

열린 균열이 있는 일반 회전체계의 동적 모델링 및 해석

Dynamic Modeling and Analysis of General Rotor Systems with Open Cracks

홍성욱[†]·최성환*·이종원**

Seong-Wook Hong, Sung-Hwan Choi and Chong-Won Lee

(2003년 1월 16일 접수 : 2003년 3월 13일 심사완료)

Key Words : Rotor System(회전체계), Open Crack(열린 균열), Finite Element Modeling(유한요소모델링), Flexibility Coefficient(유연성계수), Natural Frequency(고유진동수), Directional FRF(방향성 주파수응답함수)

ABSTRACT

This paper presents an efficient modeling and dynamic analysis method for open cracked rotor bearing systems. An equivalent bending spring model is introduced to represent the structural weakening effect in the presence of cracks. The proposed modeling method is validated through a series of simulations and experiments. First, the proposed method is rigorously compared with a commercial finite element code. Then, an experiment is performed to validate the proposed modeling method. Finally, a numerical example is introduced to demonstrate the possible application of the proposed method in the crack diagnosis for rotor systems.

1. 서 론

회전계에 있어 균열은 가장 위험한 결함으로 인식되고 있다. 회전축에 균열이 발생되면 진동에 따른 반복적인 변형에 의해 점차 진전되고 결국 회전체 전체의 급작스런 파괴를 일으키게 된다. 이와 같은 파괴는 인명과 재산에 큰 손실을 가져올 수 있다. 실제로 균열에 의한 회전기계 사고가 많이 보고 되고 있다.⁽¹⁾ 따라서 회전기계의 균열을 조기에 진단하는 것은 회전기계를 포함한 전체 구조물의 안전성을 확보하는데 핵심적인 일이다. 특히, 회전기계를 장기간 사용하게 되면 필연적으로 균열이 발생하게 되므로 이로 인한 사고를 미리 차단하기 위한 조기진단기술을

개발하는 것은 기계의 안전성 확보뿐만 아니라 기계의 사용 연한 확대라는 경제적 이익과 직결된다. 이런 관점에서 최근 회전기계의 균열진단 기술에 대한 활발한 연구가 진행되고 있다.

일반적으로 회전체에 균열이 발생하게 되면 균열 부위에서의 응력집중으로 인해 해당 부위에서 큰 강성의 변화를 일으키게 되며 상대적으로 큰 변형이 발생하는 것으로 알려져 있다.⁽²⁾ 따라서 균열의 발생은 궁극적으로 회전체의 동특성에 큰 영향을 미치게 된다. 균열의 발생에 따른 이러한 동특성 변화를 적절히 파악할 수 있는 방법이 있다면 회전체의 기능을 정지시키거나 훼손하지 않고도 균열을 진단할 수 있기 때문에 많은 연구가 집중되어 왔다.⁽³⁻¹¹⁾

동특성의 변화를 감지하여 균열을 진단하기 위해서는 회전체에 균열이 발생되었을 때의 변화를 적절히 예측할 수 있는 연구가 선행되어야 한다. 다른 구조물에서와 마찬가지로 회전체에 대해서도 균열 효과에 대한 모델링 및 이를 이용한 진단 방법에 대한 많은 연구가 수행되어 왔다. 특히 파괴역학의 개념을 도입하여 균열의 진행에 따른 구조 강성의 변화를 표현하

[†] 책임저자, 정희원, 금오공과대학교 기계공학부

E-mail : swhong@kumoh.ac.kr

Tel : (054)467-4214, Fax : (054)467-4472

* 정희원, 금오공과대학교 대학원, 삼성탈레스

** 정희원, 한국과학기술원 기계공학과

려는 노력이 있어 왔다.⁽²⁻¹⁰⁾ 그러나 실제적인 대부분의 균열은 회전 중 외력, 자중 등에 의해 열리거나 닫히는 거동(breathing behavior)을 하는 것으로 알려져 있다.^(11, 12) 이 경우에는 비선형적인 특성을 보이게 되므로 모델링 및 해석 결과의 일반화에 한계가 있는 실정이며 진단기술에 적용되기 위해서는 보다 많은 연구가 필요할 것으로 보인다. 따라서 많은 연구는 아직까지 열린 균열을 중심으로 진행되어 왔다.

한편, 최근 이종원 등^(13, 14)은 균열 진단에 관한 보다 적극적인 방법을 제시하고 있는데, 회전기계에 가진장치를 도입하고 이를 이용하여 열린 균열 상태를 유지하도록 하는 방법이다. 즉, 전자석 가진장치 등을 이용하여 균열이 항상 열리도록 회전속도에 동조되는 정현파형 외력을 가함으로써 균열의 열리고 닫히는 현상에 의해 발생하는 비선형적 거동을 배제하는 것이다. 이럴 경우, 균열이 있는 회전체는 전형적인 비대칭 회전체의 특성을 보이게 된다. 따라서 열린 균열이 있는 회전체를 비대칭 회전체로 두고 이에 대한 모델링 및 해석을 통해 균열을 진단하는 방법이 유용할 것으로 기대된다.

