

다중 정현파의 능동소음제어를 위한

Filtered-x 최소 평균제곱 적응 알고리즘 수렴 연구

Convergence of the Filtered-x Least Mean Square Adaptive Algorithm for Active Noise Control of a Multiple Sinusoids

이 강 승[†]

Kang Seung Lee

(2002년 3월 11일 접수 : 2003년 2월 25일 심사완료)

Key Words : Active Noise Control(능동소음제어), Adaptive Algorithm(적응알고리즘), Filtered-x Least Mean Square(filtered-x 최소 평균제곱), Convergence Behavior(수렴특성)

ABSTRACT

Application of the filtered-x Least Mean Square(LMS) adaptive filter to active noise control requires to estimate the transfer characteristics between the output and the error signal of the adaptive controller. In this paper, we derive the filtered-x adaptive noise control algorithm and analyze its convergence behavior when the acoustic noise consists of multiple sinusoids. The results of the convergence analysis of the filtered-x LMS algorithm indicate that the effects of the parameter estimation inaccuracy on the convergence behavior of the algorithm are characterized by two distinct components : Phase estimation error and estimated gain. In particular, the convergence is shown to be strongly affected by the accuracy of the phase response estimate. Simulation results are presented to support the theoretical convergence analysis.

1. 서 론

전형적인 적응 능동 제어 시스템은 Fig. 1과 같다. 스피커에서 발생하는 제 2차 인공 소음이 입력 마이크로폰으로 음향 궤환되는 현상을 배제하기 위하여 입력 마이크로폰 대신 타코미터(tachometer), 가속도계(accelerometer)와 같은 비음향 소자를 사용할 수도 있다.^(1, 11) 또한 제어 대상 소음이 주기성을 가질 경우는 이 신호의 기본 주파수를 이용하여 입력신호를 발생시킬 수도 있다. 적응 필터 출력은 에러 마이크로폰의 입력점에서 원래의 소음과 스피커로 출력되는 인공 소음을 합하여 소음을 제어할 목적으로 스피커

를 구동시킨다.

적응 알고리즘들 중에서도 구현의 간단성 때문에 최소 평균 제곱 알고리즘이 널리 이용되어 왔다.^(2, 3) 그러나 최소 평균 제곱 알고리즘을 Fig. 1의 능동 소음 제어기에 직접 적용하는 것은 적절하지 못하다. 왜냐하면 필터 출력과 오차 신호의 합점(summation point) 사이의 스피커-공기-마이크로폰으로 구성된 2차 음향 경로(secondary acoustic path)는 주파수적으로 민감하여 에러신호의 크기 및 위상을 왜곡시킨다. 결과적으로 에러 경로에서 신호 크기 및 위상 왜곡은 일반적으로 최소 평균 제곱 알고리즘의 성능 저하를 야기시킨다. 그 결과 수렴 속도가 느려지고 잉여 에러(residual error)는 증가되어져 심지어 알고리즘까지도 불안정하게 된다. 이러한 이유로 적응 제어기의 출력과 에러신호 사이의 전달 특성을 추정하여 최소 평균 제곱 알고리즘에 반영한 filtered-x 최소 평균 제곱 알고리즘이 이용된다.^(4~6) Wang과 Ren⁽⁶⁾

[†] 책임저자, 정회원, 동의대학교 컴퓨터공학과

E-mail : kslee@dongeui.ac.kr

Tel : (051) 890-1711, Fax : (051) 890-1619

은 상용 미분 방정식 해석 방법을 이용하여 다중 입력(multiple input)과 다중 출력(multiple output)시 filtered-x 최소 평균 제곱 알고리즘의 수렴을 분석하였다.

많은 실제 응용에서 제어 대상 소음은 회전체 기계류(rotating machines)에 의해서 발생되므로 기본 정현파 신호의 합으로 모델⁽⁷⁾할 수 있다. 본 논문은 소음이 다중 정현파 신호로 구성되고, 단일 입력(single input)과 단일 출력(single output) 시스템일 때 filtered-x 최소 평균 제곱 알고리즘을 먼저 유도하고, 이 알고리즘의 수렴 특성을 실제 시스템 구축과 부합되는 시간 영역에서 이론적으로 분석하였다.^(8, 9) 수렴 분석은 알고리즘 성능(performance)에 있어서 파라미터 추정의 부정확으로 인한 효과에 초점을 맞추어 적응 능동소음제어 시스템을 설계시 도움을 주고자 하는데 목적이 있다.

