대한수학교육학회지 <학교수학> 제 5 권 제 1 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol.5, No.1, 97-114. Mar 2003

탐구형 소프트웨어를 활용한 수학 교사교육 프로그램 개발 탐색[1)]

류 희 찬* · 조 민 식** · 장 경 윤*** · 유 공 주****

본 연구는 컴퓨터의 잠재성을 최대로 활용하는 수학교사교육 프로그램 개발을 위한 기초 연구로 기하 교수학습용 탐구형 소프트웨어의 특성과 활용상의 유의점을 살펴보고, 이들 소프트웨어가 수학교육의 교수-학습에 미치는 영향을 분석하여 21세기 수학교육을 담당하게 될 교사들을 위한 수학교사교육 프로그램이 나아가야 할 방향을 모색한다. 본 연구는 기하 탐구형 소프트웨어인 GSP4를 중심으로, 이들 소프트웨어에 대한 새로운 경험을 획득하기 위해 수학교사교육에서 활용 가능한 내용들을 논의해 봄으로서 탐구형 소프트웨어를 활용한 수학 교사교육 프로그램의 내용과 방법에 대한 시사점을 제시하고자 한다.

Ⅰ. 서론

과학기술의 변화와 혁신은 교육을 포함한 사회의 모든 영역에 많은 영향을 미치고 있다. 특히, 컴퓨터의 빠른 계산처리와 시각적 대상의 다양한 조작능력 등은 수학교수-학습에 새로운 환경을 제공하며, 수학에서 다루어지는 주제의 특성과 그것이 활용되어지는 방법을 변화시키고 있다. NCTM(1989, 2000)은 모든 학생들은 언제든지 문제를 탐구하고 해결하기 위해, 정보를 처리하고 계산을 수행하는 도구로서의 컴퓨터를 사용할 수 있어야 한다고 주장하면서, 정보기술산업측면에서의 변화를 수학교육에 적절하게 수용할 것을 요구하고 있다.

컴퓨터가 수학교육에서 점차 활용되고 있는 현 추세를 감안할 때, 교육과정이나 교육방법을 개선하는 데 있어서 중요하게 고려해야 할 사항이 교사변인이다. 새로운 교수학습 도구로서의 컴퓨터가 교육 현장에 미치는 제반 상황을 인식하지 못하는 경우 그 도구들이 가지는 잠재적 위력이 반감될 수 밖에 없을 것이다. 특히 컴퓨터는 기존의 지필 환경의 국소적인 변화가 아닌 근본적인 변화를 초래할 가능성이 있기 때문에 컴퓨터를 사용함으로써 오게되는 수학교육에서의 모든 변화 상황을 체계적으로 논의하는 교사교육은 수학교육의 새로운 방향 설정과 실천에서 중요한 위치를 가진다.

---

* 한국교원대학교(hclew@knue.ac.kr)
** 한국교원대학교(mscho@knue.ac.kr)
*** 건국대학교(kchang@kkucc.konkuk.ac.kr)
**** 대전여자중학교(juskm@hanmail.net)

1) 본고는 한국학술진흥재단이 지원하는 1998년도 대학부설연구소 지원과제인 <창의성 신장을 위한 컴퓨터 통합수학교육과정 개발에 관한 연구>의 3년차 보고서의 일부를 간추린 것이다.

컴퓨터의 수학교육적 이용에 대한 긍정적인 자세, 수학교육과정에서의 계산기나 컴퓨터의 영향, 그에 따른 새로운 문제 상황의 인식과 해결방안 그리고 그것들의 이용에 따른 역기능을 최소화하는 학습방법의 개발 등은 컴퓨터를 활용하는 교사교육에서 다루어야 할 내용 중 무엇보다도 중요한 것들이다. 예비교사들은 사범대학이나 교육대학의 교육을 통해, 현직 교사들은 교사연수를 통해 보다 재미있고 유익한 방법으로 수학을 지도하기 위한 새로운 방법론을 터득하고, 수학이나 공학의 발달에 따라 학생들이 학습해야 할 중요한 수학적 개념이나 절차에서의 변화가 무엇인지를 확인함과 더불어, 이를 학교 교실에 적용할 수 있는 전문성을 개발하여야 한다.