본 연구에서는 열린 균열이 있는 일반 회전체의 새로운 모델링 방법을 제시하고 이를 기초로 동특성 해석을 실시하였다. 먼저, 열린 균열에 의한 강성저하 효과를 표현하기 위해 균열 위치에서의 각변위에 대한 스프링 모형을 적용하였다. 즉, 열린 균열에 의해 발생하는 강성저하 효과를 기존의 연구⁽³⁻⁵⁾에서 많이 채용되어 왔던 유연성계수(flexibility coefficient) 대신 굽힘 각변위 스프링으로 모형화하는 방법에 대해 기술하였다. 균열에 의해 발생하는 비대칭성을 고려하여 비대칭 회전체에 대해 정지좌표 및 회전 복소좌표계 운동방정식을 유도하였다. 그리고 이를 기초로 열린 균열을 갖는 회전체에 대한 동특성 변화를 분석하였다.

제시한 방법의 적정성을 확인하기 위해 먼저 균열이 있는 단순 축에 대해 제안된 방법 및 상용 유한요소 코드를 이용한 결과를 비교하였다. 또한 단순 회전축에 균열을 발생시켜 얻은 실험적 고유진동수와 제안된 방법에 의해 계산된 고유진동수를 비교하여 제안된 모델링 방법의 적합성을 검증하였다. 마지막으로, 제안된 방법을 회전체에 적용하는 과정을 설명하기 위한 수치예제를 소개하였다. 여기서는 제안된 모델링 방법을 이용하여 균열의 깊이 및 위치에 따른

고유치 변화를 분석하였으며 그 결과로부터 균열의 크기와 위치를 진단하는 방법을 제안하였다.

2. 열린 균열이 있는 회전축계의 모델링

2.1 균열 효과 모델링

Fig. 1은 축에 발생된 열린 균열의 기하학적 특성과 좌표계를 보여주고 있다. 여기서 균열이 발생된 방향과 이에 수직인 방향을 나타내는 축회전좌표가 각각 η , ξ 이다.

Fig. 2(a)와 같이 열린 균열이 있는 축의 특정 부위를 고려하자. 여기서 균열의 폭은 미세하다고 가정하고 균열이 있는 부위를 기준으로 좌우로 구분하고, 각각을 Fig. 2(b)와 같이 부재 1, 2로 두었을 때 부재 1의 우측단과 부재 2의 좌측단 간에는 다음과 같은 연속 조건이 성립한다고 가정할 수 있다.

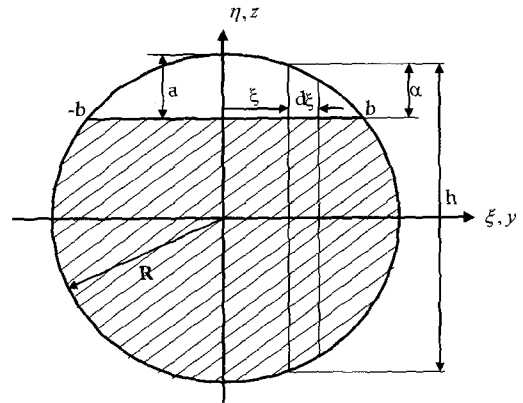
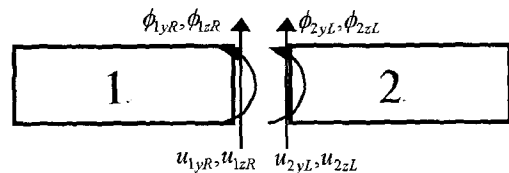


Fig. 1 Sectional view of open cracked shaft and the coordinate system



(a) Cracked shaft element



(b) Sign conventions for partitioned shaft elements

Fig. 2 Cracked shaft element and the sign convention

$$\begin{aligned}
 u_{1yR} &= u_{2yL}, u_{1zR} = u_{2zL} \\
 f_{1yR} &= f_{2yL}, f_{1zR} = f_{2zL} \\
 m_{1yR} &= m_{2yL}, m_{1zR} = m_{2zL}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

여기서, u 는 보의 횡변위이고 f, m 은 전단력 및 모멘트를 나타낸다. 또, 하첨자 y, z 는 수평 및 수직좌표를 나타내며, 하첨자의 숫자는 부재의 번호를 나타낸다. Fig. 2(b)는 변위(u) 및 각변위(ϕ)에 관한 좌표구약을 보여주고 있다.

횡변위와는 달리 각변위는 균열의 존재로 인해 불연속이 발생하게 된다. 축이 정지해 있다고 가정하고 균열에 관한 회전좌표계와 정지좌표계를 일치시키고, y, z 방향 각변위간 연성을 무시한 경우, 각변위에 대해 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\begin{aligned}
 \Delta\phi_y &= u'_{2zL} - u'_{1zR} = c_\xi m_y = \frac{1}{k_\xi} m_y, \\
 \Delta\phi_z &= u'_{2yL} - u'_{1yR} = c_\eta m_z = \frac{1}{k_\eta} m_z
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

여기서 Fig. 1과 같이 정의된 균열에 관한 변수들을 이용하면 균열의 존재에 의한 응력집중에 의한 유연성계수(flexibility coefficient)는 다음과 같이 쓸 수 있다.^(2, 15)

$$c_\xi = \frac{1-\nu^2}{E} \int_{-b}^b \int_0^\alpha \frac{32}{\pi^2 R^8} (R^2 - \xi^2) \pi \eta F_{2\xi}^2 \left(\frac{\eta}{h}\right) d\eta d\xi
 \tag{3a}$$

$$c_\eta = \frac{1-\nu^2}{E} \int_0^\alpha \int_{-b}^b \frac{32}{\pi^2 R^8} \xi^2 \pi \eta F_{2\eta}^2 \left(\frac{\eta}{h}\right) d\eta d\xi
 \tag{3b}$$

