

한강유역의 확률갈수량 추정기법 비교연구 A Comparative Study on Lowflow Quantiles Estimation in Han River Basin

김 경 덕* / 김 돈 수** / 허 준 행*** / 김 규 호****
Kim, Kyung Duk / Kim, Don Soo / H대, Jun Haeng / Kim, Kyu Ho

Abstract

Stream flow data was analyzed for determining the lowflow which is the standard for river maintenance flow. Lowflow quantiles were estimated based on the parametric and nonparametric methods and two methods were compared by Monte Carlo simulation study. As the results of the parametric method, three probability distributions such as gamma-2, lognormal-2 and Weibull-2, are selected as appropriate models for stream flow data of 13 stations in Han River Basins. According to simulation results, relative bias (RBIAS) and relative root mean square error (RRMSE) of the lowflow quantiles are the smallest when the applied and population models are the same. The same statistical properties from the nonparametric models are good within the interpolation range. Among 7 bandwidth selectors used in this study, the RRMSEs of the Park and Marron method (PM) are the smallest while those of the Sheater and Jones method (SJ) are the largest.

Keywords : lowflow quantile, parametric method, nonparametric method, Monte Carlo simulation, relative bias, relative root mean square error

요 지

하천유지유량 설정에 최소한의 기준이 되는 갈수량을 결정하기 위하여 하천유량 자료를 검토하고 확률갈수량을 추정하였다. 확률갈수량은 모수적 방법과 비모수적 방법을 사용하여 산정하였으며, Monte Carlo 모의실험을 통하여 비교·분석하였다. 한강유역 13개 지점의 갈수량에 대한 빈도 해석을 실시한 결과, 유역 전체에 대한 확률분포형은 3가지 분포형, 즉 2모수 gamma, 2모수 lognormal, 그리고 2모수 Weibull 분포가 한강 전지점의 주요 분포형으로 나타났다. 모집단과 같은 확률분포형의 상대편의와 상대평균제곱근오차가 가장 작게 나타났으며, 내삽법

- * 한국시설안전기술공단 진단2본부 댐형만실 과장
Manager, Korea Infrastructure & Technology Corporation, 2311 Daewha-dong, Ilsan-gu, Koyang-city, Kyonggi-do, 211-758, Korea (E-mail : kkd@kistec.or.kr)
- ** 건설교통부 예산담당관
Budget Officer, Ministry of Civil & Transportation, Jungang-dong, Gwacheon city, Kyonggi-do, 427-711, Korea (E-mail : don8000@moct.go.kr)
- *** 연세대학교 사회환경시스템공학부 교수
Professor, School of Civil and Environmental Engineering, Yonsei University, 134 Department of Shinchon-dong, Seodaemoon-gu, Seoul, Korea (E-mail : jhheo@yonsei.ac.kr)
- **** 한국건설기술연구원 수자원환경부 수석연구원
Research Fellow, Korea Institute of Construction Technology, 2311 Daewha-dong, Ilsan-gu, Koyang-city, Kyonggi-do, 211-758, Korea (E-mail : khkim1@kict.re.kr)

위에서 비모수적 방법이 통계적 거동특성(상대편의와 상대평균제곱근오차)이 좋은 것으로 나타났다. RRMSE에 있어서 비모수적 방법중에서 PM 기법이 가장 작게 나타났으며, SJ 기법이 비모수적 방법 가운데 가장 크게 나타났다.

핵심용어 : 확률갈수량, 모수적 방법, 비모수적 방법, Monte Carlo 모의실험, 상대편의, 상대평균제곱근오차

1. 서론

최근 들어 세계적 이상기상으로 수문학적인 하천 갈수와 기상학적 한발 등이 빈번히 발생하고 있는 추세이며, 1994년, 2001년과 같은 가뭄으로 갈수기 우리 나라 하천 유역의 가용수자원이 줄어들 것으로 예상된다. 더구나, 용수의 수요량은 급격히 증가하여 물 수요와 공급 및 하천유지 차원에서 가뭄 피해가 예상되고 있다. 따라서, 하천과 관련된 갈수량의 해석 및 결과를 통해 적절한 하천유지유량을 설정함으로써 하천 저수관리에 대비할 필요가 있고, 가뭄에 대한 자료를 수집·정비하여 수문학적 해석을 거쳐 하천 갈수량을 검증함으로써 하천 저수관리와 가뭄에 대비하여 원활한 용수공급이 이루어지도록 하여야 할 것이다.