본 연구는 컴퓨터의 잠재성을 최대로 활용하는 수학교사교육 프로그램 개발을 위한 기초연구로 기하 교수학습용 탐구형 소프트웨어의 특성과 활용상의 유의점을 살펴보고, 이들 소프트웨어가 수학교육의 교수-학습에 미치는 영향을 분석하여 21세기 수학교육을 담당하게 될 교사들을 위한 수학교사교육 프로그램이 나아가야 할 방향을 모색해 보고자 한다. 본 연구는 수업현장에서 간헐적으로 쓰이고 있으며 그 활용성이 증가하고 있는 기하 탐구형 소프트웨어인 Geometer's Sketchpad 4를 중심으로, 그 특성과 활용상의 유의점을 살펴보고, 그러한 특성과 유의점들이 학교수학에 가져다 줄 변화가능성을 분석하며, 이들 소프트웨어에 대한 새로운 경험을 획득하기 위해 교사교육에서 활용가능한 내용들을 논의해 봄으로서 탐구형 소프트웨어를 활용한 수학 교사교육 프로그램의 내용과 방법에 대한 시사점을 살펴보고자 한다.

II. 탐구형 소프트웨어의 특성과 활용상의 유의점

어떤 도구를 교수-학습에 효과적으로 활용하기 위해서는 그 도구의 특성과 활용에 따른 여러 가지 변화가능성에 대한 올바른 지식과 경험이 필요하다. Holzl(1996)은 탐구형 소프트웨어의 특성으로 직선과 원을 그릴 수 있음으로 해서 수학에서 의미하는 자와 컴퍼스에 의한 '작도'가 가능하며, 직선과 원을 그리는 활동을 통한 작도 과정을 단축하여 놓은 '메뉴'를 통한 작도와 사용자가 기능적으로 정의된 작도를 모두 지원하며, 도형을 이루는 어떤 요소들(점, 선분, 원 등)을 움직여 그것의 모양을 변화시키더라도 도형의 근간을 이루는 기하학적인 관계가 계속적으로 유지된다는 세 가지 점을 들고 있다. 이는 Labode(1993)가 이들 소프트웨어의 공통적인 특성으로 제시한 '도형의 명시적인 서술과 그림의 가변성'과 맥락을 같이한다. 다시 말해, 화면상에 그려진 그림은 그 도형의 정의가 명확하게 반영되는 작도 절차에 따른 조작의 결과로, 그리고자 하는 도형에 내재된 기하학적 관계에 대한 명확한 이해와 서술을 필요로 하며 기하학적 관계에 의해 그려진 스크린 상의 도형은 도형의 가변적 요소가 변화되었을 때, 의도한 특성들을 보존하면서 여러 가지 모양으로 변화되어진다. 그러므로, 이들 소프트웨어를 활용한 작도는 결과된 그림을 그리기보다는 그림에 요구되는 기하학적 관계를 명확히 서술하는 것이라 할 수 있다(유공주, 2000). 이들 소프트웨어가 갖고 있는 주요기능과 사용상 교사들이 유의해야 할 점을 정리하면 다음과 같다.

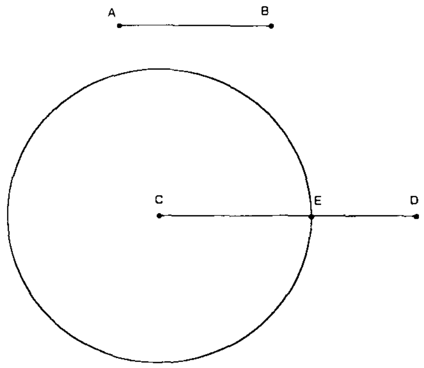
1. 원과 직선의 작도 기능

수학에서 작도(construction)는 눈금없는 자와 컴퍼스로 그리는 활동을 의미한다. 탐구형 소프트웨어는 기본적으로 직선(직선, 선분, 반직선)과 원을 그리는 활동을 근간으로 하기 때문에 수학에서 의미하는 작도 기능을 수행하는 도구라 할 수 있다. 물론 자와 컴퍼스를 사용할 때에 비해 작도 속도와 정확도는 비교할 수 없을 만큼 빠르고 정확하다.

이 때, 탐구형 소프트웨어를 이용하여 직선을 그리는 활동은 자로 직선을 그리는 활동과 개념적으로 별 차이가 없으나 탐구형 소프트웨어를 이용하여 원을 그리는 방법은 컴퍼스를 활용하여 원을 그리는 방법 이외에 다른 한 방법이 있음을 인식할 필요가 있다. 즉, 탐구형소프트웨어로 원을 그리는 방법에는 두 가지가 있다. 하나는 <원>의 아이콘을 클릭한다음 마우스를 이용하여 끌어 반지름을 결정하는 방법이고 다른 하나는 <작도> 메뉴 상의 기능(Cabri2의 경우 '컴퍼스', GSP4의 경우 'circle by center+radius')을 이용하는 방법이다. 이 두 가지 방법 중 후자는 우리가 알고 있는 <현대식 컴퍼스>, 전자는 유클리트 원론에서 사용되지만 현재는 사용하지 않는 <고전적 컴퍼스>를 이용한 방법에 각각에 해당된다.