또, 무차원화된 유연성 계수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\bar{c}_\xi = \{\pi R^3 E / (1-\nu^2)\} c_\xi
 \tag{4a}$$

$$\bar{c}_\eta = \{\pi R^3 E / (1-\nu^2)\} c_\eta
 \tag{4b}$$

여기서 ν 는 포아송비(Poisson ratio), 그리고 E 는 영률(Young's modulus)이다. 또, $\alpha = \sqrt{R^2 - \xi^2} - (R - a)$, $h = \sqrt{R^2 - \xi^2}$ 로 표현되며 a 는 균열의 깊이이다. 또 보정함수는 다음과 같다.

$$F_{2\xi} \left(\frac{\eta}{h}\right) = \sqrt{\frac{2h}{\pi\eta} \tan\left(\frac{\pi\eta}{2h}\right)} \{0.923 + 0.199[1 - \sin\left(\frac{\pi\eta}{2h}\right)]^4\} / \cos\left(\frac{\pi\eta}{2h}\right)
 \tag{5a}$$

$$F_{2\eta} \left(\frac{\eta}{h}\right) = \sqrt{\frac{2h}{\pi\eta} \tan\left(\frac{\pi\eta}{2h}\right)} \{0.752 + 2.02(\eta/h) + 0.37[1 - \sin\left(\frac{\pi\eta}{2h}\right)]^3\} / \cos\left(\frac{\pi\eta}{2h}\right)
 \tag{5b}$$

Fig. 3은 식 (4a), (4b)에서 계산된 무차원 유연성 계수를 보여주고 있다. 한편 균열에 의한 각변위 강성 계수는 다음과 같이 모델링을 할 수 있다.

$$k_\xi = \frac{1}{c_\xi}, \quad k_\eta = \frac{1}{c_\eta}
 \tag{6}$$

이상과 같이 표현된 각변위 스프링 상수는 균열이 깊어질수록 작아지게 되며, 균열이 없는 경우에는 모두 무한의 값을 가지게 된다. 따라서 식 (2)로부터 알 수 있는 바와 같이 각변위의 불연속이 없어지고, 균열효과 또한 사라지게 된다.

2.2 열린 균열이 있는 축 요소의 모델링

앞 절에서 기술한 바와 같이 균열이 있는 축 요소는 균열을 기준으로 두 개의 요소로 분리하여 모델링하는 것이 편리하다. 여기서는 대상 회전체가 등방성(isotropic)이라고 가정한다. 균열에 의한 축의 비대칭성이 있다면, 균열이 있는 위치 좌우의 두 개 요소를 분리하여 요소 행렬을 구한 후 이들을 조합하여 복소 정지좌표계에서 균열 있는 축 요소 운동방정식을 다음

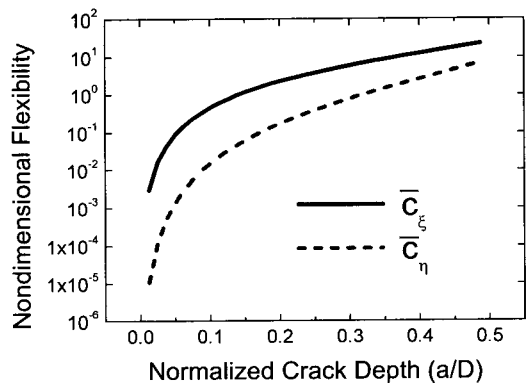


Fig. 3 Non dimensional flexibility due to a crack

과 같이 쓸 수 있다.

$$M^c \ddot{p}^c - j\Omega G^c \dot{p}^c + K^c p^c + K_r^c e^{j2\Omega t} \bar{p}^c = g^c \quad (7)$$

여기서 상첨자 c는 균열이 포함된 요소를 의미한다. 또, p^c 는 균열 있는 축요소에 대한 복소좌표벡터이며 M^c, G^c, K^c, K_r^c 는 부록에 주어진 축의 유한 요소 행렬을 조합하여 얻게 된다.⁽¹⁶⁾ 그러나, 균열이 있는 부위에서의 각에 대한 불연속성이 존재하게 되므로 균열부를 사이에 두고 좌우 부재간의 결합부에서 두 각에 관한 각각 1개의 자유도씩, 2자유도가 추가된다. 즉 부재 1의 우측 단의 절점변위와 부재 2의 좌측 단 절점변위가 동일하게 되나 각변위는 각각 독립적인 자유도가 됨으로서 관성행렬과 자이로 행렬의 두 요소간 조합은 다음과 같이 이루어지게 된다.

$$M^c \text{ or } G^c = \begin{bmatrix} A & A & A & A & 0 & 0 & 0 \\ A & A & A & A & 0 & 0 & 0 \\ A & A & A+B & A & B & B & B \\ A & A & A & A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B & 0 & B & B & B \\ 0 & 0 & B & 0 & B & B & B \\ 0 & 0 & B & 0 & B & B & B \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서 A와 B는 각각 부재 1과 부재 2의 요소를 의미한다. 또, 강성행렬은 각각 다음과 같이 조합된다.

