

## 정규화 기법을 이용한 구조물의 system identification과 활용 사례들



박 현 우\*

### 1. 머리말

점점 고도화 되는 사회 기반 시설들의 유지, 보수문제가 부각되면서 면서 대형 구조물 건전성 감시(structural health monitoring) 및 구조물 제어(structural control) 분야에 대한 연구가 국내외적으로 활발히 진행되고 있다. 시스템 확인(system identification; 이하 SI)은 이 두 연구분야에서 중요한 축을 맡고 있는 공학의 기초 학문의 하나이다. SI는 그림 1과 같이 기지의 입력과 응답으로부터 시스템의 특성을 유추해내는 학문 범주로서 재구성 문제(reconstruction problem)와 함께 역 해석 문제(inverse problem)로 일컬어진다. 최근 센서 기술, IT기술의 발달과 가격대 성능비가 높은 고성능 컴퓨터들의 출현에 힘입어 SI 기법 연구가 활발히 진행되고 있다.

공학에서 입력과 시스템이 주어진 상태에서 응답을 구하는 전방향 문제는 대부분 해의 유일성과 연속성이 보장되는 well-posed 문제이다.<sup>1)~3)</sup> 불행히도 SI와 같은 역해석 문제는 해의 유일성과 연속성이 보장되지 않는 ill-posed 문제이다.<sup>1)~3)</sup> SI 문제에서 역해석 문제가 가지고 있는 ill-posedness 특성을 간과하고 문제에 접근하게 되면 실제와 맞지 않는 전혀 틀린 결과를 도출하게 된다.

현존하는 많은 SI 기법들은 문제 자체가 가지게 되는 ill-posedness를 극복하기 위한 다양한 외연적 또는 내연적 수학적 장치들을 포함하고 있다. 이러한 수학적

장치들 중 널리 알려진 방법이 정규화 이론(regularization theory)이다.<sup>1)~3)</sup>

정규화 이론은 측정된 응답과 계산된 응답을 최소화하여 시스템의 특성을 추정해내는 최소 자승법에 근거한 SI 기법에서 널리 적용되고 있다. 정규화 이론은 러시아의 수학자 A.N. Tikhonov(1906~1993)로부터 학계에 널리 알려지게 되었다. 정규화 이론에서 정규화 기법은 허용 가능한 시스템의 물성치 함수공간(admissible function space of system property)을 나타내는 정규조건을 물리적 혹은 수학적 선지식(a priori knowledge)으로부터 정의하고, 이 조건을 SI 기법에서 사용되는 최소 자

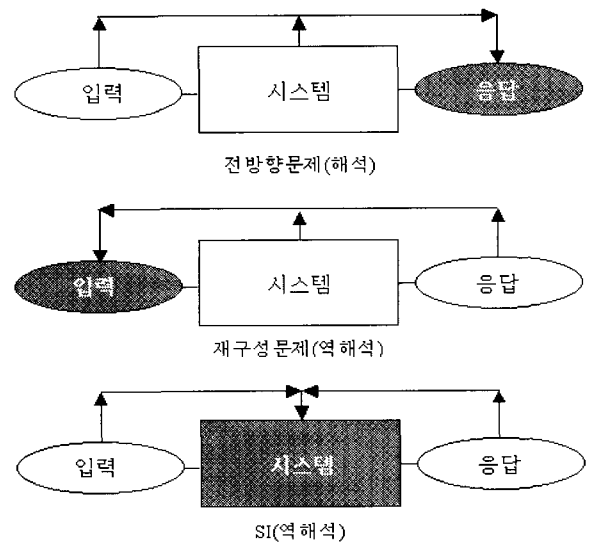


그림 1 공학문제의 세가지 범주

\* 한국원자력연구소 종합안전평가부

승식에 부과하여 역해석 문제의 ill-posedness를 해소시키는 방법이다.<sup>1)~3)</sup> 정규화 기법을 적절히 사용하게 되면 SI 기법이 가지는 ill-posedness를 해결하면서 수학적으로 물리적으로 의미 있는 해를 구할 수 있다.<sup>1)~3)</sup>

여기서는 응용역학과 구조공학에서 정규화를 도입한 SI 기법의 응용 사례들을 소개한다.

