

# 응력량을 이용한 요소제거법의 위상최적화

## Topology Optimization of Element Removal Method Using Stress Density

임 오 강† 이 진 식\* 김 창 식\*\*

Lim, O Kaung Lee, Jin Sik Kim, Chang-Sik

(논문접수일 : 2002년 1월 10일 ; 심사종료일 : 2002년 12월 6일)

### 요 지

위상최적설계는 개념설계에 적합하며, 제품의 설계에서 사용되어지고 있다. 전통적인 위상최적화는 균질화법과 최적조건법을 사용해 왔다. 균질화법은 구멍으로 구성된 구조물과 강성행렬사이의 관계를 연결해주는 데 사용되며, 최적조건법은 부피분율을 유지하며 설계변수의 개선에 사용되어진다. 전통적인 위상최적설계는 수렴성이 좋은 상점은 있지만 수렴시간이 많이 걸린다는 단점이 있었다. 이 문제를 해결하는 하나의 방법으로 평균 응력량을 기준으로 요소를 제거하는 요소제거법을 제시하였다. 예제에서 수렴속도가 향상됨을 알 수 있었다.

**핵심용어** : 위상최적설계, 균질화법, 최적조건법, 요소제거법

### Abstract

Topology optimization has been evolved into a very efficient conceptual design tool and has been utilized into design engineering processes. Traditional topology optimization has been using homogenization method and optimality criteria method. Homogenization method provides relationship equation between structure which includes many holes and stiffness matrix in FEM. Optimality criteria method is used to update design variables while maintaining that volume fraction is uniform. Traditional topology optimization has advantage of good convergence but has disadvantage of too much convergency time. In one way to solve this problem, element removal method using the criterion of an average stress is presented. As the result of examples, it is certified that convergency time is very reduced.

**Keywords** : topology, homogenization method, optimality criteria method, element removal method

### 1. 서 론

구조물의 최적화에 대한 연구<sup>1)</sup>는 제품의 성능향상에 중요한 역할을 한다. 컴퓨터 하드웨어의 발전으로 적은 무게를 가지면서도 주어진 하중과 구속조건을 만족시킬 수 있는 최적화에 대한 연구로 기계 및 자동차의 구조 경량화가 이루어지고 있다.

구조물 최적화는 설계변수에 따라 치수, 형상 그리고 위상최적설계로 나누어진다. 즉, 설계변수가 부재 단면의 크기이면 치수, 구조부재 절점의 공간상 위치이면 형상, 부재

들의 연결관계와 부재, 절점, 지지점이 수이면 위상변수로 분류되어진다. 트리스 구조물의 경우,<sup>2)</sup> 치수설계에서는 부재 단면적의 크기를 결정하고, 형상설계에서는 절점의 좌표를 결정하며, 위상설계에서는 절점간을 연결하는 부재의 유무를 결정하는 문제이다.

특히 위상 최적화는 초기 형상이 결정되지 않은 구조물의 시제품을 개념 설계할 수 있다. 따라서 구조물의 설계 초기에 위상 최적화 기법에 의해 최적의 위상을 구하고, 상세 설계 단계에서 기존의 치수 및 형상 최적화 기법을 이용하여 구조물의 두께 또는 형상 치수 등을 결정함으로써 최

† 책임지자, 정회원 · 부산대학교 기계공학부 교수  
전화: 051-510-2306; FAX: 051-582-9164  
E-mail: oklim@pusan.ac.kr

\* 경기공업대학 컴퓨터응용설계계열 전임강사

\*\* 부산대학교 기계설계공학과 대학원

• 이 논문에 대한 토본을 2003년 6월 30일까지 본 학회에 보내 주시면 2003년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

적설계를 수행할 수 있다.

1990년대에 Kikuchi와 Bendsoe에 의해 균질화법(homogenization method)<sup>3)~5)</sup>을 이용한 위상 최적화 방법이 개발되면서 위상최적화의 연구가 발전하였다. 균질화법을 이용한 최적화 방법은 물체를 수많은 구멍들을 가지고 있는 미세구조로 가정하여, 최적의 구조적 성능을 발휘하는 구멍들의 분포를 찾는다. 이때, 구멍의 크기와 재료상수와의 관계는 균질화법에 의해 구해지고, 최적화 알고리즘으로는 최적조건(optimality criteria)법<sup>6),7)</sup>을 사용한다.

2차원 연속체 구조물에 적용된 위상최적화는 3차원 쉘 문제<sup>8)</sup>로 확장되었다. 진동 문제에서는 주어진 가진주파수에 대한 구조물의 강성을 구하거나, 주어진 주파수 영역에서 주파수응답을 줄이는 구조물<sup>9),10)</sup>을 얻었다. 자기장의 자기적굴성을 최대화하는 모타와 안테나의 성능향상문제<sup>11)</sup>에 적용이 되었고, 열전달, 탄성 비틀림, 비압축성 유체의 유동, 전기장, 자기장의 문제들에 위상최적화가 적용<sup>12)</sup>되었으며, 비드나 접착제의 패턴<sup>13)</sup>을 찾는 등 위상최적화의 적용이 확대되고 있다.