$$K^c = \begin{bmatrix} A & A & A & A & 0 & 0 & 0 \\ A & A & A & A & 0 & 0 & 0 \\ A & A & A+B & A & B & B & B \\ A & A & A & A+k_m & -k_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B & -k_m & B+k_m & B & B \\ 0 & 0 & B & 0 & B & B & B \\ 0 & 0 & B & 0 & B & B & B \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$K_r^c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_d & -k_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_d & k_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서 $k_m = \frac{k_\xi + k_\eta}{2}$, $k_d = \frac{k_\xi - k_\eta}{2}$ 로 정의한다.

2.3 전역 운동방정식

고려 대상이 되는 회전체계를 등방성이라고 가정하도록 한다. 회전체 전체를 요소로 구분하고 균열이 없는 요소는 부록의 요소행렬을 적용하고 균열이 있는 요소는 식 (7)과 같이 얻어진 요소행렬을 적용하여 전역행렬을 구성한다. 또한 강체디스크나 베어링 등의 집중요소행렬도 전역행렬에 포함시켜서 전역운동방정식을 구성하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$M^G \ddot{p} + C_{ff}^G \dot{p} + K_{ff}^G p + K_r^G e^{j2\Omega t} \bar{p} = g \quad (11)$$

여기서

$$C_{ff}^G = C^b - j\Omega G^{s+d}$$

$$K_{ff}^G = K^b + K^s$$

여기서 상첨자 G는 전역행렬을 의미하며, 상첨자 s, d, b는 각각 축, 디스크 그리고 베어링을 의미한다. 식 (11)에서 응답벡터를 변조한 후 재정돈하면 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.⁽¹⁴⁾

$$\begin{bmatrix} M^G & 0 \\ 0 & M^G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{p} \\ \ddot{\bar{p}}e^{j2\Omega t} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ff}^G & 0 \\ 0 & \bar{C}_{ff}^G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{p} \\ \dot{\bar{p}}e^{j2\Omega t} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ff}^G & K_r^G \\ \bar{K}_r^G & \bar{K}_{ff}^G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p \\ \bar{p}e^{j2\Omega t} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} g \\ \bar{g}e^{j2\Omega t} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

2.4 고유치 문제

본 연구에서 고려하고 있는 균열있는 회전체는 비대칭 등방성이므로 회전좌표계에서 고유치문제를 정의하는 것이 편리하다. 식 (11)를 회전좌표계로 변환하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$M^G \ddot{r} + (C_{ff}^G + 2j\Omega M)r + (K_{ff}^G + j\Omega C_{ff}^G - \Omega^2 M^G)r + K_r^G \bar{r} = g^* \quad (13)$$

여기서 $p = re^{j\Omega t}$, $g = g^* e^{j\Omega t}$ 로 정의된다. 따라서 식 (13)과 식 (13)의 공액인 운동방정식을 조합하여 다음과 같은 복소 회전좌표계 운동방정식을 만들 수 있다.

$$M \begin{Bmatrix} \ddot{r} \\ \ddot{\bar{r}} \end{Bmatrix} + C \begin{Bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\bar{r}} \end{Bmatrix} + K \begin{Bmatrix} r \\ \bar{r} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} g^* \\ \bar{g}^* \end{Bmatrix} \quad (14)$$

여기서

$$M = \begin{bmatrix} M^G & 0 \\ 0 & M^G \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} C_{ff}^G + 2j\Omega M^G & 0 \\ 0 & \bar{C}_{ff}^G - 2j\Omega M^G \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} K_{ff}^G + j\Omega C_{ff}^G - \Omega^2 M^G & K_r^G \\ \bar{K}_r^G & \bar{K}_{ff}^G - j\Omega \bar{C}_{ff}^G - \Omega^2 M^G \end{bmatrix}$$

따라서 식 (14)로부터 다음과 같은 상태방정식을 유도할 수 있다.

$$A\dot{X} + BX = F \quad (15)$$

여기서

$$X = \begin{Bmatrix} r \\ \dot{r} \\ \bar{r} \\ \dot{\bar{r}} \end{Bmatrix}, F = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ g^* \\ \bar{g}^* \end{Bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & M \\ M & C \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -M & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}$$

식 (15)에 대응되는 고유치 문제는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$(\lambda A + B)X = 0 \quad (16)$$

식 (16)으로 표현되는 고유치문제를 풀어서 얻어지는 고유치는 회전좌표계에서 구해지는 고유치이다.

3. 제안된 모델링 방법의 검증

3.1 수치적 검증

제안된 모델링 방법의 타당성을 검증하기 위하여 단순 균일 축의 중앙에 균열이 존재하는 경우의 고유진동수 변화를 분석하였다. 고려한 축은 Fig. 4와 같고 정지상태이며 양단 모두 자유단인 조건을 고려하였으며, 그 밖의 사양은 Table 1에 주어진 바와 같다. Fig. 5에는 본 예제에서 고려하고 있는 축에 대해 균열의 깊이에 따른 각변위 스프링 상수의 변화를 보여주고 있다.