## 2. 적용사례들

### 3.1 평면응력하의 유한체에서의 미지 함유체의 기하형상과 물성치 추정문제

구조물내의 균열이나 박리 등은 육안으로 관찰하는 것이 불가능하기 때문에 비파괴 기법을 이용해서 위치, 형태, 물성치를 간접적으로 추정하게 된다. SI 관점에서 보면 그림 2와 같이 연속체 내부에 포함되어 있는 함유체의 미지 기하형상과 물성치를 외부 경계에서 게측된 응답으로부터 추정하는 문제로 정의할 수 있다.<sup>4)~6)</sup>

이 문제를 풀기 위한 접근 방법으로는 크게 두가지로 나눌 수 있다. 첫번째는 함유체의 구체적 기하형상과 물성치를 동시에 추정하는 접근방법<sup>5)6)</sup>이고, 두번째는 연속체 모든 영역안의 물성치를 추정하여 함유체에 해당하는 부분의 물성치의 변화로부터 함유체의 위치와 물성치값을 동시에 얻는 접근방법<sup>4)</sup>이다. 전자의 경우는 기하형상을 추정하기 때문에 비교적 복잡한 연산과정을 거치게 되지만 함유체의 구체적인 기하형상과 물성치를 알아낼 수 있는 장점이 있고, 후자의 경우는 구체적인 기하형상을 추정하기는 힘들으나 전자에 비해

간단한 연산과정으로도 평균적인 의미에서 효과적으로 함유체를 추정할 수 있는 장점이 있다.<sup>4)</sup>

기하형상과 물성치를 동시에 추정하는 SI에서는 기하형상과 물성치에 대해서 각각 정규조건을 정의하게 된다. 기하형상에 대한 정규조건은 다음과 같다.

$$\pi_K^G \equiv \int_{S_m} \left( -\frac{\partial \chi}{\partial s} \right)^2 ds < \rho^2 \quad (1)$$

$\chi$ 와  $s$ 는 각각 함유체 경계와 경계면을 따라서 정의되는 공간 매개변수이다. 식(1)은 구하고자 하는 함유체의 기하형상이 매끄러우면서 연속이어야(continuous and weakly smooth) 한다는 조건을 의미한다.<sup>5)6)</sup> 한편 물성치에 대한 정규조건은 다음과 같이 정의된다.<sup>1)4)</sup>

$$\pi_K^M \equiv \int_{V_m} (x - x_0)^2 dV < \rho^2 \quad (2a)$$

$$\pi_K^M \equiv \int_{V_m} \nabla |x - x_0| dV < \rho, \rho > 0 \quad (2b)$$

$x$ 와  $x_0$ 는 함유체의 물성치값과 기준값(baseline value)이다. 식(2)의 두식은 모두 구하고자 하는 함유체의 물성치가 조각연속(piecewise continuous) 함수들의 공간인  $L_2$  함수 공간에 존재해야 함을 의미한다.<sup>1)</sup> 다만, 각각의 놈(norm)의 성질에 의해서 해의 형상이 달라지게 된다.<sup>1)4)</sup>

그림 2와 같은 평면응력상태의 정사각형 판 내에 미지 함유체의 형상을 추정하는 문제에 대해 위에서 언급한 함유체의 기하형상과 물성치를 모두 추정하는 방법과 정사각형판내 모든 영역의 물성치를 추정하여 함유체의 위치와 물성치를 얻는 방법을 모두 적용시켜 보았다. x, y 방향으로 각각 인장력을 발생시켰을 때 바깥 경계면에서 발생한 정적변위를 계측응답으로 가정하였고 계측점은 각면에 등간격으로 총 32개이다. 계측응답은 경계 요소법으로부터 외부경계는 256개의 2차 요소를, 내부경계는 128개의 2차 요소를 사용하여 수치적으로 모사하였다.<sup>5)6)</sup>

