

변위비례식 마찰댐퍼 시스템의 진동해석

박동훈[#], 최명진^{**}

Vibration Analysis of an Amplitude Proportional Friction Damper System

Dong-Hoon Park[#], Myung-Jin Choi^{**}

ABSTRACT

An Amplitude Proportional Friction Damper (APFD) is considered in order to improve the characteristics of Coulomb friction damper. The frictional force is proportional to the amplitude in APFD system and the system is non-linear as is Coulomb damper system. A free vibration analysis on the 1-DOF system has made to demonstrate the characteristics of the APFD system. The results show that APFD system has similar damping characteristics to the viscous damper. Also, the solution for the response of a base-excited system with APFD is developed through the application of a Fourier series to represent the frictional force of APFD. It is assumed that no stick-slips occur during any portion of the steady-state oscillation.

Key Words : Amplitude Proportional Friction Damper (변위비례식 마찰댐퍼), Coulomb Damper (쿨롱댐퍼), Free Vibration Analysis (자유진동해석), Base-Excited Vibration (지지부 가진진동), Fourier Series (푸리에 함수), Transmissibility (전달율)

기호설명

- Free Vibration Analysis -

F = friction force (N)
d = proportional coefficient of APFD (N/mm)
x = amplitude or displacement (mm)
x₀ = initial amplitude (mm)
 \dot{x} = velocity (mm/sec)
 \ddot{x} = acceleration (mm/sec²)
X = changes of amplitude (mm)

m = mass (kg)
k = spring constant (N/mm)
t = time (sec)
 τ = period (sec)
 ω_n = undamped natural frequency (rad/sec)
= (k/m)^{1/2}
 η = d / k (dimensionless)
 ω_d = frequency (rad/sec) = $\omega_n \cdot (1-\eta)^{1/2}$
 ω_d' = frequency (rad/sec) = $\omega_n \cdot (1+\eta)^{1/2}$
 δ = ω_d' / ω_d

☞ 2002년 10월 8일 접수
교신저자, 경희대학교 대학원 기계공학과, MUBEA Korea(주)
Email mubea@chollian.net Tel. (031) 206-1330
* 경희대 기계산업시스템공학부

- Base-Excitation Vibration Analysis -

- x = forced excitation of the base (mm)
- y = displacement of mass (mm)
- z = relative displacement between mass and base (mm) = $y - x$
- ω = base excitation frequency (rad/sec)
- Φ = phase angle by which z lags x (rad)
- $F(t)$ = frictional force expressed as a function of time (N)
- F_0 = friction force at maximum amplitude (N)
- β = frequency ratio (dimensionless) = ω / ω_n
- G = friction damping factor = F_0 / kx_0
- x_0, y_0, z_0 = maximum amplitude of x, y, z (mm)
- W_d = energy loss per cycle (N-m)
- C_{eq} = equivalent viscous damping coefficient (N-sec/mm)

1. 서론

건마찰(dry friction)은 여러 기계시스템에서 중요한 감쇠원(減衰源)으로 이용되고 있다. 건마찰 댐퍼 혹은, 쿨롱댐퍼(Coulomb damper)는 자동차 구동계의 클러치나 철도차량의 현가장치, 항공기 터보엔진의 터빈 블레이드 등에 적용되고 있다^{1,3}.

쿨롱댐퍼를 사용할 경우 마찰력은 시스템의 고유진동수에 전혀 영향을 미치지 않으며, 마찰력이 충분치 못할 경우 공진시 진폭이 무한대로 발산하는 경우가 발생한다. 한편, 마찰력을 증가시키면 공진시의 진폭은 감소하나 스틱-슬립(stick-slip)의 발생영역이 넓어져 시스템의 정확한 거동 예측이 어려워진다^{4,5}.