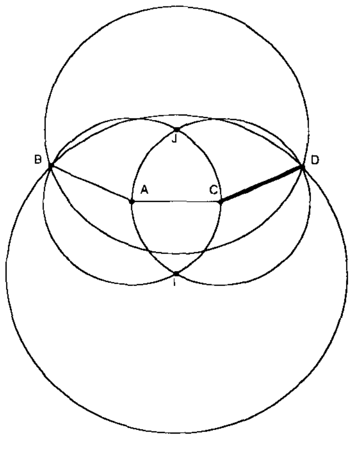
현대식 컴퍼스는 컴퍼스를 벌려 종이 위에 원을 그린 다음 종이 위에서 컴퍼스를 때어 낼 때 원을 그리기 위해 벌려 놓은 정도가 그대로 유지되는 반면, 고적적 컴퍼스는 벌려 놓은 정도가 유지되지 않고 즉각적으로 붙어버리는 특성을 가지고 있다.

예를 들어, <그림 1>과 같이 주어진 선분 AB를 다른 곳으로 옮기는 경우 현대식 컴퍼스로는 선분 만큼 컴퍼스를 벌린 다음 원하는 곳으로 옮기기만 하면 된다. 그러나, 이러한 과정은 고전적 컴퍼스로는 되지 않는다. 주어진 선분만큼 벌렸지만 종이에서 떼는 순간 컴퍼스가 붙어버리기 때문이다.



<그림 1> 현대적 컴퍼스를 이용한 선분의 이동 작도

고전적 컴퍼스로 선분을 옮기기 위해서는 <그림 2>와 같이 다소 복잡한 과정을 거쳐야 하는데 이 과정으로 선분을 옮기는 문제가 바로 유크리트 원론 제 1권의 두 번째 정리이다. 이 정리에 의해 고전적 컴퍼스와 현대적 컴퍼스가 할 수 있는 역할은 같다는 것이 증명된 셈이지만 두 컴퍼스를 이용한 작도 절차는 매우 다르다. 주어진 선분 AB과 길이가 같은 선



<그림 2> 고전적 컴퍼스를 이용한 선분의 이동작도

분을 점 C에서 그리기 위해서는 선분 AC를 반지름으로 하는 두 원의 교점 I와 J에서 각각 반지름이 BI, 반지름이 JB인 두 원을 그려 교점 D를 결정하면 된다. 선분 AB와 선분 CD가 길이가 같음은 쉽게 증명할 수 있다.

2. 드래그기능

마우스로 기본점(basic point)을 클릭하여 끌면, 그것에 종속된 도형이 주어진 기하학적 관계를 유지하면서 움직인다. 이 때, 종속된 도형의 움직임은 연속적으로 나타난다. 이러한 기능은 작도된 도형과 임의로 그려진 그림 사이를 구분해 준다. 시각적으로 그럴듯하게 그려진 그림은 드래그했을 때, 주어진 기하학적 관계가 유지되지 않는다. 드래그기능은 사용자에게 스크린 상의 그림에 대한 시각적 피드백(feedback)을 제공하며, 사용자로 하여금 도형에 내재된 기하학적 관계가 작도 과정에 반영되어야 할 필요성을 인식하게 해준다.

이러한 기능은 기하교육의 탐구대상에도 변화를 줄 수 있다. 즉, 기하학적 관계를 만족하는 도형들의 모든 집합이 그 대상이 될 수 있다. 예를 들어, 두 쌍의 대변이 평행한 사각형을 스크린 상에 작도했을 때, 이 사각형은 방금 작도된 모양의 도형뿐만 아니라 드래그기능을 통해, 주어진 관계를 만족하는 모든 사각형-즉 다양한 크기의 평행사변형, 직사각형, 정사각형, 마름모 등 -으로 변화된다. 여기서, 탐구대상은 작도된 하나의 평행사변형이나 정사각형이 아니라, 두 쌍의 대변이 평행한 모든 사각형이 된다. 학생들은 드래그기능을 활용하여, 도형의 모양이나 크기, 각도, 위치 등을 자유롭게 변형시켜 봄으로서, 기하학적 관계나 사실 등을 탐구하고 이해할 수 있게 된다.

