

사각평판에서 홀의 위치에 따른 자유진동에 관한 연구

김현수*, 안찬우*, 최경호**, 김동영**, 김형준#

A Study on the Free Vibration of a Square Plate with Various Hole Position

Hyoun Soo Kim*, Chan Woo Ahn*, Kyong Ho Choi**, Dong Young Kim**, Hyoung Jun Kim#

ABSTRACT

In this study, it is attempted to obtain the optimum size of holes in 15 square plate models where a hole exists on every quadrant of a plate, and to get eigenvalues by performing free vibration analysis for each model. Moreover, the specimen is produced from optimized square plate and eigenvalue of each plate is measured through the shocking load. And then the result is compared with that of finite element analysis. For free vibration analysis of the square plate, the boundary condition of finite element analysis and experiment is assumed as both ends clamped support. From the results of this study, it is known that more stable structures can be designed by changing the natural frequency which is dependent on the location of holes and further studies are considered to be necessary for the basic design information.

Key Words : Square plate (사각평판), Quadrant(사분면), Eigenvalue (고유치), Shocking load (충격 하중), Finite element analysis (유한요소해석), Both ends clamped support (양단고정지지)

1. 서론

산업현장에서 사용되는 평판은, 형상이 복잡하고 구멍과 같은 불연속부가 존재할 경우가 많다. 이러한 개구부(cutout)를 지닌 평판은 장비 결함부, 환기구멍, 창문, 정비용 구멍과 같은 기능적 요구와 구조물의 중량감소, 다른 부품으로의 접근용이성 및 방진설계 등을 위해 적용되고 있다. 이러한 구조물들은 구성요소들에 대한 동특성이 제대로 고려되지 않으면 가진원과 구성요소간 혹은 구성요소들

상호간의 공진으로 인해 구조물의 파손과 같은 심각한 문제를 초래할 수 있다. 이에 구조물의 대표적인 구성요소인 평판의 특성을 해석하기 위해 많은 연구가 진행되어 왔다.^{1~5} 그러나, 평판의 경우 균일한 단면형상을 갖는 단순 평판의 경우에도 모 든 경계조건에 대하여 수학적 해를 구하는 것은 거의 불가능하다. 그러므로 최근에는 평판에 구멍이나 보강재 등 불균일 영역이 존재할 경우 유한요소법을 이용하여 평판의 특성을 조사하는 방법을 가장 많이 사용하고 있다.^{6,7} 따라서, 본 연구에서는

*** 2002년 5월 22일 접수

* 동아대학교 기계산업시스템 공학부

** 동아대학교 기계공학과 대학원

교신저자, 동아대학교 기계공학과 대학원

Email hjmephi@hotmail.com

사각평판의 중앙을 기준으로 1, 2, 3, 4분면에 구멍이 존재하는 15가지의 경우와 구멍이 존재하지 않는 plate의 총 16가지 중에서 대칭형상을 가지는 중복되는 모델(9가지)에 대해서는 생략하였다. 양단 완전고정지지의 경계조건과 단축 압축의 하중이 가해질 때 각각 구멍의 최적 크기를 구한 후, 각각의 모델에 대해 자유진동 해석을 수행하여 고유진동수를 구하였다. 또한 이렇게 최적화된 7가지의 경우의 평판을 시편으로 제작하였다. 제작된 시편은 충격가진을 통해 각 평판의 고유진동수를 측정하여 유한요소해석의 결과와 비교하였다. 평판은 자유진동해석에 대하여 유한요소해석과 실험 모두 양단고정지지 (Both end clamped support) 상태로 놓여 있을 경우로 가정하였다.

2. 이론적 배경

2.1 평판의 지배방정식

유한요소해석에서 감쇠가 없는 평판의 동적 특성에 대한 지배방정식은 다음과 같다.⁸

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad (1)$$

선형계에 대해서 자유진동은

$$\{u\} = \{u_0\} \cos \omega t \quad (2)$$

형태의 조화거동을 보이고, 식 (2)를 식 (1)에 대입하면 다음과 같다.

$$([K] - \omega^2[M])\{u_0\} = 0 \quad (3)$$

식 (3)에서 $\{u_0\} \neq 0$ 이므로, $|[K] - \omega[M]| = 0$ 식에서 고유치 ω^2 을 얻을 수 있고, 고유벡터 $\{u_0\}$ 를 이용하여 모드형상을 나타낼 수 있다.