지금까지의 쿨롱댐퍼에 대한 연구는 주로 쿨롱댐퍼 시스템의 스틱-슬립 거동에 대한 정확한 해석에 중점을 두고 있으며 쿨롱댐퍼의 특성 향상에 대한 연구는 제한적이었다⁶⁻⁸. 본 연구에서는 구조가 간단한 쿨롱댐퍼의 장점을 살리면서 쿨롱댐퍼 특성을 개선하기 위하여 진폭비례식 마찰댐퍼의 특성을 가정하였다. 진폭비례식 마찰댐퍼란 마찰력이 진폭에 비례하는 댐퍼로서 쿨롱댐퍼와 마찬가지로 비선형적인 특성을 가진다. 그리고, 외부 가진력이 제거되었을 때 스틱의 발생 없이 항상 시스템의 원점으로 복귀하도록 특성을 설정할 수 있다. 본 논

문에서는 먼저 1 자유도 진폭비례식 마찰댐퍼 시스템의 자유진동 특성을 해석하였다⁹. 또한, 진폭비례식 마찰댐퍼가 진동절연 시스템에 사용될 경우를 위하여 1 자유도 지지부-조화가진 시스템을 모델링하고 거동특성을 해석하였다. 해석을 위하여 진폭비례식 댐퍼의 마찰력을 푸리에 함수(Fourier series)로 나타내었다¹⁰. 해석을 통해 진폭, 위상각, 전달율의 식을 도출하였고 진폭비례식 마찰댐퍼의 등가감쇠계수도 구하였다.

2. 자유진동해석

2.1 변위비례식 마찰댐퍼의 특성

변위비례식 마찰댐퍼의 마찰력은 진폭 x 의 절대값에 비례하며 즉, 변위가 - 일 경우나, + 일 경우에도 동일하게 변위에 비례하고 방향은 쿨롱마찰의 경우와 같이 속도 \dot{x} 의 반대 방향으로 작용한다고 가정한다. 이러한 특성을 그림으로 나타내면 Fig. 1과 같다.

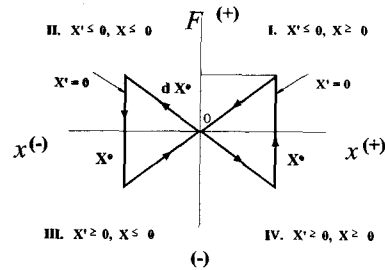


Fig. 1 Friction force of an Amplitude Proportional Friction Damper (APFD)

Fig. 1과 같은 특성을 갖는 변위비례식 마찰댐퍼의 마찰력은 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있으며 속도의 방향에 따라 마찰력의 부호가 바뀐다.

$$F = -d \cdot |x| \cdot \text{sign}(\dot{x})$$

where, d : constant (1)

$$\text{sign}(\dot{x}) = +1, \text{ if } \dot{x} > 0,$$

$$= -1, \text{ if } \dot{x} < 0$$

2.2 모델링 및 해석

변위비례식 마찰댐퍼를 갖는 1 자유도 시스템의

모델은 Fig. 2와 같이 나타낼 수 있다. 이러한 진동 시스템의 운동방정식은 질량 m 의 속도가 + 일 경우와 - 일 경우에 대해 각각 달라지므로 식(2) 및 (3)과 같이 비선형방정식이 된다.

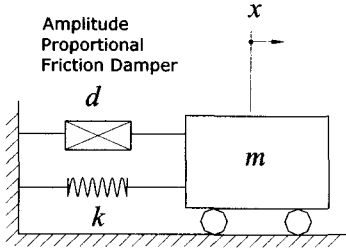


Fig. 2 A vibration system having an APFD

for $\dot{x} > 0$,

$$m\ddot{x} + kx + d \cdot |x| = 0 \quad (2)$$

for $\dot{x} < 0$,

$$m\ddot{x} + kx - d \cdot |x| = 0 \quad (3)$$

비선형 운동방정식을 풀기위해 한 싸이클을 x 및 x 의 부호에 따라 Fig. 1과 같이 4개의 선형구간으로 나누어 생각 할 수 있다. 각 구간에서는 아래의 운동방정식(4)와 (5)가 반복적으로 적용된다.

