한국 CAD/CAM 학회 논문집
제 8권 제 1호 2003년 3월 pp. 10-18

학술논문

라인(line) 제약조건을 가지는 2차원 사각 메쉬의 자동 생성 알고리즘

김인일*, 이규열**, 조두연***, 김태완**

An Algorithm of Automatic 2D Quadrilateral Mesh Generation with the Line Constraints

Kim, I. I.*, Lee, K. Y.**, Cho, D. Y.*** and Kim, T. W.**

ABSTRACT

FEM (Finite Element Method) is a fundamental numerical analysis technique in wide spread use in engineering application. As the solving time occupies small portion of entire FEM analysis time because of development of hardware, the relative time to the whole analysis time to make mesh models is growing. In particular, in the case of stiffeners such as features attached to plate in ship structure, the line constraints are imposed on mesh model together with other constraints such as holes. To automatically generate two dimensional quadrilateral mesh with the line constraints, an algorithm is proposed based on the constrained Delaunay triangulation and Q-Morph algorithm in which the line constraints are not considered. The performance of the proposed algorithm is evaluated. And some numerical results of our proposed algorithm are presented.

Key words : FEM, Quadrilateral Mesh, Line Constraint

1. 서 론

1.1 연구 배경

최근 컴퓨터 하드웨어와 컴퓨터 환경의 급속한 발달로 구조 해석 분야에서 유한요소법을 이용한 수치적인 구조 해석이 널리 사용되고 있다. 선박의 경우, 선박의 구조 해석 단계에서 과거에는 선급의 규정(rule & regulation)에만 근거하여 안정성을 평가하거나, 특별히 구조적인 안정성을 검토해야하는 일부분에 한하여 수치적인 구조 해석을 하는 것이 일반적이었다. 그러나 최근 들어 점차적으로 선주는 선박의 구조 안정성을 검증하기 위하여 보다 더 다양하고 신뢰성 있는 구조 해석 결과를 요구하게 되었다. 또한 조선소는 구조 부재의 양을 조절하거나 위치를 바꾸는 설계 변경시, 선급이나 선주 측에 변경된 설계에 대한 안정성을 제시하기 위하여 보다 더 다양하고 신뢰성 있는 구조 해석 결과가 필요하게 되었다. 이러한 선주의 요구와 조선소의 필요를 만족시키기 위하여 선박의 구조 설계 단계에서 수치적인 구조 해석의 활용 빈도가 높아지고 있다. 수치적인 구조 해석을 하기 위해서는 먼저 해석을 하고자 하는 영역을 해석용 메쉬(mesh)로 나누는 과정이 필요한데 이것을 구조 해석 모델링 과정이라 하고, 모델링을 수행한 결과를 구조 해석 모델이라고 한다. 선박의 구조 해석 모델에서는 일반적으로 삼각형(triangle) 메쉬에 비해 수렴이 빠르고, 좋은 해석결과를 주는 사각형(quadrilateral) 메쉬가 사용된다. 그러나 Fig. 1과 같이 선박의 구조는 stiffener와 hole과 같은 제약조건(constraint)들이 존재하며 메쉬 생성 과정에서 이것들을 반드시 고려하여야 한다.

특히 판의 강도를 높이기 위해 보강재로 붙는 stiffener는 메쉬 생성과정에서 line 제약조건으로 작용하게 되며 최종적으로 만들어진 메쉬는 반드시 이 제약조건을 만족하여야 한다.

또한 메쉬의 품질, 즉 형상(shape)이나 연결관계(topology)는 해석 결과에 많은 영향을 미치므로 생성되는 사각형의 형상은 최대한 정사각형에 가깝고, 사각형의 topo연결관계는 가능한 한 개의 점에서 네 개의 사각형이 만나도록 만들어져야 한다.

*대우조선해양(주)
**서울대학교 조선해양공학과 및 해양시스템 공학연구소
***서울대학교 조선해양공학과 대학원
- 논문투고일: 2002. 02. 06
- 심사완료일: 2002. 09. 16

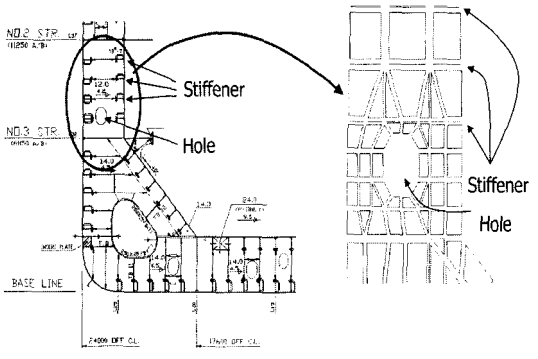


Fig. 1. Particular features of ship structure (left) and mesh model with constraints by particular features (right).

1.2 연구 목적과 범위

본 연구의 목적은 구조 해석 모델을 만드는 과정에서 나타나는 라인 제약조건을 만족하는 메쉬를 자동으로 생성하는 방법을 연구하는 것이다.

사각화 메쉬를 만드는 다양한 방법을 비교 검토하고 그 방법들 중 Q-Morph 알고리즘[3]을 토대로 본 연구의 목적에 맞는 개선된 알고리즘을 구현하였다.

1.3 사각형 메쉬 생성 알고리즘에 대한 관련 연구 현황

사각형 메쉬를 생성하는 방법은 메쉬를 만들고자 하는 영역에 직접 사각형 메쉬를 만들어내는 직접 사각화 방법(direct method)과, 영역을 먼저 삼각화하고 그것을 병합하거나 분할하여 사각형 메쉬를 만들어내는 간접 사각화 방법(indirect method)으로 나눌 수 있다[1].