그림 3은 기하형상과 함유체의 물성치를 동시에 추정한 결과이다. 알루미늄( $E=70\text{GPa}$ ,  $\nu=0.34$ )인 함유체가 배모양(pear-shaped)인 경우 물성치는 알루미늄일 때 추정된 제어 절점들의 좌표와 물성치를 나타내고 있다. 오차에 커짐에 따라서 점차적으로 실제모양에서 벗어나기는 하지만 전체적인 면적과 형상을 매우 잘

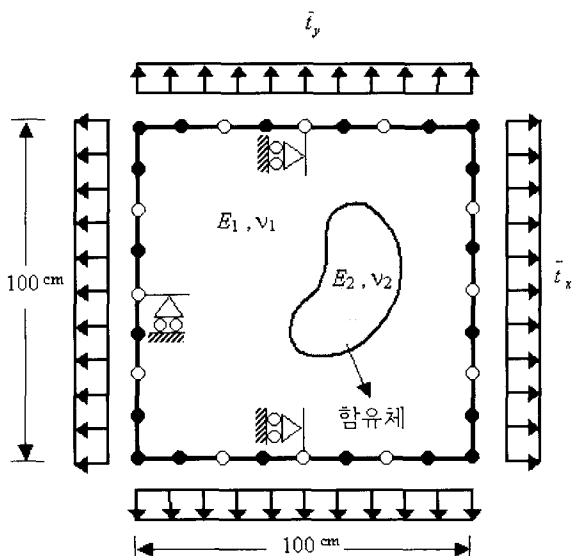


그림 2 평면응력 하의 정사각형 판내의 함유체 추정

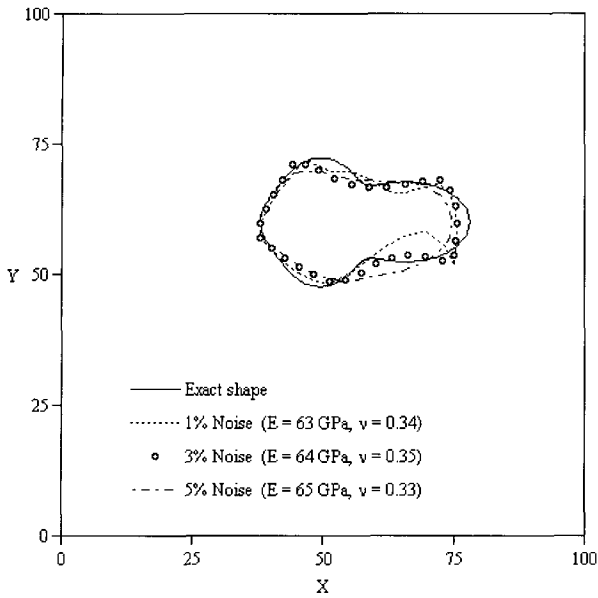


그림 3 기하형상과 물성치를 동시에 고려했을 때 배모양 함유체 추정결과

추정하고 있음을 확인할 수 있다. 추정된 물성치의 크기도 정해와 크게 다르지 않음을 확인할 수 있다.

그림 4는 계측치의 오차가 5%일 때, 정사각형판의 전체 영역을 그림과 같이 가로, 세로 등간격으로 8개씩 모두 64개의 부분영역으로 나누고, 식(2b)의 정규조건<sup>9)</sup>을 사용하여 64개의 부영역(subdomain)의 물성치를 추정하는 SI를 수행한 후 추정결과를 토대로 복원된 물성치의 등고선도이다. 굵은 선으로 표시된 부분은 정해이다.