I. $\dot{x} \leq 0, x \geq 0$ and III. $\dot{x} \geq 0, x \leq 0$

$$\ddot{x} + \omega_d^2 x = 0 \quad (4)$$

II. $\dot{x} \leq 0, x \leq 0$ and IV. $\dot{x} \geq 0, x \geq 0$

$$\ddot{x} + \omega_d'^2 x = 0 \quad (5)$$

2.2.1 구간 I ($\dot{x} \leq 0, x \geq 0$)

먼저 구간 I에서 $t=0$ 일때의 초기조건을 $x(0) = x_0, \dot{x}(0) = 0$ 이라고 가정하고 식(4)의 해를 단순 조화운동 (simple harmonic motion)으로 가정하면 식(6)과 같은 해를 구할 수 있다.

$$x = x_0 \cos \omega_d t \quad (6)$$

그 다음, 구간 II에서의 초기조건을 구하기 위해 $x=0$ 이 되는 시간 $t = \tau_1$ 을 구하고 이때의 속도를 식(7) 및 (8)과 같이 구한다.

$$\tau_1 = \frac{\pi}{2\omega_d} \quad (7)$$

$$\dot{x}(\tau_1) = -\omega_d \cdot x_0 \quad (8)$$

2.2.2 구간 II ($\dot{x} \leq 0, x \leq 0$)

구간 II에서는 식(5)의 운동방정식이 성립한다. 해를 식(9)와 같이 가정하고 초기조건으로 $t = \tau_1$ 에서 $x = 0, \dot{x} = -\omega_d \cdot x_0$ 을 대입하면 식(10)과 같은 해를 얻는다.

$$x = A \cos \omega_d' t + B \sin \omega_d' t \quad (9)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{x_0}{\delta} \left[\sin \frac{\delta\pi}{2} \cos \omega_d' t \right. \\ &\quad \left. - \cos \frac{\delta\pi}{2} \sin \omega_d' t \right] \\ &= \frac{-x_0}{\delta} \sin \left(\omega_d' t - \frac{\delta\pi}{2} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

속도 \dot{x} 가 다시 0이 될때까지의 시간을 $t = \tau_2$ 라 하면 식(10)을 이용하여 τ_2 를 구할 수 있다. 그리고 이때의 변위는 - 최대진폭이 되며 이 값은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\tau_2 = \left(\frac{\pi}{2\omega_d'} \right) \cdot (\delta + 1) \quad (11)$$

$$= \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{\omega_d} + \frac{1}{\omega_d'} \right)$$

$$\begin{aligned} x(\tau_2) &= \frac{-x_0}{\delta} \sin \left[\omega_d'(\tau_2) - \frac{\delta\pi}{2} \right] \\ &= \frac{-x_0}{\delta} \end{aligned} \quad (12)$$

2.2.3 구간 III ($\dot{x} \geq 0, x \leq 0$)

III 구간에서는 다시 식(4)의 운동방정식이 성립한다. 해를 식(13)과 같이 가정하고 초기조건으로 $t = \tau_2$ 에서 $x = -x_0/\delta$ 및 $\dot{x} = 0$ 을 대입하면 식(14)의 해를 얻는다.

$$x = C \cos \omega_d t + D \sin \omega_d t \quad (13)$$

$$x = \frac{-x_0}{\delta} \left[\cos \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{1}{\delta}\right) \cos \omega_d t + \sin \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{1}{\delta}\right) \sin \omega_d t \right] \quad (14)$$

$$= \frac{-x_0}{\delta} \cos \left[\omega_d t - \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{1}{\delta}\right) \right]$$

그리고 식(14)를 통해 다시 x 가 0의 위치로 되 돌아갈 때까지의 시간 $t = \tau_3$ 와 이 때의 속도를 구 하여 보면 식(15) 및 (16)과 같다.

$$\begin{aligned} \tau_3 &= \frac{\pi}{\omega_d} \left(1 + \frac{1}{2\delta}\right) \\ &= \frac{\pi}{2} \left(\frac{2}{\omega_d} + \frac{1}{\omega_d'}\right) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}(\tau_3) &= \left(\frac{x_0 \omega_d}{\delta}\right) \cdot \sin \left[\omega_d(\tau_3) - \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{1}{\delta}\right) \right] \\ &= \frac{x_0 \omega_d}{\delta} \end{aligned} \quad (16)$$

2.2.4 구간 IV ($\dot{x} \geq 0, x \geq 0$)

IV 구간에서는 다시 식(5)의 운동방정식이 성립한다. 해를 식(9)와 같이 가정하고 초기조건으로 $t = \tau_3$ 에서 $x = 0$ 및 $\dot{x} = x_0 \omega_d / \delta$ 을 대입하면 식(17)을 얻는다.