비교를 위해 일반적인 상용 코드인 I-DEAS⁽¹⁷⁾를 이용하여 균열 있는 축에 대한 정밀한 모델링을 하여

고유진동수를 계산하였다. 고유진동수는 균열이 발생한 방향의 모드만을 고려하였다. 모델링에는 요소당 20 절점을 갖는 6면체형 요소(hexahedral element)를 이용하였고, 요소의 수는 약 18,000개를 적용하여 충분한 정밀도를 확보할 수 있도록 하였다.

이와 같이 계산된 고유진동수를 기준으로 두고 제안된 방법에 의해 고유진동수를 계산한 결과와 비교하였다.

Fig. 6에는 상용코드 I-DEAS 및 제안된 방법에 의한 고유진동수 계산 결과를 비교해서 보여주고 있다. 결과에서 알 수 있는 바와 같이 제안된 방법과 상용 코드에 의한 계산 결과가 제시된 3개 모드에서 모두 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. Table 2에서는 a/D=0.2인 경우 상용코드에 의한 계산 결과와 제안된 방법에 의한 계산 결과를 수치적으로 비교해서 보여주고 있다. 3개 모드에 대해 0.2% 미만의 대단히

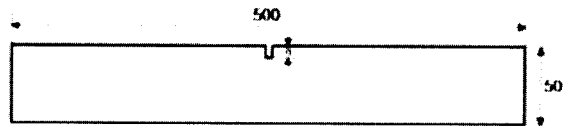


Fig. 4 Numerical cracked shaft model

Table 1 Specification of the numerical cracked shaft model

Property	Data
Dimension	L=50 cm R=2.5 cm
Young's modulus	2.08 × 10 ¹¹ N/m ²
Density	7833 kg/m ³
Poisson ratio	0.3

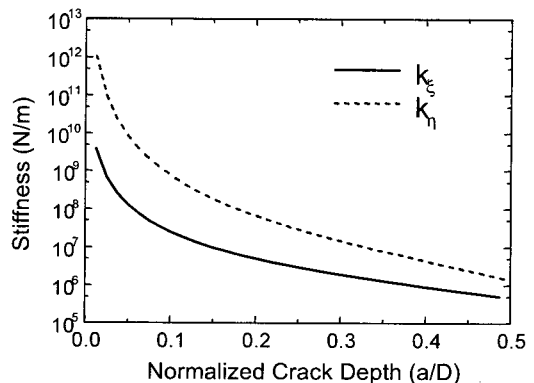
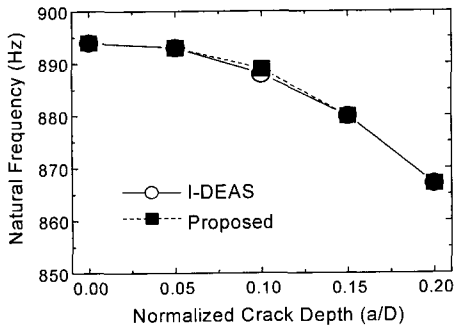


Fig. 5 Equivalent bending stiffness coefficients for the numerical cracked shaft model

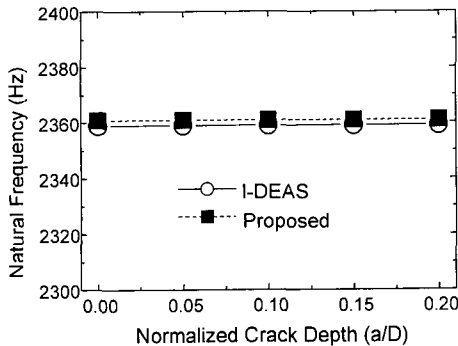
우수한 상관성이 있음을 볼 수 있다.

3.2 실험적 검증

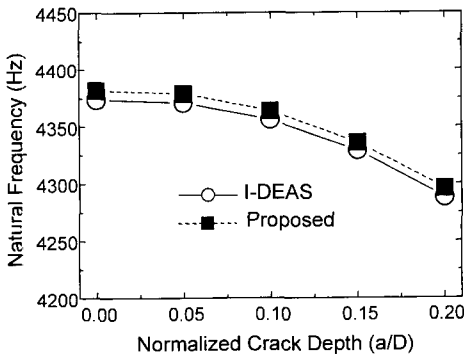
제안된 모델의 타당성을 확인하기 위하여 실험을 실시하였다. 균일한 축의 중앙에 서로 다른 깊이의 균열을 발생시킨 후 고유진동수를 측정하고 이를 제안된 방법으로 계산한 결과와 비교하였다. 실험에 사용된 시편은 길이가 50 cm, 직경이 2.5 cm로서 중앙에 1 mm의 폭으로 열린 균열을 발생시켰다. Fig. 7



(a) 1st mode



(b) 2nd mode



(c) 3rd mode

Fig. 6 Natural frequencies of a uniform shaft model(numerical model) by I-DEAS and the proposed method

은 실제 제작된 시편을 보여주고 있다. 양단 모두 자유단 조건을 주었으며 실험에서는 축을 긴 줄을 이용하여 수평으로 매달고 수평방향으로 가진하면서 수평 방향으로 측정하였다. 균열 발생 방향과 그 수직인 방향에 대해 각각 실험을 실시하였다. Fig. 8은 실험에 사용된 축에 대해 균열의 깊이에 대응되는 각변위 굽힘 스프링 상수 계산 결과를 보여주고 있다.