추정하려는 물성치에 해당하는 부영역의 형상이 실제

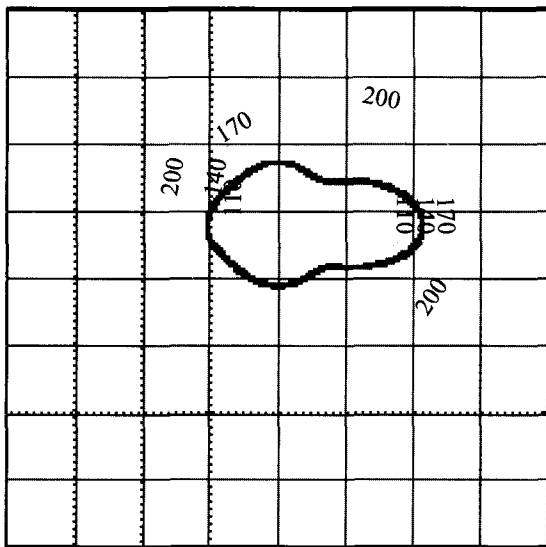


그림 4 부분영역의 물성치 추정을 이용한 배모양 함유체 추정결과

함유체의 형상과는 일치하지 않은 상태로 미리 정해져 있기 때문에 발생하는 모델링 오차에 의해서 그림 3의 기하형상과 함유체 물성치를 동시에 고려한 경우에 비해서 추정된 함유체의 형상이나 물성치가 정확하지 않다. 그렇지만, 실제 함유체가 포함된 부영역의 물성치가 바깥쪽 물성치에 비해 뚜렷이 감소했기 때문에 실제 물성치가 존재하는 위치와 크기를 효과적으로 판단할 수 있다. 기하형상과 함유체 물성치를 동시에 추정하는 방법에 비해서 부영역에 대한 물성치를 추정하는 방법이 매우 간단하기 때문에 함유체의 개략적인 위치와 영역크기를 판단하는데 효과적으로 적용될 수 있다.

### 3.2 뼈대구조물의 손상진단

뼈대 구조물의 정적 측정 변위를 이용하여 SI를 수행하고 추정된 물성치로부터 구조물에 발생된 손상을 진단하는 기법을 소개한다.

트러스나 프레임같은 뼈대구조물을 모델링할 때 각 부재의 성질은 부재 중심선을 따라서 표현하게 된다. 그 결과 부재의 역학적 특성은 부재의 도심축을 따라서 집중되어 있는 것으로 가정하게 된다. 전체 뼈대구조물의 강성물성치는 구조물체적에서 2차원 Dirac-delta 함수로 표현되는 각 부재들의 강성물성치의 집합으로 정의된다.<sup>1)</sup>

$$x = \sum_{i=1}^n X_i \delta(\eta_1^i) \delta(\eta_2^i) \text{ in } V \quad (3)$$

식(3)에서 정의되는 뼈대구조물의 강성물성치를 나타내기 위한 정규조건으로 기존의  $L_2$ -놈을 사용한 정규조건은 부적절하기 때문에 다음과 같은  $L_1$ -놈을 사용한 정규조건을 적용해야 한다.<sup>1)</sup>

$$\pi_R \equiv \int_V |x - x_0| dV < \rho, \rho > 0 \quad (4)$$

이경간 연속 트러스교에 발생한 손상부재를 추정하는 문제를 통해서 정규화의 타당성을 살펴본다.