위상최적설계에서 가장 많이 사용되어지고 있는 알고리즘으로 균질화법과 최적조건법에 대해 나타나는 여러 단점들을 보완하고자 다양한 연구들이 이루어져 왔다. Han<sup>14)</sup>은 요소제거시 사용되어지는 요소제거율을 고정시키지 않고, 초기에는 높은 값을, 후기에는 낮은 값을 주어 수렴속도를 향상시키고자 하였으며, Steven<sup>15)</sup>은 요소를 제거만 할 것이 아니라, 제거 및 삽입의 양방향 위상최적화의 필요성을 주장하였다.

본 연구에서는 재료의 강성행렬을 만드는 과정에 균질화법을 설계변수의 최적화에 최적조건법을 사용하였다. 하지만 균질화법과 최적조건법을 사용할 때 수렴을 하기까지 많은 시간을 필요로 하는 단점이 있다. 이것을 해결하는 방법으로서 매 반복시 각 요소의 평균 응력량을 기준으로 하여 요소를 제거하는 요소제거법(element removal method)을 사용하였다. 본 논문에서 사용된 요소제거법을 예제에 적용하여 기존의 연구결과와 동일한 위상을 효과적으로 구할 수 있었다.

## 2. 균질화법

### 2.1 균질화법

Fig. 1은 전체설계영역을 도식화한 것이다. 전체설계영역은 물질이 비어있는 빈영역과 해석을 하고자 하는 설계영역과 물질이 채워져 있는 고정부분으로 구성된다. 하중이 가해지는 부분은 고정부분으로 하여 하중이 전체설계영역에 전달된다.

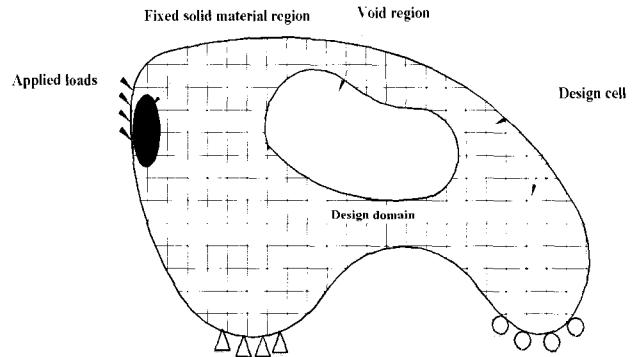


Fig. 1 General elasticity problem

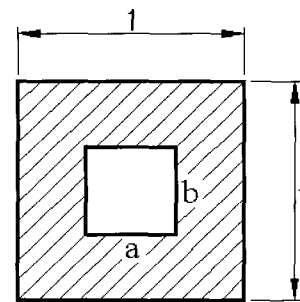


Fig. 2 Unit cell

각 요소마다 주기성(periodicity)을 가지고 있다고 가정하면, 이 들을 Fig. 2와 같은 단위요소(unit cell)로 나타낼 수 있다. 여기서 지시함수(indicator function)를  $X(x)$ 라고 하면 지시함수는 다음과 같다.

$$X(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } a = b = 0 : \text{material} \\ 0 & \text{if } a = b = 1 : \text{no material} \end{cases} \quad (1)$$

즉 단위요소에서  $a = b = 1$ 이면 물질이 비어 있는 것이고,  $a = b = 0$ 이면 물질이 채워져 있는 것으로 본다.

이 단위요소를 유한요소해석을 하여 등가균질재료상수를 구하는 것을 균질화법이라 하며, 구하고자 하는 등가균질재료상수는 이방성복합체로서 대칭성을 고려하게 되면 총 4개의 미지수( $D_{11}$ ,  $D_{12}$ ,  $D_{22}$ ,  $D_{66}$ )로 구성되게 된다.

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \quad (2)$$

식(2)에서 모든 등가균질재료상수의 미지수들은 각 요소들을 단위요소로 가정함에 따라  $a$ 와  $b$ 값에 의해 결정된다. Fig. 3에서는 등가균질재료상수의 값들 중  $D_{11}$ 의 값을 그래프화 한 것으로  $a$ 와  $b$ 에 의해 등가균질재료상수의 미지수가 결정된다.

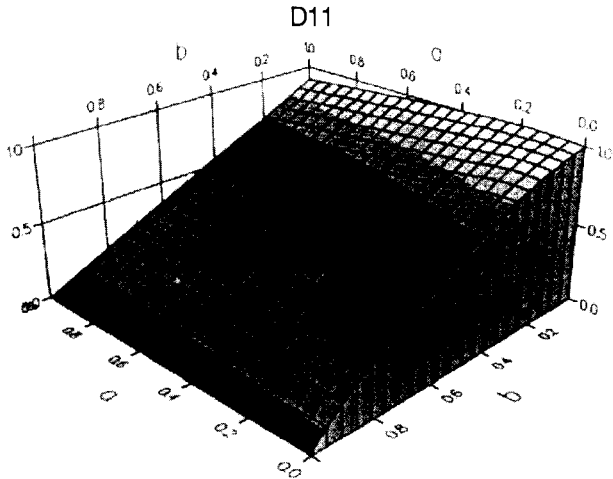


Fig. 3 Homogenized elasticity constant

### 2.2 가상재료

등가균질재료상수를 가지고 해석하는 방법은 중간값을 가지는 요소에 대한 체계적이고 합리적인 해석을 가능하게 한다. 거시구조로 밀도를 설계변수로 단순화하여 재료의 물성치와의 관계를 임의적으로 가정한 가상재료(artificial material)<sup>16)</sup>를 사용하였다.