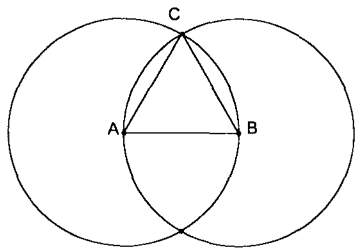
스크린 상의 모든 도형이 드래그되는 것은 아니라는 점을 유념할 필요가 있다. 예를 들어, 어떤 도형을 선대칭이동 하였을 때, 변환된 도형은 드래그되지 않는다. 또, 한 점을 지나면서 주어진 직선에 평행한 평행선을 작도했을 경우, 작도된 평행선은 드래그되지 않는다. 이 현상은 탐구형소프트웨어가 모든 수학적 활동에서 나타나는 함수적 관계를 분명하게 하기 위해 설계되었기 때문이 일어난다. 만약 종속변수로서의 도형을 드래그하는 것을 허용하면 독립변수와 종속변수 사이 관계성이 깨지게 됨으로써 의도된 수학적 활동을 할 수 없게 되기 때문이다.

3. 사용자에 의해 정의된 작도기능(Cabri의 매크로 기능, GSP의 script기능 등)

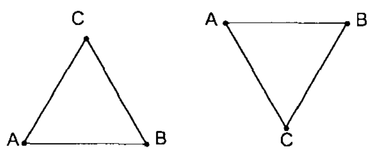
이들 소프트웨어들은 기본 요소(점, 직선, 선분, 원 등)로부터 시작하여 사용자가 특성화하는 기하학적 관계(중점, 수직선, 평행선 등)를 메뉴를 사용해 적용함으로써 작도하도록 되어 있다. 이들 소프트웨어는 메뉴 사용뿐만 아니라, 작도 순서를 기억하였다가 일정한 순서에 따라 자동으로 다시 작도하는 기능이 있으며 사용자가 새롭게 자신의 메뉴를 구성할 수도 있다. 문제 해결을 위한 어떤 탐구나 디자인 작도 과정에서 하위 작도의 기술적인 부분은 사용자가 원래 집중하려는 것이 아닌 경우가 종종 있다. 사용자에 의해 정의된 작도기능은 이러한 경우에서 수반되는 기술적인 부분을 떠맡음으로서, 사용자가 자신이 집중하고자 하는 더 높은 수준의 활동에 전념할 수 있도록 해준다.

이 기능을 올바르게 활용하기 위해서는 독립변수의 선택순서에 유의해야 한다. 예를 들어, 매크로(스크립트) 기능을 활용하여 정삼각형을 작도한다고 하자. 이 때, 주어진 선분 AB의 양

끝점을 중심으로 하고, 반지름이 선분 AB의 길이와 같은 두 원을 사용한 작도방법을 매크로 기능으로 저장하였다고 하자. 이 경우, 독립변수는 선분 AB의 양끝점이 된다. 다시 말해, 사용자는 두 점을 선택함으로서 방금 정의한 매크로기능을 이용해 정삼각형을 작도할 수 있다. 그러나, 사용자가 점을 어떠한 순서로 선택하느냐에 따라, 매크로기능에 의해 작도되는 정삼각형의 방향은 다르게 나타난다. 그러므로, 문제 해결의 도구로 방향이 중요시되거나 원하는 모양의 작도를 위해서는, 독립변수의 선택 순서를 잘 고려해야만 한다. (그림 3, 4 참조)



<그림 3> 정삼각형의 작도



<그림 4> A, B의 순서에 따른 모습 차이

4. 애니메이션과 자취기능

탐구형 소프트웨어는 선분이나 원 위의 점을 애니메이션 할 수 있고, 임의의 대상의 자취를 그릴 수 있는 기능인 트래이스(trace) 기능을 가지고 있다. 이 기능을 활용하면 평면기하의 성질을 연속적이고 역동적으로 관찰할 수 있으므로 학습자의 능동적인 참여와 흥미를 유발할 수 있으며, 자취문제를 탐구하고, 어떤 정의된 자취에 근거한 기하학적 곡선을 만들 수 있다. 이 밖에, 평면기하의 여러 가지 성질에 대한 해석기하학적 접근을 가능하게 하거나, 작도 과정을 필요에 따라 보이거나 숨길 수 있는 기능, 측정기능, 변환기능 등이 있다.

Ⅲ. 수학 교사교육에 활용될 수 있는 활동의 예시

1. 프로그램의 목표와 유의점

지금까지 제시한 동적인 탐구환경을 제공하는 탐구형 소프트웨어의 특성을 한 마디로 요약하면 '연속적인 움직임'의 관찰 가능성이라 할 수 있다. 교사교육프로그램에서는 이러한 특성이 학교수학에 가져다주는 변화와 학생들의 문제해결력을 뒷받침하는 사고의 측면, 학습내용의 통합 또는 확장 그리고 효과적인 교수-학습 방법 면을 살펴보아야 한다. 또한, 교사교육 프로그램에서는 교사나 예비교사들이 다음에 소개될 다양한 문제의 상황을 탐구형 소프트웨어를 이용하여 나타내는 능력과 컴퓨터로 구현된 상황 속에서 어떤 활동을 하는 것이 학생들의 학습에 도움을 줄 수 있는지를 음미하여야 한다.