1960년대 미국에서는 저유량 자료에 대하여 모멘트비 일람도(moment diagram)를 이용한 바 있으며(Matalas, 1963), 근래에는 L-모멘트비 일람도(L-moment diagram)가 Hosking(1986)에 의해 유도되어 사용되고 있다. 가뭄에 대하여 크기차원뿐 아니라 기간차원에 대하여 많은 연구가 이루어졌으며, 근래 20여년간 보다 확장되고 효율성 있는 통계적 기법을 사용하여 가뭄 빈도해석이 이루어지고 있다(Yevjevich, 1967; Mallan 과 Yevjevich, 1971; Guerrero 와 Yevjevich, 1975; Gupta 와 Duckstein, 1975; Sen, 1980; Frick 등, 1990). 한편, Adamowski(1996)와 Guo 등(1996)이 저유량 자료에 대하여 비모수적 방법으로 빈도해석을 수행한 바 있다.

국내에서는 월별유출량에 대하여 빈도해석을 실시한 바 있으며(윤용남 등, 1995), 허준행 등(1997)에 의하여 우리 나라 주요지점의 저유량에 대하여 모수적 방법으로 빈도해석을 수행한 바 있다. 그러나, 한강유역의 갈수량 자료에 대하여 종합적인 검증작업을 통한 자료 구축 및 이에 대한 해석은 미비한 실정이다.

본 연구에서는 한강 유역의 특성에 따른 갈수량을 결정하기 위해 갈수시 하천 흐름은 정상류로 보고 상하류의 유량 관계, 즉 급격한 취수가 발생하지 않는 한 하류로 갈수록 유량이 증가하는 것으로 보고 상하류 수

문 관측치의 일관성을 유지하도록 하였다.

이러한 대상자료가 기지의 확률분포형을 따르는 모집단으로부터 임의추출된 표본자료라 가정하여 빈도해석하는 모수적 방법과 kernel 함수와 bandwidth의 선정을 통하여 빈도해석을 하는 비모수적 방법을 통하여 저유량 자료의 초과확률을 산정하고, Monte Carlo 모의실험을 통하여 비교·분석하였다.

2. 대상자료의 선정

한강 유역에서 비교적 과거 수위 자료가 충분하고 수위-유량 곡선이나 관계식이 갖추어져 있으며 유량 측정 성과가 있는 지점은 남한강 상류 평창강 유역의 백옥포, 방림교, 남한강 본류의 거운, 영월, 목계, 여주, 남한강 지류 섬강의 횡성, 간현, 북한강 본류의 청평, 경안천의 경안, 왕숙천의 퇴계원, 청미천의 청미, 달천의 달천 및 홍천강의 홍천이고, 한강 본류에서는 고안, 한강대교 등이다. 이와 같은 유역 주요 지점(저수관리의 기준지점으로 대표지점으로 설정되기도 함)에 대한 갈수량을 산정하기 위해서는 일차적으로 해당 지점의 수위자료에 대한 신뢰도를 먼저 검토해야 하며, 정리된 수위자료를 가지고 적용 가능한 수위-유량 곡선식을 이용하여 유량을 산출하여야 한다. 그러나, 현재까지 파악된 결과에 따르면, 한강 유역 몇몇 지점에서 수위-유량 곡선식의 경우 갈수량 산정시 관심이 되는 저수부에서 정확한 유량을 잡기가 어려운 경향이 많아 우선적으로 수위의 변화 양상과 적용할 수 있는 수위-유량 곡선식을 검토하여 유량 환산에 적용하거나 유량측정성과를 바탕으로 새로운 수위-유량 곡선식을 작성하여 이용하였다(건설교통부 서울지방국토관리청, 1998; 김돈수, 2001).

다음 표 1은 구축된 대상자료이며, 상류의 댐영향 유무에 따라 자료기간을 구분하였다. 즉, 댐건설시기를 중심으로 자료기간을 구분하였으며, 댐영향을 받지 않는 자연유량에 대하여 빈도해석을 수행하였다. 모수적 방법을 적용할 때 L-모멘트 일람도를 적용하기 위하여 전지점의 자료를 대상으로 적정 확률분포형을 선정하고자 하였다. 각 지점에 대한 확률밀도함수의 형태를 예

표 1. 대상자료

지점명	기간 1	기간 2	기간 3	기간 4	비고
거운	1984~1996				하류에 직접
영월	1962~1996				영향을 주는
백옥포	1983~1996				댐이 없음
방림교	1983~1996				
목계	1953~1984	1985~1996			충주댐
횡성	1964~1996				하류에 직접
간현	1963~1996				영향을 주는
침미	1985~1996				댐이 없음
여주	1916~1984	1985~1996			충주댐
달천	1990~1997				댐 영향 없음
홍천	1963~1996				댐이 없음
청평	1921~1943	1944~1972	1973~1996		청평댐
경안	1984~1996				댐이 없음
고안	1917~1943	1944~1972	1973~1984	1985~1992	팔당댐 등
퇴계원	1986~1996				댐이 없음
한강대교	1919~1943	1944~1972	1973~1984	1985~1996	팔당댐 등

비조사한 결과 고안지점의 자료는 단일 침투를 가지는 확률밀도함수를 가지는 것으로 나타났고, 목계지점은 다중 침투를 가지는 것으로 조사되었다(그림 3, 4 참조). 따라서, 확률갈수량 추정기법을 비교·분석하기 위해서 확률밀도함수의 형태가 다른 고안지점과 목계지점을 선정하였다.