서론에 이어 2장은 기본적인 적응 능동 소음 제어

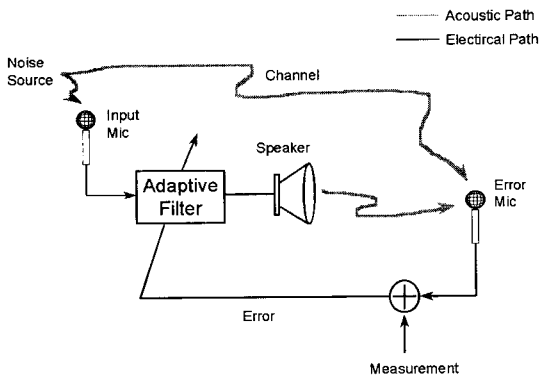


Fig. 1 Basic adaptive active noise controller configuration

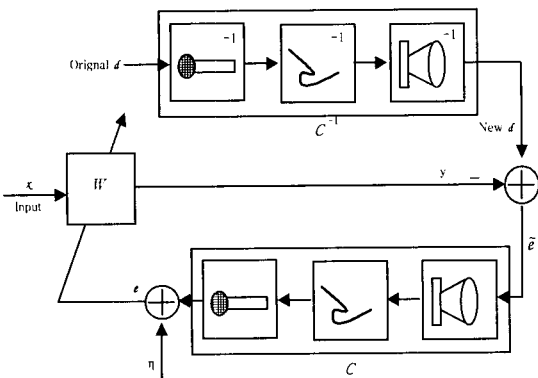


Fig. 2 Rearranged form of the controller under linear system condition

시스템 모델에 대해 설명하였고, 3장과 4장은 각각 수렴 분석 및 컴퓨터 모의 실험 결과를 나타내었다. 그리고 5장에서 결론을 맺었다.

2. 시스템 모델

Fig. 1에서 입력 마이크론 대신 타코미터, 엑세레로미터 등 비음향소자를 사용하면 스피커의 출력 신호가 입력신호로 되돌아오지 않는 비폐환 음향 시스템이 된다. 또한 스피커-공기-마이크론 경로를 선행이라고 가정할 수 있다. 따라서 이 경로를 합점(summation point) 이후로 재조정하여 배치하면 Fig. 2와 같은 등가 시스템을 얻을 수 있다.

소음이 M 개의 정현파로 구성되는 다중 신호일 때 입력신호와 희망 신호(desired signal) 사이의 경로를 Fig. 3의 상부와 같이 동상(inphase : I) 및 직교위상(quadrature : Q) 계수(weight)로 표현할 수 있다. m 번째 정현파 잡음 신호에서 적응 제어기의 구조는 각각의 입력 신호 $x_{I,m}(n)$ 와 $x_{Q,m}(n)$ 에 대하여 두 개의 적응 계수 $w_{I,m}(n)$, $w_{Q,m}(n)$ 를 갖는다.

따라서 제어기의 출력 $y(n)$ 은 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

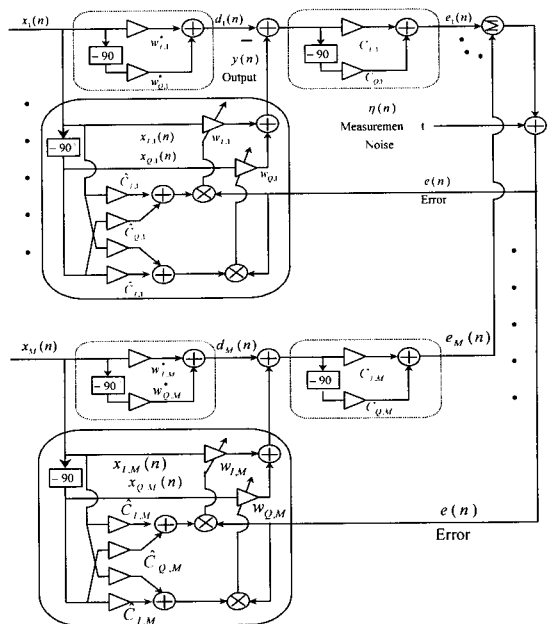


Fig. 3 The diagram of adaptive active noise control system under study

$$y(n) = \sum_{m=1}^M \{w_{I,m}(n)x_{I,m}(n) + w_{Q,m}(n)x_{Q,m}(n)\} \quad (1)$$

여기에서

$$\begin{aligned} x_{I,m}(n) &= A_m \cos(\omega_m n T + \phi_m) \triangleq A_m \cos \Psi_m(n), \\ x_{Q,m}(n) &= A_m \sin(\omega_m n T + \phi_m) \triangleq A_m \sin \Psi_m(n), \\ m &: \text{가지 지수(branch index)} = 1, 2, 3, \dots, M, \\ n &: \text{이산 시간 지수(discrete time index)}, \\ A &: \text{진폭}, \\ \omega_m &: \text{정규화 주파수(normalized frequency)}, \\ \phi_m &: \text{랜덤(random) 위상이다.} \end{aligned}$$

또한, Fig. 3의 신호 표시를 참조하면 오차 신호 $e(n)$ 은 식 (2)와 같다.