가상재료란 재료의 물성치를 밀도와 비례한다고 가정한다. 그러나 선형비례로 가정하게 되면 밀도가 0에서 1사이의 중간값들이 많이 발생한다. 이 중간값이 발생한 지역은 제품을 생산할 때 동일한 재료를 사용할 수 없고 물성치를 변화시켜야 하는 단점이 있다. 따라서 중간값을 가지는 밀도의 생성을 억제하기 위해 재료의 물성치와 밀도 사이의 관계에 비선형성을 주게 된다. 비선형성은 지수  $n$ 을 도입함으로 구현된다.

$$\frac{E_i}{E_0} = \rho^n \quad (3)$$

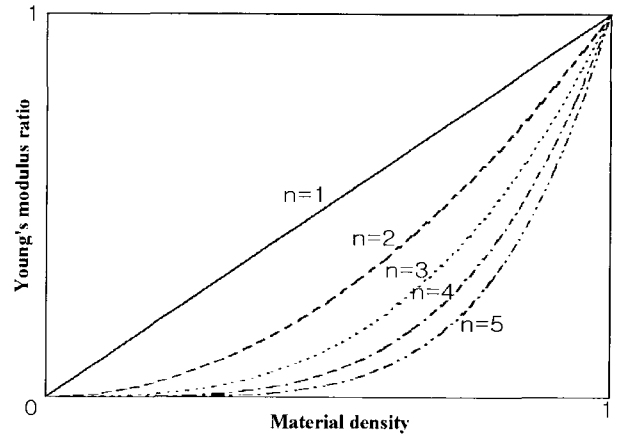


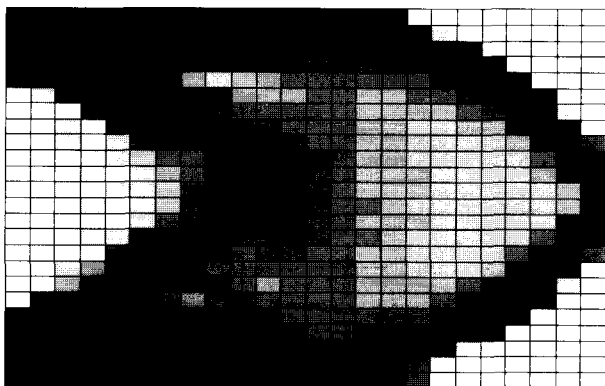
Fig. 4 Density and Young's modulus

식(3)에서  $n$ 의 값을 1에서 5까지 변화시킨 그림을 Fig. 4에 나타내었다.

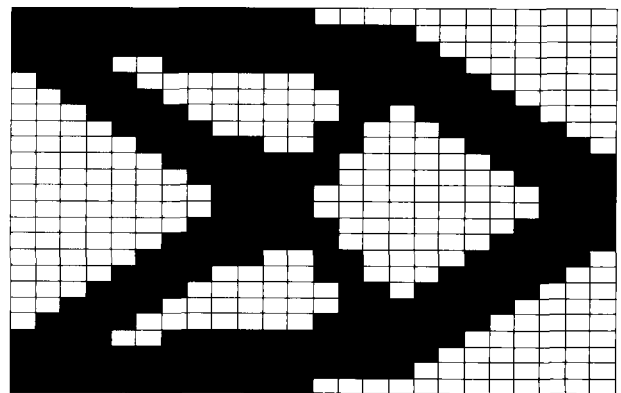
Fig. 4에서 밀도가 0인 지점에서는 모든 재료상수가 0의 값을 가지고 밀도가 1인 지점에서는 모든 재료상수가 1의 값을 가지게 된다. 그리고 지수  $n$ 의 값이 커질수록 재료상수가 0과 1로 양극화가 크게 발생함을 보여주고 있다. 일반적으로  $n$ 은 2에서 4정도의 값을 사용하는데  $n$ 에 2의 값을 사용하게 되면 0과 1의 양극화가 약하게 나타나고, 4의 값을 사용하게 되면 양극화가 너무 심하게 나타난다.

Fig. 5의 (a)와 (b)에 등가균질재료상수를 그대로 사용한 결과와 가상재료를 사용한 결과를 비교하였다.  $n$ 의 값이 1일 때가 Fig. 5의 (a)이며,  $n$ 의 값이 3일 때가 Fig. 5의 (b)이다. 거시적인 측면에서 볼 때 가상재료를 사용하는 것이 좋은 결과를 나타낸다.