$$\begin{aligned} x &= \frac{x_0}{\delta^2} \left[-\sin \pi \delta \left(1 + \frac{1}{2\delta}\right) \cos \omega_d' t + \cos \pi \delta \left(1 + \frac{1}{2\delta}\right) \sin \omega_d' t \right] \\ &= \frac{x_0}{\delta^2} \sin \left[\omega_d' t - \pi \delta \left(1 + \frac{1}{2\delta}\right) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

마지막으로 \dot{x} 가 다시 0이 될 때의 시간 $t = \tau_4$ 와 이때의 변위를 구해보면 식(18) 및 (19)와 같다.

$$\begin{aligned} \tau_4 &= \frac{\pi}{2\omega_d} \left(2 + \frac{2}{\delta}\right) \\ &= \frac{\pi}{2} \left(\frac{2}{\omega_d} + \frac{2}{\omega_d'}\right) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{x_0}{\delta^2} \sin \left[\omega_d'(\tau_4) - \pi \delta \left(1 + \frac{1}{2\delta}\right) \right] \\ &= \frac{x_0}{\delta^2} \end{aligned} \quad (19)$$

이상과 같이 첫번째 싸이클을 4 구간으로 나누어 해석한 결과 각 구간별로 $\tau_{1,3} = \pi/2\omega_d, \tau_{2,4} = \pi/2\omega_d'$ 의 주기를 가짐을 알 수 있다. 즉, 감쇠가 없는 자유진동의 주기 $\tau = 2\pi/\omega_n$ 을 4등분한 주기와 유사함을 알 수 있다. 첫 번째 싸이클 이후의 싸이클에서도 각 구간별로 동일한 주기로 진동을 계속할 것임을 알 수 있다. 즉, 각 싸이클의 주기 τ 는 식 (20)와 같다.

$$\tau = \pi \left(\frac{1}{\omega_d} + \frac{1}{\omega_d'} \right) \quad (20)$$

지금까지 유도한 식을 이용하여 변위비례식 마찰댐퍼 시스템의 자유진동시 속도-변위곡선을 그려보면 Fig. 3과 같다.

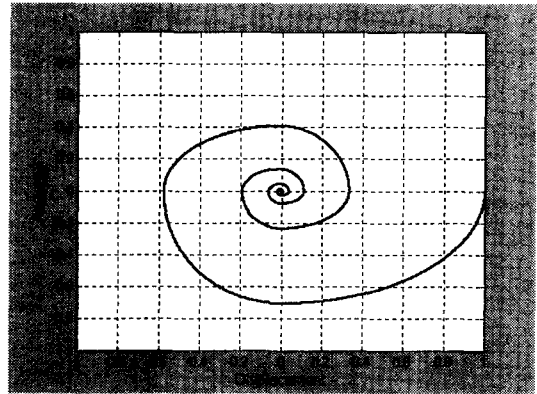


Fig. 3 Phase trajectory of an APFD system ($\eta = 0.5, m = 1, k = 1, x_0 = 1, X$ -axis : Displacement, Y-axis : Velocity)

Fig. 4는 변위비례식 마찰댐퍼 시스템의 자유진동시 변위-시간응답을 나타낸 것이다.

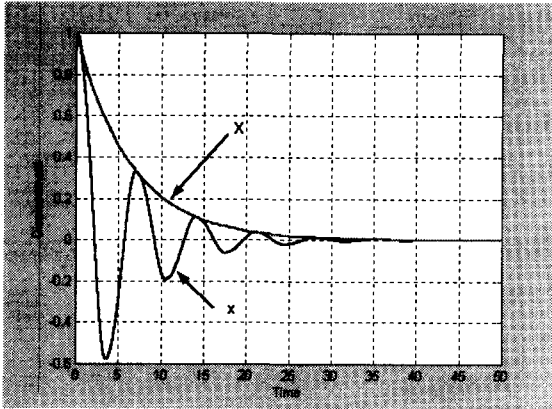


Fig. 4 Displacement versus time of free vibration of an APFD system ($\eta = 0.5, m = 1, k = 1, x_0 = 1$, X-axis : Time, Y-axis : Displacement)

식(19)를 통해 변위비례식 마찰댐퍼의 자유진동 시 때 사이클당 진폭의 감소비는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{x(0)}{x \left(\frac{\pi}{\omega_d} + \frac{\pi}{\omega_d'} \right)} = \frac{1}{\delta^2} \quad (21)$$