$$\begin{aligned} e(n) &= \sum_{m=1}^M [c_{I,m} \hat{e}_{I,m}(n) + c_{Q,m} \hat{e}_{Q,m}(n)] + \eta(n) \\ &= - \sum_{m=1}^M A_m [c_{I,m} \cos \Psi_m(n) + c_{Q,m} \sin \Psi_m(n)] \\ &\quad \cdot \{w_{I,m}(n) - w_{I,m}^*\} \\ &\quad - \sum_{m=1}^M A_m [c_{I,m} \sin \Psi_m(n) - c_{Q,m} \cos \Psi_m(n)] \\ &\quad \cdot \{w_{Q,m}(n) - w_{Q,m}^*\} + \eta(n) \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서

$$\begin{aligned} \hat{e}_I(n) &\triangleq \hat{e}(n) = \sum_{m=1}^M [d_m(n) - y_m(n)], \\ \hat{e}_Q(n) &: \hat{e}_I(n) \text{가 } 90^\circ \text{ 위상 천이된 신호,} \\ \eta(n) &: \text{평균이 0인 가우시안 측정 잡음(measurement noise)이다.} \end{aligned}$$

$w_{I,m}(n)$ 과 $w_{Q,m}(n)$ 은 $x_{I,m}(n)$ 및 $x_{Q,m}(n)$ 에 비하여 상대적으로 천천히 시변한다고 가정하면 식 (1)로부터 90° 위상 천이된 필터 출력은 식 (3)과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} y_Q(n) &= \sum_{m=1}^M \{w_{I,m}(n)x_{Q,m}(n) - w_{Q,m}(n)x_{I,m}(n)\} \\ &= \sum_{m=1}^M A_m \{w_{I,m}(n) \sin \Psi_m(n) \\ &\quad - w_{Q,m}(n) \cos \Psi_m(n)\} \end{aligned} \quad (3)$$

식 (1), (2) 그리고 식 (3)으로 부터 gradient-descent 방법을 이용하여 $e^2(n)$ 을 최소화하는 계수 갱신 알고리즘⁽⁴⁾은 식 (4)와 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} w_{I,m}(n+1) &= w_{I,m}(n) + \mu_m e(n) \{c_{I,m}x_{I,m}(n) \\ &\quad + c_{Q,m}x_{Q,m}(n)\}, \\ w_{Q,m}(n+1) &= w_{Q,m}(n) + \mu_m e(n) \{c_{I,m}x_{Q,m}(n) \\ &\quad - c_{Q,m}x_{I,m}(n)\} \end{aligned} \quad (4)$$

여기에서 μ_m 은 수렴 상수(convergence constant)이다.

식 (4)의 filtered-x 적응 알고리즘을 구현하려면 $c_{I,m}$ 및 $c_{Q,m}$ 를 알아야 한다.⁽¹⁰⁾ 다음에서 $c_{I,m}$ 와 $c_{Q,m}$ 를 추정값 $\hat{c}_{I,m}$ 및 $\hat{c}_{Q,m}$ 로 대체할 경우 제어기의 수렴특성에 어떠한 영향을 주는지 분석해 본다.

3. 수렴 특성 분석

3.1 계수 추정 오차(weight error)의 평균(크기)

식 (4)와 같이 유도한 적응 알고리즘이 부정확한 $\hat{c}_{I,m}$ 및 $\hat{c}_{Q,m}$ 에 대해 어떻게 수렴하는지를 보기 위해 먼저 적응 계수들의 평균값(mean value)에 대한 수렴 특성을 조사한다. Fig. 3의 신호 모델로부터 $E[w_{I,m}(n)]$ 와 $E[w_{Q,m}(n)]$ 은 충분히 수렴하여 정상 상태(steady-state)에 이르면 각각 $w_{I,m}^*$ 와 $w_{Q,m}^*$ 에 도달할 것으로 예상된다. 따라서 수렴 방정식을 간단히 하기 위해 식 (5)와 같이 계수 추정 오차 $v_{I,m}(n)$ 및 $v_{Q,m}(n)$ 를 정의한다.

$$\begin{aligned} v_{I,m}(n) &\triangleq w_{I,m}(n) - w_{I,m}^*, \\ v_{Q,m}(n) &\triangleq w_{Q,m}(n) - w_{Q,m}^* \end{aligned} \quad (5)$$

한편, 식 (2), (5), 그리고 Fig. 3으로부터 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} \hat{e}_{I,m}(n) &= -v_{I,m}(n)x_{I,m}(n) - v_{Q,m}(n)x_{Q,m}(n), \\ \hat{e}_{Q,m}(n) &= -v_{I,m}(n)x_{Q,m}(n) + v_{Q,m}(n)x_{I,m}(n) \end{aligned} \quad (6)$$