교사교육 프로그램을 운영하는데 있어서 두 가지 점이 분명히 인식되어야 한다. 첫째, 도구의 숙달이다. 컴퓨터 소프트웨어는 하나의 교수학습 도구로서 그 도구를 익숙하게 다룰 수 있어야 여러 가지 사고 활동이 가능하게 된다. 메뉴식으로 된 소프트웨어를 기본적인 매뉴얼 수준에서 익힌 것으로 교수-학습 활동을 주도할 수 없다. 다음에 나타날 다양한 문제 장면

에서 탐구형 소프트웨어를 다루는 많은 경험이 필요하다. 이러한 도구의 숙달을 위해서는 많은 시간적 투자가 이루어져야 한다. 둘째, 교사교육 프로그램에 담겨지는 <활동>들이 시급히 개발되어져야 한다. 교사교육 프로그램은 매뉴얼을 그대로 학습하는 것을 넘어서 도구를 활용하여 다양한 문제 상황 속에서 문제 해결 활동을 해 나가면서 수학적인 개념들과 연결 시킬 수 있는 활동의 개발은 수학교사프로그램의 요체이다.

2. 활동의 예시와 분석

탐구형 소프트웨어의 연속적인 움직임은 어떤 움직일 수 있는 대상(점, 선분 등)의 위치에 따라 나타나는 자취에 의한 것이다. 이러한 특성으로 인해, 탐구형 소프트웨어는, 수학교육에서, 유클리드 기하를 학습하기 위한 작도도구나 방법의 향상 이상의 의미를 지니게 된다. 대상의 연속적인 움직임에 대한 관찰 가능성은 "연속적 변화에 의한 추론"을 가능하게 하고, 계속적으로 새로운 문제를 제기할 수 있는 환경을 제공할 뿐만 아니라, Cuoco와 Goldenberg (1998)가 주장한 것처럼, 움직일 수 있는 대상을 독립변수로, 자취를 그리는 대상 즉, 관찰하려는 대상을 종속변수로 간주하여 하나의 함수로 보는 시각을 창출함으로서, 기하와 함수간의 내적 연결성을 강화시킬 수 있다.

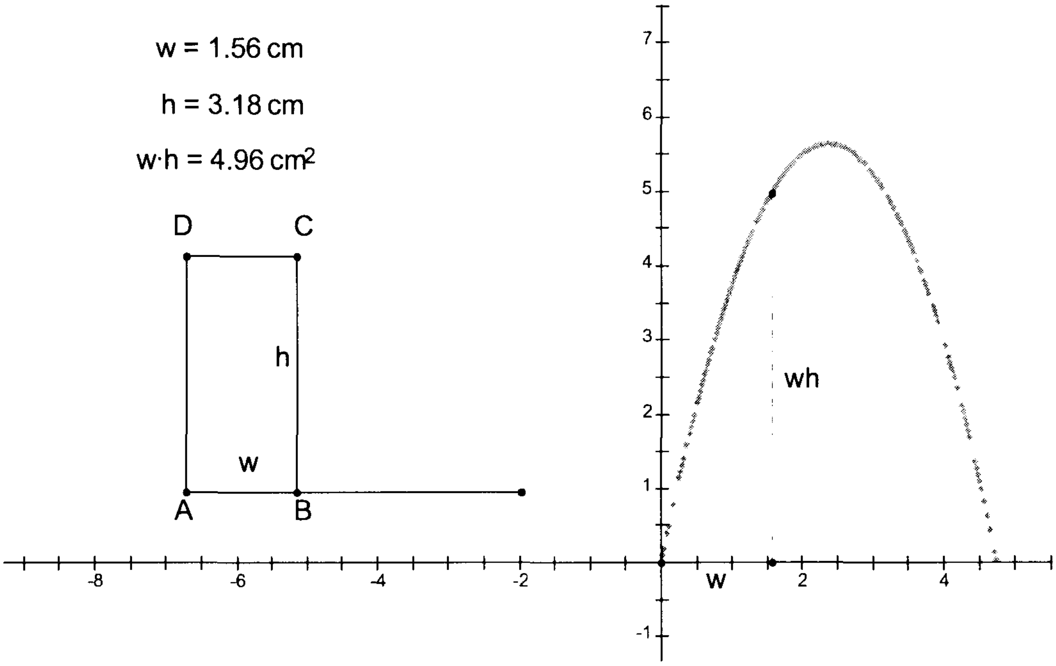
예를 들어, 다음 <문제 1>을 생각하여 보자

문제 1: 일정한 둘레의 길이를 갖는 직사각형의 넓이를 최대로 하려면 가로와 세로의 길이를 각각 얼마로 하여야 하는가?