이 논문에서는 지수  $n$ 의 값을 수렴성에 문제가 없으며 위상에 영향을 주지 않는 3의 값을 균일적으로 사용하였다.



(a) topology using homogenization method(n=1)



(b) topology using artificial material(n=3)

Fig. 5 Comparison of two methods

### 3. 요소제거법

#### 3.1 문제정식화

본 연구에서는 주어진 부피분율(volume fraction)을 만족하면서 재료의 평균굴성(mean compliance)를 최소화하는 위상을 구하였다. 굴성은 구조물 내부에 저장되는 변형에너지로 표현되므로 구조물의 강성을 최대화 하는 위상을 구하는 것이다. 전체 포텐셜에너지(potential energy)가 목적함수, 설계영역의 부피분율이 제약조건, 0에서 1사이의  $a$ 와  $b$ 의 값이 설계변수가 된다. 이는 다음과 같이 정식화 된다.

$$\text{Minimize} : \Pi \quad (4)$$

$$\text{Subject to} : \Omega_s \leq \overline{\Omega}_s \quad (5)$$

$$0 \leq a, b \leq 1 \quad (6)$$

여기서  $\Pi$ 는 포텐셜에너지,  $\Omega_s$ 는 설계영역의 부피분율,  $\overline{\Omega}_s$ 는 주어진 부피분율 그리고  $a, b$ 는 설계변수를 말한다. 식(4)에서 (6)의 식들을 라그랑지승수를 사용하여 제약이 없는 목적함수를 만들어내게 되면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} L = & \Pi(u) + \Lambda \left[ \sum_{e=1}^N (1 - a^e b^e) \Omega^e - \overline{\Omega}_s \right] \\ & + \sum_{e=1}^N \lambda_{a0}^e (-a^e) + \sum_{e=1}^N \lambda_{a1}^e (a^e - 1) \\ & + \sum_{e=1}^N \lambda_{b0}^e (-b^e) + \sum_{e=1}^N \lambda_{b1}^e (b^e - 1) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서  $L$ 는 라그랑지함수를  $\Lambda, \lambda_{a0}^e, \dots, \lambda_{b1}^e$ 는 라그랑지승수를 말한다.

식(7)의 라그랑지함수를 Kuhn-Turker 조건을 사용하면 다음과 같은 전환조건(switching condition)이 나오게 된다.

$$\lambda \left[ \sum_{e=1}^N (1 - a^e b^e) \Omega^e - \overline{\Omega}_s \right] = 0 ; \lambda \geq 0 \quad (8)$$

$$\lambda_{a1} (a^e - 1) = 0 ; \lambda_{a1} \geq 0 \quad (8a)$$

$$\lambda_{a0} (-a^e) = 0 ; \lambda_{a0} \geq 0 \quad (8b)$$

$$\lambda_{b1} (b^e - 1) = 0 ; \lambda_{b1} \geq 0 \quad (8c)$$

$$\lambda_{b0} (-b^e) = 0 ; \lambda_{b0} \geq 0 \quad (8d)$$

식(7)에서 라그랑지함수를 최소화하는 것이 위상최적설계를 수행하는 것이며, 이 라그랑지함수를 최소화하는 방안으로 최적조건법이 사용될 것이다.

#### 3.2 최적조건법

최적조건법(optimality criteria method)이란 라그랑지승수(Lagrange multiplier)를 도입하여 비제약조건문제로 변환하고, 변분법을 이용하여 최적조건을 찾아내는 방법이다. 최적조건(optimality condition)을 만족시키도록 밀도분포와 부피분율을 교대로 개선하여 해를 구하는 것이다. 밀도분포를 개선하기 위해서는 유한요소법을 이용하여 수치적으로 설계변수의 민감도 정보를 구하고, 이 정보를 가지고 밀도분포를 개선시키는 개선알고리즘 I과 부피분율을 유지시키면서 밀도분포를 개선시키는 개선알고리즘 II로 구성되어 진다.

개선알고리즘I에 사용된 전체 포텐셜에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Pi(u) = & \frac{1}{2} \sum_{e=1}^N \int_{\Omega^e} \epsilon^T(u) D^e \epsilon(u) d\Omega \\ & - \sum_{e=1}^N \int_{\Omega^e} u^T f d\Omega - \sum_{e=1}^N \int_{\Gamma^e} u^T t d\Gamma \end{aligned} \quad (9)$$

식(7)의 라그랑지함수를 설계변수  $a$ 에 대해 편미분하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \Pi(u)}{\partial a^e} + \Lambda b^e \Omega^e + \lambda_{a0}^e - \lambda_{a1}^e = 0 \quad (10)$$

식(9)의 포텐셜에너지항을 설계변수  $a$ 에 관해 편미분하여 식(10)에 대입하게 되면 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sum_{e=1}^N \int_{\Omega^e} \epsilon^T(u) \frac{\partial D^e}{\partial a^e} \epsilon(u) d\Omega \\ & - \sum_{e=1}^N \int_{\Omega^e} u^T \frac{\partial f}{\partial a^e} d\Omega + \Lambda b^e \Omega^e + \lambda_{a0}^e - \lambda_{a1}^e = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