또한, 식 (5)를 식 (4)에 대입하면 식 (7)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 v_{I,m}(n+1) &= v_{I,m}(n) + \mu_m e(n) \\
 &\quad \cdot \{ \hat{c}_{I,m} x_{I,m}(n) + \hat{c}_{Q,m} x_{Q,m}(n) \}, \\
 v_{Q,m}(n+1) &= v_{Q,m}(n) + \mu_m e(n) \\
 &\quad \cdot \{ \hat{c}_{I,m} x_{Q,m}(n) - \hat{c}_{Q,m} x_{I,m}(n) \} \quad (7)
 \end{aligned}$$

마지막으로, 식 (6)과 식 (2)를 식 (7)에 대입하여 정리한 후, 입력 신호 $x_m(n)$, 측정 잡음 $\eta(n)$, 그리고 계수 추정 오차 $v_{I,m}$ 과 $v_{Q,m}$ 사이의 관계가 서로 독립적(independence)이라고 가정한 후 양변에 통계적 평균을 취하면 식 (8)과 같은 계수 추정 오차 방정식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} E[v_{I,m}(n+1)] \\ E[v_{Q,m}(n+1)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_m & \beta_m \\ -\beta_m & \alpha_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E[v_{I,m}(n)] \\ E[v_{Q,m}(n)] \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기에서

$$\begin{aligned}
 \alpha_m &\triangleq 1 - \frac{1}{2} \mu_m A_m^2 (c_{I,m} \hat{c}_{I,m} + c_{Q,m} \hat{c}_{Q,m}), \\
 \beta_m &\triangleq \frac{1}{2} \mu_m A_m^2 \{ \hat{c}_{I,m} c_{Q,m} - c_{I,m} \hat{c}_{Q,m} \} \text{이다.}
 \end{aligned}$$

한편, 전달 특성의 이득 및 위상 응답 파라미터를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}
 g_m &\triangleq \sqrt{c_{I,m}^2 + c_{Q,m}^2}, \quad \hat{g}_m \triangleq \sqrt{\hat{c}_{I,m}^2 + \hat{c}_{Q,m}^2}, \\
 \theta_{c,m} &\triangleq \tan^{-1} \left(\frac{c_{Q,m}}{c_{I,m}} \right), \quad \hat{\theta}_{c,m} \triangleq \tan^{-1} \left(\frac{\hat{c}_{Q,m}}{\hat{c}_{I,m}} \right)
 \end{aligned}$$

식 (8)의 α_m 및 β_m 은 식 (9)와 같이 다르게 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \alpha_m &\triangleq 1 - \frac{1}{2} \mu_m A_m^2 g_m \hat{g}_m \cos \Delta \theta_{c,m}, \\
 \beta_m &\triangleq \frac{1}{2} \mu_m A_m^2 g_m \hat{g}_m \sin \Delta \theta_{c,m} \quad (9)
 \end{aligned}$$

여기에서 $\Delta \theta_{c,m} \triangleq \theta_{c,m} - \hat{\theta}_{c,m}$ 이다.

한편 식 (8)의 $v_{I,m}$ 과 $v_{Q,m}$ 을 decoupling 된 형태로 만들기 위해서 유사 변환(similarity transformation)을 이용하면 식 (10)과 같이 변환된 영역으로 바꾸어 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 &\begin{bmatrix} E[\check{v}_{I,m}(n+1)] \\ E[\check{v}_{Q,m}(n+1)] \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 - \lambda_{I,m} & 0 \\ 0 & 1 - \lambda_{Q,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E[\check{v}_{I,m}(n)] \\ E[\check{v}_{Q,m}(n)] \end{bmatrix} \quad (10)
 \end{aligned}$$

여기에서

$$\begin{aligned}
 \lambda_{i,m} &= \frac{1}{2} \mu_m A_m^2 g_m \hat{g}_m [\cos \Delta \theta_{c,m} \pm j \sin \Delta \theta_{c,m}], \\
 i &= I, Q \text{이다.}
 \end{aligned}$$

식 (10)에서 $\lambda_{i,m}$ 가 복소수 값이므로 변환된 계수 추정 오차(transformed weight errors)도 복소수값이다. 그러므로 복소수인 경우, 실수부와 허수부를 따로 고려하거나 또는 복소수값의 크기와 위상에 대한 수렴성을 고려해야 한다. 따라서 본 논문에서는 변환된 계수 추정 오차의 크기(magnitude of transformed weight error)에 대한 수렴을 생각한다.

$$\rho_{i,m}(n+1) = |1 - \lambda_{i,m}| \rho_{i,m}(n), \quad i = I, Q \quad (11)$$

여기에서 $\rho_{i,m}(n) \triangleq |E[\check{v}_{i,m}(n)]|$ 이다.