3. 유한요소모델과 실험방법

3.1 유한요소모델

모델로 사용한 평판의 재질은 일반 구조용 압연 강재인 SS400으로 하였다.

평판의 크기는 $150 \times 150 \times 1.5$ (mm)이고 물성

치는 Table 1에 나타내었다.

Table 1 Material properties of SS400

Material properties	Value
E(Young's modulus)	$2.0 \times E5$ MPa
v(poisson's ratio)	0.3
ρ (density)	$7.959 \times E-9$ kg · s ² /mm ⁴
Yield stress	235 MPa

유한요소 모델은 구멍이 없는 정사각평판 모델과 구멍이 있는 정사각평판 모델로 나눌 수 있다. 구멍이 있는 모델의 경우에는 평판의 중앙을 수평, 수직으로 나누어서 4등분하였을 때, 구멍은 각각의 분면에 위치하고, 1개의 구멍이 있는 4가지 경우, 2개의 구멍이 있는 6가지 경우, 3개의 구멍이 있는 4가지 경우, 4개의 구멍이 있는 경우 등 총 16종류이다. 이 중에서 형상이 중복되는 경우를 제외하고 구멍이 1개인 1가지 경우, 구멍이 2개인 3가지 경우, 구멍이 3개인 1가지 경우, 구멍이 4개인 1가지 경우의 총 7가지 경우에 대해서 해석을 수행하였다.

각각의 평판의 Node와 Element의 개수는 중복되는 경우는 생략하여 Table 2에서 5종류로 분류하여 나타내었다.

Table 2 Number of element and node

Plate Hole	No. of elements	No. of nodes
No hole	400	441
One hole	700	760
Two holes	1000	1079
Three holes	1300	1398
Four holes	1600	1717

3.2 구멍 크기 최적화

Fig. 1 과 같이 7종류의 평판에 대해 평판의 x축 방향으로 단축압축하중을 가하였다. 하중은 크기가 150 MPa 인 하중을 가하였고, 이때의 홈의 최적의 크기를 알아보았다.⁹

해석에는 유한요소해석 프로그램인 GENESIS를 사용하였다.

구멍의 크기 최적화에서 평판의 경계조건은 양단 완전고정지지로 하였고, 하중조건은 단축압축하

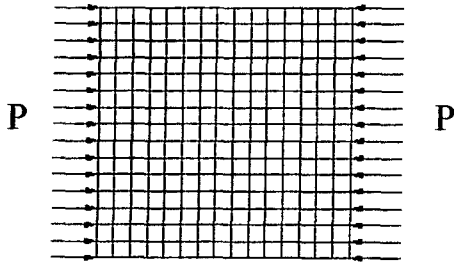


Fig. 1 Load condition of finite element model

중을 가하였을 때 평판에 걸리는 응력으로 하였다. 이때 Table 1의 항복응력을 토대로 평판의 좌굴을 고려하여 평판에 걸리는 응력의 상한을 100 MPa로 하였다.¹⁰

Table 3은 경계조건과 하중조건을 적용하였을 때 각 평판에서 최적화된 각각의 구멍의 크기를 나타내었다. ①, ②, ③, ④의 표기는 평판에서의 구멍의 위치와 존재를 나타낸다. 예를 들어, 2 hole ①③은 구멍이 1·3사분면에 2개 위치하는 경우에 1사분면에 위치한 구멍의 크기와 3사분면에 위치한 구멍의 크기를 나타낸 것이다. 여기서 구한 구멍의 치수를 바탕으로 시편을 제작하여 실험하였다. 모델은 Fig. 2와 같이 구성하였다.

Table 3 Optimum radius of hole from each plate

Position \ Radius	Optimum radius of hole(mm)			
	①	②	③	④
1 hole	51.00	-	-	-
2 holes ①②	51.2	51.4	-	-
2 holes ①③	50.5	-	50.4	-
2 holes ②③	-	52.2	52.4	-
3 holes	50.4	52.8	51.1	-
4 holes	52.7	52.7	52.7	52.5

3.3 고유진동수 실험

3.3.1 시편

실험에 사용된 시편의 재질은 해석에 사용한 것과 같은 재질인 SS400으로 하였다. 고유진동수는 해석과 마찬가지로 총 7가지 경우에 대하여 측정하였다.