그런데 Fig. 4 를 보면 변위비례식 마찰댐퍼의 자유진동 감쇠특성은 점성댐퍼의 경우와 매우 유사함을 알 수 있다. 변위비례식 마찰댐퍼의 자유진동시 진폭이 점성댐퍼와 같이 지수함수적으로 감소한다고 가정하면 진폭의 변화를 $X = x_0 e^{-at}$ 와 같은 식으로 표현할 수 있다. 그런데 변위비례식 마찰댐퍼의 사이클당 진폭감소비는 $1/\delta^2$ 이므로 $t = \tau$ 일 때, $X = x_0 / \delta^2$ 을 대입하여 a 를 구하면 변위비례식 마찰댐퍼의 자유진동시의 진폭의 변화는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다(Fig. 4).

$$X = x_0 e^{\left(\frac{1}{\tau} \ln \frac{1}{\delta^2}\right) t} \quad (22)$$

2.2.5 자유진동조건

Fig. 2 와 같은 시스템에서 만일 d 의 값이 k 의 값보다 크다면 이 시스템은 자유진동을 하지 않는다. 댐퍼의 마찰력이 스프링의 반발력보다 크기 때문에 댐퍼에서 스틱이 발생하고 이로 인해 시스템

은 자유진동을 할 수 없다. 자유진동을 할 조건을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\eta = \frac{d}{k} < 1 \quad (23)$$

즉, 임의의 변위 x 에 대해 항상 스프링의 반발력이 댐퍼의 마찰력보다 커야 시스템은 자유진동한다. 만일 $\eta \geq 1$ 즉, $d \geq k$ 일 경우에는 초기상태 $x = x_0$ 인 상태로 남아 있게 된다.

변위비례식 마찰댐퍼 시스템에서 $\eta < 1$ 일 경우, 외부 가진력이 제거되면 시스템의 변위는 항상 원점으로 복귀한다. 이러한 특성은 일부 진동절연 시스템에 있어서 꼭 필요한 것으로서, 원점으로 복귀하기 이전에 반드시 스틱이 발생하는 단순 쿨롱댐퍼 시스템에 비해 변위비례식 마찰댐퍼 시스템의 장점이라 할 수 있다.

3. 지지부 조화가진운동 해석

3.1 모델링 및 해석

변위비례식 마찰댐퍼를 갖는 진동시스템의 지지부가 외부로부터 조화가진을 받고 있는 경우의 거동에 대해 해석해 본다. Fig. 5 는 이런 시스템의 모델을 나타낸다. 지지부의 조화가진은 $x = x_0 \cos(\omega t + \phi)$ 로 가정하고 이 시스템을 해석하는데 있어 댐퍼에서 스틱-슬립현상은 발생하지 않는다고 가정하고 정상상태의 해를 구한다.

만일 지지부의 변위와 질량간의 상대변위를 z 라 하고 즉, $z = y - x$ 라 하고 초기조건을 $z(0) = z_0, \dot{z}(0) = 0$ 으로 가정하면 Fig. 5 와 같은 시스템의 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$x = x_0 \cos(\omega t + \phi)$$

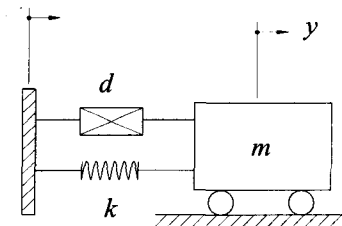


Fig. 5 An APFD system with base harmonic excitation

$$m z'' + k z - F(t) = -m \ddot{x} = m \omega^2 x_o \cos(\omega t + \phi) \quad (24)$$

여기서 $F(t)$ 는 Fig. 6 과 같이 주기적으로 반복되는 변위비례식 마찰댐퍼의 마찰력을 나타낸다. 식(24)는 자유진동의 경우와 마찬가지로 $F(t)$ 로 인해 비선형방정식이 된다. 그런데 주기적으로 변하는 힘은 Fourier의 함수로 표현할 수 있음은 이미 알려진 사실이다. 따라서, Fig. 6 과 같은 변위비례식 마찰댐퍼의 마찰력도 Fourier 함수로 표현할 수 있다. 식(25)는 변위비례식 마찰댐퍼의 마찰력을 Fourier 함수 나타낸다.