그리고 균질화법에서 민감도식<sup>4)</sup>은 다음과 같다.

$$E_a^e = \frac{\frac{1}{2} \sum_{e=1}^N \int_{\Omega^e} \epsilon^T(u) \frac{\partial D^e}{\partial a^e} \epsilon(u) d\Omega - \sum_{e=1}^N \int_{\Omega^e} u^T \frac{\partial f}{\partial a^e} d\Omega}{-\Lambda b^e \Omega^e} \quad (12)$$

식(12)에 식(11)를 대입하면 다음과 같은 식이 나온다.

$$E_a^e = 1 + \frac{\lambda_{a0}^e}{\Lambda b^e \Omega^e} - \frac{\lambda_{a1}^e}{\Lambda b^e \Omega^e} \quad (13)$$

식(13)에서 변수로 사용되고 있는 모든 항( $\lambda_{a0}^e, \lambda_{a1}^e$ ,

$A, b^e, \Omega^e$ 은 양이다.  $E_a^e$ 의 값은  $\lambda_{a0}^e$ 와  $\lambda_{a1}^e$ 의 값에 따라 음수와 양수로 결정된다. 이를 식(8a), (8b)에 대입한다.  $E_a^e$ 의 값이 1보다 크면,  $\lambda_{a0}^e$ 의 값이 양의 값이 되고,  $a^e$ 의 값은 0이 되게 된다. 반대로  $E_a^e$ 의 값이 1보다 작으면,  $\lambda_{a1}^e$ 의 값은 양이고,  $a^e$ 의 값은 1이 된다. 이 과정은 설계변수  $a$ 와  $b$ 에 적용되며, 설계변수  $a$ 에 관한 항은 다음과 같다.

$$a_{k,1}^e = \begin{cases} \min\{(1+\zeta)a_k^e, 1\} & \text{if } a_k^e(E_a^e)_k \leq \max\{(1-\zeta)a_k^e, 0\} \\ a_k^e(E_a^e)_k^\eta & \text{if } \max\{(1-\zeta)a_k^e, 0\} < a_k^e(E_a^e)_k < \min\{(1+\zeta)a_k^e, 1\} \\ \max\{(1-\zeta)a_k^e, 0\} & \text{if } \min\{(1+\zeta)a_k^e, 1\} \leq a_k^e(E_a^e)_k \end{cases} \quad (14)$$

여기서  $E_a^e$ 는 민감도 정보,  $\zeta$ 는 이동한계 그리고  $\eta$ 는 가중인자를 말한다.

식(13)에서 보이는 것과 같이 설계변수  $a$ 와  $b$ 에 대하여 밀도분포를 개선시킬 때 사용되는  $\zeta$ 는 이동한계(move limit)라 하여 알고리즘의 수렴속도와 관계를 하며,  $\eta$ 는 가중인자(weighting factor)로서 알고리즘의 안정성과 관계를 하고 있다. 여기서는 각 실험에서 같은 값을 사용하였고 수렴속도와 안정성에 문제가 없는 이동한계는 0.02, 가중인자는 1.0을 사용하였다.

식(13)는 밀도분포를 개선하는 개선알고리즘 I이다. 부피분율을 유지시키는 개선알고리즘 II로는 이등분법(bisection method)를 사용하였다. 이 이등분법은 민감도 정보 등 다른 정보를 사용하지 않으므로 적용이 단순하다는 장점이 있으며 정리하면 다음과 같다.

(단계 1) 초기의  $A_{\min}^0$ 와  $A_{\max}^0$ 을 다음의 조건으로 찾는다.

$$\Omega_s(A_{\min}^0) > \overline{\Omega}_s \text{과 } \Omega_s(A_{\max}^0) < \overline{\Omega}_s \quad (15)$$

(단계 2)  $A_m$ 을 계산한다.

$$A_m = \frac{1}{2}(A_{\min}^m + A_{\max}^m) \quad (16)$$

(단계 3)  $\Omega_s(A^m)$ 을 계산하고,  $A_{\min}$  또는  $A_{\max}$ 를 아래와 같이 수정한다.

$$\begin{cases} \Omega_s < \overline{\Omega}_s \text{ 이면, } A_{\max}^{m+1} = A^m \\ \Omega_s > \overline{\Omega}_s \text{ 이면, } A_{\min}^{m+1} = A^m \end{cases} \quad (17)$$

(단계 4)  $|\Omega_s - \overline{\Omega}_s| \leq \delta$ 를 만족할 때까지, (단계 2)와 (단계 3)을 반복적으로 계산한다.

여기서  $\delta$ 는 부피분율에서 받아들여지는 오차의 양을 지칭하며, 본 연구에서는 전체밀도량의 1% 오차를 가능하게 하였다. 오차의 범위를 너무 작게 줄 경우는 수렴을 하지 않고 발산하는 경우가 발생할 수도 있으며, 오차의 범위를 너무 크게 줄 경우는 수렴은 하였지만, 부피분율을 만족하지 않는 경우가 발생한다.