식 (11)에서 볼 수 있듯이, 계수 추정 오차의 크기는 다음의 조건하에서 지수적으로 0으로 수렴한다. (결과적으로 계수 추정 오차 위상의 수렴에 관계없이 $E[w_{I,m}(n)]$ 은 $w_{I,m}^*$ 으로, $E[w_{Q,m}(n)]$ 은 $w_{Q,m}^*$ 으로 수렴한다.)

$$|1 - \lambda_{i,m}| < 1 \quad \forall_{i,m} \quad i = I, Q \quad (12)$$

식 (12)를 제곱하여 정리하면 식 (13)과 같다.

$$\begin{aligned}
 1 - \mu_m A_m^2 g_m \hat{g}_m \cos \Delta \theta_{c,m} \pm \frac{1}{4} \mu_m^2 g_m^2 \hat{g}_m^2 &< 1, \\
 0 < \mu_m < \frac{4 \cos \Delta \theta_{c,m}}{A_m^2 g_m \hat{g}_m}, \quad \text{즉} \quad 0 < x_{m,f} < 1 \quad (13)
 \end{aligned}$$

여기에서 $x_{m,f} \triangleq \mu_m A_m^2 \frac{g_m \hat{g}_m}{4 \cos \Delta \theta_{c,m}}$ 로 정의한다.

지수적 수렴(exponential convergence)의 시정수(time constant) τ 는 충분히 큰 시정수 τ 영역에서

식 (14)와 같이 단순화되어 유도된다.⁽⁴⁾

$$e^{-1/\tau_{i,m}} \cong 1 - \frac{1}{\tau_{i,m}} = |1 - \lambda_{i,m}|, \quad i=I, Q \quad (14)$$

식 (11)과 식 (14)로 부터 시정수는 식 (15)와 같이 얻는다.

$$\tau_{i,m} = \frac{1}{1 - \sqrt{1 - \mu_m A_m^2 g_m \hat{g}_m \cos \Delta \theta_{c,m} + \frac{1}{4} \mu_m^2 A_m^4 g_m^2 \hat{g}_m^2}},$$

$$= \frac{1}{1 - \sqrt{1 - 4x_{m,i}(1-x_{m,i}) \cos^2 \Delta \theta_{c,m}}}, \quad i=I, Q \quad (15)$$

3.2 계수 추정 오차의 합분산(summed variance of weight errors)

다음은 평균 제곱 에러(mean-square-error : MSE) $E[e^2(n)]$ 를 조사한다. 식 (6)을 식 (2)에 대입한 후 양변을 제곱을 취하여, 입력 신호 $x_m(n)$, 추정 잡음 $\eta(n)$, 그리고 계수 추정 오차 $v_{I,m}$ 과 $v_{Q,m}$ 사이의 관계가 서로 독립적이라고 가정한 후 양변에 통계적 평균을 취하여 정리하면, 식 (16)과 같이 MSE를 표현할 수 있다.^(4, 11, 12)

$$E[e^2(n)] = \sum_{m=1}^M e_m^2(n) + \sigma_\eta^2 = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M A_m^2 \xi_m(n) + \sigma_\eta^2 \quad (16)$$

여기에서

$$\sigma_\eta^2 \triangleq E[\eta^2(n)],$$

$$\xi_m(n) \triangleq E[v_{I,m}^2(n)] + E[v_{Q,m}^2(n)]$$

평균 제곱 에러의 수렴 연구는 제곱 계수 추정 오차의 합(sum of squared weight errors)을 연구하는 것과 직결되어 있음을 식 (16)에서 알 수 있다.

식 (5), (2) 그리고 식 (6)을 식 (4)에 대입하여 제곱한 후 양변에 통계적 평균을 취하면 식 (17)과 같다.

$$\xi_m(n+1) = \gamma_m \xi_m(n) + \delta_m \quad (17)$$

여기에서

$$\gamma_m \triangleq 1 - \mu_m A_m^2 g_m \hat{g}_m \cos \Delta \theta_{c,m} + \frac{1}{16} \mu_m^2 A_m^4 g_m^2 \hat{g}_m^2 (9 - \cos 2\Delta \theta_{c,m}),$$

$$\delta_m \triangleq \mu_m^2 A_m^2 \hat{g}_m^2 \sigma_\eta^2 \text{로 정의한다.}$$

따라서 $|\gamma_m| < 1$ 일 때, 식 (17)의 해는 식 (18)과 같다.

$$\xi_m(n) = \gamma_m^n \xi_m(0) + \frac{1 - \gamma_m^n}{1 - \gamma_m} \delta_m \quad (18)$$

결과적으로 계수 추정 오차의 합분산의 수렴 조건은 식 (18)로부터 얻을 수 있다.

$$|\gamma_m| < 1 \quad (19)$$

수렴 조건식 식 (19)를 풀면 식 (20)을 얻는다.

$$0 < \mu_m < \frac{16 \cos \Delta \theta_{c,m}}{A_m^2 g_m \hat{g}_m (9 - \cos 2\Delta \theta_{c,m})},$$

또는 $0 < x_{m,s} < 1$ (20)

여기에서 $x_{m,s} \triangleq \mu_m A_m^2 \frac{g_m \hat{g}_m (9 - \cos 2\Delta \theta_{c,m})}{16 \cos \Delta \theta_{c,m}}$ 로 정의한다.