3. 확률갈수량의 산정

3.1 모수적 방법

16개 지점의 갈수량을 검토하여 자료년수가 10년 이상이고 비교적 산정 갈수량이 안정된 한강 13개 지점(본류에서 한강대교, 지류에서 퇴계원, 백옥포 지점은 제외) 갈수량 자료에 대하여 빈도해석을 실시하였다. 빈도 해석을 위한 적정 확률분포형은 2모수 및 3모수 gamma, GEV, Gumbel, 2모수 및 3모수 log-normal, log-Pearson type III, 그리고 2모수 및 3모수 Weibull 분포 등 9가지 분포형을 선정하였고, 각 확률분포형의 모수는 확률가중 모멘트법을 이용하여 추정하였다. L-모멘트비 일람도를 검토하여(Hosking, 1986) 적정 분포형을 선정하였고, 이를 이용하여 확률갈수량을 산정하였다.

L-변동계수와 L-왜곡도계수, L-왜곡도계수와 L-첨예도계수의 관계를 살펴보면 대체적으로 2모수 gamma

분포형과 2모수 Weibull 분포형의 곡선을 중심으로 위치하고 있음을 알 수 있으나, 대상 전 지점의 자료가 동일한 분포형을 갖는다고 하기에는 무리가 있다. 산정된 확률갈수량은 이 세 가지 분포형중 2모수 gamma 분포에 의한 결과가 많은 지점에서 중간치를 차지하는 것으로 나타났다. 따라서, 산정된 확률갈수량의 상하류 관계를 고려하여 지점별 단일분포형 또는 평균치나 중간치를 대상으로 하는 일정 방식에 의한 유량을 채택할 수도 있다. 결과적으로 한강 유역의 갈수량 산정 지점에 대한 자료 계열별 일정한 확률분포형을 찾을 수가 없기 때문에 유역 전체에 대한 단일 확률분포형보다는 산정된 확률갈수량을 비교하여 결정하는 것이 좋을 것으로 판단된다(김돈수, 2001).

3.2 비모수적 방법

Kernel 밀도함수 추정기법은 Independently identically distributed(i.i.d) 상태로 가정하는 관측치의 밀도함수를 추정할 때, kernel 밀도함수는 수학적 사용성과 형태의 유연성 등 매우 유리한 방법으로서(Härdle, 1991), 각 관측값에 kernel 함수를 위치시켜 이를 평균하는 개념이다. Kernel 밀도함수 추정량 $\hat{f}_h(x)$ 는 다음과 같이 정의된다.

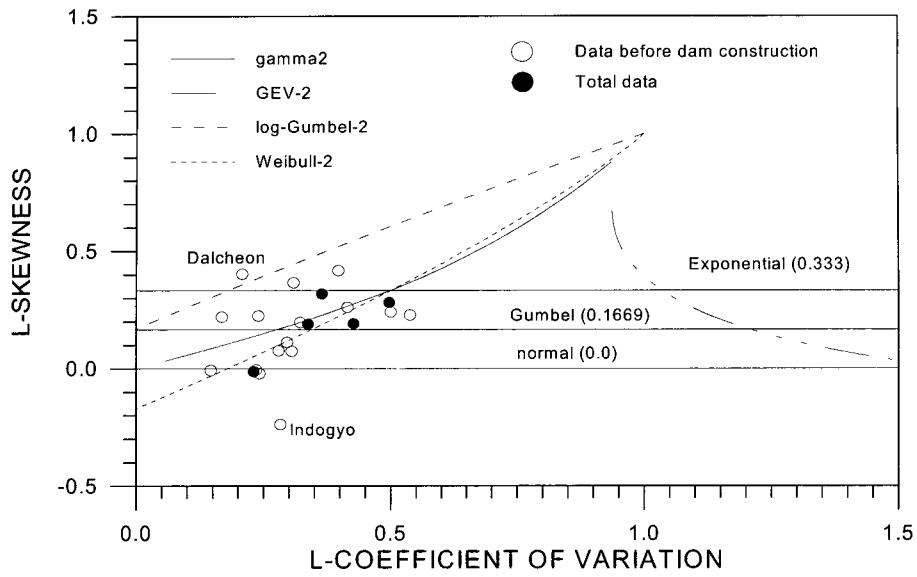


그림 1. L-모멘트비 일람도(L-변동계수 vs. L-왜곡도계수)