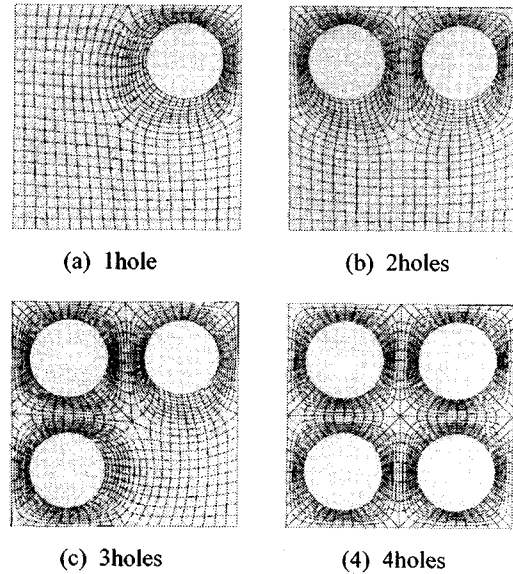


Fig. 2 Finite element models

시편의 크기는 얇은 판의 두께비와 고정지지용 지그를 고려하여 판의 두께를 1.5 mm로 하였고, 가로·세로 길이가 각각 150 mm, 판 내부의 원형구멍의 직경은 유한요소로 구멍의 크기를 최적화하여 얻은 값을 적용하였다.

3.3.2 실험장치

실험 장치는 주파수 분석기, 충격해머, 신호증폭기, 가속도계로 구성 되어있다. 실험에 사용된 주파수 분석기는 Portable Pulse(Type 2827, B&K)로서 4채널(4 Channel)을 가지며, 분석에 사용된 주파수 범위(Frequency range)는 1Hz~1.6 kHz이다.

입력 신호를 주기 위해서 충격 해머(PH-51 Impact hammer, Rion)를 사용하여 평판을 가진하였다.

평판의 응답신호를 측정하기 위해 가속도계(PV-90B Accelerometer, Rion)를 사용하였고, 입력신호와 응답신호는 2 Channel charge amplifier로 증폭한 후 Pulse(Type 2827, B&K)에서 주파수 분석을 하였다.

Fig. 3은 실험을 수행하기 위해 준비가 완료된 장치의 설치 상태를 나타낸 사진이다.

Table 4 The comparison of the natural frequencies and error rate from the FEA and the Exp.

Frequency No. & Position	Natural Frequency(Hz)														
	1st			2nd			3rd			4th			5th		
	FEA	Exp.	Err.	FEA	Exp.	Err.	FEA	Exp.	Err.	FEA	Exp.	Err.	FEA	Exp.	Err.
plate	358.0	362	1.11	424.6	446	5.04	698.4	726	3.95	999.4	990	0.95	1091.7	1114	2.04
1 hole	353.0	356	0.85	418.4	438	4.68	672.5	689	2.45	1002.1	999	0.31	1108.3	1136	2.50
2 holes①②	350.3	346	1.24	408.8	428	4.70	637.5	650	1.96	1006.0	1008	0.20	1134.2	1150	1.39
2 holes①③	349.4	342	2.16	409.5	418	2.08	643.0	646	0.47	1013.1	986	2.75	1124.3	1128	0.33
2 holes②③	345.5	348	0.72	409.2	420	2.64	641.5	652	1.64	1026.3	1008	1.82	1104.1	1096	0.74
3 holes	344.6	340	1.35	399.4	418	4.66	605.8	618	2.01	1027.6	1026	0.16	1125.9	1148	1.96
4 holes	338.6	342	1.00	388.7	398	2.39	568.1	574	1.04	1047.5	1062	1.38	1088.0	1092	0.37

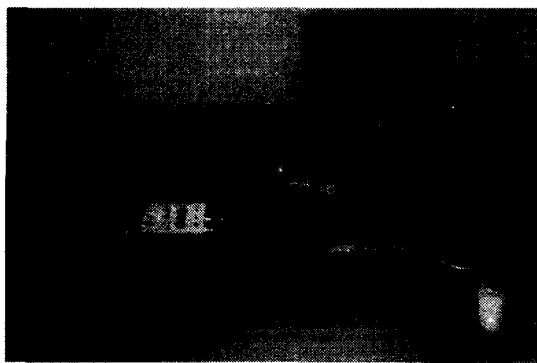


Fig. 3 Experiment setup

3.3.3 실험방법

시편의 한변에 3개씩의 볼트를 체결하여 양단 완전고정지지 경계조건으로하여 실험하였다.