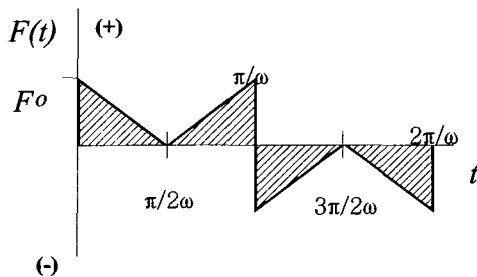


Fig. 6 Friction force of an APFD

$$F(t) = \frac{4}{\pi} F_o \left\{ \sum \frac{1}{n} \sin n \omega t - \frac{2}{\pi} \sum \frac{(-1)^{(n-1)/2}}{n^2} \sin n \omega t \right\} \quad (25)$$

$n = 1, 3, 5, \dots$

식(24)의 정상상태 해를 식(26)과 같이 가정한다.

$$z(t) = \sum \{ A_n \cos n \omega t + B_n \sin n \omega t \} \quad (26)$$

식(26)과 (25)를 식(24)에 대입하고 같은 삼각함수의 항끼리 등치시키면 다음과 같이 A_n 및 B_n 을 구할 수 있다.

$$A_1 = \frac{\beta^2}{(1-\beta^2)} x_o \cos \phi$$

$$B_1 = \frac{x_o}{(1-\beta^2)} \left(\frac{4G}{\pi} - \frac{8G}{\pi^2} - \beta^2 \sin \phi \right)$$

$$A_n = 0 \quad (27)$$

$$B_n = \frac{4G \frac{x_o}{n\pi} \left[1 - \frac{2}{\pi} \frac{(-1)^{(n-1)/2}}{n} \right]}{(1-n^2\beta^2)}$$

$n = 3, 5, 7, \dots$

한편, 위상각 ϕ 를 구하기 위해 초기조건 $z(0) = 0$ 을 식(26)의 미분식에 대입하면 식(28)과 같이 된다.

$$z(0) = 0 = D_o + \sum D_n$$

$$D_o = \frac{-x_o \beta^2 \sin \phi}{(1-\beta^2)} \quad (28)$$

$$D_n = \frac{\frac{4G x_o}{\pi} \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \frac{(-1)^{(n-1)/2}}{n} \right\}}{(1-n^2\beta^2)}$$

따라서, 식(28)로부터 위상각 ϕ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\phi = \sin^{-1} \frac{(1-\beta^2)}{\beta^2} \left(\frac{4G}{\pi} \right) \cdot S \quad (29)$$

$$S = \sum \frac{\left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \frac{(-1)^{(n-1)/2}}{n} \right\}}{(1-n^2\beta^2)}$$

$n = 3, 5, 7, \dots$

한편, 질량 m 의 절대변위 y 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$y(t) = x(t) + z(t) = x_o \cos(\omega t + \phi)$$

$$+ \sum \{ A_n \cos n \omega t + B_n \sin n \omega t \} \quad (30)$$

식(28)을 식(30)에 대입하면 아래와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{y(t)}{x_o} &= \frac{\cos \phi \cdot \cos \omega t}{(1-\beta^2)} \\ &+ \frac{(\frac{4G}{\pi} - \frac{8G}{\pi^2} - \sin \phi) \cdot \sin \omega t}{(1-\beta^2)} \quad (31) \\ &+ \frac{4G}{\pi} \sum \frac{\{1 - \frac{2}{\pi} \frac{(-1)^{(n-1)/n}}{n}\}}{n(1-n^2\beta^2)} \sin n\omega t \end{aligned}$$

그런데, 이 시스템의 응답형태는 사인함수에 가까우므로(almost-sinusoidal) 질량의 최대진폭 y_o 를 벡터적으로 $y_o = x_o + z_o$ 와 같이 가정 할 수 있다. (Fig. 7)

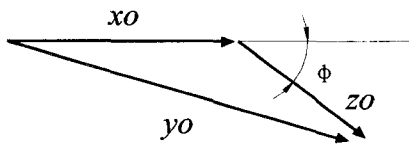


Fig. 7 Vectorial representation of the relation between x_o , y_o and z_o

그리고, 위의 관계로부터 다음의 식이 성립함을 알 수 있다.

$$\left(\frac{y_o}{x_o}\right)^2 = \left(\frac{z_o}{x_o} + \cos \phi\right)^2 + \sin^2 \phi \quad (32)$$