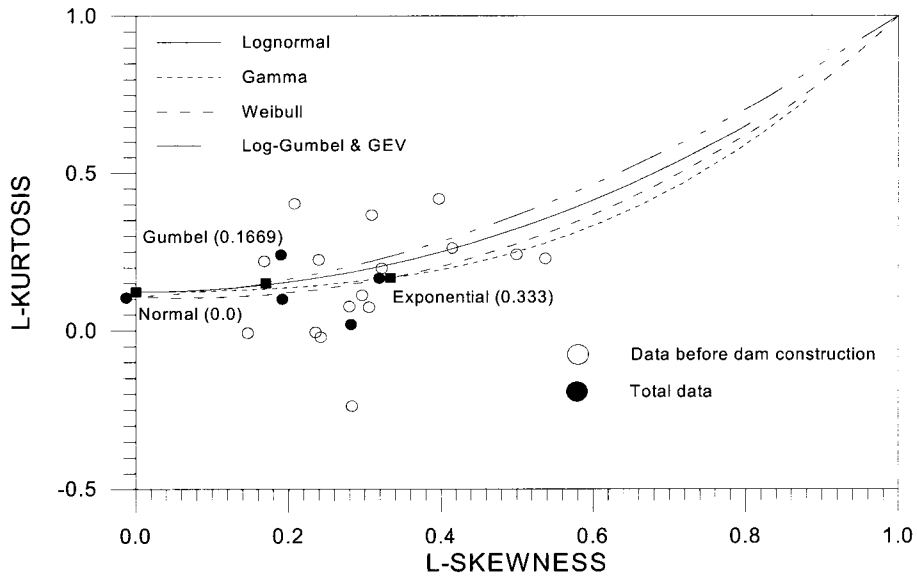


그림 2. L-모멘트비 일람도(L-첨예도계수 vs. L-왜곡도계수)

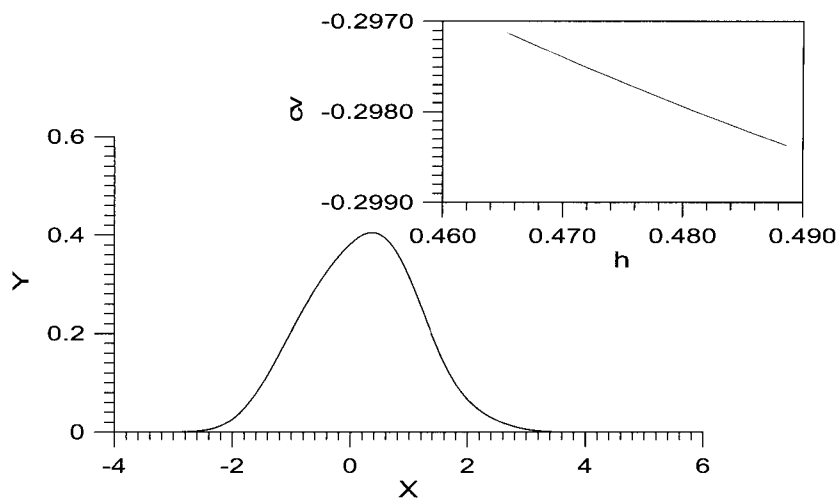


그림 3. 고안지점의 밀도함수 추정치

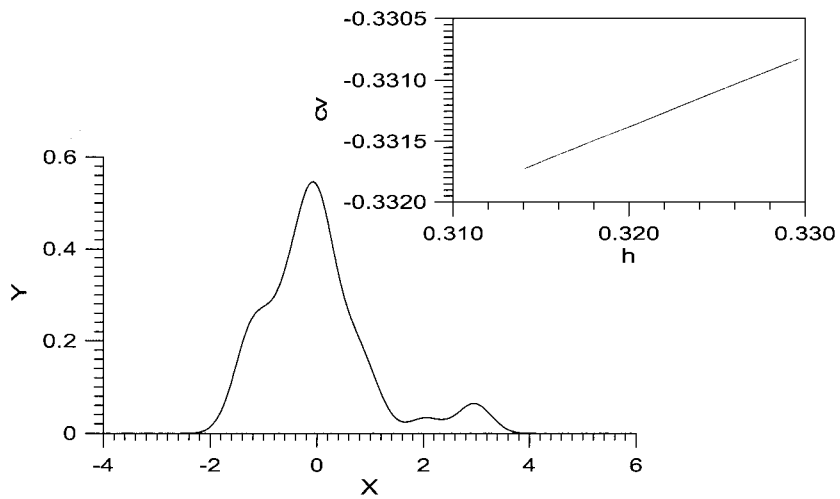


그림 4. 목계지점의 밀도함수 추정치

표 2. 각 기법별 최적화된 bandwidth 추정치

지점	ROT	LSCV	BCV	SCV	JMP	PM	SJ
고안	0.483809	0.488647	0.488647	0.488647	0.465378	0.532652	0.493663
목계	0.326473	0.314036	0.329737	0.329737	0.329737	0.365765	0.208728