Table 3, 4에서는 균열의 발생 방향과 그 직각 방향으로의 고유진동수에 대해 실험에 의해 얻어진 고유진동수와 제안된 방법, 그리고 I-DEAS로 계산된 결과를 비교해서 보여주고 있다. 1, 2차 모드에서는 오차가 거의 없으며 3차 모드에서도 0.2% 미만의 오차를 보이고 있어 고려하고 있는 모든 모드에서 매우 뛰어난 상관성을 보이고 있음을 알 수 있다.

Table 2 Comparison of natural frequencies of the numerical model by I-DEAS and the proposed method (a/D=0.2)

Mode	Natural Frequency (Hz)		Error (%) $ I-P /I \times 100$
	I-DEAS	P-Proposed	
1	867	867	0.0
2	2359	2361	0.08
3	4288	4296	0.19

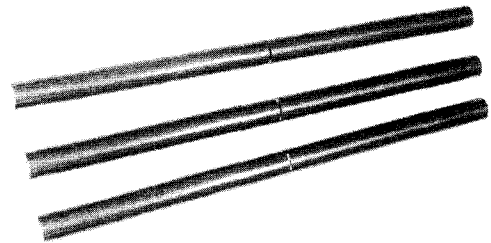


Fig. 7 Open cracked shafts for experiments

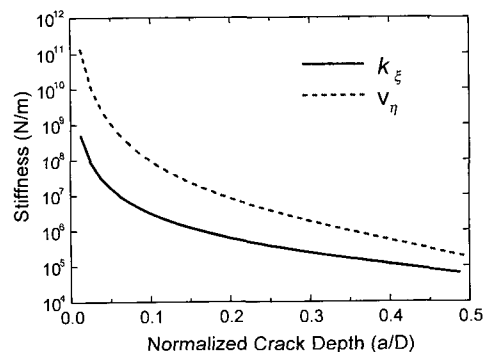


Fig. 8 Equivalent bending stiffness coefficients for the experimental cracked shaft model

이상 시뮬레이션과 실험을 통해 제안된 방법에 의한 균열 효과 모델링 방법을 통해 동특성 변화를 매우 정확하게 예측할 수 있음을 확인하였다. 다음은 간단한 수치예제를 통해 제안한 모델링 방법을 이용하여 균열이 있는 회전체에 대한 동특성을 해석하는 과정에 대해 소개를 하도록 한다.

Table 3 Comparison of natural frequencies of the experimental model (cracked direction: η)

Mode	Method	Natural frequency (Hz)		
		a/D=0.1	a/D=0.2	a/D=0.3
1	Experiment	455	450	437
	I-DEAS	455	449	438
	Proposed	455	450	438
2	Experiment	1245	1245	1245
	I-DEAS	1244	1244	1244
	Proposed	1244	1244	1244
3	Experiment	2395	2370	2330
	I-DEAS	2392	2370	2329
	Proposed	2393	2371	2330

Table 4 Comparison of natural frequencies of the experimental model (orthogonal to the cracked direction: ξ)

Mode	Method	Natural frequency (Hz)		
		a/D=0.1	a/D=0.2	a/D=0.3
1	Experiment	458	457	454
	I-DEAS	457	456	454
	Proposed	457	456	454
2	Experiment	1246	1246	1246
	I-DEAS	1244	1244	1244
	Proposed	1244	1244	1244
3	Experiment	2404	2400	2392
	I-DEAS	2399	2396	2389
	Proposed	2399	2397	2389

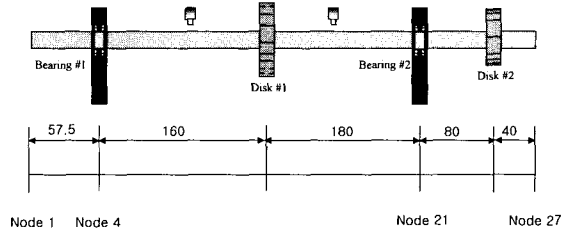
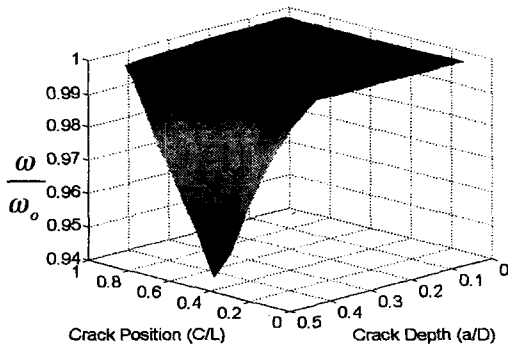
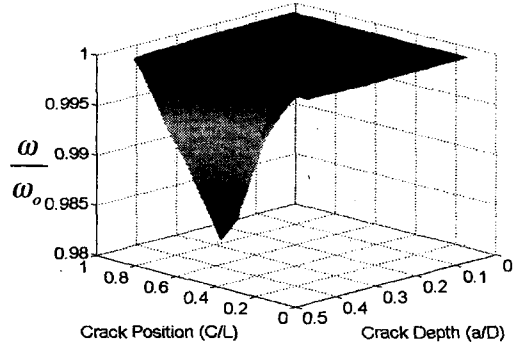