그림 5에서 기하형상, 지점조건 그리고 12개의 계측점이 주어져 있다. 그림 6에 주어진 각각의 하중조건에 대해서 측정점이 이동단인 경우에는 수평변위를, 나머지 측정점들에서는 수직변위를 독립적으로 계측하였다. 계측오차는 5% 비례오차를 사용하였다. 통계적 손상진단<sup>1),7)</sup>을 위해서 주어진 모두 30회의 몬테카를로 수

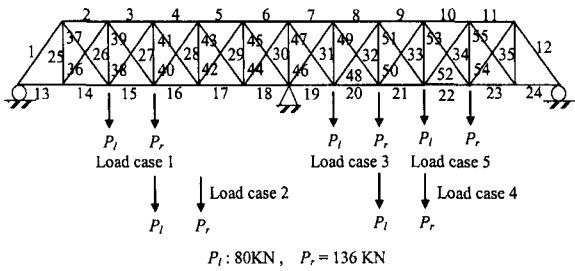
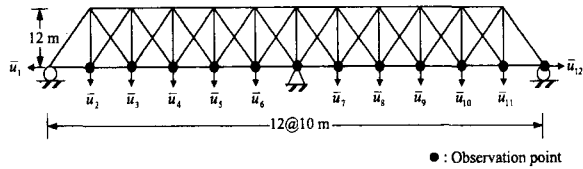


그림 5 이경간 트러스의 기하형상, 지점 및 하중조건



Member	Area(cm <sup>2</sup> )	Member	Area(cm <sup>2</sup> )
Top	250	Vertical	200
Bottom	300	Diagonal	220

그림 6 계측점과 부재별 단면적

치모사를 수행하였고, 손상여부를 판단하는 가선감정법에서 유의수준은 10%로 설정하였다. 손상은 하현제 16번과 21번의 단면적이 각각 70%, 30% 감소한 것으로 손상을 모사하였다.

그림 7에서는 SI에 의해서 추정된 결과를 이용해서 통계적 손상진단방법으로부터 추정된 손상도를 나타낸다. 실제손상부재의 위치와 손상도가 정확하게 추정되고 있음을 알 수 있다.

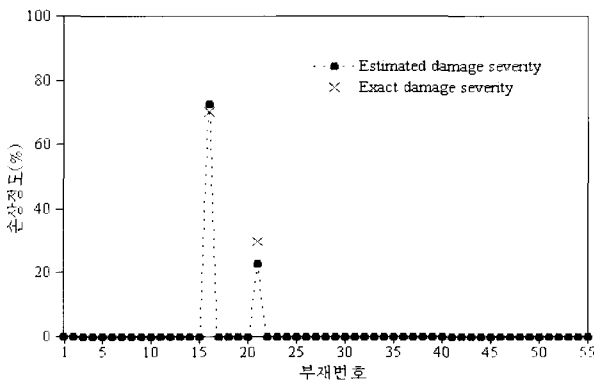


그림 7 추정된 각 부재의 손상정도

### 3.3 시간영역 SI를 이용한 구조물 동적 특성 추정과 손상진단

구조물의 실시간 계측을 통해서 취득된 가속도 데이터를 이용한 구조물 건전성 평가기법이 최근 활발히 연구되고 있다. 고유진동수와 같은 주파수 영역의 응답의 변화가 구조물의 물성변화에 민감하지 않을 뿐만

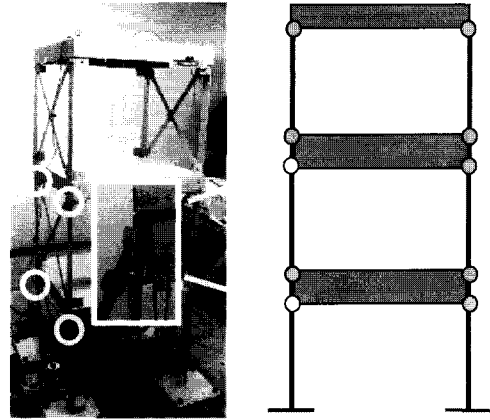


그림 8 3층 전단빌딩의 실험모델과 볼트 이음부 손상

아니라 지진에 의해 발생하는 구조물의 비선형 이력 거동을 나타내는 데 한계가 있기 때문에 실시간 계측 가속도를 이용해서 구조물의 동적 물성 변화를 추정하기 위한 연구가 진행중이다.<sup>8),10)</sup>