한편, 식 (18)과 식 (14)로 부터 시정수는 식 (21)과 같이 유도된다.

$$\tau_{m,s} = \frac{1}{\mu_m A_m^2 g_m \hat{g}_m \{ \cos \Delta \theta_{c,m} - \frac{1}{16} \mu_m A_m^2 g_m \hat{g}_m (9 - \cos 2\Delta \theta_{c,m}) \}}$$

$$= \frac{9 - \cos 2\Delta \theta_{c,m}}{16 x_{m,s} (1 - x_{m,s}) \cos^2 \Delta \theta_{c,m}} \quad (21)$$

또한, 정상 상태의 값은 식 (22)와 같이 얻을 수 있다.

$$\xi_m(\infty) = \delta_m / (1 - \gamma_m)$$

$$= \frac{\mu_m \hat{g}_m \sigma_\eta^2}{g_m \{ \cos \Delta \theta_{c,m} - \frac{1}{16} \mu_m A_m^2 g_m \hat{g}_m (9 - \cos 2\Delta \theta_{c,m}) \}}$$

$$= \frac{16 x_{m,s} \sigma_\eta^2}{A_m^2 g_m^2 (1 - x_{m,s}) \{ 9 - \cos 2\Delta \theta_{c,m} \}} \quad (22)$$

식 (22)의 정상 상태 값은 위상 추정 오차의 함수이나 수렴 조건식 식 (20)을 만족하는 범위의 각종 파라미터 값을 선택하였을 때는 그 영향이 무시할 수

있을 정도로 미미하며 지배적인 파라미터는 수렴상수와 측정잡음의 분산임을 알 수 있다.

Filtered-x 최소 평균 제곱 알고리즘에 대한 평균 계수 추정 오차의 크기 및 계수 추정 오차의 합분산에 대한 수렴 분석 결과를 Table 1에 정리하였다.

Fig. 4는 평균 계수 추정 오차 크기(mean of weight error magnitude) 및 계수 추정 오차 합분산의 시정수를 나타냈다. 동일 선상의 $|\Delta\theta_{c,m}|$ 에서 χ_m 가 0.5일 때 수렴 속도가 가장 빠름을 알 수 있다.

참고적으로 위상 추정 오차가 0° 고, 추정 이득이 원래 이득과 동일할 때, 예상대로 수렴 결과는 최소

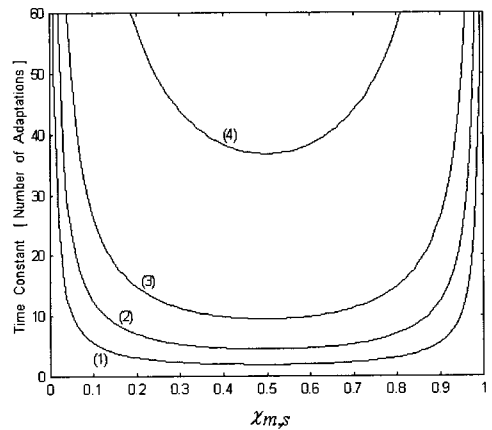
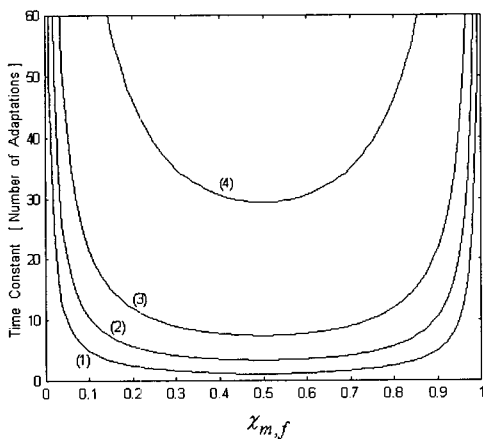
평균 제곱 알고리즘과 일치함을 알 수 있었다.

4. 모의 실험 결과

본 장은 3장의 filtered-x 최소 평균 제곱 알고리즘에 대한 이론 분석에 덧붙여서 컴퓨터 모의 실험 결과를 나타냈다. 두개의 정현파로 구성된 다중 정현파인 경우를 생각한다. 첫번째, 두번째 정현파 신호의 주파수는 각각 120 Hz, 240 Hz이고 표본화 주파수는 2 kHz로 선택하였고 입력 신호 $x(n)$ 및 희망 신호 $d(n)$ 은 식 (23)과 같이 나타내었다.