Fig. 4의 실험장치의 개략도를 보면 충격해머를 통해 충격가진이 입력신호로 들어가고, 구조물의 가속도는 가속도계를 통해 입력신호가 전달된다. 각각의 입출력 신호는 증폭기(Amplifier)를 통해 증폭된다. 입력신호가 들어오면, 주파수 분석기에서 입력된 신호를 분석하여 주파수 응답함수(FRF), 위상(Phase)과 일관성(Coherence)을 구하였다.

또한, nodal line 부근에서는 고유진동수가 측정되지 않으므로 해석에서 구한 mode형상의 결과를 토대로 nodal line을 회피하여 가진과 측정을 수행하였다.

주파수 분석은 선택된 주파수는 1 Hz ~ 1.6 kHz이며, 가진신호 입력 후 1.4 s 동안 측정된 신호를 분석하였고, 주파수 분해능 (Δf)은 2 Hz로 설정하였다. 따라서 주파수 분석결과로 측정된 고유진동수의 오차범위는 ± 1 Hz이다.

이러한 방법으로 1차에서 5차까지의 고유진동수를 구하였다.

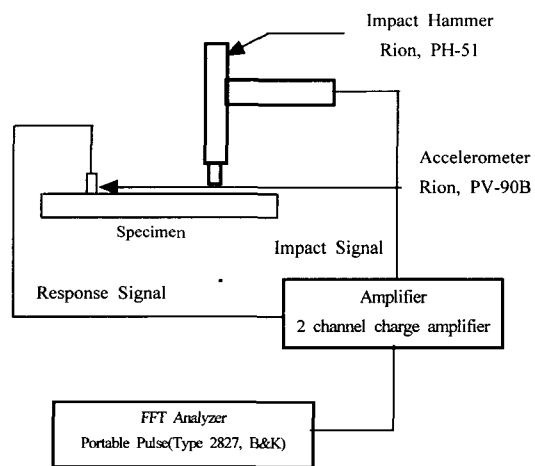


Fig. 4 Schematic diagram of the experiment setup

4. 결과 및 고찰

4.1 유한요소 해석결과

4.1.1 고유진동수 해석

사각평판에서 구멍이 고유진동수에 미치는 영향에 대해 유한요소해석 프로그램인 GENESIS를 이용하여 해석하였다.¹¹

평판의 경계조건은 양단 완전고정지대로 하였다. 고유진동수는 1차에서 5차까지 구하였고, 결과를 Table 4에 나타내었다.

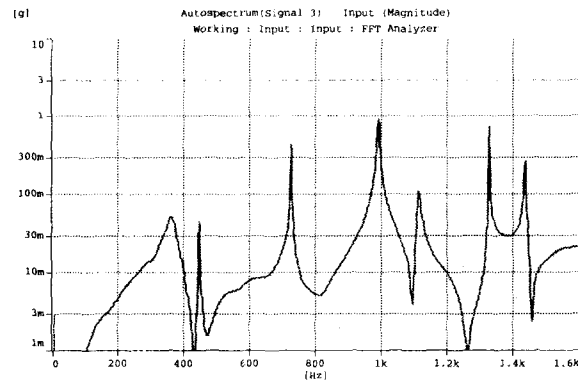
Table 4에서 보면 1차~3차까지의 고유진동수는 구멍이 없는 평판의 경우가 가장 높게 나타났고, 구멍의 개수가 1개에서 4개로 점점 많아질수록 고유진동수도 점점 작게 나타남을 볼 수 있다.

그러나, 4차이상의 고차에서의 고유진동수는 구멍의 개수가 점점 많아질수록 고유진동수가 대체로 높게 나타났다.