시간 영역 SI에서 추정하고자 하는 구조물의 물성치는 시간에 대한 정규조건을 만족해야 한다. 오랜 기간동안 노후화 된 구조물에 발생하게 되는 피로 균열에 의한 강성감소 또는 지진과 같은 과도한 하중에 의해 발생하게 되는 이력거동에 의한 구조물의 강성 변화는 모두 시간에 대해 조각 연속 함수로 나타낼 수 있다.<sup>8),10)</sup>

$$\pi_R^M \equiv \int_0^T (x - x_0)^2 dt < \rho^2 \quad (5)$$

그림 8은 3층 전단빌딩 실험체의 볼트 접합부의 손상을 각 층에서 측정된 가속도 데이터를 이용해서 추정하기 위한 실험 모델이다. 접합부 손상은 그림에 표시된 지점의 볼트의 풀림에 의한 휨강성 저하로 가정했다. 측정 가속도는 각층의 상단에 설치된 3개의 가속도계로부터 120초간 50Hz의 샘플링비로 획득하였고, 이 중 첫 60초에 해당하는 가속도 데이터에 대해 SI를 수행하였다.

그림 9는 시간영역 SI에서 추정된 각 층 부재의 휨강성을 나타낸다. 실제 볼트 풀림을 한지로 가정하면 1층과 2층의 휨강성이 37.5%씩 감소하게 되는데, SI에 의해 추정된 1층과 2층의 휨강성이 강성의 감소를 정량적으로 잘 근사하고 있음을 확인할 수 있다.

그림 10에서 SI로부터 추정된 물성치로 계산된 시험 구조물 최상층(3층)의 가속도의 시간 이력과 실제 계측 가속도 데이터가 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

