

# 구속연산자에 의한 보정 시스템의 관측성에 관한 연구

이민기<sup>†</sup> · 김태성<sup>\*</sup> · 박근우<sup>\*\*</sup>

(2002년 11월 7일 접수, 2003년 3월 3일 심사완료)

## Study on the Observability of Calibration System with a Constraint Operator

Min Ki Lee, Tae Sung Kim and Kun Woo Park

**Key Words:** Calibration Configuration(보정형상), Constraint Operator(구속연산자), Kinematic Parameter(기구학적 변수), Observation Matrix(관측성 행렬), QR-Decomposition(QR-분리)

### Abstract

This paper studies the observability of calibration system with a constraint movement by a constraint operator. The calibration system with the constraint movement need only simple sensing device to check whether the constraint movements are completed within an established range. However, it yields the concern about the poor parameter observability due to the constraint movements. This paper uses the QR-decomposition to find the optimal calibration configurations maximizing the linear independence of rows of a observation matrix. The number of identifiable parameters are examined by the rank of the observation matrix, which represents the parameter observability. The method is applied to a parallel typed machining center and the calibration results are presented. These results verify that the calibration system with low-cost indicators and simple planar table is accurate as well as reliable.

### 1. 서론

보정은 절대 정밀도를 반복정밀도까지 높이는 것으로 정밀도를 저하시키는 요인들을 찾아 교정하는 것이다. 일반적으로 보정작업은 기구학을 해석하고, 실제운동과 이론운동의 차이에 따른 오차를 찾아 이를 최소화하는 실제 치수를 찾는다. 위 단계 중 실제 운동을 정확하게 측정하는 계측기술과 기구학적 변수의 관측성이 주요 쟁점이 되고있다.

지금까지 이뤄진 연구를 요약하면 출력링크의 포즈를 레이저,<sup>(1)</sup> 경위,<sup>(2)</sup> 수평계<sup>(3)</sup>를 사용해 직접 측정하는 방법이 제시되었다. 이 방법은 보정의 목표물인 출력링크의 포즈를 직접 측정할 수

있다는 장점이 있으나 센서들이 외부에 설치돼 온 라인 자체보상이 불가능하다. 실제운동을 측정하는 목적은 기구학적 모델의 이론값과 실제값을 비교하는데 있다. 따라서 위 방법과 반대로 미리 설정된 공간에 출력운동을 구속하고 그 구속조건이 만족할 때마다 능동 조인트의 운동량을 읽어 기구학적 모델의 이론값과 설정값 사이의 오차를 찾아내는 방법<sup>(4)</sup>을 생각할 수 있다. 구속운동에 의한 보정작업은 구속운동이 잘 행해지는 지 점검할 수 있는 간단한 장치만 있으면 실제운동을 측정할 수 있다. 그러나 운동을 구속하는 장치를 정밀하게 제작하기 어렵고 여러 개의 장치를 조합할 경우 설치오차가 문제가 된다. 이러한 문제를 해결하기 위해 단일 평면과 디지털 인디케이터를 이용한 구속방법<sup>(4)</sup>이 병렬기구형 공작기계에 적용됐다. 구속평면의 평면도는 5 $\mu$  m까지 쉽게 제작할 수 있을 뿐 아니라 하나만 설치함으로 구속평면들 사이의 설치 오차에 대한 염려도 없다. 그러나 출력링크의 운동이 한 평면에 구속되므로 관측성이 낮고, 제한된 평면에서 보정 데이터를 취하므로 국소적인 보정이라는 염려

<sup>†</sup> 책임저자, 회원, 창원대학교 메카트로닉스공학부

E-mail : minkilee@sarim.changwon.ac.kr

TEL : (055)279-7553 FAX : (055)262-5064

<sup>\*</sup> 회원, 창원대학교 대학원 제어계측공학과

<sup>\*\*</sup> 회원, 창원대학교 메카트로닉스공학부

가 따른다. 따라서 제한된 공간에서 최적의 보정형상을 찾아 관측성을 높이는 방법이 제시되어야 한다. 최적의 보정형상에 관한 연구로는 Borm와 Menq<sup>(7)</sup>이 관측값<sup>(8)</sup>을 제시하고 이를 극대화하는 직렬기구 로봇의 형상을 찾아 보정 결과를 보였다. 시뮬레이션 결과에서 보정 데이터 수보다 보정형상이 더 큰 영향을 미침을 보이고 있다. 최근에 Benard와 Khalil<sup>(9)</sup>는 각 보정시스템을 Stewart-Gough의 병렬기구 로봇에 적용해 보정시스템에 따라 찾을 수 없는 변수들을 제시하고 그 이유를 설명하고 있다. 이는 충분한 보정형상을 만들어 보정 식을 취한다할 지라도 보정형상에 따라 찾을 수 없는 변수가 존재한다는 것이다.

본 논문에서는 한 개의 구속평면과 3개 또는 1개의 디지털 인디케이터를 이용한 구속운동의 관측성을 검토하고 구속평면의 높이를 임의로 조절함으로써 전체적인 보정을 구현하는 방법을 제시한다. 관측행렬을 QR-분리해 행벡터의 독립성을 극대화할 수 있는 최적의 보정형상을 찾고, 이들로부터 얻은 관측행렬의 랭크로부터 관측할 수 있는 변수의 수를 제시한다. 이를 실제 제작된 병렬기구형 공작기계에 적용하여 보정 결과에서 한 개의 구속평면과 간단한 인디케이터로도 충분한 관측성을 확보할 수 있으며 정밀한 보정작업이 가능하고 보정에 매우 효율적 방법임을 입증한다.