Table 1 The results of the convergence analysis of the filtered-x LMS algorithm

	Mean of weight error (magnitude) $\chi_{m,f} \triangleq \frac{\mu_m A_m^2 g_m \hat{g}_m}{4 \cos \Delta \theta_{c,m}}$	Summed variance of weight errors $\chi_{m,s} \triangleq \frac{\mu_m A_m^2 g_m \hat{g}_m [9 - \cos(2\Delta \theta_{c,m})]}{16 \cos \Delta \theta_{c,m}}$
Stability condition	$0 < \mu_m < \frac{4 \cos \Delta \theta_{c,m}}{A_m^2 g_m \hat{g}_m}$ or $0 < \chi_{m,f} < 1$	$0 < \mu_m < \frac{16 \cos \Delta \theta_{c,m}}{A_m^2 g_m \hat{g}_m [9 - \cos(2\Delta \theta_{c,m})]}$ or $0 < \chi_{m,s} < 1$
Time constant	$\frac{9 - \cos(2\Delta \theta_{c,m})}{16\chi_{m,s}(1 - \chi_{m,s}) \cos^2 \Delta \theta_{c,m}}$	$\frac{1}{1 - \sqrt{1 - 4\chi_{m,f}(1 - \chi_{m,f}) \cos^2 \Delta \theta_{c,m}}}$
Steady-state value	0	$\frac{16\chi_{m,s} \sigma_\eta^2}{A_m^2 g_m^2 (1 - \chi_{m,s}) [9 - \cos(2\Delta \theta_{c,m})]}$



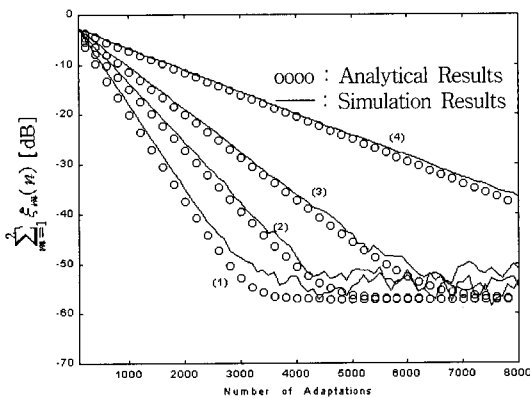
(a) Mean of the weight error magnitude (b) Summed variance of the weight errors
 (1) $|\Delta\theta_{c,m}| = 0^\circ$, (2) $|\Delta\theta_{c,m}| = 45^\circ$, (3) $|\Delta\theta_{c,m}| = 60^\circ$, (4) $|\Delta\theta_{c,m}| = 75^\circ$

Fig. 4 Time constant

$$\begin{aligned}
 x(n) &= \sum_{m=1}^2 A_m \cos(\omega_m n + \phi_m) \\
 &= \sqrt{2} \{ \cos(\frac{240\pi n}{2000} + \phi_1) + \cos(\frac{480\pi n}{2000} + \phi_2) \}, \\
 d(n) &= \sum_{m=1}^2 \{ w_{I,m}^* x_{I,m} + w_{Q,m}^* x_{Q,m} \} \\
 &= 0.6x_{I,1}(n) - 0.1x_{Q,1}(n) + \\
 &\quad 0.3x_{I,2}(n) - 0.3x_{Q,2}(n) \quad (23)
 \end{aligned}$$

2차 음향 경로의 전달 특성은 $g_1 = g_2 = 1$, $\theta_{c,1} = -45^\circ$ 그리고 $\theta_{c,2} = 45^\circ$ 이며, 평균이 0인 측정 잡음 $\eta(n)$ 의 분산은 0.001으로 시뮬레이션을 하였다. 그리고 초기 적응 웨이트 값은 모두 0으로 하였고, 두 정현파 주파수에 대하여 위상 추정 오차를 모의 실험 편의상 똑같은 값으로 주었다. 컴퓨터 모의 실험 결과 앙상블 평균(ensemble average)은 1,000번씩 독립적으로 실행하여 얻었다. 수렴 상수는 μ_1, μ_2 는 0.002 라고 놓았다.

Fig. 5는 위상 추정 오차 $|\Delta\theta_{c,m}|$ 가 (1) 0° , (2) 45° , (3) 60° , (4) 75° 일 때 계수 추정 오차의 합분산에 대한 이론 분석 및 모의 실험을 통해 얻은 수렴 곡선(learning curve)을 보였다. 이 경우의 각종 파라미터들은 식 (20)의 수렴조건을 만족하였다. 우선 모의 실험 결과는 이론 분석 결과와 잘 일치함을 알 수 있다. 그리고 위상 추정 오차를 제외한 나머지 모든 파라미터를 동일하게 놓고 서로 다른 위상 추정 오차 $|\Delta\theta_{c,m}|$ 에 따른 수렴 속도 및 정상 상태 값



(1) $|\Delta\theta_{c,m}| = 0^\circ$, (2) $|\Delta\theta_{c,m}| = 45^\circ$,
 (3) $|\Delta\theta_{c,m}| = 60^\circ$, (4) $|\Delta\theta_{c,m}| = 75^\circ$

Fig. 5 Learning curves of the summed variance of the weight errors

을 고찰하였다. 그 결과 정상 상태에 도달한 계수 추정 오차 합분산은 위상 추정 오차 $|\Delta\theta_{c,m}|$ 에 대하여 거의 영향을 받지 않았고, 단지 위상 추정 오차 $|\Delta\theta_{c,m}|$ 가 크면 클수록 수렴 속도는 늦어짐을 알 수 있었다. 이 실험으로부터 우리는 위상 추정 오차는 수렴 속도에만 큰 영향을 미칠 뿐 정상 상태 값에는 거의 영향을 미치지 못함을 알 수 있었다.