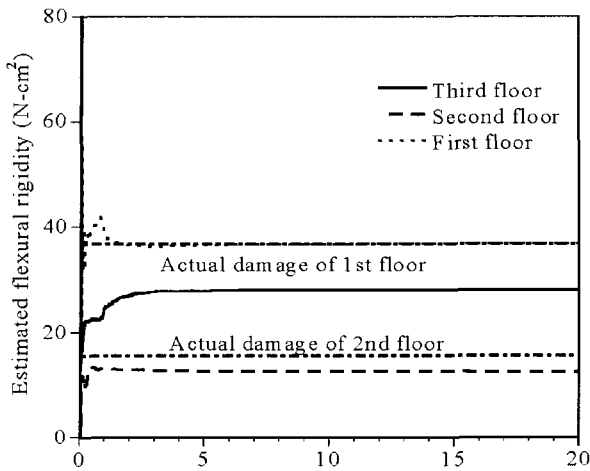


그림 9 추정된 각층의 휨강성

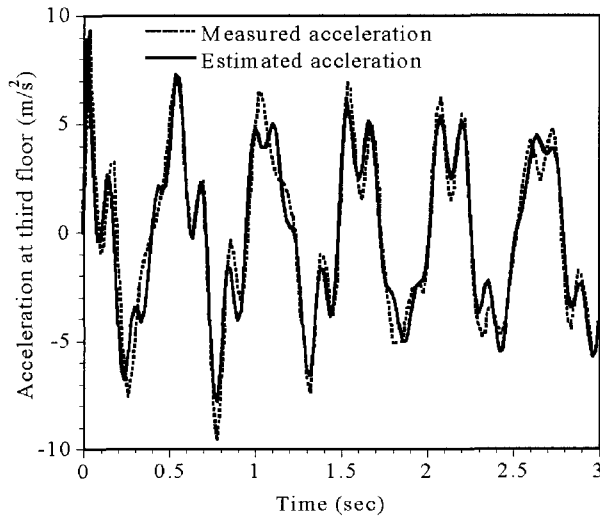


그림 10 추정결과에서 복원된 3층 가속도

그림 11은 지진 하중 하에 지진 격리 구조물에 설치된 지진 격리 장치의 이력 거동을 추정하기 위한 일자유도 모델이다. 이력 거동은 Duhem 모델에서 유도되는데 시간단계에서 할선 강성(tangent stiffness)를 추정함으로써 추정할 수 있다.<sup>10)</sup> 질량 중심에서 8초간 50Hz의 샘플링비로 측정 가속도 데이터를 사용하여 SI를 수행하였다. 측정 가속도 데이터는 지진 격리 장치가 그림 11과 같은 특성을 가질 수 있도록 쌍일차 모델(bilinear model)로 수치 모사하였고, 지반 가속도는 El-centro 지진(PGA=0.308g)를 사용하였다.

무작위 계측오차를 고려하기 위해서 측정 가속도 데이터에 10% 무작위 비례 오차를 가했다.

그림 12는 각 시간 단계에서 추정된 지진 격리 장치의 할선 강성을 초기 탄성 강성에 대해 기준화한 값이다. 큰 계측오차에도 불구하고 탄성상태와 소성 상태에서 발생하는 강성의 변화를 잘 모사하고 있다.

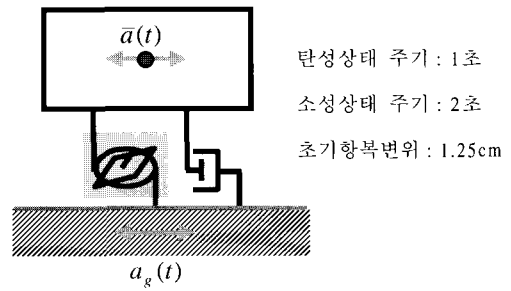


그림 11 1-자유도 지진 격리 구조물

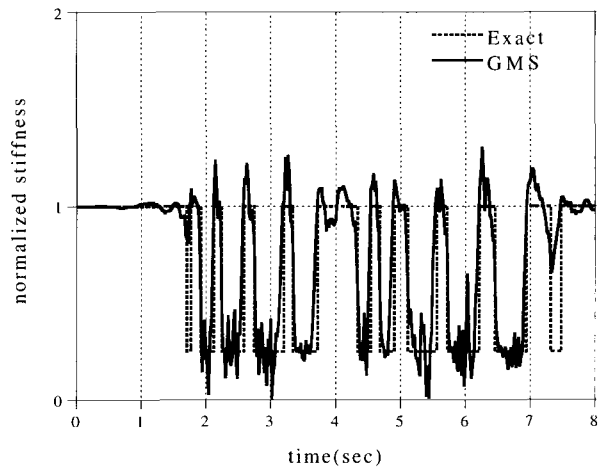


그림 12 시간에 대해 추정된 할선 강성

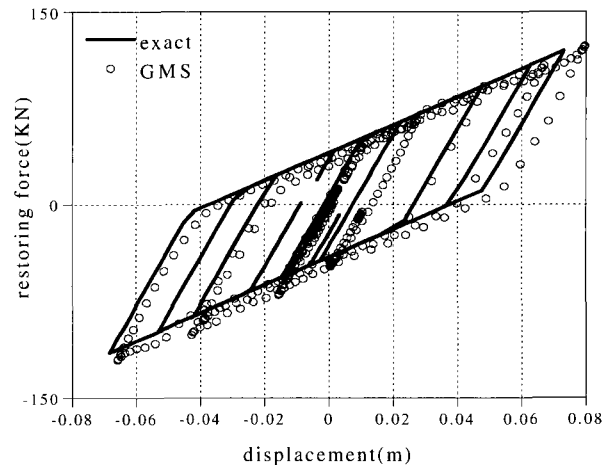


그림 13 추정결과에서 복원된 힘-복원력 곡선

그림 13은 추정된 지진 격리 장치의 할선 강성으로부터 복원된 지진 격리 장치의 이력곡선이다. 복원된 지진 격리 장치의 이력거동이 실제 이력거동을 잘 보여주고 있음을 알 수 있다. 일반적으로 이력거동을 하는 구조부재의 경우 부재에 발생한 최대 변형과 이력 거동중에 소산된 에너지에 의해서 손상을 평가하게 된다. 그림 13과 같이 시간 영역 SI를 이용해서 복원된 이력거동을 이용하면 구조물로부터 측정된 동적 응답

으로부터 구조 부재에 발생한 손상정도를 정량적으로 평가할 수 있다.