일반적으로 직접 사각화 방법이 간접 사각화 방법에 비하여 메쉬의 형상이나 연결관계가 우수하다고 알려져 있다. 특히 1991년에 Blacker와 Stephenson[2]에 의해 제안된 경계전진법을 이용한 직접 사각 요소망 생성 방법인 paving 방법은 다른 방법들에 비해 복잡한 형상을 가지는 영역에 대해 형상이나 연결 관계가 비교적 좋은 요소망을 생성한다.

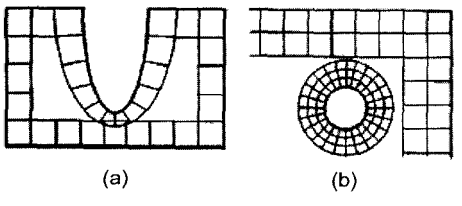


Fig. 2. Drawbacks of paving method[3]. (a) interference of opposing elements (b) element size difference between opposing fronts.

그러나 Fig. 2에 보이는 것과 같이 경계간의 교차 문제를 해결해야 하는 단점(Fig. 2(a))과 요소의 크기가 다를 경우 연결 부분에서 요소가 부드럽지 못하게 연결되는 단점(Fig. 2(b))을 갖고 있다. 이러한 단점 때문에 본 연구에서 목표로 하고 있는 제약조건을 만족하면서 품질이 우수한 사각형 요소망을 자동 생성하는 데에는 paving 방법은 적합하지 않다.

그런데 최근 1999년에 소개된 Owen[3] 등에 의해 제안된 간접 사각화 방법에 경계전진법을 도입한 Q-Morph 방법의 경우, 일반적인 간접 사각화 방법에서의 요소망 품질에 대한 단점을 상당 부분 보완하였다. Q-Morph 알고리즘은 hole과 같은 닫혀진 경계(closed boundary)를 갖는 주어진 (미리 생성된) 삼각형 요소망 영역으로부터 삼각형들을 병합하여 사각 요소망을 얻어내는 알고리즘이다. 그런데 간접 사각화 방법은 삼각형을 이용하여 사각형을 만드는 방법이므로 삼각화 과정에서 얻은 제약조건에 관한 정보를 사각화 과정에 이용할 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 요소망 영역을 우선 삼각화하고, 제약조건을 만족할 수 있도록 Q-Morph 알고리즘을 개선하여 제약조건을 만족하는 사각형 요소망을 자동으로 생성하는 알고리즘을 제안하였다.

2. 연구 및 구현 수행과정

본 연구에서는 닫혀진 경계(closed boundary)나 라인 제약조건 (line constriant) 등의 제약조건이 있는 요소망 영역을 우선 삼각화하고, 라인 제약조건을 만족할 수 있도록 Q-Morph 알고리즘을 개선하여 라인 제약조건을 만족하는 사각형 요소망을 자동으로 생성하는 알고리즘을 제안하였다. Fig. 3은 제안된 알고리

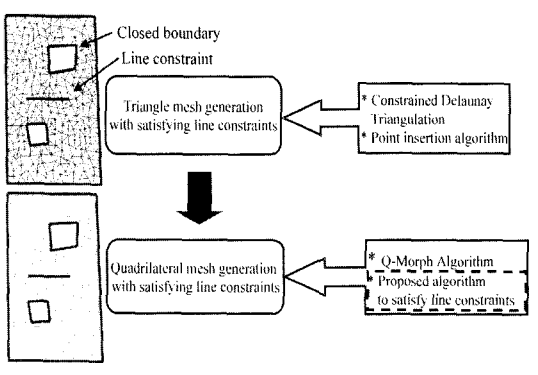


Fig. 3. Outline of the proposed mesh generation algorithm with line constraints (dashed box shows proposed algorithm).

즘의 사각형 요소망 생성과정을 보여준다.

3. 영역의 삼각화 과정

삼각화 과정은 사각화를 만들기 위한 선행 과정이다. 이때 만들어진 삼각형의 형상과 정보는 이후에 사각화 과정에 제약조건이나 크기 조정에 관한 정보를 제공할 수 있을 뿐 아니라 최종적으로 생성되는 사각형 요소망의 형상이나 품질에도 영향을 미치게 된다. 삼각화에 대한 기존 연구에는 기존의 회로법을 개선한 이민철 등[4]의 연구와 기존의 절점 생성법을 개선한 김병옥과 양현익[5]의 연구, 천재홍과 양현익[6]의 연구가 있다. 그러나 이들은 모두 닫혀진 경계(closed boundary)만을 처리하는 방법들로서, 내부에 열려있는 경계, 즉 line 제약조건이 있는 경우에는 적합하지 않았다.

3.1 Constained Delalunay Triangulation(CDT) 과정

요소망을 생성할 때의 제약조건은 사용자의 필요에 의해 요소망이 반드시 지나야 하는 선이나 점을 지나도록 하는 것이다. 이를 위해서 주어진 영역을 제약조건이 만족되도록 Delaunay triangulation을 하는 constrained delaunay triangulation방법이 있다.