## 2. 구속 연산자에 의한 보정시스템

보정의 가장 기본적인 단계는 기구학적 모델에서 계산한 이론값과 실제 측정값 사이의 오차를 찾아내는 것이다. 말단부의 위치와 방위를 나타내는 포즈의 이론값과 측정값 사이의 오차<sup>(2)</sup>를 사용하거나 역으로 포즈를 생성하기 위한 능동 조인트값의 오차<sup>(10)</sup>를 이용한다. 포즈를 공간상에서 정밀하게 측정하는 것은 비용이 많이 들므로 간접적인 방법으로 피동 조인트에 잉여 측정장치를 설치해 말단 부의 형상에 따른 피동 조인트의 오차를 측정했다. 이 방법은 피동 조인트의 운동이 기구학적 구속조건에 따라 정확히 이뤄진다는 가정 하에서만 가능한 것으로 실제 시스템에서는 백래시, 노이즈, 변형 등의 비기구학적 요인들이 많이 포함되어 있다. 따라서 실제 시스템에 적용한 경우,<sup>(11)</sup> 정도가 낮은 포텐서 미터를 사용했다고 하나 실험결과는 만족스럽지 못하다. 이러한 문제를 해결하기 위해 본 논문에서는 구속운동으로부터 보정 데이터를 취한다. 말단 부가 구속되지 않은 공간에서는 임의로 포즈를 취하지만 구속공간에서는 제한을 받게된다. 구속운동을 정의하기 위해 트위스트 (Twist) 좌표계를 도입한다. 공간상에서 이뤄지는 모든 물체

의 운동은 트위스트 축을 중심으로 한 회전과 이송으로 나타낼 수 있다. 이를  $6 \times 1$ 의 트위스트 좌표벡터로 나타내면

$$\mathbf{T} = [T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6]^T \quad (1)$$

로  $(T_1, T_2, T_3)$ 와  $(T_4, T_5, T_6)$ 는 각각 X, Y, Z 축에 대한 회전 및 이송속도성분이다. 구속운동은 위 6개 좌표 중 전부 또는 일부를 택해 그 좌표 상의 운동량을 설정하고 출력링크를 구속조건에 맞도록 이동시키는 것이다. 이를 수학적으로 나타내기 위해 구속연산자  $\mathbf{C}[\cdot]$ 를 정의한다.  $\mathbf{C}$ 는  $[\cdot]$ 에 포함된 두 형상 사이의 운동을 구속시키는 것으로 형상  $\mathbf{x}^a$ 와  $\mathbf{x}^b$ 가 기구학적 변수 벡터  $\mathbf{p}$ 와 능동조인트값  $\Delta \mathbf{q}$ 의 함수일 때 구속운동은

$$\mathbf{C}[\mathbf{x}^b(\Delta \mathbf{q}^b, \mathbf{p}) - \mathbf{x}^a(\Delta \mathbf{q}^a, \mathbf{p})] = \mathbf{N} \quad (2)$$

이다. 여기서

$$\mathbf{C} = \text{diag}(c_1, c_2, \dots, c_6)$$

$$\mathbf{N} = [n_1, n_2, \dots, n_6]^T$$

으로  $c_j(j=1, 2, \dots, 6)$ 는 트위스트 좌표의  $j$  번째 운동이 구속되면 "1"이고, 자유이면 "0"이다.  $n_j(j=1, 2, \dots, 6)$ 는  $c_j$ 의 구속하에서 일어나는 구속운동량으로

$$n_j = 0 \quad \text{for } c_j = 0, \quad (3a)$$

$$n_j = {}^d n_j + \hat{n}_j \quad \text{for } c_j = 1 \quad (3b)$$

이다. 여기서  ${}^d n_j$ 는 설정된 구속운동량을 나타내며  $\hat{n}_j$ 는 설정된 값으로부터 벗어난 오차로 픽스처의 가공오차 또는 측정 노이즈 등을 나타낸다. 구속운동으로부터 아래와 같은 보정식이 유도된다.

$$G(\Delta \mathbf{Q}, \Sigma, \mathbf{p}) = \begin{bmatrix} g_1(\Delta \mathbf{q}^{0 \cdot 1}, \mathbf{N}^1, \rho) \\ \vdots \\ g_e(\Delta \mathbf{q}^{e-1 \rightarrow e}, \mathbf{N}^e, \rho) \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

여기서  $\Delta \mathbf{Q} = [\Delta \mathbf{q}^{0 \cdot 1}, \dots, \Delta \mathbf{q}^{e-1 \rightarrow e}]^T$ 로  $e$ 개의 보정형상을 생성하기 위한  $\Delta \mathbf{q}$ 의 변

화를 나타내고,  $\Sigma = [ \mathbf{N}^1, \dots, \mathbf{N}^e ]^T$ 는 구속운동량을 나타낸다. 기구학적 변수의 설계값을  $\mathbf{p}_0$ , 실제값과 오차를  $\Delta \mathbf{p}$ 라 하면 아래와 같은 오차모델이 유도된다.

$$\Delta \mathbf{H}(\Delta \mathbf{Q}, \Sigma, \mathbf{p}_0) = \mathbf{J}(\Delta \mathbf{Q}, \Sigma, \mathbf{p}_0) \Delta \mathbf{p} \quad (5)$$

여기서  $\Delta \mathbf{H}$ 는 실제시스템과 기구학모델 사이의 오차이고,  $\mathbf{J}$ 는  $(r \times p)$ 의 관측행렬로  $p$ 는 기구학적 변수의 수이고  $r$ 은 보정 식의 수를 나타낸다. 여기서  $r \gg p$ 으로 구속화표수가  $k = \sum_{j=1}^6 c_j$ 일 때  $r = k^*e$ 이다. 행렬  $\mathbf{J}$ 는 수치해석으로 구하는데 기구학적 변수의 작은 변화  $\epsilon = 10^{-6}$ 에 따른 구속운동량의 변화량으로 구한다.

### 3. 구속운동하의 기구학적 변수의 관측성

구속조건에 따라 운동에 관여하지 않거나 다른 변수와 뭉쳐져 분리되지 않는 기구학변수가 있다. 이러한 변수는 상정한 구속조건에서는 찾을 수 없는 변수가 된다. 지금까지 관측성에 대한 연구<sup>(6)</sup>는 보정데이터를 충분히 취해 관측행렬을 얻은 후 랭크 수와 상태수를 점검해 판별했다. 그러나 구속운동의 경우 생성할 수 있는 보정형상에 제한을 받는다. 따라서 보정작업에 최대한 기여할 수 있는 보정형상을 찾는 것은 매우 중요하다. 여기서는 QR-분리 방법을 이용해 보정데이터를 택할 때마다 지금까지 얻은 관측행렬의 행벡터와 가장 독립적인 행을 얻을 수 있는 최적의 형상을 찾아서 보정데이터를 취한다.