### 3.3 요소제거 알고리즘

위상최적설계에서 사용되는 일반적인 요소제거법이란 각 요소에 물질을 가득 채운 상태에서 개선알고리즘을 이용하여 요소의 밀도분포를 하나씩 줄여나가는 방식을 사용하고 있다. 하지만 본 연구에서 말하는 요소제거법이란 밀도를 제거해나가는 것이 아니라 요소를 제거해 나가는 것을 말하며, 초기 설계영역에서 요소가 제거되기 때문에 설계영역이 작아짐에 따라 유한요소해석시 사용되어질 전체강성행렬의 크기를 작게하여 해석시간을 줄이는데 목적이 있다. 여기서 사용되어질 응력은 다음과 같은 식으로 구해진다.

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{1}{2}\{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2\}} \quad (18)$$

요소를 제거하는 기준은 요소의 응력량을 판단의 기준으로 삼았으며, 그 식은 아래와 같다.

$$\frac{\sigma^e}{\sigma_{average}} < \beta \quad (19)$$

여기서  $\sigma^e$ 는 각 요소의 응력을 말하며,  $\sigma_{average}$ 는 전체요소의 평균응력을 말하며  $\beta$ 는 응력량계수로서 기본값으로  $10^{-2}$ 의 값을 주었다. 즉 전체평균응력과 각 요소의 응력을 기준으로하여 전체평균응력의 1%보다 낮은 응력을 받는 부분의 요소를 제거하고자 하였다.

식(19)에서  $\beta$ 의 값  $10^{-2}$ 은 물질이 응력을 받지 않는 상태를 의미하며  $10^{-5}$ 인 경우에도 동일한 해석결과를 얻을 수 있었다.

제거알고리즘은 다음과 같이 9개의 단계로 구성되어 있으며, 요소가 직접 제거되므로 요소의 개수는 제거알고리즘이 수행될 때마다 수정된다. 그러나 절점의 개수는 제거될 요소의 절점과 요소결합도를 비교하여 수정된다.

(단계 1) 전체요소의 개수를 하나 감소시킨다.

(단계 2) 제거될 요소의 요소결합도(element connectivity)를 저장한다.

(단계 3) 제거될 요소의 절점들을 요소결합도와 비교한다.

- (단계 4) 다른 요소의 요소결합도에 제거될 요소의 절점이 있으면 절점은 제거되지 않는다.
- (단계 5) 다른 요소의 요소결합도에 제거될 요소의 절점이 없으면 절점은 제거된다.
- (단계 6) 절점의 개수를 하나 감소시킨다.
- (단계 7) 절점위치행렬을 개선한다.
- (단계 8) 하중 및 구속 벡터를 개선한다.
- (단계 9) 설계변수벡터와 요소결합도행렬을 개선한다.

이 방식은 판단의 기준이 만족하는 요소가 생성될 때마다 거치게 되며, 요소제거법을 포함한 전체 알고리즘을 정리하여 Fig. 6에 나타내었다.

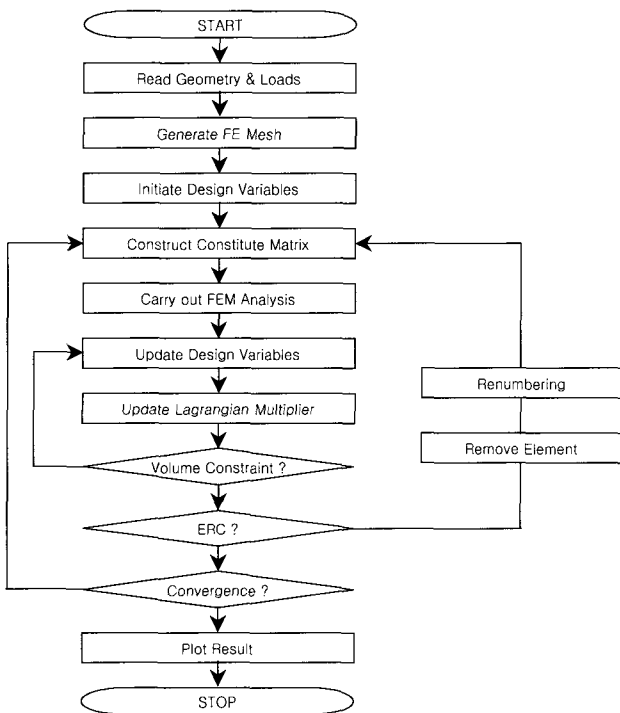


Fig. 6 Overall algorithm

#### 4. 수치예제

균질화법을 이용하여 재료의 강성행렬을 구하고 라그랑지승수를 도입한 최적조건법과 요소제거법을 도입하여 강성행렬의 크기를 줄이는 최적화 방법을 외팔보와 다리형 구조물에 적용하였다.