Delaunay triangulation은 Voronoi diagram과 함께 컴퓨터 계산 기하학(computational geometry)분야에 많이 사용되는 효율적인 영역 분할 방법이다. Delaunay triangulation을 하게 되면 점의 삽입 순서나 거리에 따라서 임의로 삼각화가 수행된다[7,8]. 그런데 Delaunay triangulation만으로는 원하는 제약조건(boundary constraint, internal edge constraint)을 만족하지 못하는 삼각형 집합을 얻게된다. 따라서 주어진 제약조건을 만족하도록 하기 위하여 constrained Delaunay triangulation 방법을 사용한다[9,10]. 이것은 입력받은 라인 제약조건에 해당하는 edge를 저장하고 있다가 처음 삼각화가 된 이후에 삼각화된 영역 안의 모든 삼각형의 edge를 검사하여 처음에 입력하려 했던 라인 제약조건으로 부과된 edge가 누락되었을 경우 그 edge를 다시 추가하고 새로 입력된 edge 주위의 삼각형을 다시 삼각화하여 입력받은 라인 제약조건으로 부과된 edge를 보존하도록 하는 방법이다. Fig. 4(a)는 constrained Delaunay triangulation이 수행된 모습을 보여준다. 그림에서 굵은 선은 내, 외부 경계선이고 점선은 만족해야 하는 제약조건을 나타낸다.

Constrained Delaunay triangulation에 의해 주어진

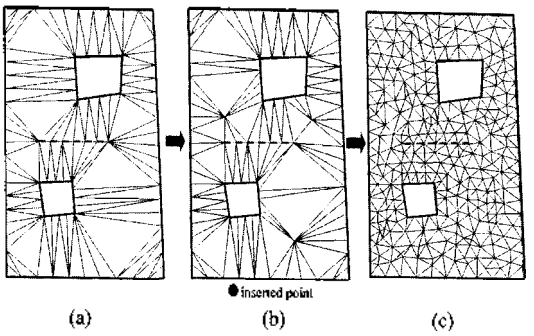


Fig. 4. Procedure of triangle mesh generation with line constraint. (a) constrained Delaunay triangulation (CDT), (b) example of point insertion after CDT (3 points inserted), (c) point insertion by subdividing edges which belong to triangle mesh (dashed line shows the line constraint).

제약조건을 모두 만족하는 삼각 요소망이 만들어졌음을 Fig. 4(a)에서 확인할 수 있다.

3.2 원하는 크기의 삼각 요소망을 얻기 위한 내부점 생성 과정

Constrained Delaunay triangulation을 통해 제약조건을 만족하는 삼각형들의 집합을 얻을 수 있다. 그러나 여기서 얻은 삼각형은 내, 외부 경계 위에 있는 점들만을 가지고 삼각형을 얻었기 때문에(Fig. 4(a) 참조) 사용자가 원하는 크기는 전혀 고려되어 있지 않으며 수치적인 해석작업을 위한 요소망으로 사용하기도 부적당하다. 그러므로 내부에 새로운 점을 추가하여 원하는 크기의 요소망을 얻어내어야 한다. 또한 후행작업인 사각화 과정 중 사각형의 요소망의 품질은 여기서 만들어진 삼각형의 품질에 크게 좌우된다. 그런데 삼각형의 크기와 형상은 내부의 점들을 삽입하는 위치에 따라 좌우되므로 내부 점을 생성하는 과정은 매우 중요하다.

본 연구에서는 요소망 생성시 제약조건을 파괴하지 않으면서 요소망의 형상을 최대한 정삼각형에 가깝도록 하고, 사용자가 요소망의 크기를 제어할 수 있도록 해주는 내부 점 생성 방법을 연구하고 구현하였다. 내부 점을 생성하는 방법에는 George[11,12]의 방법과 Ruppert[13]의 방법이 있다. Ruppert의 방법은 내부 점을 생성할 때 제약조건으로 작용하는 edge 위에 점이 삽입되는 경우가 발생하여 본 연구의 목적에는 적합하지 않았기 때문에 본 연구에서는 George의 방법에 따라 내부 점을 생성하는 모듈을 구현하였다.

George의 내부 점 생성 방법은 기본적으로 주어진

경계선이나 라인 제약조건을 구성하는 각각의 edge에서 길이로 정의할 수 있는 *local parameter h*를 얻어 그 정보를 바탕으로 삼각형을 이루는 edge중 경계나 라인 제약조건에 속하지 않는 edge들을 분할하여 그 분할된 위치에 새로운 점들을 Delaunay triangulation 방법을 이용하여 삽입하는 방법이다. 이때 라인 제약조건으로 주어지는 edge들은 분할되지 않는다. Fig. 4(b)는 세 개의 내부점을 삽입하였을 때의 삼각형 요소망 생성 결과이며 더 많은 내부점을 삽입하여 원하는 크기의 삼각형 요소망을 얻은 결과가 Fig. 4(c)에 나타나 있다.

4. 영역의 사각화 과정

4.1 Q-Morph 알고리즘의 전체적인 개요와 수행과정

Q-Morph 알고리즘은 미리 만들어진 삼각형들을 이용하여 사각화를 만드는 간접 사각화 방법이다. 이 방법은 이와 비슷한 기존의 간접 사각화 방법들과 마찬가지로 삼각형을 병합하여 사각형을 만드는 측면에서는 동일하지만 직접 사각화 방법인 Paving 방법의 경계 전진법 요소를 가미하여 간접 사각화 방법의 요소망 품질을 개선한 방법이다. Fig. 5를 보면 처음에는 삼각형으로만 이루어졌던 요소망의 경계가 전진하면서 사각화되는 모습을 확인할 수 있다. 이 때 전진하는 경계를 front edge라하며 Q-Morph 알고리즘에서는 front edge는 현재 영역에서의 삼각형을 이루는 모든 edge 중 하나의 삼각형하고만 맞닿아 있는 edge들의 집합으로 정의하였다.