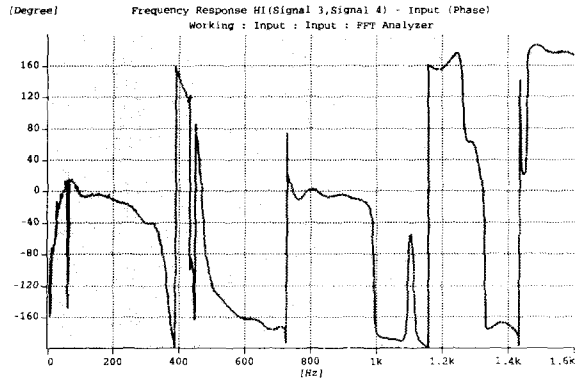
4.2 실험결과

구멍이 없는 정사각형평판 및 구멍이 있는 4가지 경우의 6종류의 평판에 대해서 충격가진을 통해 고유진동수를 측정하였다. 결과는 Table 4에 나타내었고, 유한요소해석과 마찬가지로 고유진동수가 저차인 1차~3차에서는 구멍의 개수가 점점 많아질수록 고유진동수가 낮아지고 4차이상의 고차에서는 구멍의 개수가 많아질수록 고유진동수가 증가하는 것을 볼 수 있다.¹²

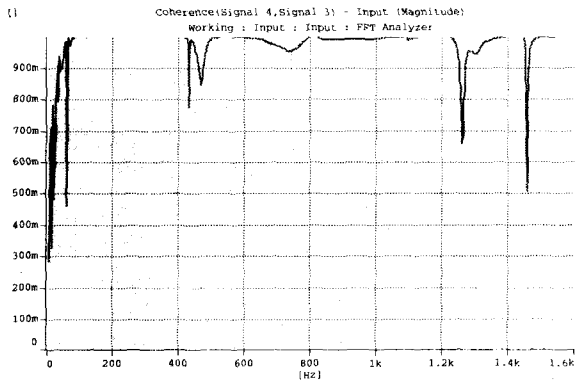
Fig. 5는 5번의 충격가진에 대한 평균값(averaging)을 주파수 응답함수(FRF), 위상(Phase)과 일관성(Coherence)를 대표적으로 구멍이 없는 평판의 경우에 대해 나타낸 그림이다. (a)의 주파수 응답함수에서는 Peak point가 평판의 고유진동수를 나타내며 (b)의 위상은 진동수가 변화하는 경향을



(a) Frequency response function



(b) Phase angle



(c) Coherence

Fig. 5 FRF, phase and coherence of plate

나타내며 고유진동수의 진행방향에 따라 위상구분이 비교적 잘 나타남을 알 수 있다. (c)의 Coherence 값은 측정시 Noise가 없을 경우 "1"이며 순수 Noise인 경우를 "0"으로 나타낸다. 위의 그림에서 5번의 충격가진이 전반적으로 일관성있게 가진 되었음을 알 수 있다.

4.3 고찰

오차는 Table 4에서 알 수 있듯이 최저 0.16%에서 최고 5.04%이고, 전반적으로 4% 미만으로 비교적 잘 일치하고 있다.

이러한 오차가 발생하는 이유는 실험이 유한요소 해석에서의 조건들을 완벽히 구현할 수 없기 때문에 발생하는 것으로 사료된다. 본 실험의 경우에는 고정지지 방법의 정밀도 문제와 주파수 분석

의 분해능에 기인한다고 판단된다.

유한요소 해석치와 실험치에서 구멍이 없는 평판보다 구멍의 개수가 많아질수록 고유진동수가 작아지는 이유는 고유진동수는 평판의 질량과 강성에 영향을 받는데 평판에 구멍이 생김으로서 질량이 감소하였으므로 고유진동수가 증가하여야하나, 구멍이 생김으로써 오는 강성의 저하가 질량의 감소 영향보다 더 크므로 고유진동수가 감소하였다고 판단된다. 또한, 4차이상의 고차에서는 같은 이유로 강성의 저하의 요인보다 질량의 감소의 영향이 더 크므로 고유진동수가 증가했다고 판단된다.

Fig. 6~12는 구멍이 없는 평판과 구멍이 있는 평판의 경우의 유한요소 해석치와 실험치를 비교한 그래프이다. 그림에서 구멍이 없는 경우나 구멍이 있는 경우나 모두 고유진동수 값이 거의 일치함을 볼 수 있다.