이 문제는 학생들로 하여금 일정한 둘레의 길이를 갖는 다양한 직사각형의 연속체 즉, 가로의 길이가 길고 세로의 길이가 짧은 직사각형으로부터 점차적으로 변화해 가로가 짧고 세로가 긴 직사각형까지 변화되는 연속적인 변환과정을 머리 속에 그리고 이어, 연속적으로 일어나는 직사각형 각각의 넓이가 변화하는 것을 상상할 것을 요구한다. 그러나, 정적인 지필 환경을 이용하는 대개의 전통적인 학교 수업에서는 문제해결 자체만을 목표로 하여 직사각형의 한 변과 넓이를 변수로 하는 대수적 관계식을 만들고 이 관계식을 이용하여 문제를 해결한다. 자료들 사이의 관계를 나타내는 그래프를 그리는 경우도 있으나 시각적인 정보를 얻어내는 보조자료로 사용될 뿐이다.

탐구형 소프트웨어를 활용한 수업에서는 먼저 언어적으로 제시된 문제상황에 대한 기하학적인 모델을 만든다. 학생들은 교사의 도움을 받아 일정한 둘레의 길이를 유지하지만 모양이 변하는 직사각형을 작도하고, 넓이와 길이를 계산해서, 직사각형의 임의의 한 예에 대한 넓이나 한 변의 길이를 나타내 보인다. 또한, 대수적 기호를 사용하지 않고도 직사각형의 길이와 넓이에 대한 그래프를 그린다.

이 과정 속에서, 학생들은 자연스럽게 변수를 분리하는 것을 학습하게 된다. 움직일 수 있는 대상과 그것에 따라 나타나는 자취를 결정함으로서, 작도된 기하학적 모형 속에 정의된 함수를 "시각적으로 관찰하는" 경험을 하게 된다. 자취에 의해 나타나는 그래프는 하나 하나 점을 찍어 그리는 그래프보다 훨씬 더 그래프의 연속적인 변화에 대한 동적인 느낌을 준다. 학생들은 기하학적 작도에 영향을 받는 그래프 모형을 만듦으로서 직사각형의 넓이가 한 변의 길이에 대한 함수임을 자연스럽게 인식할 수 있다. (그림 5 참조) 이러한 인식은 함수식에 대한 의미 있는 이해로 연결된다. 학생들은