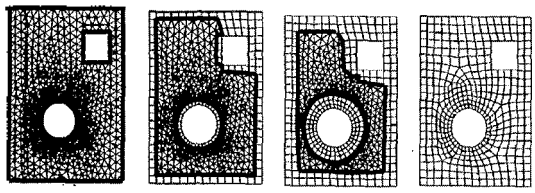


Fig. 5. Procedure of Q-Morph algorithm (bold line shows front edge proceeding)[13].

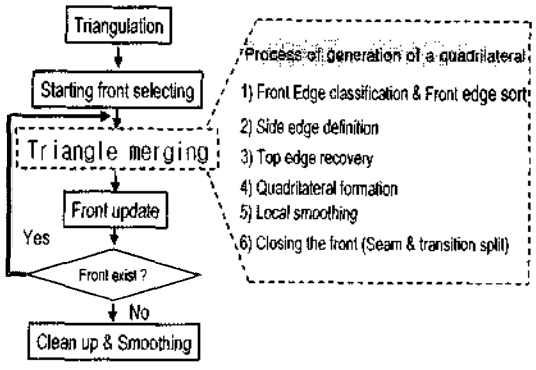


Fig. 6. Flowchart of Q-Morph algorithm.

Q-Morph 알고리즘의 전체적인 수행과정은 Fig. 6과 같다. 미리 주어진 삼각형 집합으로부터 초기 front (starting front)를 찾아내고 찾아진 front로부터 삼각형을 병합하여 사각형을 만들고 front의 상태를 갱신한다. 최종적으로 더 이상 front가 존재하지 않으면 병합과정이 완료되게 된다. 영역이 모두 사각화 된 이후에 요소망 품질 개선 작업인 clean up & smoothing과정을 통해 요소망의 품질을 향상시킨다.

삼각형을 병합하여 사각형을 만드는 과정은 Fig. 6의 오른편 상자 안의 내용과 같이 삼각형을 병합하여 사각형을 하나씩 만들어낼 때마다 front edge classification 과정부터 local smoothing 과정까지의 과정을 반복하는데 그 세부 과정은 다음과 같다.

1) Front edge classification & front edge sorting: 현재 front의 상태를 정의하고 분류한다.
2) Side edge definition: 사각형의 양 옆 edge를 생성한다.
3) Top edge recovery: 사각형의 윗부분 edge를 생성한다.
4) Quadrilateral formation: 2), 3) 과정에서 얻은 edge로 사각형을 생성한다.
5) Local smoothing: 생성된 사각형의 품질을 향상시킨다.
6) Closing the front: 사각형을 형성하면서 전진하던 경계가 만나면 경계를 닫아준다.

Fig. 7은 삼각형을 병합하여 사각형 한 개가 만들어지는 과정을 보여준다.

4.2 제약조건(Constraint)의 처리를 위해 제안된 알고리즘

3.1에서 설명한 Q-Morph 알고리즘은 닫혀진 경계

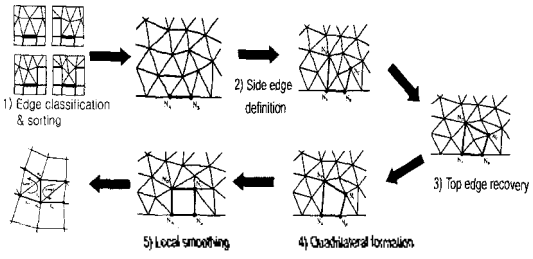


Fig. 7. Procedure of generating a quadrilateral by Q-Morph algorithm[13].

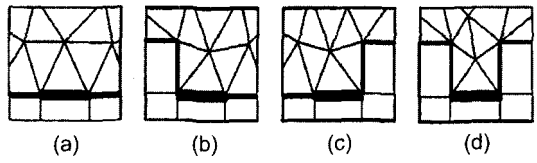


Fig. 8. State of front edge a) state 0-0, (b) state 1-0, (c) state 0-1, (d) state 1-1(Bold line shows front edge)[31].

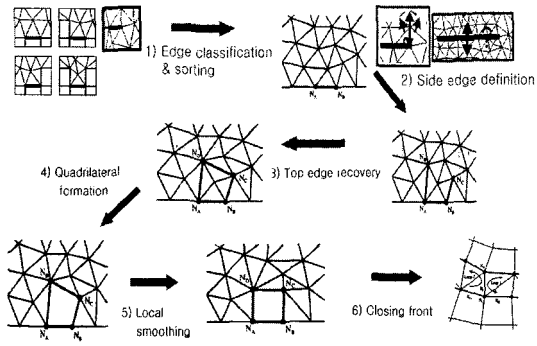


Fig. 9. Procedure of proposed algorithm : improvement of edge classification and side edge definition steps for handling line constraint (bold box shows improved part).

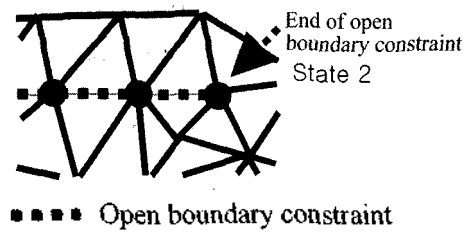


Fig. 10. Definition of end edge state for handling end of open boundary constraint (dashed line shows constraint edge).

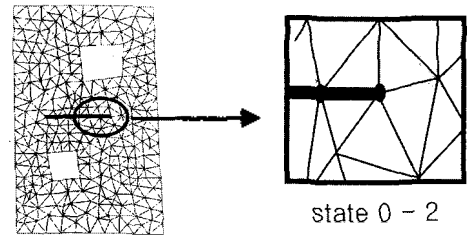


Fig. 11. Example of handling end of open boundary constraint.