$$\hat{f}_h(x) = n^{-1} \sum_{i=1}^n K_h(x - X_i) \quad (1)$$

여기서, h 는 bandwidth, K 는 kernel, $K_h(u) = K(u/h)/h$ 이다.

이러한 kernel 함수의 적용은 Silverman(1986)에 의하여 소개되었는데, 여기서 kernel의 선택보다는 bandwidth h 의 선택이 $\hat{f}_h(x)$ 의 거동에 있어서 훨씬 중요하다. h 를 너무 작게 선택하게 되면 밀도함수를 추정하기에 너무 복잡하여(noise or wiggly) 파악하기에 어려움이 따르며, h 값이 너무 크면 편의(bias)가 커서 자료의 구조를 잘 나타내지 못한다.

본 연구에서는 대상자료에 대하여 식 (2)와 같이 연속미분이 가능한 Gaussian kernel 함수를 적용하였다. Bandwidth는 Rule of Thumb(ROT), Least Squared Cross Validation(LSCV; Bowman, 1984), Biased Cross Validation(BCV; Scott and Terrell, 1987), Smoothed Cross Validation(SCV; Marron and Wand, 1992), Bandwidth Factorized Smoothed Cross Validation(JMP; Jones et al., 1991), Park and Marron plug-in(PM; Park and

Marron, 1990), Sheater and Jones plug-in(SJ; Park and Marron, 1990) 등 7가지 방법을 사용하였다.

$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) \quad (2)$$

다음 그림 3과 4는 추정된 고안지점과 목계지점에 대한 확률밀도함수를 나타내며, 표 2는 각 기법별 bandwidth를 나타내고 있다. 그림 3과 그림 4에서 X 는 정규화된 자료를 나타내며, Y 는 밀도함수치 $f(x)$, CV는 cross validation 추정치, h 는 bandwidth를 나타낸다. 대상자료를 우선 정규화시키고 LSCV 기법을 적용하여 밀도함수를 추정하였다.

다음 표 3, 4는 고안지점과 목계지점의 확률밀도함수를 나타내고 있다. 표 3, 4를 살펴보면, 재현기간 5년 미만에서는 비모수적 방법에 의한 확률밀도함수가 모수적 방법보다 다소 크게 산정되었으나, 5년 이상에서는 모수적 방법이 보다 크게 나타났다. 모수적 방법 가운데, Weibull 분포형에 의한 확률밀도함수가 다른 분포형에 비하여 작게 산정되었는데, 이는 분포형의 꼬리특성(tail characteristics)에 기인하는 것으로 판단된다(Hosk-

표 3. 고안지점 확률밀도함수

(단위: cms)

재현기간 (year)	GAM2	LN2	WBU2	ROT	LSCV	JMP	PM	SJ
2	75.4	73.9	78.1	80.3	80.3	80.3	80.2	80.2
2.33	70.0	69.0	72.2	73.4	73.3	73.5	73.1	73.3
3	62.9	62.6	64.0	63.4	63.4	63.6	63.0	63.3
5	52.3	53.4	51.3	47.4	47.3	47.6	46.7	47.2
10	42.4	45.1	38.8	31.3	31.2	31.7	30.2	31.1
20	35.4	39.2	29.7	19.1	19.0	19.7	17.5	18.8
30	32.0	36.4	25.5	13.2	13.0	13.9	11.3	12.8

표 4. 목계지점의 확률밀도함수

(단위: cms)

재현기간 (year)	GAM2	LN2	WBU2	ROT	LSCV	BCV	PM	SJ
2	23.3	22.6	23.8	25.7	25.7	25.7	25.7	25.6
2.33	20.6	20.3	20.8	23.3	23.4	23.3	23.2	23.6
3	17.1	17.6	17.0	19.9	20.0	19.9	19.7	20.6
5	12.4	13.8	11.7	14.0	14.1	14.0	13.7	14.7
10	8.5	10.7	7.3	7.6	7.7	7.6	7.3	8.1
20	6.0	8.6	4.7	3.2	3.4	3.2	2.7	4.4
30	5.0	7.7	3.6	1.2	1.4	1.1	0.6	2.8

ing과 Wallis, 1997). 비모수적 방법중에서는 PM 기법이 재현기간이 커짐에 따라 확률갈수량이 다른 기법에 비하여 작게 산정되었는데, 이는 PM 기법이 자료의 적합(fitting)을 최대한 반영하기 때문으로 판단된다. 따라서, PM 기법은 단일첨두보다는 다중첨두가 발생하는 밀도함수 추정에 있어서 보다 자료의 특성을 반영할 가능성이 높다(Park과 Marron, 1990).