##### 4.1 외팔보

Fig. 7에는 한쪽 면이 고정된 설계영역에서 반대편의 중앙에 중방향하중을 주는 외팔보이다. 가로와 세로방향으로 각각 24개의 요소를 총 576개의 요소를 사용하였으며, 부

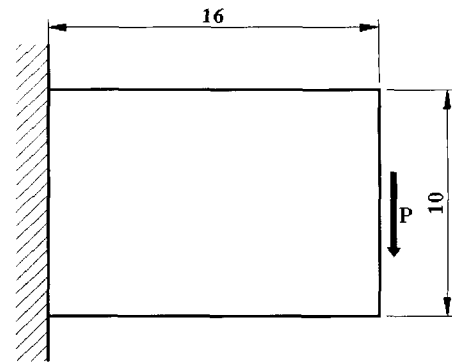


Fig. 7 Clamped Beam

피분율은 50%를 사용한 경우에 요소제거법을 사용한 경우와 사용하지 않은 경우를 나누어 해석하였다.

물성값은  $E=2.1 \times 10^8$ (GPa),  $\nu=0.3$ , 하중은 100kN을 설정하였다.

Fig. 8의 결과가 순수 최적조건법만을 사용한 결과로서 총 377번의 반복횟수, 13분 17초의 시간, 0.000195의 포텐셜에너지를 보였으며, Fig. 9는 최적조건법과 요소제거법을 모두 사용한 알고리즘의 결과로서 총 334번의 반복횟수, 2분 45초의 시간, 0.000195의 포텐셜에너지를 보였다. 초기에 사용된 요소는 576개이지만 최종적으로 남은 요소는 293개로서 부피분율 50%를 만족한다고 볼 수 있으며, 포텐셜에너지는 0.000195로서 같은 값이 나왔다. 두 개의 결과를 정리하여 Table 1에 나타내었으며, 요소제거법을 사용한 경우와 사용하지 않은 경우의 결과를 각각 Figs. 8과 9에 나타내었다.

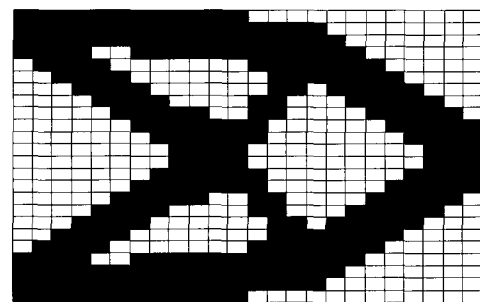


Fig. 8 Conventional topology



Fig. 9 Topology with ERM

### 4.2 다리형 구조물

Fig. 10에는 전체 설계영역은 180m×60m의 직사각형 모양을 가지고 있으며, 가로방향으로는 45개의 요소가 세로방향으로는 15개의 요소를 사용하여 총 675개의 요소를 사용하는 다리형 구조물이다. 높이 40m인 지점이 차량이 지나가는 다리로 가정하여 양 끝단을 단순지지하고 높이 40m인 지점에 있는 요소는 전부 비설계영역(Non-Design Domain)으로 설정하였다. 높이 0m인 지점에 폭 144m를 두고 두 개의 고정지지부분이 있으며 이 부분 또한 비설계영역으로 지정하였다. 부피분율은 30%를 사용한 경우에 요소제거법을 사용한 경우와 사용하지 않은 경우를 해석하였다. 물성값은  $E=2.1 \times 10^8$ (GPa),  $\nu=0.3$ , 분포하중은 100kN/m를 설정하였다.

Fig. 11의 결과는 순수 최적조건법만을 사용한 결과로서 총 해석시 사용된 시간이 23분 18초였으며, 포텐셜에너지는 0.003162이 나왔다. Fig. 12의 결과는 최적조건법과 요소제거법을 모두 사용한 알고리즘의 결과로서, 제거된 부분에서는 요소가 없음을 알 수 있다. 이 요소가 제거됨으로써 반복이 계속 되어질수록 시간은 작게 걸림을 알 수 있다. 총 해석시 사용된 시간은 3분 57초였다. 초기에 사용된 요소는 675개이고 최종 남은 요소는 203개로 부피분율 30%를 만족한다. 포텐셜에너지는 0.003162로서 같은 값이 나왔다. 두 개의 결과를 정리하여 Table 2에 나타내었으며, 요소제거법을 사용한 경우와 사용하지 않은 경우의 결과를 각각 Figs. 11과 12에 나타내었다.

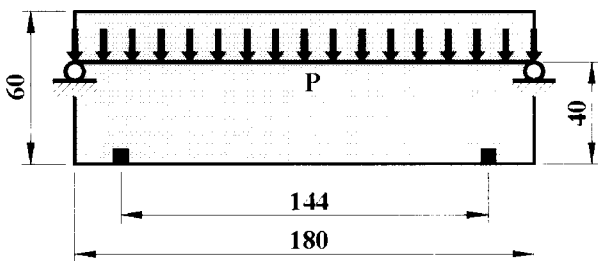


Fig. 10 Bridge with Support

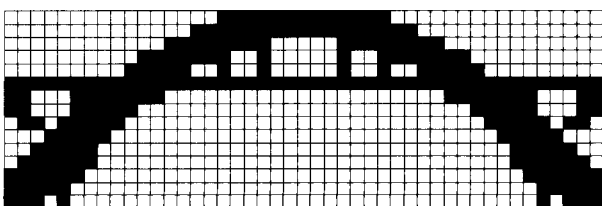


Fig. 11 Conventional topology



Fig. 12 Topology with ERM

Table 1 Comparison of two results

	Topology With ERM	Conventional topology
Initial element no.	576	576
Last element no.	293	576
Initial node no.	1825	1825
Last node no.	1089	1825
Total iteration	334	377
Last strain energy	0.000195	0.000195
CPU Time(sec)	165.07	797.22