보정 형상이  $\mathbf{x}^i$ 에서  $\mathbf{x}^{i+1}$ 으로 변할 때 구속되지 않는 좌표들로 이뤄진 자유벡터  $\mathbf{F}$ 를 정의한다:

$$\mathbf{F}(\mathbf{p}, \Delta \mathbf{q}^{i+1}) = \mathbf{x}^{i+1} - \mathbf{x}^i \quad (6)$$

벡터  $\mathbf{F}$ 는 자유좌표의 수만큼 자유도를 가지고 크기와 방향을 변화시켜 보정형상을 만든다. 두 형상의 구속운동으로부터 얻어지는 관측행렬의 행벡터들은

$$\left[ \Psi_{k+i+1}^T, \dots, \Psi_{k+i+k}^T \right]^T = \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{p}, \Delta \mathbf{q}^{i+1})}{\partial \mathbf{p}} \Bigg|_{\mathbf{p} = \mathbf{p}_0} \quad (7)$$

으로 위의 벡터들이 지금까지 얻어진 행 벡터  $\Psi_j$  ( $j=1, \dots, k^*i$ ) 으로부터 독립이어야 관측행렬

의 랭크가 증가된다. 독립성을 확보하려면 형상을 변화시키는 벡터  $\mathbf{F}$ 가 지금까지 만들어졌던 벡터와 달라야하며 차별화가 클수록 보정에 필요한 정보를 더 많이 제공해 관측성을 향상시킨다. 형상  $\mathbf{x}^j$  ( $j=0, \dots, i$ )와  $\mathbf{x}^{i+1}$ 으로부터 얻어진 행벡터를 나열해 관측행렬

$$\mathbf{J}_{i+1} = [\Psi_1^T, \dots, \Psi_{k+i}^T, \Psi_{k+i+1}^T, \dots, \Psi_{k+i+k}^T]^T \quad (8)$$

를 구하고,  $\mathbf{J}_{i+1}$ 를 QR-분리한다.

$$\mathbf{J}_{i+1}^T = \mathbf{Q}\mathbf{R} \quad (9)$$

여기서  $\mathbf{Q}$ 는  $(p \times k^*(i+1))$ 의 직교행렬이고  $\mathbf{R}$ 은  $(k^*(i+1) \times k^*(i+1))$ 의 상삼각행렬이다. 행벡터  $\Psi_j$  ( $j=k^*i+1, \dots, k^*i+k$ )가  $\Psi_j$  ( $j=1, \dots, k^*i$ )에 대해서 선형독립이면  $\mathbf{R}$  행렬의 대응하는 대각 요소들의 값이 0이 되지 말아야한다. 대각 요소의 값이 크면 행벡터가 다른 벡터들과 독립성이 큼을 나타낸다. 형상  $\mathbf{x}^{i+1}$ 으로부터 얻어지는 행벡터들의 독립성을  $\mathbf{R}$  행렬의 상응하는 대각 요소들의 역수의 합으로 나타낸다.

$$\mathbf{M}(\mathbf{F}) = \sum_{j=i+1}^{i+k} \left( \frac{1}{r_{jj}} \right) \quad (10)$$

따라서  $\mathbf{M}(\mathbf{F})$ 값을 최소화할 수 있는 형상이 최적의 형상  $\mathbf{x}^{i+1}$ 이 된다.  $n$ 개의 보정 형상까지  $\mathbf{M}(\mathbf{F})$ 의 값이 최적화되면 관측행렬의 랭크는  $\text{Rank}(\mathbf{J}_n) = n^*k$ 이다. 그러나  $n+1$ -th 형상에서  $\mathbf{M}(\mathbf{F})$ 의 값이 발산하면  $\mathbf{R}$  행렬의 대각 요소의 수를 줄여가며  $\mathbf{M}(\mathbf{F})$ 값을 다시 정의한다. 최적화값이 발견되면 랭크는  $\text{Rank}(\mathbf{J}_{n+1}) = n^*k + (k-t)$ 으로  $t$  ( $t=1, \dots, k$ )는 줄인 랭크 수이다. 랭크가 기구학적 변수의 수와 같으면 모든 변수가 관측가능하나 작으면 관측할 수 없는 변수가 존재한다.

일반적으로 보정작업은 기구학적 변수의 수보다 2배 이상의 보정식을 요구한다. 따라서 최적화 작업에서 구한 형상에 또 다른 형상을 추가해야한다. 본 연구에서는 추가될 형상에 의해 얻어진 행벡터  $\Psi_{a+j}$  for  $j=1, \dots, k$ 를 포함한 관측행렬의 특이값(singular value)을  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_{a+k}$ 으로 나열하고, 최대값과 최소값의 비율인 상태수(condition number)의 개념을 도입한다. 가장 이상적인 경우는 모든 고유벡터에 대해서 균일한 고유값을 가지는 것으로 상태수가 1 일 때

이다. 따라서 추가되는 최적화 형상은 상태수

$$N(F) = \frac{\sigma_1}{\sigma_{a+k}} \quad (11)$$

를 최소화하는 것으로 결정한다. 관측행렬은 행 벡터의 순서에 관계없이 일정한 관측성을 가지므로 실제 보정작업에서는 최적의 형상을 오프 라인상에서 구한 후 가장 인접한 형상을 순서대로 찾아가며 보정데이터를 취한다.

#### 4. 병렬기구형 공작기계의 관측성에 대한 검토

보정형상의 최적화 원리를 병렬기구형 공작기계<sup>(4)</sup> (PMC, Parallel-typed Machining Center)에 적용해 구속운동에 따른 관측성을 검토한다. PMC는 Fig. 1과 같이 베이스, 플랫폼, 그리고 그 사이에 설치된 선형 액추에이터, LA<sub>*i*</sub> (*i* = 1, 2, ..., 6)로 이루어져있다. LA<sub>*i*</sub>의 상단은 볼소켓조인트에 의해 베이스 상의 점 B<sub>*i*</sub>에 연결되고, 하단은 유니버설조인트에 의해 플랫폼 상의 점 P<sub>*i*</sub>에 연결된다. PMC의 형상은 LA<sub>*i*</sub>의 길이를 나타내는 (6× 1)벡터 **q**에 의해서 결정된다.

$$\mathbf{q} = [q_1, \dots, q_6]^T \quad (12a)$$

여기서

$$q_i = q_{off,i} + \Delta q_i \quad (12b)$$

으로  $\Delta q_i$ 는 측정 가능한 운동량이며  $q_{off,i}$ 는 초

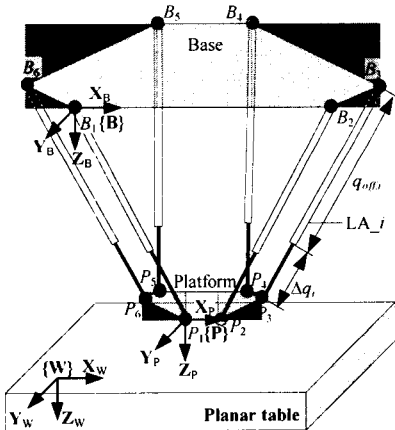


Fig. 1 Kinematic structure of the PMC

기 움직임으로 보정작업으로부터 찾아야한다.