4. 모의실험을 통한 비교고찰

일반적인 기법 비교를 위해서 컴퓨터 모의실험을 실시하였다. 이론적으로 해석이 가능한 경우, 즉 점근적인(asymptotic) 결과를 통하여 기법의 비교가 가능한 경우라고 하더라도 자료의 개수가 적은 경우 모의실험은 매우 강력한 비교방법이 된다. 또한, 모의실험은 다양한 자료의 크기, 성격(추출된 모집단) 등에 따라 유연하게 대처할 수 있다.

모의실험은 Weibull 분포형을 모집단의 확률분포형으로 가정하여 모의실험을 실시하였다. 즉, 0에서 1사이의 uniform random number를 발생시켜 이에 해당하는 Weibull 분포의 quantiles을 계산함으로써 자료를 모의발생시키게 된다. 실제자료에서 추정된 모수(규모 매개변수 = 29.888, 형상 매개변수 = 1.604)를 이용하여 자료크기 n = 20, 30, 40, 50, 70, 100으로 하고 총 1,000개의 자료집단을 각각 모의발생 시켰다. 발생된 자료집단에 대하여 각 기법을 적용하여 모수와 bandwidth를 산정하였으며, 이를 통하여 발생된 자료에 대한 재현기간별 확률홍수량을 추정하고 모집단의

확률홍수량을 참값으로 하여 거동평가를 수행하였다. 모의실험을 통한 거동평가는 상대평균제곱근오차(relative root mean squared error, RRMSE)와 상대편의(relative bias, RBIAS)를 통하여 수행하였다. RRMSE와 RBIAS는 다음 식과 같이 주어진다(Kim과 Heo, 2002).

$$RBIAS = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \left(\frac{\hat{Q}_{i,T} - Q_T}{Q_T} \right) \quad (2)$$

$$RRMSE = \left[\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \left(\frac{\hat{Q}_{i,T} - Q_T}{Q_T} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3)$$

여기서, $\hat{Q}_{i,T}$ 와 Q_T 는 추정된 확률홍수량과 모집단의 확률홍수량을 각각 나타내며, M은 모의발생 횟수로 본 연구에서는 1,000회 실시하였다. 그림 5에서 그림 7은 모의결과를 나타내며, 모의실험 결과를 요약하면 다음과 같다(허준행과 김경덕, 2000).

- 1) 모집단과 같은 확률분포형인 Weibull-2 분포형의 RBIAS가 가장 작게 나타났으며, 재현기간 2년, 2.33년, 3년까지는 비모수적 방법이 2번째로 작게 나타났다.
- 2) Lognormal-2 분포형의 경우 재현기간 3년 이후 RBIAS가 가장 크게 나타났으며, 비모수적 방법은 재현기간 30년 이후 RBIAS가 크게 나타나고 있다. 이는 실제 자료의 수가 31개임을 감안할 때, 재현기간 30년 이후는 외삽범위이기 때문인 것으로 판단된다.

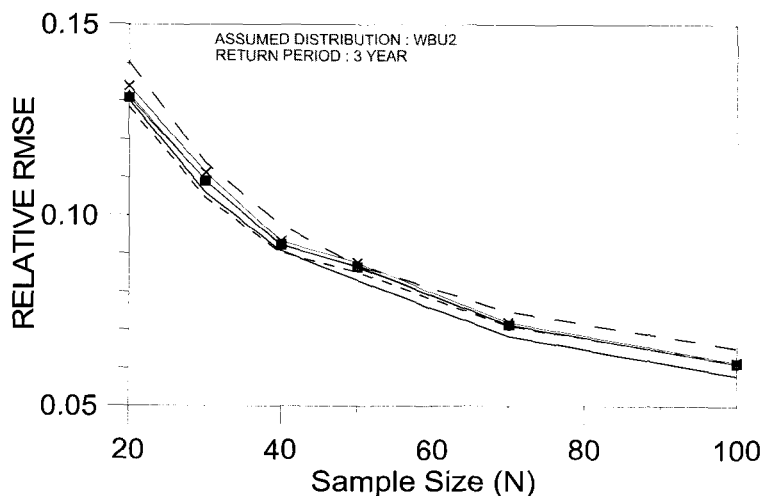


그림 5. RRMSE (Weibull-2, 3년 빈도)