### 3. 맺음말

정규화 기법은 추정하고자 하는 물성치에 대한 정규 조건을 수학적인 혹은 물리적인 선지식에 근거해서 설정하고 이를 적절한 알고리즘을 통해서 역해석 문제에 부과함으로써 역해석 문제가 근본적으로 가지고 있는 ill-posedness를 효과적으로 경감시키는 기법이다.

여기서는, 최소 자승법을 이용한 SI가 가지는 ill-posedness를 효과적으로 해결할 수 있는 정규화 기법을 다양한 응용역학 및 구조공학 분야에 적용시킨 사례들을 살펴보았다. 적용된 여러 사례들에서 알 수 있듯이, 각각의 경우에 적절한 정규화 기법을 통해서 SI가 가지는 ill-posedness를 효과적으로 해결하고 물리적으로 타당하고 수치적으로 안정된 해를 추정할 수 있게 된다.

최근 관심 연구분야로 급부상하고 있는 구조물의 손상탐지, 구조물의 건전성평가에서 정규화 기법을 이용한 SI가 효과적으로 활용될 수 있을 것으로 사료된다.

### 참 고 문 헌

1. Park, H. W., *Regularization techniques in system identification for damage assessment of structures*, Ph.D. Thesis, Department of civil engineering, Seoul National University, 2002
2. Bui, H. D., *Inverse Problems in the Mechanics of Materials: An Introduction*, CRC Press, Boca Raton, 1994
3. Hansen, P. C., *Rank-Deficient and Discrete Ill Posed Problems : Numerical Aspects of Linear Inversion*, SIAM, Philadelphia, 1998
4. Park, H.W., Shin, S. B., and Lee, H. S. "Determination of an Optimal Regularization Factor in System Identification with Tikhonov Function for Linear Elastic Continua," *International J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 51, No. 10 : 2001, pp.1211~1230
5. Lee, H. S., Kim, Y. H., Park, C. J., and Park. H. W., A new spatial regularization scheme for the identification of geometric shapes of inclusions in finite bodies, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 46, No. 7, 1999, pp.973~992
6. Lee, H. S., Park, C. J., and Park. H. W., Identification of geometric shapes and material properties of inclusions in two dimensional finite bodies by boundary parameterization, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 181, No. 1-3, 2000, pp.1~20
7. Yeo, I. H., Shin, S., Lee, H. S., and Chang, S. P., Statistical Damage Assessment of Framed Structures from Static Responses, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 126, No. 4, 2000, pp.414~421
8. Joo Sung Kang, Hae Sung Lee, Hyun Moo Koh, Jae Kwan Kim, "Damage assessment of bridge structures using measured acceleration data by a system identification scheme", *Proceedings of the First International Conference on Bridge Maintenance, Safety and Management*, IABMAS'02, Barcelona, Spain, July 14-17, 2002, pp.158~159
9. 박만우, 안병규, 박현우, 이해성, "유한체 내부영역 물성치 결정을 위한 L1-TSVD의 최적 절단번호 결정", 대한토목학회 학술발표회 논문집, 2002, pp. 217~220(CD-ROM)
10. 박현우, 전영선, "할선강성모델을 이용한 면진장치의 비선형거동 추정을 위한 시간영역 시스템확인기법", 한국원자력학회 추계학술발표회 논문집, 2002, CD-ROM 