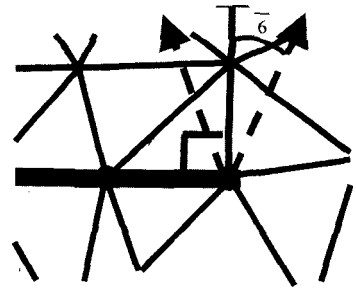


Fig. 12. Side edge definition for end of open boundary constraint.

를 처리할 수 있는 알고리즘이다. 본 연구에서는 닫혀진 경계 이외에 Fig. 4의 점선으로 표시된 것과 같은 열려진 경계, 즉 라인 제약조건을 처리할 수 있도록 알고리즘을 수정 보완하였다. Fig. 9는 수정 보완된 알고리즘의 흐름도이다. Q-Morph 알고리즘 중, 1) edge classification 과정과 2) side edge definition 과정, 그리고 front를 재정의하는 과정을 일부 수정 보완하여 라인 제약조건을 만족하는 사각 요소망을 얻을 수 있도록 하였다.

Q-Morph 알고리즘에서는 front edge를 삼각형 하나가 맞닿아 있는 edge라 정의된다. 실제로 Fig. 5에서 내, 외부 경계로부터 전진하는 front edge를 확인하면 front edge에는 항상 삼각형이 하나만 맞닿아 있음을 확인할 수 있다. 또한 Q-Morph 알고리즘에서는 Fig. 8과 같이 front edge를 분류(classification)하는 과정을 거쳐 front edge들의 상태를 4가지 경우로 분류하였다. 이 경우 어떤 임의의 front edge는 항상 그 양끝이 다른 front edge와 연결되어 있음을 확인할 수 있으며, 내, 외부에 닫혀진 경계만 존재할 경우 front edge의 양끝은 항상 다른 front edge와 연결되어 있다.

그런데 라인 제약조건으로 부과된 edge 주위를 확인해보면 Fig. 10에서 보이는 것과 같은 경우가 나타난다. 즉 라인 제약조건으로 부과된 edge중 Fig. 10의 화살표가 가리키는 부분은 닫혀진 경계에서는 나타나지 않는 끝이 열려진 형상을 가지고 있다. 또한, 라인 제약조건으로 부과된 edge는 한 edge가 2개의 삼각형과 만나는 것을 확인할 수 있다. 위와 같이 제약조건을 부과함으로써 나타나는 특성을 처리하기 위하여 1) edge classification 과정과 2) side edge definition 과정을 개선하였다.

라인 제약조건으로 부과된 edge를 처리하기 위하여 기존의 state 0, 1 이외에 Fig. 10, 11에 나타난 것과 같이 edge의 끝이 끊기는 경우를 classification 과정에 추가하여 state 2로 정의하였다. 즉, 새로 추가하여 끝이 끊기는 경우를 분리하여 처리할 수 있도록 하였

다. 그리고 edge의 끝이 끊어지는 state 2를 처리할 수 있도록 side edge definition 과정을 개선하였다. Fig. 12에는 state 2의 side edge definition하는 방법이 나타나있다.

edge가 끝나는 부분에서는 edge와 $\Pi/2$를 이루는 vector(Fig. 12에서 실선으로 표시된 vector)를 찾아 좌우 $\Pi/6$를 탐색하여(Fig. 12에서 점선으로 표시된 vector) 사각형을 구성하는 side edge를 정의한다.

앞서 Q-Morph 알고리즘에서는 삼각형이 1개만 만나는 edge를 front edge 로 정의하였다. front edge를 위와 같이 정의하면 하나의 front edge에서는 반드시 한 개의 삼각형만이 닿아 있기 때문에 사각형이 만들어지는 방향이 한 방향으로 결정되게 된다. 그러나 Fig. 13에서 보이는 것과 같이 라인 제약조건의 경우 edge에 2개의 삼각형이 붙어 있으므로 사각형이 만들어지는 방향을 결정해주어야 한다. 본 연구에서는 Fig. 13에서 보이는 것과 같이 사각형이 만들어질 수 있는 2개의 방향 중 하나를 골라서 그 방향으로 사각형이 만들어질 수 있게 하여 라인 제약조건이 닫혀진 경계로 처환될 수 있게 하였다.

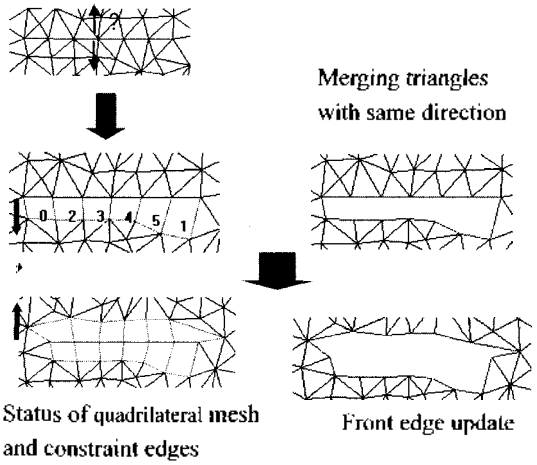


Fig. 13. Example of merging triangles with same direction and status of constraints and front edge.