보정 작업의 기준이 되는 월드 좌표계 {**W**}를 구속평면에 부여하고, 좌표계 {**B**}와 {**P**}를 베이스와 플랫폼에 각각 고정시킨다. 좌표 {**W**}의

**X<sub>W</sub>**와 **Y<sub>W</sub>** 축은 구속평면에 있고 그 방향은 사용자에게 의해 결정된다. 점 B<sub>1</sub>를 좌표계 {**B**}의 원점으로 하고 {**B**}의 방위는 {**W**}의 방위와 일치시킨다. 또한, 점 P<sub>1</sub>를 좌표계 {**P**}의 원점으로 하고 **X<sub>P</sub>**축은  $\overrightarrow{P_1P_2}$ 과 나란하며 **X<sub>P</sub>****Y<sub>P</sub>** 평면에 점 P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>6</sub>이 존재하게 한다. 위의 정의로부터 아래의 기구학적 변수들은 0이 된다.

$${}^B P_{B_{1x}} = {}^B P_{B_{1y}} = {}^B P_{B_{1z}} = 0 \quad (13a)$$

$$\begin{aligned} {}^P P_{P_{1x}} &= {}^P P_{P_{1y}} = {}^P P_{P_{1z}} = {}^P P_{P_{2z}} \\ &= {}^P P_{P_{2x}} = {}^P P_{P_{6z}} = 0 \end{aligned} \quad (13b)$$

여기서  $iP_j$ 은 좌표계 {**i**}에 대한 점 *j*의 좌표값을 나타낸다. U-조인트와 S-조인트가 완벽하다면 {**W**}에 대한 {**P**}의 포즈는 36개의 기구학적 변수로 나타낼 수 있다. 이들을 기구학적 변수벡터

$$\begin{aligned} \rho = [ & q_{off,1}, \dots, q_{off,6}, {}^B P_{B_{2x}}, {}^B P_{B_{2y}}, \dots, \\ & {}^B P_{B_{6z}}, {}^P P_{P_{2x}}, {}^P P_{P_{3x}}, \dots, {}^P P_{P_{6x}}, {}^P P_{P_{6y}}, \\ & {}^W P_{B_{1x}}, {}^W P_{B_{1y}}, {}^W P_{B_{1z}} ] \end{aligned} \quad (14)$$

으로 정의한다. 가공물을 정반 평면에 설치하고 직각도, 평면도 등을 맞춰가며 가공하므로 점 B<sub>1</sub>를 좌표계 {**W**}으로 나타내야 정반에 대한 PMC의 보정이 이뤄진다.

구속평면과 디지털 인디케이터를 이용해 다양한 구속운동을 생성할 수 있다. 여기서는 디지털 인디케이터를 1) 3개 사용하는 경우, 2) 1개만 사용하는 경우에 대해서 관측성을 검토해본다. Fig. 2와 같이 정반 테이블을 플랫폼 아래에 두고 플랫폼에 120도의 등 간격으로 3개의 디지털 인디케이터를 설치한다. 정반 테이블을 기준으로 베이스의 점들이 보정되므로 테이블이 베이스에 꼭 나란히 놓여질 필요는 없다. 인디케이터의 접촉불이 정반 면과 맞닿는 동안 접촉거리의 변화를 디지털값으로 보인다. 여기서 세개의 접촉불에 의한 좌표계 {**E**}를 정의한다. 점 d<sub>1</sub>을 좌표계 {**E**}의 원점으로 하고 **X<sub>E</sub>** 축을  $\overrightarrow{d_1d_2}$ 와 나란히 하며, **X<sub>E</sub>****Y<sub>E</sub>** 평면에 점 d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>, d<sub>3</sub>가 존재하도록 한다.

좌표계 {W}와 {E}사이의 관계를 나타내는 (4 × 4) 동차행렬은

$${}^W T_E = {}^W T_B {}^B T_P {}^P T_E = \begin{bmatrix} {}^W R_E & {}^W P_E \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

으로  ${}^W R_E$ 는 오일러 각도,  ${}^W Q_E = [{}^W Q_{E_x}, {}^W Q_{E_y}, {}^W Q_{E_z}]^T$ 으로 나타낼 수 있다. 행렬  ${}^W T_E$ 를 나타내는 6개의 좌표( ${}^W Q_E, {}^W P_E$ )중 ( ${}^W Q_{E_x}, {}^W Q_{E_y}, {}^W P_{E_z}$ )이 변화면 인디케이터의 디지털값은 변한다. 따라서 세개의 디지털값에 아무 변화가 없으면서 형상이 변했다면 이 때 일어난 구속운동을 구속연산자,  $C_3 = \text{diag}(1, 1, 0, 0, 0, 1)$ 으로 나타낸다. 좌표계 {E}가 구속운동에 포함되므로 {P}에 대한 {E}를 정의하기 위한 추가적인 기구학적 변수가 필요하다. 그러나 구속운동 하에서 행렬  ${}^P T_E$ 는 일정함으로 식 (15)를 아래와 같이 다시 쓸 수 있다.

$${}^W T_P = {}^W T_E {}^P T_E^{-1} \quad (16)$$

따라서 좌표계 {P}로 표현되는 세 좌표  ${}^W Q_{P_x}, {}^W Q_{P_y}, {}^W P_{P_z}$ 가 구속된다. 플랫폼 운동은 하나의 정반 평면에 의해 구속되므로 국소적인 보정이 될 염려가 있다. 그러나 행렬  ${}^P T_E$ 이 임의로 변하면서 구속평면의 높이를 조절함으로써 전체보정이 가능하다. 형상  $\chi^a$ 와  $\chi^b$  사이에 구속운동은

$$C_3 [ \chi^b(\Delta q^b, \rho) - \chi^a(\Delta q^a, \rho) ] = \begin{bmatrix} {}^W Q_{P_x}^b \\ {}^W Q_{P_y}^b \\ {}^W P_{P_z}^b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} {}^W Q_{P_x}^a \\ {}^W Q_{P_y}^a \\ {}^W P_{P_z}^a \end{bmatrix} = \bar{N} \quad (17)$$

으로  ${}^W Q_{P_x}, {}^W Q_{P_y}, {}^W P_{P_z}$ 은 병렬기구의 순기구학으로부터 얻어진다. 구속평면이 완전한 평면이고 측정 노이즈를 무시하면  $\bar{N} = [n_1, n_2, n_6]^T = [0, 0, 0]^T$ 으로 보정식은

$$g(\Delta q^{a \rightarrow b}, \bar{N}, \rho) = C [ f(\Delta q^b, \rho) - f(\Delta q^a, \rho) ] - \bar{N} = 0 \quad (18)$$