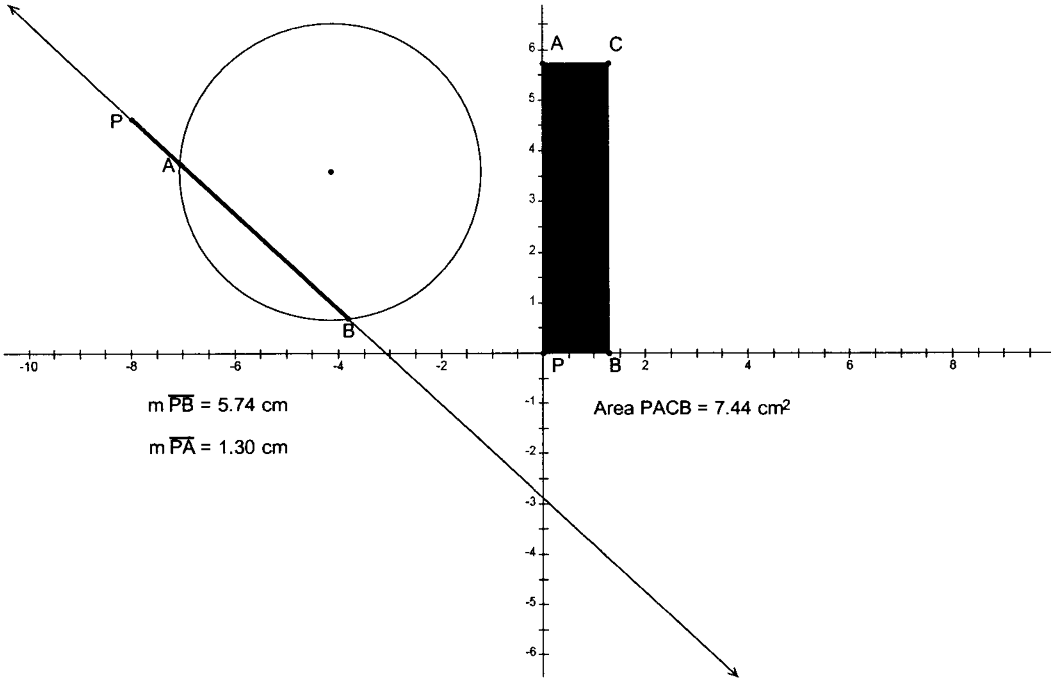
<그림 5> 둘레가 일정한 직사각형의 넓이의 변화

함수식을 단순히 그래프를 그리기 위한 코드로 이해하기보다는 그래프 위의 점들의 좌표가 가지고 있는 특성으로서 이해하게 된다. 학생들은 지필 환경과는 관점이 다른 문제해결 전략을 통해 문제를 해석하고 분석하는데 필요한 유용한 정신적인 구조를 갖추게 된다. 학생들은 함수에 대한 이미지를 두 대상사이의 연속적인 종속관계로서 이해하고 발전시켜나가게 된다.

또 다음 <문제 2>를 살펴보자.

문제 2: 한 원과 그 원 위에 있지 않은 한 점 P가 주어졌다고 하자. 점 P를 지나는 직선이 주어진 원과 점 A와 점 B에서 만난다고 할 때, PA · PB = (상수)이다.

이 문제는 유크리트 논증 기하적 방법으로 증명할 수도 있지만 역동적인 탐구형 소프트웨어를 이용하여 새로운 각도에서 재음미될 수 있다. <그림 6>에서와 같이 한 점 P가 원 밖에 주어졌다고 하자. 선분 PA의 길이와 선분 PB의 길이의 관계를 좌표 상에 나타낸 후, 점 A

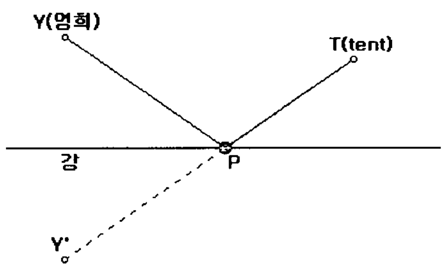


<그림 6> 문제 2의 실험적 탐구 활동

가 원주 위를 움직일 때 점 P에서 원을 지나는 직선의 움직임을 관찰한다. 이 때 PA · PB는 직사각형 PACB의 넓이이다. 즉, 위에 제시된 기하학적 이론은 일정한 넓이를 갖는 직사각형의 가로와 세로의 길이사이의 관계로 이해될수 있다. 이처럼, "연속적인 변화에 의한 추론"은 기하의 탐구에서 새로운 각도의 추론을 유도함으로서, 같은 이론에 대한 이러한 여러 가지 해석을 가능하게 하여 수학의 내적 연결성을 강화할 뿐만 아니라, 나아가 새로운 단원구성의 촉매 역할을 한다.

탐구형 소프트웨어의 역동적 특성은 정적인 지필 환경에서는 다소 접근하기 어려운 해결전략을 이용할 수 있게 한다. 예를 들어, 중등학교 교육과정에서 다루어질 수 있는 다음 최적화문제를 살펴보자.

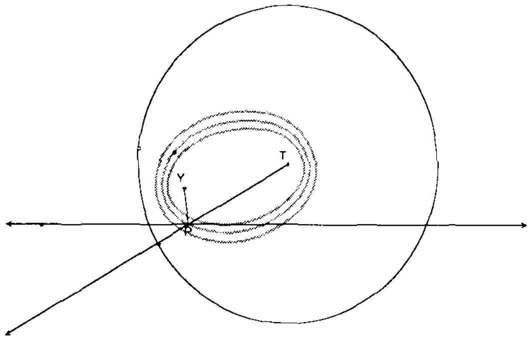
문제 3 : 영희는 캠핑여행 중에, 산책을 갔다가 텐트로 돌아오고 있다. Y지점에 서 있는 영희가 T지점에 있는 자신의 텐트에 불이 났음을 알았다. 영희는 강으로 달려가서 양동이에 물을 가득 채우고 텐트로 달려가야만 한다. 영희가 움직이는 거리를 최소화하기 위해서는 물가의 어느 곳에 닿아야만 하는가?



<그림 7> 문제 3의 기하학적 해법 1

<그림 7>에서 제시되는 기하학적 해법은 물가에 대하여 점 Y를 대칭 이동하여 점 Y'를 얻고, 그 점 Y'를 점 T와 연결한다. 그리고, 선분 Y'T가 물가와 만나는 지점 P를 결정한다. 이 점이 영희가 물가에 닿아야 할 최상의 지점이다.