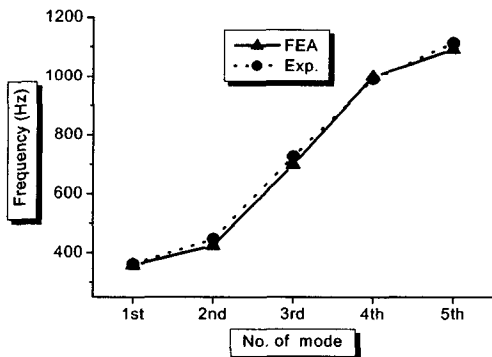


Fig. 6 The comparison of frequency of FEA and experiment of no-hole plate

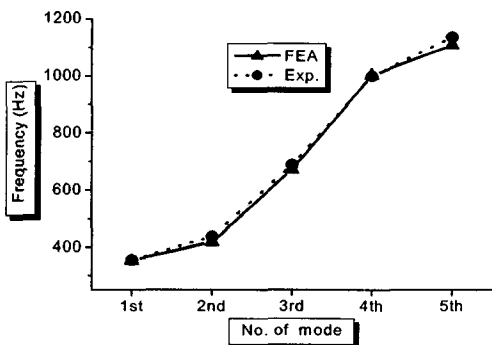


Fig. 7 The comparison of frequency of FEA and experiment of 1-hole plate

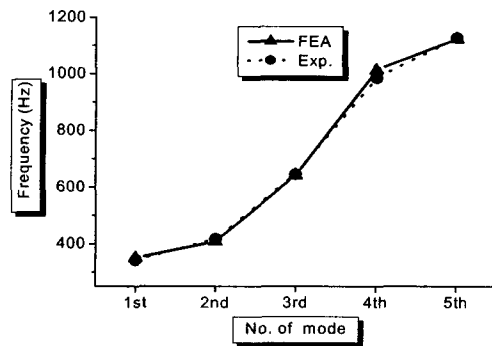


Fig. 8 The comparison of frequency of FEA and experiment of 2-holes(①②) plate

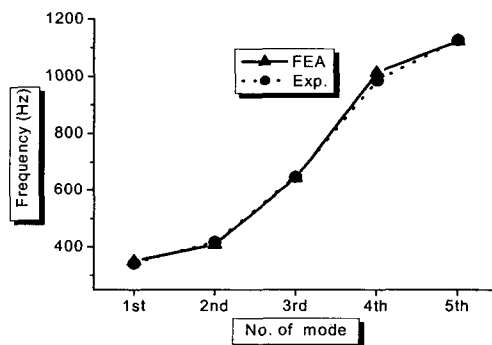


Fig. 9 The comparison of frequency of FEA and experiment of 2-holes(①③) plate

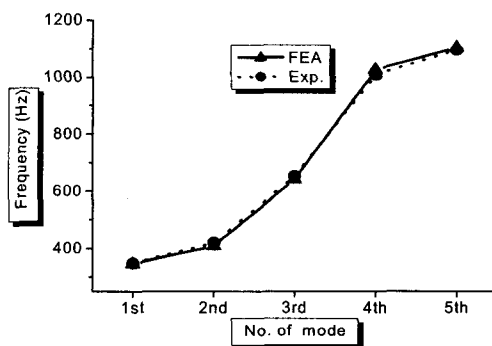


Fig. 10 The comparison of frequency of FEA and experiment of 2-holes(②③) plate

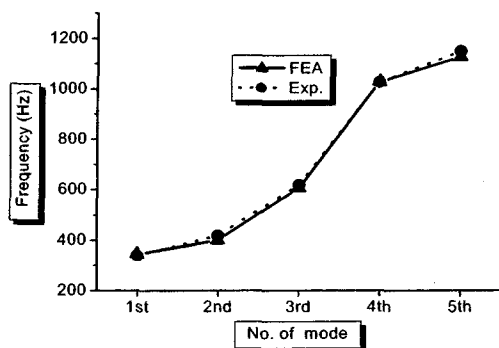


Fig. 11 The comparison of frequency of FEA and experiment of 3-holes plate

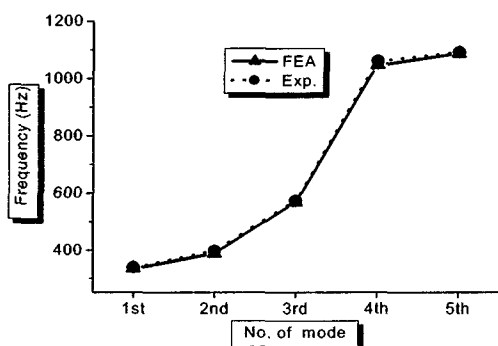


Fig. 12 The comparison of frequency of FEA and experiment of 4-holes plate

5. 결론

평판의 중앙을 기준으로 각 사분면에 구멍이 존재하는 경우에 대하여 단축 압축시 경계조건에 대한 구멍의 최적 크기를 알아보았고, 이로부터 결정된 각 모델에 대하여 유한요소 해석과 실험을 통해 자유진동 해석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 평판의 고유진동수는 1차~3차 모드에서는 구멍의 개수가 많아질수록 낮아지는데 이는 강성변화에 영향을 크게 받았기 때문이다. 그리고, 4차 이상의 고차에서는 구멍의 개수가 많아질수록 고유진동수가 증가하였다. 이는 질량의 저하에 더 큰 영향을 받았음을 알 수 있다.

(2) 평판에서 고유진동수의 변화는 구멍의 개수가 동일할 경우 구멍의 위치에 따라 바뀌며 1차~3차까지는 비교적 근사한 값을 가지나 4차 이상의 고차로 갈수록, 지지부에서 멀리 있을수록 변형에너지가 증가하여 고유진동수가 증가함을 알 수 있다.

(3) 유한요소 해석과 실험에 의한 결과는 약간의 오차가 발생하나 거의 일치함을 알 수 있었다.

참고문헌

- Hyde, K., Chang, J. Y., Bacca, C. and Wickert, J. A., "Parameter Studies for Plane Stress In-Plane Vibration of Rectangular Plates," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 247, Issue 3, pp. 471-487, 2001.
- Liang, Cho-Chung, Liao, Ching-Chao, Tai, Yuh-Shiou and Lai, Wen-Hao, "Free Vibration Analysis of Submerged Cantilever Plates," *Ocean Engineering*, Vol. 28, Issue 9, pp. 1225-1245, 2001.
- Chai Gin Boay, "Free Vibration of Laminated Composite Plates with a Central Circular Hole," *Composite Structures*, Vol. 35, pp. 357-368, 1996.