이고,  $\rho = \rho_0$ 에서 선형화하면 아래와 같은 오차

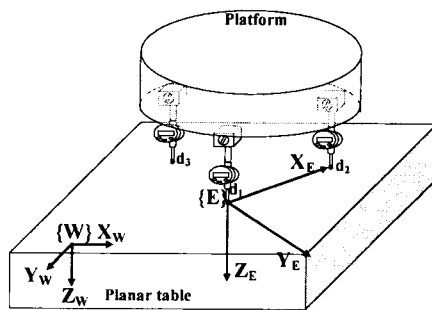


Fig. 2 Constrained movement inspected by three digital indicators

Table 1 Design kinematic parameters (unit : mm)

$i$	${}^B P_{B_i x}$	${}^B P_{B_i y}$	${}^B P_{B_i z}$	${}^P P_{P_i x}$	${}^P P_{P_i y}$	${}^P P_{P_i z}$	$q_{off}$
1	0	0	0	0	0	0	850
2	1088.94	0	0	134.58	0	0	850
3	1288.23	-345.18	0	318.43	-318.43	0	850
4	743.76	-1288.23	0	251.14	-434.98	0	850
5	345.18	-1288.23	0	-116.55	-434.98	0	850
6	-199.29	-345.18	0	-183.84	-318.43	0	850

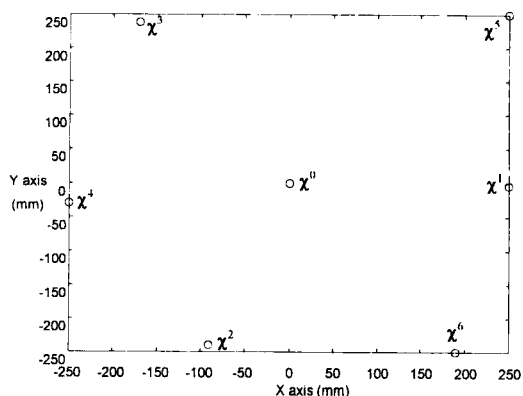


Fig. 3 Optimal configurations on X-Y plane by  $F = [{}^W P_{P_x}, {}^W P_{P_y}, 0]^T$

모델링이 구해진다.

$$\Delta h = g(\rho) - g(\rho_0) = \Psi(\rho_0) \Delta \rho \quad (19)$$

여기서  $\rho_0$ 는 설계치수로 Table 1에서 주어졌고,  $\Psi(\rho_0)$ 는 (3 × 36)으로 관측행렬의 행벡터들이다. 관측성은 벡터 F가 변할 수 있는 자유도에 따라 결정된다. 벡터 F의 방향을 고정하고 크기만 변화시키면 형상을 차별화 할 수 있는 공간이 작아 M(F)는 바로 발산한다. 그러나 자유도를 증가시켜 평면으로 확장하면 Fig. 3과 같은 형상을 얻는다. 능동조인트  $\Delta q^{a \rightarrow b}$ 가  ${}^W P_{P_x}$ 와  ${}^W P_{P_y}$ 를

변화시켜 최적화 형상  $\chi^i$  ( $i=1, \dots, 6$ )을 찾았다. 각 형상은 이전의 형상들로부터 최대한 차별화 하도록 변해가고 있다. 6개의 최적형상을 찾았으나 행렬  $\mathbf{R}$ 의 18번째 대각요소가 0임으로 랭크는 17에 불과하다. 따라서 19개의 변수가 관측 불가능하다. 벡터에 자유도를 추가해  $\mathbf{F}=[{}^wP_{P_x}, {}^wP_{P_y}, {}^w\Omega_{P_z}]^T$ 으로 평면과 볼 공간에서 최적화 형상을 찾아내면 초기에 설정한 좌표값 ( ${}^w\Omega_{P_x}, {}^w\Omega_{P_y}, {}^wP_{P_z}$ )을 유지하면서 변화시킬 수 있는 최적의 형상은 9개이다. 플랫폼의 포즈를 변화시켜 좌표값을 변경하면 최적화형상은 계속 증가되어 11개까지 만들 수 있다. 따라서  $\mathbf{C}_3$ 의 구속연산자 하에서는 최대 33개의 랭크를 가져 3개의 기구학적 변수는 찾을 수 없다. 보정형상에 의한 관측행렬을 QR-분리하면  $\mathbf{R}$ -행렬의 34, 35, 36번째 대각 요소가 0으로 기구학적 변수 중  ${}^wP_{B_{1x}}, {}^wP_{B_{1y}}, {}^wP_{B_{1z}}$ 이 관측 불가능하다. 이 변수는  $\{\mathbf{W}\}$ 와  $\{\mathbf{B}\}$ 사이의 위치를 나타내는 것으로 포즈 사이의 상대적 구속운동에 관여하지 않아 상응하는 행벡터는 0 벡터가 된다. 그러나 PMC는 기준 위치에서부터 상대적인 포즈 명령을 주어 가공작업을 행함으로  $\{\mathbf{W}\}$ 와  $\{\mathbf{B}\}$ 사이의 절대 위치는 필요치 않다. 따라서 임의의 위치벡터를  ${}^wP_{B_{1x}}, {}^wP_{B_{1y}}, {}^wP_{B_{1z}}$ 에 부여함으로 임의로 설정할 수 있다. 이는  ${}^PT_E$ 의 변화와 함께 전체보정이 가능함으로 입증하는 것이다.