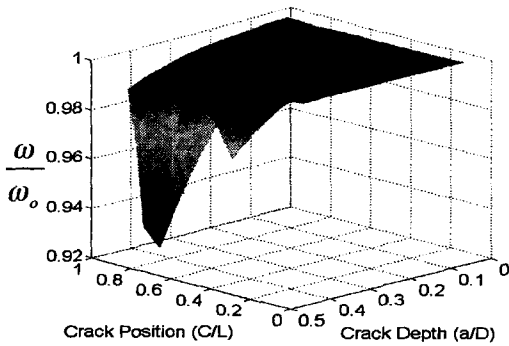
Fig. 9 Numerical model



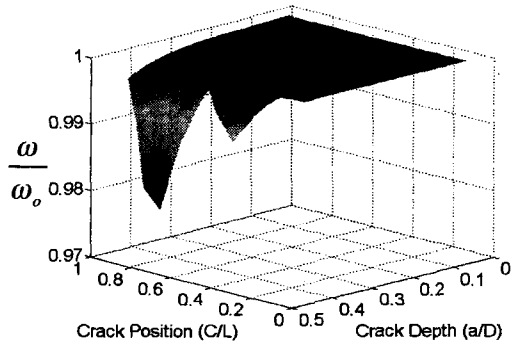
(a) 1st mode (η direction)



(b) 2nd mode (ξ direction)



(c) 3rd mode (η direction)



(d) 4th mode (ξ direction)

Fig. 10 Variation of natural frequencies of the numerical model due to a crack: the effect of depth and position (stationary)

4. 동특성 해석

본 연구에서 제안한 동적 모델링 및 해석 방법은 회전축계의 균열 진단에 직접적인 활용이 가능할 것으로 기대된다. 제안된 방법을 균열 진단에 활용하는 예를 보이기 위해 회전체 베어링계에서 균열의 크기와 위치에 따른 효과를 분석하였다. Fig. 9이 본 예제에서 고려한 모델이다. 자세히 제원은 부록에 기술되어 있다. 수치모델이 정지상태인 경우, 균열의 위치와 깊이가 변할 때의 고유진동수 변화를 Fig. 10에 보여주고 있다. 그림은 균열이 없을 때의 고유진동수(ω_0)로 균열이 있을 때의 고유진동수(ω)를 나눈 것이다. 균열이 있는 방향 및 그 직각 방향으로 구분하여 고유진동수 변화를 도시하였다. 두 방향으로 유사한 양상을 보이고 있으나 균열이 있는 방향으로의 모드에 큰 변화가 있는 것을 볼 수 있다.

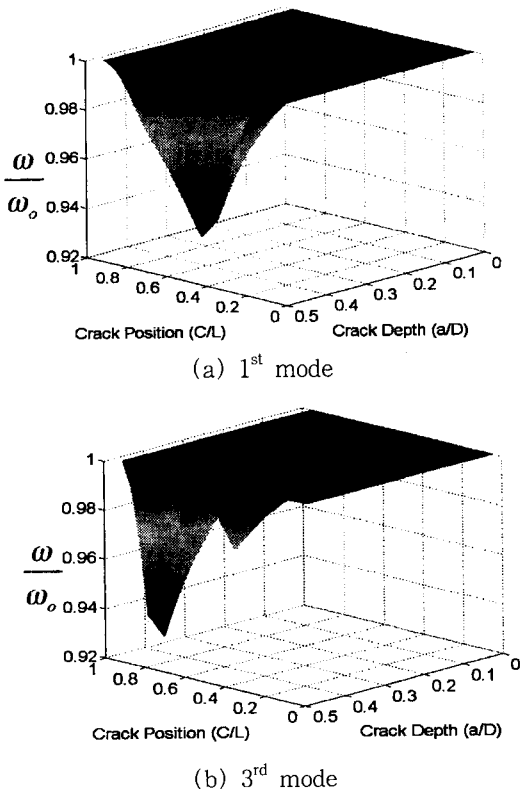


Fig. 11 Variation of natural frequencies of the numerical model due to a crack: the effect of depth and position (rotational speed = 3000 rpm)

한편, Fig. 11은 3000 rpm으로 회전하는 경우 얻어진 고유진동수의 변화를 보여주고 있다. 이 때는 정지상태에서와는 달리 균열 방향이나 그 수직인 방향에 관련된 모드가 아니라 조합되는 양상을 보이게 된다. 또한, 모드의 특성에 따라 회전속도만큼 증가하거나 감소하게 되므로 정지상태에서 근접해있던 두 쌍의 모드가 회전속도의 약 2배정도 분리되어 나타나게 된다. Fig. 10과 유사한 특성을 보이고 있으나 그 변화의 폭이 다소 차이가 있음을 확인할 수 있다.