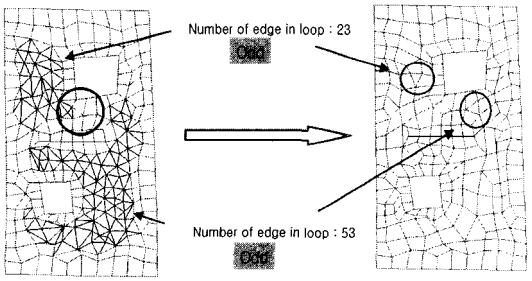


Fig. 14. Case of triangles remaining.

4.3 삼각형이 남지 않게 하는 처리 방법

front가 전진하면서 삼각형이 병합되어 사각형이 형성될 때 최종적으로 삼각형이 남게 되는 경우가 있다. Fig. 14에서처럼 loop에 포함되는 front edge의 개수가 홀수개가 되는 Odd loop가 형성되면 그 영역에서 삼각형이 남게 된다. 여기서 loop란 것은 전진하는 front edge가 어떤 closed된 경계를 가지는 것을 의미하며 Fig. 14에는 화살표가 가리키는 곳에 2개의 loop가 존재하고 있음을 볼 수 있다. 일단 Odd loop가 형성되면 반드시 삼각형이 남게 되므로 삼각형이 남지 않게 하기 위해서는 진진하던 front edge가 합쳐지면서 loop가 형성되는 순간 loop를 구성하는 edge의 개수를 검사하여 개수가 홀수개이면 Fig. 15와 같이 side edge를 분할하여 front가 합쳐지지 않게 하여준다. 이렇게 하면 loop가 항상 짝수개의 edge를 가지게 되어 Fig. 15와 같이 삼각형이 남지 않게 된다.

5. 요소망 형상 개선(mesh smoothing)

요소망의 형상 개선은 constrained Laplacian smoothing 방법[3]을 이용하여 사각형의 형상을 개선하였다. 즉, 각각의 node를 그 node를 포함하는 사각형들의 중점으로 이동하여 요소망의 형상을 검사한 이후 형상이 좋아지면 최종적으로 점을 그 위치로 이동시킨다. 만약 요소망의 형상이 좋아지지 않으면 이동시키지 않는다. 사각형의 품질 평가는 Lee and

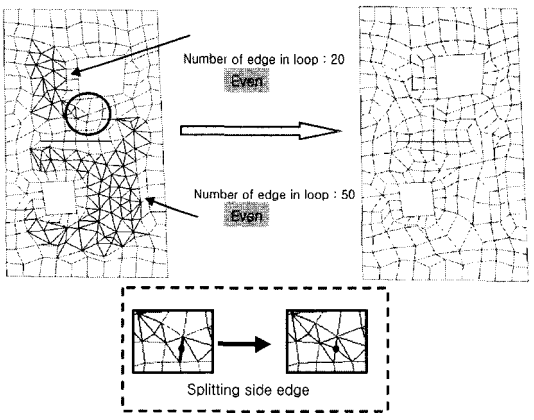


Fig. 15. Splitting side edge to maintain even loop for preventing triangle from remaining (dashed box shows example of splitting side edge. : bold edge is splitted).

Table 1. Mesh quality criteria using average distortion coefficient

Value of $\bar{\beta}$	Description
$\bar{\beta}<0.36$	Unacceptable
$0.36<\bar{\beta}\leq 0.54$	Marginal, but acceptable
$0.54<\bar{\beta}\leq 0.72$	Good
$\bar{\beta}\geq 0.72$	Excellent

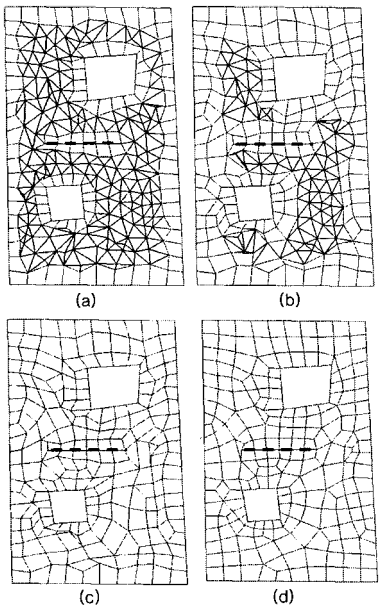


Fig. 16. Example of applying proposed algorithm to simple model with 2 holes and one line constraint (a)(b) forming quadrilateral, (c) before smoothing, (d) after smoothing (dashed line shows constraint).

Table 2. Average distortion coefficient of examples

Model	Before smoothing	After smoothing
Fig. 16	0.533969	0.654108
Fig. 17	0.562550	0.736361
Fig. 18	0.523413	0.721393
Fig. 19	0.416651	0.65

Lo[14]의 average distortion coefficient($\bar{\beta}$)를 사용하였다. 여기서 $\bar{\beta}$는 전체사각형에 대한 Distortion coefficient(β)의 기하 평균으로 정의하며, 이 때 사각형의 품질에 대한 Criteria 는 Table 1과 같다.

Fig. 16은 라인 제약조건(점선표시) 하나와 홀 2개를 가지는 예제에 대한 수행 결과이다. Fig. 16(a)는 front가 1회 전진한 모습이고 Fig. 16(b)는 사각화가 진행되면서 front가 전진하는 모습을 보여주고 있다. Fig. 16(c)는 사각화가 끝난 모습이며 Fig. 16(d)는 smoothing된 이후의 모습을 보여주고 있다. 라인 제약조건을 정확하게 만족하는 사각형 요소망이 만들어졌음을 확인할 수 있다. 사각형의 품질 평가는 Table 2에서 확인할 수 있다

6. 구현 예제(Example)

Fig. 16~19는 다양한 형상에 대하여 제안된 알고리즘이 적용된 결과를 보여준다.