구속연산자  $\mathbf{C}_3$ 에서는 3개의 디지털값이 변하지 않도록 형상을 변화시켜야한다. 따라서 보정형상을 생성하는데 많은 시간이 소요되며 형상을 만드는 과정에서 운동방향을 여러번 바꾸므로 백래시가 많이 포함된다. 보정 형상을 쉽게 만드는 방법으로 1개의 인디케이터만 사용해 좌표계  ${}^wP_{E_z}$ 를 구속하는 연산자  $\mathbf{C}_1=[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]$ 를 상정한다. 좌표계  $\{E\}$ 의 원점은 접촉볼에 위치시키고 방위는  $\{P\}$ 의 방위와 같게 한다. 구속운동이 접촉볼의 위치를 포함하므로 이를 추가 변수  $\rho_a = [{}^P P_{E_x}, {}^P P_{E_y}, {}^P P_{E_z}]^T$ 으로 정의해 보정변수에 추가한다. 구속연산자  $\mathbf{C}_1$ 에서는 형상  $\chi^a$ 와  $\chi^b$ 사이의 운동이 아래와 같이 구속되고

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_1[ & \chi^b(\Delta q^b, \rho, \rho_a) - \chi^a(\Delta q^a, \rho, \rho_a)] \\ & = {}^wP_{E_z}^b - {}^wP_{E_z}^a = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

벡터  $\mathbf{F}=[{}^wP_{E_x}, {}^wP_{E_y}, {}^w\Omega_{E_x}, {}^w\Omega_{E_y}, {}^w\Omega_{E_z}]^T$ 으로 형상을 생성할 수 있는 자유공간이 크다. 최적화 형상을 구하면 최대 35개의 형상을 얻어 최대 35개의 랭크를 갖는다. 이들로 구해진 관측행렬을 QR-분리하면  $\rho_a$ 까지 포함한 39개의 변수 중  ${}^B P_{B_{1x}}, {}^B P_{B_{1y}}, {}^B P_{B_{1z}}, {}^B P_{B_{2y}}$ 이 관측 불가능하다. 변수  ${}^B P_{B_{2y}}$ 의 종속관계를 분석해보면 다른 변수에 의해 종속됨을 알 수 있다. 즉,  ${}^B P_{B_{3y}}, {}^B P_{B_{4y}}, {}^B P_{B_{5y}}$ 를 포함한 8개의 변수가 서로 뭉쳐져 분리할 수 없다. 위치벡터  ${}^wP_{B_{1x}}, {}^wP_{B_{1y}}, {}^wP_{B_{1z}}$ 는 임의로 설정하고 변수의 수를 줄일 수 있도록 좌표  $\{\mathbf{B}\}$ 를 정의한다. 즉, 평면  $X_{\#}Y_{\#}$ 를  $X_{\#}Y_{\#}$ 평면과 나란하게 하고, 점  $B_2$ 에서 그 평면에 수직으로 투영한 점을  $b_2$ 라 하여  $X_{\#}$ 를  $\overrightarrow{B_1 b_2}$ 과 일치시킨다. 위 정의로부터

$${}^B P_{B_{2y}} = 0 \quad (21)$$

이 된다. 따라서 변수가 하나 줄어 모든 변수가 관측 가능하다. 그러나 좌표계  $\{\mathbf{B}\}$ 는  $\{\mathbf{W}\}$ 와 일치하지 않고  $Z_{\#}$ 축에 대해 임의의 각도로 회전되어있다. 이러한 결과는 접촉볼의 높이구속만으로는  $X_{\#}, Y_{\#}$ 축에 대한 좌표값을 얻을 수 없기 때문이다. 따라서 사용자가 설정한  $X_{\#}, Y_{\#}$ 축에 대한 가공작업은 불가능하다. 그러나  $Z_{B_1}$ 와  $Z_{\#}$ 의 방향은 일치하므로 정반 테이블에 설치된 가공물의 수직도, 평면도를 맞추는 데는 문제가 없다. 그러므로 좌표계  $\{\mathbf{W}\}$ 를 보정된  $\{\mathbf{B}\}$ 좌표계와 일치 시

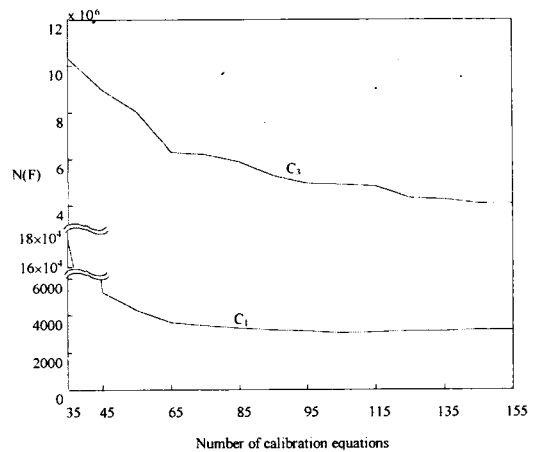


Fig. 4 N(F) is decreased by the augmented calibration configurations under  $\mathbf{C}_1$  and  $\mathbf{C}_3$

켜도 실제 가공작업에는 문제가 없다.

최적형상에서 얻은 보정 데이터만으로는 불충분하므로 상태수를 최적화하는 추가 형상을 찾는다. Fig. 4는 각 구속연산자에서 추가형상에 따른 관측행렬의 상태수의 감소를 보여주었고 있다. 보정형상이 변수의 수보다 4배 이상의 보정식을 제공하면 더 이상 상태수는 감소하지 않는다.

### 5. 병렬기구 공작기계의 보정

보정방법을 점검하기 위해 시뮬레이션을 실시한다. Fig. 5와 같이 PMC의 작업공간을 3 구속평면으로 분할하고 각 평면으로부터  $C_3$  구속연산자에서는 20개의 형상,  $C_1$  구속연산자에서는 60개의 형상을 찾아 총 180개의 보정식을 얻었다.

초기값은 설계 변수로 하고 변수  $q_{off,i}$ 의 오차는  $\pm 5mm$ , 나머지 변수의 오차는  $\pm 3mm$ 으로 한다. 식(5)의  $\Delta H$ 의 제곱을 비용함수로 하고 이를 최소화할 수 있는  $p$ 를 최적화 기법을 이용해 구한다. Fig. 6과 같이 비용함수값은 충분히 0에 수렴하고, Fig. 7과 같이  $q_{off,i}$ 의 평균 오차는  $3\mu m$ 으로 줄어든다. 시뮬레이션에 적용한 것과 같이 실제 제작된 PMC에 적용한다. 정반 테이블 ( $500 \times 500 mm^2$ )의 평면도는  $5\mu m$ 이며 디지털 인디케이터의 정밀도는  $1\mu m$ 으로 25mm의 변위까지 측정 가능하다.

방향이 바뀔 때 야기되는 백래시를 없애기 위해 모든 보정형상을 찾아가기 전 구속평면의 중앙에서 플랫폼을 상하로 운동시키고 중앙으로부터 보정형상에 접근시킨다. 이로써 상하방향 이외에서 야기되는 백래시를 차단하고 보정형상에 접근하는 방향을 일정하게 유지한다. 디지털 눈금의 변화가  $\pm 2\mu m$  이내이면 구속운동이 만족된 것으로 보고 보정데이터를 취한다.