균열이 1개 존재한다고 가정하고 그 균열의 크기와 위치를 찾는 것은 2개의 고유진동수에 대한 변화를 관찰함으로써 가능하다. 예컨대 균열이 발생한 방향으로의 1,3차 모드를 고려한다면 Fig. 12(a)는 정지상태, Fig. 12(b)는 3000rpm인 경우, 1, 3차 모드가 각각 2%, 4% 변화된 경우의 균열 위치와 크기에 대한 결과를 보여주고 있다. 두 선이 교차되는 지점

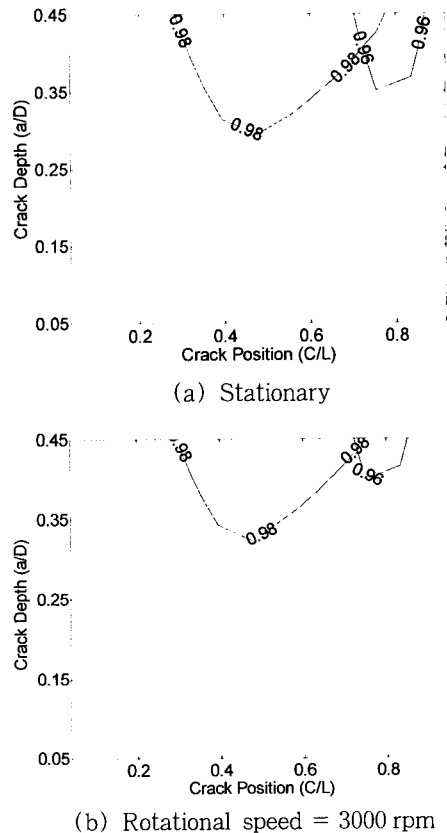


Fig. 12 Determination of the crack depth and position when the first and third natural frequencies are shifted due to the crack by 2.4%, respectively

이 균열의 위치와 깊이에 대응한다. 두 가지 경우에서 균열의 위치는 유사한 지점으로 확인되고 있으나 균열의 깊이는 정지상태가 다소 작은 경우에 대응되는 것으로 나타나고 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 열린 균열을 있는 회전체계에 대한 동적 모델링 방법을 제시하였다. 열린 균열에 의한 강성 저하 효과를 고려하기 위해 균열 부위를 경계로 발생하는 각변위 차이에 대한 굽힘 스프링으로 모델링하였으며 균열 있는 요소 행렬을 정의함으로써 유한요소 방법에 적용하였다. 제안된 모델링 방법의 타당성을 검증하기 위해 상용유한요소 코드 및 실험 결과 등과의 비교를 하였으며 매우 정확한 예측이 가능함을 확인하였다. 제안된 모델링 방법의 응용 관점에서 균열의 깊이 및 위치에 따른 고유진동수 변화에 관한 3차원 선도를 구했으며 이를 근거로 한 균열의 깊이 및 위치를 규명하는 예를 제시하였다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소에서 지원하는 장기기초연구(TECD-413-001115) 결과의 일부로서 관계자 여러분에게 감사드립니다.

참 고 문 헌

(1) Dimarogonas, A., 1996, "Vibration of Cracked Structures : a State of the Art Review," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 55, No. 5, pp. 831~857.
 (2) Tada, H., Paris, P. and Irwin, G., 1985, *The Stress Analysis of Cracks Handbook*, 2nd ed., St. Louis, Research Cooperation.
 (3) Tsai, T. C. and Wang, Y. Z., 1996, "Vibration Analysis and Diagnosis of a Cracked Shaft," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 192, No. 3, pp. 607~620.
 (4) Zheng, D. Y. and Fan, S. C., 2001, "Natural Frequency Changes of a Cracked Timoshenko Beam by Modified Fourier Series," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 246, No. 2, pp. 297~317.

(5) Seibold, S. and Weinert, 1996, "A Time Domain Method for the Localization of Cracks in Rotors," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 195, No. 1, pp. 57~73.

(6) Sekhar, A. S. and Prasad, P. B., 1997, "Dynamic Analysis of a Rotor System Considering a Slant Crack in the Shaft," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 208, No. 3, pp. 457~474.

(7) Fernandez Saez, J., Rubio, L. and Navarro, C., 1999, "Approximate Calculation of the Fundamental Frequency for Bending Vibrations of Cracked Beams," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 225, No. 2, pp. 345~352.

(8) Viola, E., Federici, L. and Nobile, L., 2001, "Detection of Crack Location Using Cracked Beam Element Method for Structural Analysis," *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 36, 23~35.

(9) Chinchalkar, S., 2001, "Determination of Crack Location in Beams Using Natural Frequencies," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 247, No. 3, 417~429.

(10) Wu, M. C. and Huang, S. C., 1998, "Vibration and Crack Detection of a Rotor with Speed Dependent Bearings," *International Journal of Mechanical Science*, Vol. 40, No. 6, pp. 545~555.

(11) Chondros, T. G., Dimarogonas, A. D. and Yao, D., 2001, "Vibration of a Beam with a Breathing Crack," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 239, No. 1, 57~67.

(12) Lee, C. W., Yun, J. S. and Jun, O. S., 1992, "Modeling of a Simple Rotor with a Switching Crack and its Experimental Verification," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 114, pp. 217~225.

(13) Lee, C. W., 2001, "Why We Need to Install Exciters in Rotating Machines: Benefits and Prospects," *First International Symposium on Stability Control of Rotating Machinery(ISCORMA-1)*, South Lake Tahoe.

(14) Lee, C. W. and Kwon, K. S., 2001, "Identification of Rotating Asymmetry in Rotating Machines by Using Reverse dFRF," *J. Mechanical*