Fig. 17은 Owen의 모델(Fig. 5)을 대상으로 사각화를 수행한 결과이다. 배경 삼각형은 경계 전진법(advancing front tiangulation)[15]을 사용해 만들었으며 왼쪽부터 각각 삼각형 모델, 사각화가 완료된 모습,

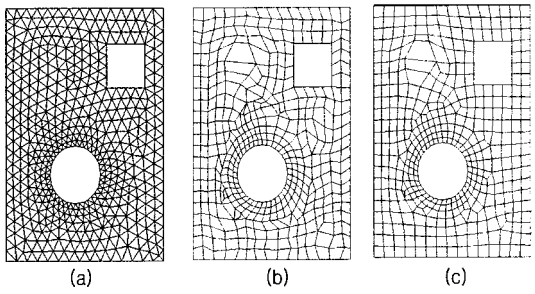


Fig. 17. Example of applying proposed algorithm to owen[3]'s model(Fig. 5). (a) initial triangulation, (b) before smoothing, (c) after smoothing.

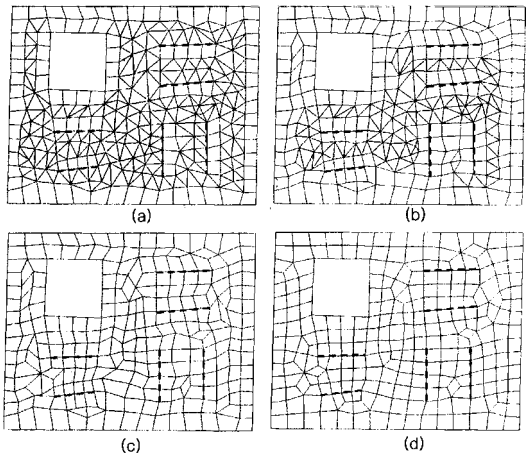


Fig. 18. Example of applying proposed algorithm to more complex model with 2 holes and 6 line constraints (a)(b) forming quadrilateral, (c) before smoothing, (d) after smoothing (dashed line shows constraint).

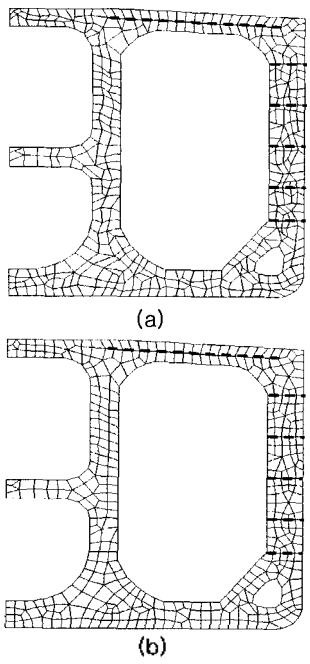


Fig. 19. *Example of Applying proposed algorithm to ship* structure model (transverse bulkhead with full boundary shape and simplified line constraints for testing), (a) before smoothing, (b) after smoothing (dashed line shows constraint).

smoothing 이후의 모습을 보여준다. 삼각화된 형상이 owen의 모델(Fig. 5)과 약간 차이가 있어 최종 형상이 차이가 있지만 형상이 우수함을 알 수 있다. 사각형의 품질 평가는 Table 2에서 확인할 수 있다.

Fig. 18은 라인 제약조건이 6개 부과되어 있는 모델이다. constrained Delaunay triangulation을 통해 삼각형을 만들었다. 6개의 제약조건을 정확히 만족하면서 사각형이 만들어졌음을 확인할 수 있다. 사각형의 품질 평가는 Table 2에서 확인할 수 있다.

Fig. 19는 선박 횡단면 모델에 적용해본 결과이다. constrained Delaunay triangulation을 통해 삼각형을 만들었다. 내 외부 경계가 매우 복잡한 모델이지만 부과된 라인 제약조건을 만

족하면서 사각형을 형성하는 것을 확인할 수 있다. 사각형의 품질 평가는 Table 2에서 확인할 수 있다.

Table 2는 본 연구에서 구현된 알고리즘의 성능을 나타낸 표이다. 각각의 모델에 대한 결과가 나와 있으며 average distortion coefficient($\overline{\beta}$)가 Table 1의 기준에 비추어 볼 때 우수한 영역에 있음을 확인할 수 있다.

7. 결 론

본 연구에서는 선박의 구조 해석 모델을 만드는 과정을 자동화하기 위하여 edge나 hole과 같은 제약조건을 가지는 영역에 대한 자동 사각화 방법을 연구하였다. 제약조건을 만족할 수 있는 삼각화 방법을 연구 구현하였으며, 간접 사각화 방법인 Q-Morph 알고리즘에 개선된 알고리즘을 추가하여 제약조건을 처리할 수 있도록 구현하였다. 또한 사각화 이후 얻은 요소망의 형상을 개선할 수 있는 smoothing 기법을 구현하였다. 그 결과 제약조건을 만족하면서 우수한 형상을 가지는 사각 요소망을 자동 생성할 수 있었다. 알고리즘의 성능 평가를 위하여 다양한 예제에 알고리즘을 적용하여 보았으며 distortion coefficient를 도입하여 정량적인 평가를 수행하였다.

8. 향후 연구 계획

본 연구에서는 라인 제약조건을 가지는 2차원 영역에 대한 사각 요소망 자동 생성법을 연구하고 구현하였다. 차후 3차원 곡면에 제약조건이 존재하는 경우에 자동 사각 요소망생성이 향후 과제이다.

