 첫 번째 보강링의 원주방향응력이 내면에서 인장응력 상태인 것을 알 수 있다. 그런데 이 보강링의 유효응력을 살펴보면, 인장응력 상태인 위치에서 초기 설계조건으로 가정할 조경의 경우 항복강도의 30%인 990MPa 보다 낮은 700MPa 정도이므로 안전한 상태임을 알 수 있다.

금형 인서트는 압축응력 상태이므로 초기 가정에 의한 항복강도의 70%인 2310MPa 과 비교해서 아주 낮고, 두 번째 보강링 또한 최외곽링에 대해 항복강도의 70%인 910MPa 보다 낮은 응력 상태이므로 금형이 안전하게 설계된 것을 알 수 있다.

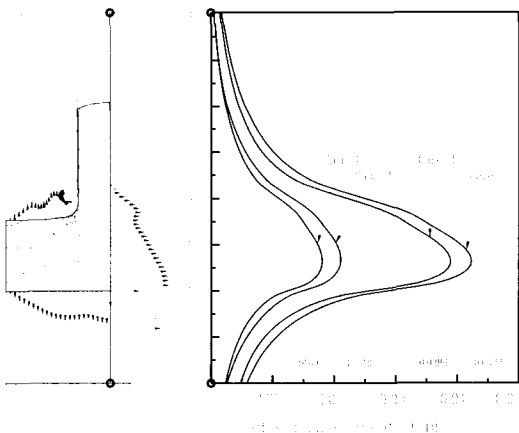


Fig. 5 The radial displacements on the inner surface of the die insert (conventional design)

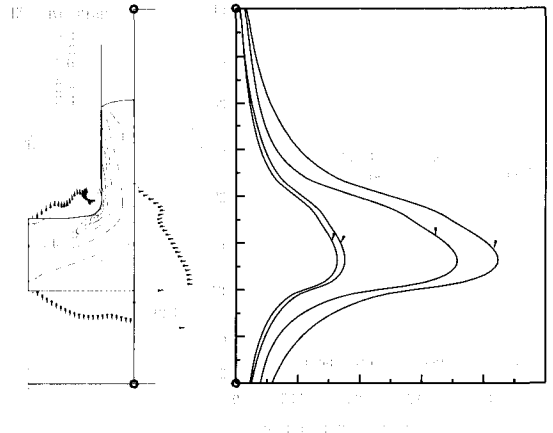
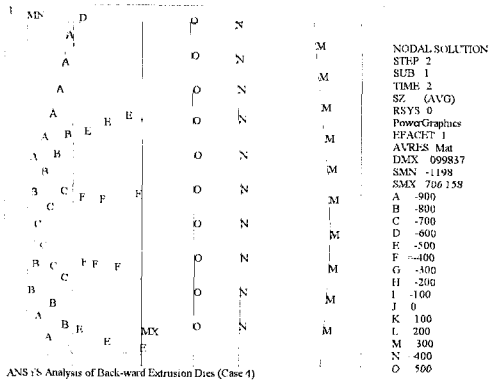
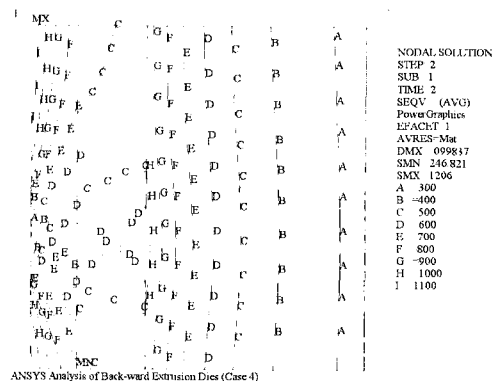


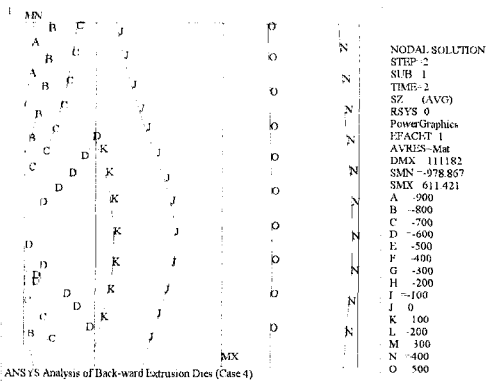
Fig. 6 The radial displacements on the inner surface of the die insert (proposed design)