Table 2 Comparison of two results

	Topology With ERM	Conventional topology
Initial element no.	675	675
Last element no.	203	675
Initial node no.	2146	2146
Last node no.	773	2146
Last strain energy	0.003162	0.003161
CPU Time(sec)	237.61	1398.44

### 5. 결 론

위상최적화의 과대한 수렴속도에 관한 문제점을 해결하고자 응력량을 기준으로 하는 요소제거법을 제안하였다. 그리고 이 프로그램의 타당성을 보여주기 위해 요소제거법을 사용한 경우와 사용하지 않은 경우를 비교, 분석하였다. 예제를 통하여 얻은 결과를 바탕으로 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 위상최적화에서 불필요한 요소를 제거함으로써 수렴시간을 줄일 수 있었다. 응력량을 판단의 기준으로 한 요소제거법을 도입하여 수렴시간을 11%까지 줄였다.
- 2) 요소제거법을 사용한 경우와 사용하지 않은 경우에 대해 위상의 결과를 포텐셜에너지를 기준으로 비교하였으며, 두 경우의 포텐셜에너지를 비교해 본 결과 동일한 값이 나왔다.
- 3) 요소제거법의 효과는 요소가 제거됨으로써 유한요소

해석시 사용되어질 전체강성행렬의 크기가 작아지고, 작아진 전체강성행렬로 유한요소를 수행함으로써 수렴의 시간을 줄였다. 그렇기 때문에 요소제거법의 효과는 부피분율의 영향을 받게 된다. 부피분율이 작으면 제거되어질 요소가 많아져 요소제거법의 효과가 증가 할 것이다.

### 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 지정 최적설계 신기술 연구센터의 지원으로 수행되었습니다. 재단의 지원에 감사드립니다.

### 참 고 문 헌

1. J. S. Arora, *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1989.
2. 김기화, "Topology based Design", 대한조선학회지, 제35권, 제3호, 1998, pp.66~70
3. B. Hassani and E. Hinton, *Homogenization and Structural Topology Optimization : Theory, Practice and Software*, Springer, 1998
4. M. P. Bendsoe and N. Kikuchi, "Generating Optimal Topology in Structural Design Using a Homogenization Method", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, 1988, pp.197~224
5. K. Suzuki and N. Kikuchi, "A Homogenization Method for Shape and Topology Optimization", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 93, 1991, pp.291~318
6. 김병수, 서명원, "최적조건법에 의한 위상 최적화 연구", 한국자동차공학회논문집, 제7권, 제8호, 1998, pp.224~232
7. B. Hassani and E. Hinton, "A Review of Homogenization and Topology Optimization III - Topology Optimization Using Optimality Criteria", *Computers and Structures*, Vol. 69, 1998, pp.739~756
8. F. Belblidia, J. E. B. Lee, S. Rechak and E. Hinton, "Topology Optimization of Plate Structures Using a Single- or Three-Layered Artificial Material Model", *Advances in Engineering Software*, Vol. 32, 2001, pp.159~168
9. O. K. Lim and J. S. Lee, "Structural Topology Optimization for the Natural Frequency of a Designated Mode", *KSME Interantional Journal*, Vol. 14, No. 3, 2000, pp.306~313
10. 임오강, 이진식, "체스판무늬 형성 방지책을 이용한 위상 최적설계", 한국전산구조공학회, Vol. 12, No. 2, 1999, pp.141~148
11. J. H. Yoon, N. Kikuchi and J. L. Volakis, "Structural Optimization in Magnetic Devices by the Homogenization Design Method", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 36, No. 3, 2000, pp.574~580
12. G. P. Steven, Q. Li, Y and M. Xie, "Evolutionary Topology and Shape Design for General Physical Field Problems", *Computational Mechanics*, Vol. 26, 2000, pp.129~139
13. R. J. Yang, C. H. Chuang and X. D. Che, "Recent Application of Topology Optimization", *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, Vol. 4849, 1998, pp.1093~1098
14. S. Y. Han, "An Improved Element Removal Method for Evolutionary Structural Optimization", *KSME International Journal*, Vol. 14, No. 9, 2000, pp.913~919
15. O. M. Querin, G. P. Steven and Y. M. Xie, "Evolutionary Structural Optimization using an Additive Algorithm", *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 34, 2000, pp.291~308
16. R. J. Yang and C. H. Chuang, "Optimal Topology Design using Linear Programming", *Computers & Structures*, Vol. 52, No. 2, 1994, pp.265~275