- Huang, M., Sakiyama, T., "Free Vibration Analysis of Rectangular Plates with Variously-Shaped Holes," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 226(4), pp. 769-786, 1999.
- Avalos, D. R., Larrondo, H. A., Laura, P. A. A. and Sonzogni, V., "Transverse Vibrations of a Circular Plate with a Concentric Square Hole with Free Edges," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 209, Issue 5, pp. 889-891, 1998.
- Ro Seung Hoon, Cho Han Joong, Choi Eun Hwan, "Analysis of the Free Vibrations of Rectangular Plates Using Database," *The Korean Society of Mechanical Engineers A*, Vol. 24, No. 8, pp. 1978-1990, 2000.
- Kim, K. C., Han, S. Y., Jung, J. H., "Natural Vibrations of Rectangular Stiffened Plates with Inner Cutouts," *The Society of Naval Architects of Korea*, Vol. 24, No. 3, pp. 35-42, 1987.
- Gorman, D. J. "Free Vibration Analysis of

- Rectangular Plate," Elsevier North Holland, INC, pp. 1-16, 1982.
9. Kim Hyoun Soo, Ahn Chan Woo, Choi Kyong Ho, Choi Tae Won, Kim Hyoung Jun, Free Vibration Analysis of Size and Position of Hole in Square Plate," J. of the Korean Society of Precision Engineering, 2001 Proceeding, pp. 664-667, 2001.
 10. Walter D. Pilkey, "Perterson's Stress Concentration Factor," JOHN WILEY & SONS, INC., Second Edition, pp. 200-210, 1997.
 11. Cho Han Joong, Ro Seung Hoon, "Effect of Design Parameters on the Variation of Natural Frequencies of the Uniform and the Nonuniform Cantilever Beams," The Korean Society of Mechanical Engineers A, Vol. 23, No. 4, pp. 697-708, 1999.
 12. Park, S. C., Choi, C. W., Oh, C. G., Wang, J. S., Jeong, J. H., "A Study on the Structural Modification of the Open Box Type Structure by Using the Stiffener," The Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol 6, No. 1, pp. 57-66, 1996.