그런데, 초기조건 $z(0) = z_o$ 로부터 $z(0) = z_o = \sum A_n$ 의 관계가 성립하고 $\sum A_n = \sum A_1$ 이므로 다음을 구할 수 있다.

$$\frac{z_o}{x_o} = \frac{\beta^2 \cos \phi}{(1-\beta^2)} \quad (33)$$

식(33)을 식(32)에 대입하면 지지부와 질량의 진폭비를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \left(\frac{y_o}{x_o}\right)^2 &= \left\{ \frac{\beta^2 \cos \phi}{(1-\beta^2)} + \cos \phi \right\}^2 + \sin^2 \phi \\ &= \frac{1}{(1-\beta^2)} - \left(\frac{4GS}{\pi}\right)^2 \\ &\quad + (1-\beta^2)^2 \left\{ \frac{4GS}{\pi\beta^2} \right\}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \left(\frac{y_o}{x_o}\right) &= \left\{ \frac{1}{(1-\beta^2)} - \left(\frac{4GS}{\pi}\right)^2 \right. \\ &\quad \left. + (1-\beta^2)^2 \left\{ \frac{4GS}{\pi\beta^2} \right\}^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \\ S &= \sum \frac{\left\{1 - \frac{2}{\pi} \frac{(-1)^{(n-1)/n}}{n}\right\}}{(1-n^2\beta^2)} \end{aligned}$$

$$n = 3, 5, 7, \dots \quad (34)$$

식(34)는 지지부 가진 시스템에서의 전달율(transmissibility)를 나타낸다. 이 식을 이용하여 G 및 β 의 변화에 대한 전달율 곡선을 나타내면 Fig. 8 및 9와 같다.

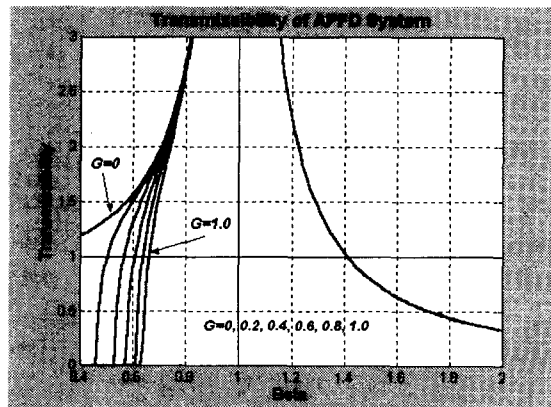


Fig. 8 Transmissibility of APFD system ($G=0\sim 1.0$, X-axis : β , Y-axis : Transmissibility)

Fig. 8 및 9을 보면 전달율의 특성은 쿨롱댐퍼의 특성과 유사하여 저주파수영역 즉, $\beta < 1$ 일 때는 전달율은 1보다 작은 값을 가질 수 있으며 G 및 β 의 값에 따라 민감하게 변화함을 알 수 있다.

한편 고주파수 영역에서는 G 및 β 의 값에 덜 민감함하며 $\beta = \sqrt{2}$ 일 때는 전달율은 항상 1의 값을 가짐을 관찰할 수 있다.

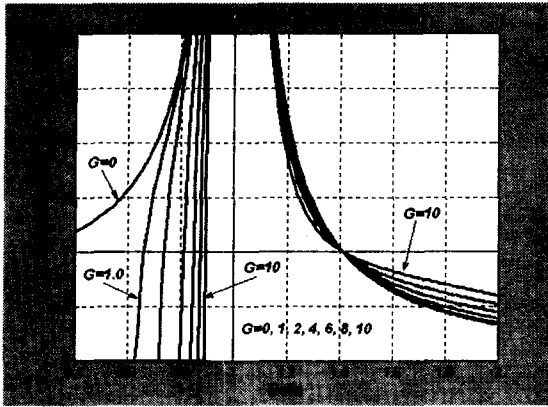


Fig. 9 Transmissibility of APFD system ($G=1\sim 10$, X-axis : β , Y-axis : Transmissibility)

3.2 등가점성계수

지지부가 조화가진을 받는 변위비례식 마찰댐퍼의 한 사이클당 에너지 손실은 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$W_d = 2 F_o x_o = 2 d \cdot x_o^2 \quad (35)$$