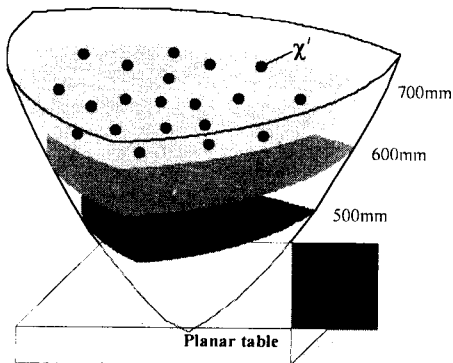


Fig. 5 Three constraint planes for constraint movements

본 연구에서는 Fig. 8과 같이 눈금오차를 읽어 자동 보상할 수 있는 구속운동 생성기를 사용했다. 눈금이 디지털 데이터로거에 기록되어 생성기에 보내지면 구속조건에서 벗어난 오차를 보상하기 위한  $LA_i$ 의 길이를 계산해 위치명령으로 구속조건을 만족시킬 수 있는 길이를 만들어낸다. 구속연산자  $C_3$ 에서는 세개의 눈금을 맞춰야 함으로 두 세번의 위치 명령이 반복되나 구속연산자  $C_1$ 에서는 한번만에 생성된다. 보정형상으로 얻은 데이터로 보정작업을 실시한다.

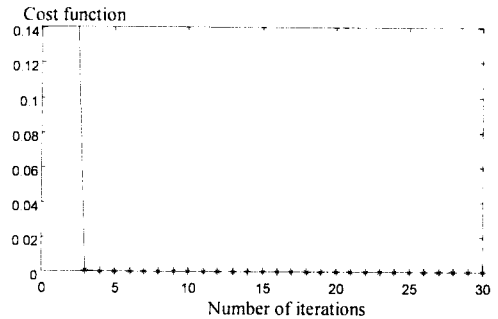


Fig. 6 Cost function vs. number of iterations

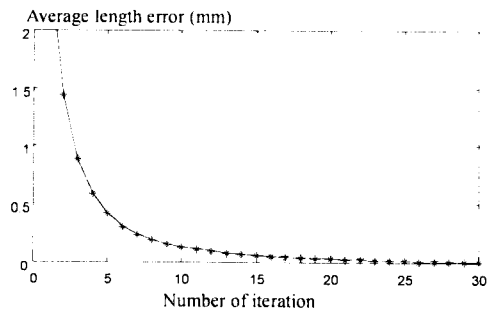


Fig. 7 Average error of  $q_{off,i}$  for  $i=1,2,\dots,6$  in simulation

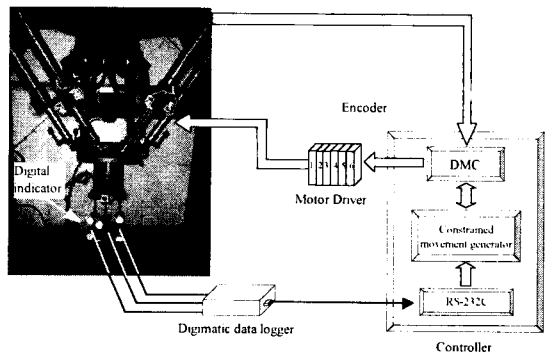


Fig. 8 Automatic calibration system to generate the constrained movement

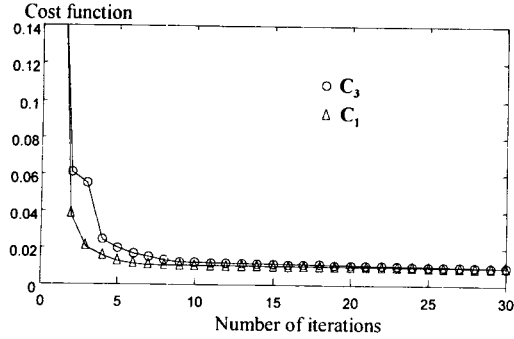


Fig. 9(a) Cost function vs. number of iterations

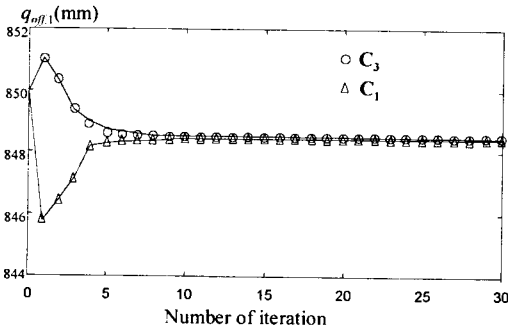


Fig. 9(b) Convergence of a  $q_{off,1}$  by  $C_1$  and  $C_3$

Fig. 9(a)와 (b)는 각각 비용함수와  $q_{off,1}$ 의 수렴 과정을 나타낸다. 시뮬레이션과 같이 빠른 속도는 아니나 지속적으로 0에 수렴하고 있다. 구속 연산자  $C_3$ 와  $C_1$ 에서 취한 보정 데이터는 다르지만  $q_{off,1}$ 와 같이 모든 변수는  $20\mu m$ 의 이내에서 같은 값으로 수렴한다. 이는 제시한 보정시스템을 신뢰할 수 있는 근거가 된다. 그러나 비용함수가 시뮬레이션 보다 늦게 수렴하므로 실제 보정데이터는 기구학적 모델에 대해 시뮬레이션 데이터보다 완벽하지 않음을 알 수 있다. Table 2는 구속연산자  $C_1$ 로 보정작업을 해서 얻은 기구학적 변수값을 보이고 있다.

보정치수는 설계치수와 2-3 mm의 차이를 가진다. 따라서 보정작업이 이뤄지지 않고는 공작기계에서 요구하는  $10\mu m$ 의 정밀도를 만족시킬 수 없다. 제시한 보정시스템의 성능을 점검하기 위해 인디케이터의 접촉볼을  $X_w$ 와  $Z_w$  축 방향으로 고정하고  $Y_w$  축 방향으로 200mm 이동했다. Fig. 10은 높이의 오차를 나타내는데 설계치수를 기구학적 모델로 적용한 경우 2.5mm의 높이오차를 가졌으나 보정치수를 사용한 경우 오차는 0.12mm으로 줄어든다. 특히, 시작구간을 지나면 상대적인 오차가  $20\mu m$  이내로 매우 정밀하다. 이 오차는 보정시스템에서 야기된 것이라 보기도

Table 2 Kinematic parameters calibrated by automatic calibration system with a constraint operator (unit : mm)