- 3) 일반적인 경우와 같이 자료의 크기가 커질수록 RRMSE는 작게 나타났으며, 모집단과 같은 Weibull-2 분포형의 RRMSE가 가장 작게 나타났다.
- 4) RRMSE에 있어서 재현기간 3년까지는 비모수적 방법이 우수하게 나타났으며, 재현기간 5년부터 Weibull-2, gamma-2, 비모수적 방법, lognormal-2 분포형순으로 작게 나타났다.
- 5) RRMSE에 있어서 비모수적 방법중에서 PM 기법이 가장 작게 나타났으며, 그 다음으로 JMP 기법이 작게 나타났다. 한편, SJ 기법이 비모수적 방법 가운데 가장 크게 나타났으며, 자료크기보다

큰 재현기간에 대하여 lognormal-2 분포형보다 RRMSE가 작게 나타나 그림상에서 교차하는 현상을 볼 수 있다.

5. 결 론

하천유지유량 설정에 최소한의 기준이 되는 갈수량을 결정하기 위하여 하천유량 자료를 검토하고 자연상태의 하천유량을 대표할 수 있는 갈수량을 추정하였다. 갈수량은 주로 기준갈수량과 평균갈수량을 분석 대상으로 하되 상류에 댐과 저수지 같은 유량조절 시설에 의한 유량 조절을 고려하여 추정하였다. 확률갈수량은 모수적 방법과 비모수적 방법을 사용하여 산정하였으며,

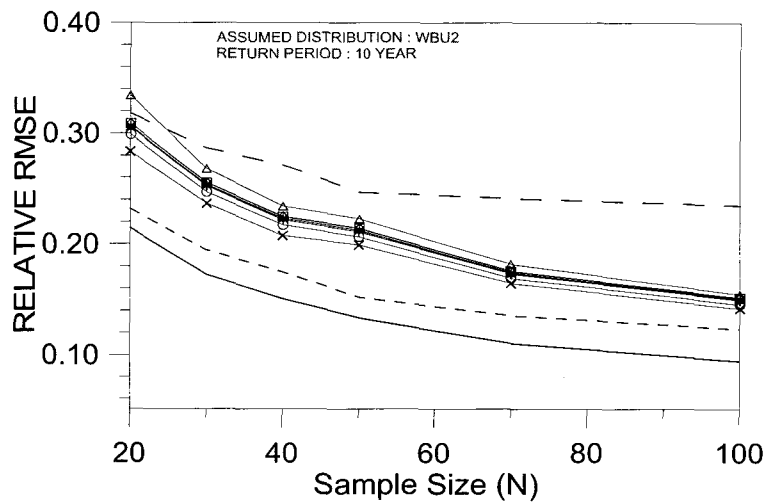


그림 6. RRMSE (모집단 : Weibull-2, 재현기간 : 10년)

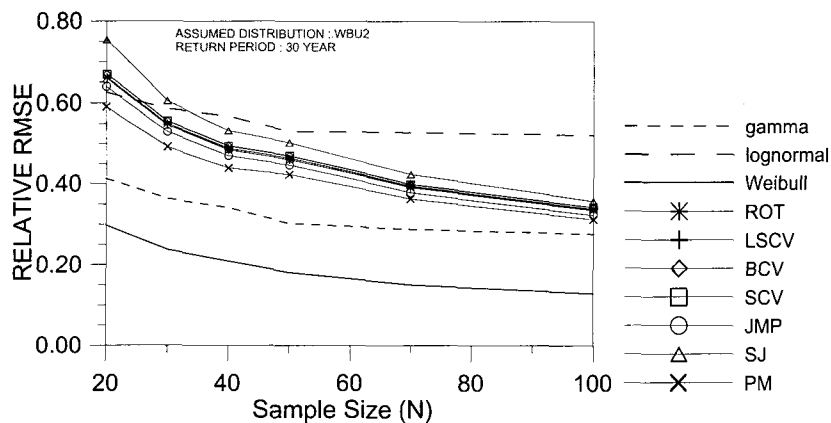


그림 7. RRMSE (모집단 : Weibull-2, 재현기간 : 30년)

Monte Carlo 모의실험을 통하여 비교·분석하였다. 본 연구를 통하여 얻은 결과는 다음과 같다.