5. 결 론

Table 1로 부터 filtered-x 최소 평균 제곱 알고리즘의 수렴 특성에 대한 파라미터 추정 부정확으로 인한 효과는 뚜렷이 대별되는 두가지 성분, 즉 위상 추정 오차 및 추정 이득에 의해 특징지어 졌다. 또한 수렴을 보장하기 위해 위상 추정 오차의 절대치는 90° 보다 작아야 한다는 사실은 참고문헌 (12), (13)의 연구결과와 일치함을 확인했다. 수렴 속도는 동일한 위상 추정 오차에서는 x_I, x_Q 가 0.5일 때 가장 빨랐다. 계수 추정 오차의 합분산에 대한 이론 분석 및 모의 실험을 통해 얻은 수렴 곡선으로부터 우리는 위상 추정 오차가 수렴 속도에만 큰 영향을 미칠 뿐 정상 상태 값에는 거의 영향을 미치지 못함을 알 수 있었다. 또한 위상 추정 오차가 0° 이고, 추정 이득이 원래 이득과 동일할 때, 예상대로 수렴 결과는 최소 평균 제곱 알고리즘과 일치함을 알 수 있었다. 결론적으로 filtered-x 최소 평균 제곱 알고리즘의 수렴은 각 응답 추정(phase response estimate)의 정확도에 많은 영향을 받음을 보였다.

후 기

본 논문은 2003년도 동의대학교 일반연구과제 및 부산 테크노파크 지원사업에 의하여 연구되었음.

참 고 문 헌

(1) Wanaka, G. E., Poole, L. A. and Tichy, J., 1984, "Active Acoustic Attenuator," U. S. Pat., No. 4,473,906.
 (2) Elliott, S. J., Stothers, I. M., Nelson, P. A., et. al., 1988, "The Active Control of Engine Noise

Inside Cars," Proc. Inter-Noise '88, pp. 987~990.

(3) Elliott, S. J., Nelson, P. A., Stothers, I. M., et. al., 1990, "In-flight Experiments on the Active Control of Propeller-induced Cabin Noise," Journal of Sound and Vibration, Vol.140, pp. 219~238.

(4) Widrow, B. and Stearns, S. D., 1985, Adaptive Signal Processing : Prentice-Hall, Chapter 11.

(5) Kuo, S. M., Tahernezehadi, M. and Hao, W., 1999, "Convergence Analysis of Narrow-band Active Noise Control System," IEEE Trans. on Circuits and System-II, Vol.46, No.2, pp. 220~223.

(6) Wang, A.K. and Ren, W., 1999, "Convergence Analysis of the Multi-variable Filtered-x LMS Algorithm with Application to Active Noise Control," IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 47, No. 4, pp. 1166~1169.

(7) Glover, J.R., 1977, "Adaptive Noise Cancellation Applied to Sinusoidal Noise Interferences," Proc. IEEE trans., ASSP-25, pp. 484~491.

(8) Lee, K. S., Lee, J. C., Youn, D. H. and Cha, I. W., 1994, "Convergence Analysis of the

Filtered-x LMS Active Noise Canceller for a Sinusoidal Input," Fifth Western Pacific Regional Acoustic Conference, Vol. 2, pp. 873~878.

(9) Lee, K. S., Lee, J. C. and Youn, D. H., 1994, "On the Convergence Behavior of the Filtered-x LMS Active Noise Canceller," IEEE International Workshop on Intelligent Signal Processing and Communication Systems.

(10) Eriksson, L. J. and Allie, M. C., 1989, "Use of Random Noise for On-line Transducer Modeling in an Adaptive Filter for Use in Active Sound Attenuation," Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 85, pp. 797~802.

(11) Lee, K. S., 1995, Performance Analysis of Adaptive Algorithms for Active Noise Control : Ph. D. Thesis, Yonsei University.

(12) Bendat, J. S., 1990, Nonlinear System Analysis and Identification from Random Data : John Wiley & Sons.

(13) 황요하, 이종민, 김승중, 2002, "전달경로의 차이를 이용한 새로운 차량용 능동 머플러의 개발," 한국소음진동공학회논문집 제 12 권 제 5 호, pp. 374~379.