$i$	${}^B P_{Bi_x}$	${}^B P_{Bi_y}$	${}^B P_{Bi_z}$	${}^P P_{Pi_x}$	${}^P P_{Pi_y}$	${}^P P_{Pi_z}$	$Q_{off,1}$
1	0	0	0	0	0	0	848.42
2	1089.32	0	2.74	133.64	0	0	847.14
3	1287.18	-344.68	1.3	318.69	-320.09	-1.23	851.03
4	745.23	-1286.25	2.78	250.27	-437.15	-2.71	848.24
5	346.13	-1286.31	2.93	-117.78	-436.98	-2.62	851.12
6	-198.86	-343.63	1.64	-184.7	-321.68	0	850.85
[ ${}^P P_{E_x}, {}^P P_{E_y}, {}^P P_{E_z}$ ]				[128.18, 53.49, 551.11]			

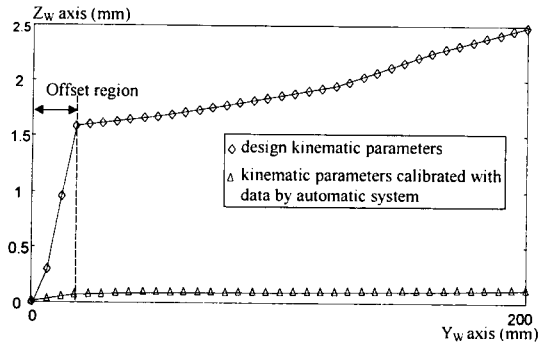


Fig. 10 Calibration results

기구가 가지고 있는 비 기구학적인 요인들 (백래시, 측정 노이즈, 변경 등)에서 비롯된 것이라 볼 수 있다. 이 결과는 간단한 디지털 인디케이터와 정반 테이블만으로 병렬기구의 보정작업이 가능함을 보여준다.

### 6. 결론

구속연산자를 이용한 보정시스템의 관측성을 검토했다. QR-분리를 이용해 관측행렬의 독립성을 극대화하는 형상을 찾은 결과 한개의 평면과 3개의 디지털 인디케이터로 플랫폼을 평면과 불운동으로 구속할 경우 관측수는 33개, 인디케이터를 하나만 사용할 경우 인디케이터의 설치위치를 포함한 35개의 관측수를 얻어 보정작업이 가능했다.

관측이 불가능한 변수는 구속평면에 대한 베이스의 좌표값으로 상대적인 구속운동에서는 관여하지 않는 변수이다. 이러한 변수는 보정결과에 영향을 주지 않으므로 전체적인 보정을 위해 구속평면의 높이를 임의로 조절할 수 있음이 입증됐다. 또한 최적의 보정형상에 관측행렬의 조건수를 최소화하는 형상을 추가함으로써 보정형상을 충분히 얻는 방법을 제시했다.

실제시스템에 적용한 결과 보정작업이 성공적



으로 이뤄졌다. 다른 구속연산자하에서 취한 보정 데이터일지라도 기구학적 변수를 같은 값으로 수렴시킴으로써 제시한 보정시스템의 신뢰성을 입증했다. 아직도  $20\mu\text{m}$ 이내의 상대적 오차를 가지나 이는 보정 시스템에서 비롯된 것이라기보다 기구가 가지고 있는 비 기구학적인 요인들 (백래시, 측정 노이즈, 변경 등)에 의한 것이다. 그러나 자동구속운동 생성기로 백래시를 최대한 줄이고, 정밀한 디지털 인디케이터와 정반 테이블을 이용함으로 보정작업에서 항상 제기되는 비 기구학적 요인들을 최대한 줄여 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었다.

본 연구를 통해서 단일평면에 의한 보정작업은 관측성이 낮고, 국소적인 보정이라는 염려를 불식시켰다. 따라서 간단한 디지털 인디케이터와 정반 테이블만으로 정밀한 보정작업이 가능함을 보여줬다.

## 후 기

본 연구는 과학기술부·한국과학재단 지정 창원대학교 공작기계기술연구센터의 지원에 의한 것입니다.

## 참고문헌

- (1) Decker, S. Prenninger, J. P. Gander, H. and Vincze, M., 1992, "Dynamic Measurement of Position and Orientation of Robots," *IEEE Conf. Robotics and Automation*, pp. 300~304.
- (2) Zhuang, H. Masory, O. and Yan, J., 1995, "Kinematic Calibration of Stewart Platform Using Pose Measurements Obtained by a Single Theodolite," in *Proc. IROS*, pp. 329~335.
- (3) Desnard, S. and Khalil, W., 1999, "Calibration of Parallel Robots Using Two Inclinometers," *Proc. of the 1999 IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation Detroit, Michigan*, pp. 1758~1763.
- (4) Lee, M. K. Kim, T. S. and Park, K. W., 2000, "Development of a CNC Machining Tool with Stewart Platform," *Proc. of the ISIM, Kyongnam, Korea* pp. 270~274.
- (5) Bennett, D. and Hollerbach, J. M., 1991, "Autonomous Calibration of Single-Loop Closed Kinematic Chains Formed by Manipulators with Passive Endpoint Constraints," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, Vol. 7, pp. 597~606.
- (6) Zhuang, H. Motaghedi, S. H. and Roth, Z. S., 1999, "Robot Calibration with Planar Constraints," *Proc. of the 1999 IEEE Int. Conf. on Robot. Automat. Detroit, Michigan*, pp. 805~810, May.
- (7) Borm, J. H. and Menq, C. H., 1991, "Determination of Optimal Measurement Configurations for Robot Calibration Based on Observability Measure," *Int. J. Robot. Res.*, Vol. 10, No. 1, pp. 51~63.
- (8) Menq, C. H. Borm, J. H. and Lai, J. Z., 1989, "Identification and Observability Measure of a Basis Set of Error Parameters in Robot Calibration," *ASME J. Mech. Trans. Automat. Design*, Vol. III, No. 4, pp. 513~518, Dec.
- (9) Besnard, S. and Khalil, W., 2001, "Identifiable Parameters for Parallel Robots Kinematic Calibration," *Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Automat., Seoul, Korea*, pp. 2859~2866.
- (10) Zhuang, H. Yan, J. and Masory, O., 1998, "Calibration of Stewart Platforms and Other Parallel Manipulators by Minimizing Inverse Kinematic Residuals," *J. Robotic Systems*, Vol. 15, No. 7, pp. 395~405.
- (11) Wampler, C. W. Hollerbach, J. M. and Arai, T., 1995, "An Implicit loop Method for Kinematic Calibration and Its Application to Closed-chain Mechanisms," *IEEE Transactions on Rob. and Automation*, Vol. 11, No. 5, pp. 710~724.