- 1) 한강유역 13개 지점의 갈수량에 대한 빈도 해석을 실시한 결과, 유역 전체에 대한 확률분포형은 3가지 분포형, 즉 2모수 gamma, 2모수 log-normal, 그리고 2모수 Weibull 분포가 한강 전 지점의 주요 분포형으로 나타났다.
 - 2) 모집단과 같은 확률분포형인 Weibull-2 분포형의 RBIAS와 RRMSE가 가장 작게 나타났으며, 내삽범위에서 비모수적 방법이 통계적 거동특성(RBIAS와 RRMSE)이 좋은 것으로 나타났다.
 - 3) RRMSE에 있어서 비모수적 방법중에서 PM 기법이 가장 작게 나타났으며, 그 다음으로 JMP 기법이 작게 나타났다. 반면에 SJ 기법이 비모수적 방법 가운데 가장 크게 나타났다.
- 합리적으로 산정된 확률 갈수량은 유역의 수자원 확보 및 관리를 위한 수자원 장기종합계획, 하천환경관리 등에 활용될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- 건설교통부 서울지방국토관리청 (1998). **하천유지유량 산정, 한강수계 하천수 사용실태조사 및 하천유지유량 산정보고서**.
- 김돈수 (2001). **갈수량의 초과확률 추정방안에 관한 연구**, 석사학위논문, 연세대학교 산업대학원.
- 허준행, 김경덕 (2000). "Smoothing 기법과 모수 방법을 이용한 확률홍수량의 불확실성 해석(II).", **대한토목학회논문집**, 제20권, 제6-B호, pp. 813-819.
- 윤용남, 김중훈, 김태균, 호정석 (1995). "빈도분석을 이용한 갈수량 및 '94 가뭄평가.", **'95 대한토목학회 학술발표회논문집**, pp. 228 - 231.
- 허준행, 김경덕, 조원철, 심명섭 (1997). "우리 나라 주요지점 저유량의 빈도해석에 관한 연구.", **대한토목학회논문집**, 제17권, 제II-3호, pp. 207-215.
- Adamowski, K. (1996). "Nonparametric estimation of low-flow frequencies.", *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 122, No. 1, pp. 46-49.
- Bowman, A. (1984). "An alternative method of cross-validation for the smoothing of density estimates.", *Biometrika*, Vol. 71, pp. 353-360.
- Frick, D., Bode, D., and Salas, J. D. (1990). "Effect of drought on urban water supplies. I : Drought Analysis.", *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 116, No. 6, pp. 733-753.
- Guerrero, P. and Yevjevich, V. (1975). "Analysis of drought characteristics by the theory of runs.", *Hydrology Paper*, No. 80.
- Gupta, V. K. and Duckstein, L. (1975). "A Stochastic analysis of extreme droughts.", *Water Resources Research*, Vol. 11, No. 2, pp. 221-228.
- Hosking, J. R. (1986). *The Theory of Probability Weighted Moments*, IBM T. J. Watson Research Center.
- Hosking, J. R. and Wallis, J. R. (1986). *Regional Frequency Analysis - An Approach Based on L-Moments*, Cambridge University Press.
- Härdle, W. (1991). *Smoothing Techniques with Implementation in S*, Springer-Verlag, New York.
- Jones, M. C., Marron, J. S., and Park, B. U. (1991). "A simple root n bandwidth selector.", *Annals of Statistics*, Vol. 19, pp. 1919-1932.
- Kim, K. D. and Heo, J. H. (2002). "Comparative Study of Flood Quantiles Estimation by Nonparametric Models.", *Journal of Hydrology*, Vol. 260/1-4, pp. 176-193.
- Mallan, J. and Yevjevich, V. (1971). "Probabilities of observed droughts.", *Hydrology Paper*, No. 50, Colorado State University, Fort Collins, Colorado.
- Marron, J. S. and Wand, M. P. (1992). "Exact mean integrated squared errors.", *Annals of Statistics*, Vol. 20, pp. 712-736.
- Matalas, N. C. (1963). "Probability distribution of low flows.", *USGS Professional Paper*, No. 434-A.
- Park, B. U. and Marron, J. S. (1990). "Comparison of data driven bandwidth selectors.", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 85, pp. 66-72.
- Saldarriaga, J. and Yevjevich, V. (1970). "Applications of run-lengths to hydrologic series.", *Hydrology Paper*, No. 40, Colorado State University, Fort Collins, Colorado.
- Scott, D. W. and Terrell, G. R. (1987). "Biased and unbiased cross-validation in density estimation.", *Journal of the American Statistical Association*,

Vol. 82, pp. 1131-1146.

Sen, Z. (1980). "Regional drought and flood frequency analysis : Theoretical consideration.", *Journal of Hydrology*, Vol. 46, No. 3/4, pp. 265-279.

Silverman, B. W. (1986). *Density estimation for statistics and data analysis*, London, New York,

Chapman and Hall.

Yevjevich (1967). "An objective approach to definition and investigation of continental hydrologic droughts.", *Hydrology Paper*, No. 23, Colorado State University, Fort Collins,

(논문번호:02-72/접수:2002.09.16/심사완료:2003.03.27)