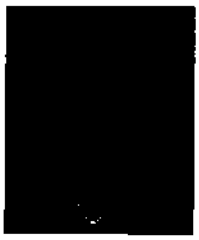
감사의 글

본 연구는 서울대학교 공과대학 해양시스템공학연구소(RIMSE)의 발전연구기금의 지원과 과학기술부가 지원하는 국가지정 연구실인 서울대학교 공과대학 해양공학연구실에서 수행 중인 "ROV/AUV의 자율 제어와 음향 장비를 이용한 탐사" 과제의 지원 그리고 정보통신부의 정보통신기초기술연구지원사업의 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

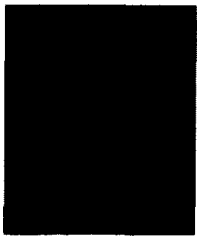
1. Owen, S. J., "A Survey of Unstructured Mesh Generation Technology," *7th International Mesh Round Table*, Dearborn Michigan, Octobor, 1998.
2. Blacker, T. D. *et al.*, "Paving : A New Approach to Automated Quadrilateral Mesh Generation," *Int. J. Num. Method Eng.*, Vol. 32, pp. 811-847, 1991.
3. Owen, S. J. *et al.*, "Q-Morph : An Indirect Approach to Advancing Front Quad Meshing", *Int. J. Num. Method Eng.*, Vol. 44, pp. 1317-1340, 1999.
4. 이민철, 전만수, 임우섭, "새로운 분할법에 의한 평면 및 곡면의 삼각형 요소망 자동생성," 한국CAD/CAM 학회 논문집, 제4권 제2호, pp. 79-86,

1999. 6.
5. 김병옥, 양현익, "수정된 Lo의 요소망 생성 알고리즘을 이용한 자동 삼각 요소망 생성 소프트웨어의 개발," 한국CAD/CAM 학회 논문집, 제5권, 제1호, pp. 95-101, 2000. 3.
6. 전재홍, 양현익, "절점과 요소의 동시 생성을 위한 삼각 요소 알고리즘," 한국CAD/CAM 학회 논문집, 제5권, 제3호, pp. 207-214, 2000. 9.
7. M de Berg *et al.*, *Computational Geometry Algorithms and Applications* : Springer 1997.
8. George, P. L., *Automatic Mesh Generation Application to Finite Element Methods* : John Wiley & Sons, 1991.
9. Chew, L. P., "Constrained Delaunay Triangulation." *Comp. Geo, Symp., ACM*, 1987.
10. Shewchuk, J. R., "Triangle : Engineering a 2D Mesh Generator and Delaunay Triangulator," *First Workshop on Applied Computational Geometry, ACM*, 1996.
11. George P. L. *et al.*, "Aspects of 2-D Delaunay Mesh Generation," *Int. J. Num. Method Eng.*, Vol. 40, pp. 1957-1975, 1997.
12. Geroge, P. L. *et al.*, "Optimal Delaunay Point Insertion," *Int. J. Num. Method Eng.*, Vol. 39, pp. 3407-3437, 1996.
13. Ruppert, J., "A Delaunay Refinement Algorithm for Quality 2-Dimensional Mesh Generation," : *J. Algorithm*, Vol. 18, No. 3, pp. 548-585, 1995.
14. Lee, C. K. and Lo, S. H., "A New Scheme for the Generation of a Graded Quadrilateral Mesh," *Comput. & Struct.*, Vol. 52, No. 5, pp. 847-857, 1994.



김 인 일

2000년 서울대학교 조선해양공학과 학사
2002년 서울대학교 조선해양공학과 석사
2002년~현재 (주)대우조선해양 연구원
관심분야: 전산기하, 요소망생성, CAD/CAE interface

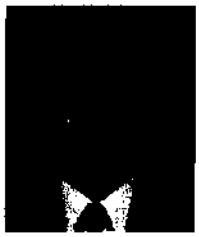


조 두 연

1997년 서울대학교 조선해양공학과 학사
1999년 서울대학교 조선해양공학과 석사
1999년~현재 서울대학교 조선해양공학과 박사과정
관심분야: 형상모델링, 컴퓨터 그래픽스, Subdivision Surface

이 규 열

1971년 서울대학교 공과대학 조선공학과 학사
1975년 독일 하노버 공과대학 조선공학 석사
1982년 독일 하노버 공과대학 조선공학 박사
1975년~1983년 독일 하노버 공과대학 선박설계 및 이론연구소 주정부 연구원
1983년~1994년 한국기계연구원 선박해양공학연구센터, 선박설계, 생산자동화 연구사업(CSDP) 단장
1994년~2000년 서울대학교 공과대학 조선해양공학과 부교수
2000년~현재 서울대학교 공과대학 조선해양공학과 교수
관심분야: 최적설계, 형상모델링, CALS



김 태 완

1985년 한양대학교 산업공학사
1993년 미국 Arizona State Univ., Computer Science 석사
1996년 미국 Arizona State Univ., Computer Science 박사
1996년~1999년 미국 SDRC 소프트웨어 엔지니어
1999년~2001년 서울대학교 정밀기계설계 공동연구소 특별연구원
2001년~2002년 세종대학교 컴퓨터부 디지털콘텐츠학과 조교수
2003년~현재 서울대학교 공과대학 조선해양공학과 조교수
관심분야: NURBS 곡선과 곡면, CAGD, 컴퓨터그래픽스, 디지털콘텐츠 제작