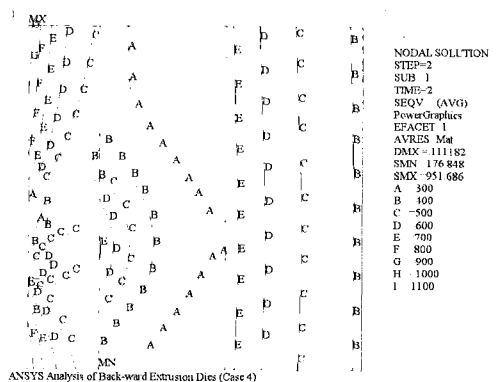
(a) Conventional design



(a) Conventional design



(b) Proposed design



(b) Proposed design

Fig. 7 Distributions of the hoop stress of the die (Case 4)

Fig. 8 Distributions of the effective stress of the die (Case 4)

3.3 링 수의 증가

제안한 방법에서 제약조건의 자동 구성에 대한 적용성을 평가하기 위해 전체 링이 4개와 5개일 때 금형 인서트는 GT150 이고 보강링은 모두 STD61 로 할 경우 Table 7과 같이 설계변수 즉 분할직경과 간섭량의 최적 값을 찾을 수 있었다.

Table 7 Diameters, maximum inner pressures and interferences of die with 4 and 5 rings

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	Max. inner pressure	Z ₁	Z ₂	Z ₃	Z ₄
4	53.50	64.91	79.75		873.067	0.1662	0.0893	0.1151	
5	55.28	66.40	74.40	86.53	878.799	0.1728	0.0875	0.0649	0.0968

4. 결론

냉간 금형설계 시에, 플렉시블 허용오차법을 적용하여 금형을 구성하는 링의 수에 따라 체질과정 및 금형에 내압이 작용할 때 고려해야하는 항복조건, 분할직경비, 링들 사이의 접촉압력 및 간섭량 등의 제약조건들을 자동으로 재구성 되도록 하여 냉간 후방압출 금형설계에 적용한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 금형 링들의 4가지 배열 경우에 대해, 금형 인서트 내면의 반경방향 변위를 일반적인 설계방법과 제안한 설계방법을 서로 비교했을 때, 반경방향 변위가 가장 작게 나타나는 것은 Case 4의 링들의 구성으로, 즉 인서트와 첫 번째 보강링이 초경재료일 때였다.

(2) 반경방향 변위 해석에서 Case 1에서는 일반적인 설계방법과 제안한 설계방법에 의한 해석결과가 서로 비슷하게 나타났고, Case 2는 16.19%, Case 3은 8.23%,

Case 4는 8.89%로 제안한 방법의 결과가 감소됨을 알 수 있었다. 그러므로 일반적인 방법에 비해 제안한 방법이 금형 인서트 내면의 반경방향 변위가 작은 정밀 금형 설계에 유용하다고 볼 수 있다.

(3) 금형을 구성하는 각각의 링들의 인장/압축 상태 및 배열 위치에 따라 항복강도에 대한 안전율을 고려하여 금형을 설계할 수 있으므로, 다양한 금형 재료에 대한 그 적용성이 크다고 볼 수 있다.

(4) 금형 구성 링의 수에 따라, 링의 체결과정 및 최대 내압 작용에 따른 제약조건의 자동 구성 및 최적값의 탐색에 플렉시블 허용오차법이 효과적으로 적용될 수 있었다.

후 기

이 논문은 2001년도 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

참 고 문 헌

(1) Frater, J. L., 1989, "Application of Finite

Element Methods to the Design of Prestressed Tooling", J. Materials Shaping Technology, Vol. 7, No. 1, pp. 49~544.

(2) Takahashi, S., Brebbia, C. A., 1990, "Forging Die Stress Analysis Using Boundary Element Method", Proc. 3rd ICTP, Advanced Technology of Plasticity, Vol. 1, pp. 203~210.

(3) 김태형, 김병민, 최재찬, 1995, "냉간단조의 정밀도 향상을 위한 금형해석 기법", 한국정밀공학회지, 제12권, 제1호, pp. 29~37.

(4) 허관도, 최영, 여홍태, 2001, "정밀 냉간단조 금형 설계를 위한 보강링의 영향", 한국정밀공학회지, 제18권, 제12호, pp. 145~151.

(5) Himmelblau, D. M., 1972, "Applied Nonlinear Programming", McGraw-Hill.

(6) 조효남, 박성국, 박정배, 1992, "강구조물의 강접합부에 대한 최적설계", 한국강구조학회논문집, 제4권, 제3호, pp. 137~147.

(7) I.C.F.G., "Calculation methods for cold forging tools", Document No. 5/82.

(8) DEFORM-2D Version 7.0 Labs Manual.

(9) ANSYS Users's Manual. Revision 5.5.