따라서, 변위비례식 마찰댐퍼의 등가점성계수는 식(36)과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_{eq} = \frac{W_d}{\pi \omega x_o^2} = \frac{2d}{\pi \omega} \quad (36)$$

4. 결론

본 연구에서는 쿨롱댐퍼의 특성을 개선하기 위하여 변위비례식 마찰댐퍼의 특성을 가정하고 자유진동과 지지부 조화가진운동 시의 거동특성을 해석하였다. 해석결과, 변위비례식 마찰댐퍼 시스템에 대해 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1. 변위비례식 마찰댐퍼에서 $\eta < 1$ 이 되도록 특성을 설정하면 스틱-슬립이 발생하지 않으며 외부가진이 제거되었을 때 항상 시스템의 변위는 원점으로 복귀한다. 이것은 일부 진동절연(vibration isolation) 시스템에 있어서 반드시 필요한 특성으로 쿨롱댐퍼에 비해 변위비례식 마찰댐퍼의 장점이라

할 수 있다.

2. 변위비례식 마찰댐퍼의 자유진동 감쇠특성은 점성댐퍼와 유사하다.

3. 변위비례식 마찰댐퍼 시스템의 전달율은 쿨롱댐퍼 시스템의 전달율특성과 유사하다. 저주파수 영역에서 전달율은 1 보다 작을 수 있으며 저주파수 영역에서 G 및 β 의 값에 따라 전달율은 민감하게 변화한다.

4. 적절한 d 값의 선정을 통하여 저주파영역에서의 전달율을 1 보다 작게한 변위비례식 마찰댐퍼는 대진폭 저주파수 특성을 갖는 진동절연 시스템에 효과적으로 응용될 수 있을 것으로 판단된다.

5. 변위의존식(amplitude dependent) 마찰댐퍼의 마찰력을 Fourier 함수로 표시하여 전달율을 해석적으로 구할 수 있다.

참고문헌

1. Hwang, W. and Kim, K., "A Study on an Analysis of Torsional Vibration of a Driveline of Heavy Duty Truck," J. of the Korean Society of Precision Engineering, Vol. 13, No. 3, pp.132-140, 1996.
2. Gardner, John F. and Cusumano, Joseph P., "Dynamic Models of Friction Wedge Dampers," Proceedings of the IEEE/ASME Joint Railroad Conference, MA Boston, pp. 65-69, March 18-20, 1997.
3. Panning, L., Sextro, W. and Popp, K., "Optimization of Interblade Friction Damper Design," ASME Paper 2000-GT-541, pp.1-8, 2000.
4. Thomson, William T. and Dahleh, Marie D., Theory of Vibration with Application, SciTech, pp. 28, 33, 2001.
5. Hartog, J. P. Den, "Forced Vibrations with Combined Coulomb and Viscous Friction," Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, 53-9, pp. 107-115, 1931.
6. Anderson, J. R. and Ferri, A. A., "Behavior of a Single-Degree-of-Freedom System with a Generalized Friction Law," Journal of Sound and Vibration, 140(2), pp. 287-304, 1990.
7. Makris, Nicos and Constantinou, M. C., "Analysis of Motion Resisted by Friction. I. Constants

- Coulomb and Linear Coulomb Friction," Mech. Struct. & Mach., 19(4), pp.477-500, 1991.
8. Hong, H.-K., "Coulomb Friction Oscillator: Modeling and Responses to Harmonic Loads and Base Excitations," Journal of Sound and Vibration, 229(5), pp. 1171-1192, 2000.
 9. Park, Dong-Hoon and Choi, Myung-Jin, "A Review of Optimum Damper Characteristics of Dual Mass Flywheel," Proceedings of the KSNVE Spring Annual Conference, pp. 986-990, 2002.
 10. Levitan, Edwin S., "Forced Oscillation of a Spring-Mass System having Combined Coulomb and Viscous Damping," The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 32, No. 10, pp. 1265-1270, October 1960.
 11. Kim, S. G., "Free Vibration of Car Seat and Mannequin System," J. of the Korean Society of Precision Engineering, Vol. 17, No. 9, pp. 109-121, 2000.
 12. Kim, S. G., "Free Vibration of Car Seat and Mannequin System," J. of the Korean Society of Precision Engineering, Vol. 17, No. 9, pp. 122-132, 2000.