Cuoco와 Goldenberg(1997)에 의하면, 동적인 기하환경은 학생들이 최적화문제에 다가갈 수 있는 마음의 습관(habits of mind)과 논리적인 원리를 발달시킬 수 있게 한다. 동적인 기하환경 속에서, 연속적인 변화에 의한 추론을 바탕으로 하여 얻어진 이러한 습관과 원리들은 나중에 문제를 새롭게 해석하고 문제 해결 방안을 새롭게 분석하는데 중요한 기초를 제공한다. 그들은 이러한 주장을 뒷받침하기 위하여 위 문제에 대한 등고선(level curves)에 의한 새로운 방법을 예로 제시하고 있다.

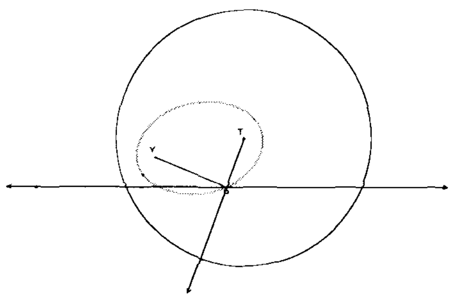


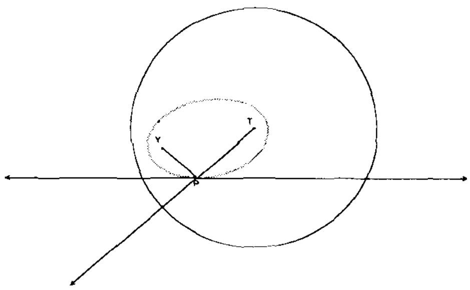
<그림 8> 문제 3을 해결하기 위한 등고선

문제 3은 점 P가 물가를 따라 움직일 때, PY+PT의 변화를 보는 즉, P를 독립변수로 하고, PY+PT를 종속변수로 하는 하나의 함수에 대한 탐구로 이해될 수 있다. 여기서, 우리가 PY+PT의 값을 타원으로 시각화할 경우, 함수의 정의역은 평면 위의 모든 점으로 확장된다.

만약, 함수를 R^2에서 R로의 함수 f : P→PY+PT로 본다면, 문제 3의 경우, 등고선은 점 P를 드래그함에 의해 그려진 자취 즉, PY+PT 값이 일정한 점들에 의해 나타나는 곡선들이다. 다시 말해, <그림 8>에서 나타난 타원들이다. 각각의 타원은 점 Y와 점 T에서 물가(주어진 curve)의 어떤 지점 P에 이르는 거리를, 주어진 곡선을 측정한 하나의 높이로 간주하여 그려진 곡선이다.

<그림 9>의 위 그림은 물가를 나타내는 직선이 타원을 횡단하고 있음을 보여주고 있다. 이것은 점 P가 거리의 합을 최소로 하는 적절한 점이 아님을 시각적으로 보여주는 것이다.





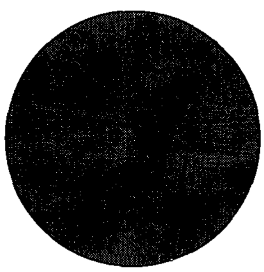
<그림 9> 문제 3의 기하학적 해결 과정 2

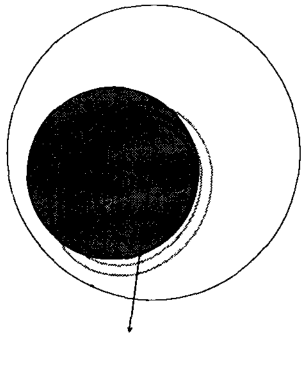
타원 내부의 포함된 직선의 일부는 PY+PT가 더 작은 값을 가질 수 있음을 의미한다. 그러므로, <그림 9>의 아래 그림과 같이 PY+PT가 더 이상 작은 값을 가질 수 없을 때, 즉 타원

과 직선이 접할 때 PY+PT는 최소값을 갖게 된다. 이러한 풀이는 대칭을 이용하는 기하학적 해결전략과 연결되어 좀 더 풍요로운 결과를 제공하기도 한다. 학생들은 '타원의 접선이 접점과 초점들을 연결한 선분들과 이루는 각은 서로 같다'라는 수학적 사실을 시각적으로 확인할 수 있다.

등고선을 이용한 이러한 해결전략은 최적화 문제에 좀 더 일반적으로 적용될 수 있다는 것에 더 큰 의미가 있다. 예를 들어, 다음과 같은 문제를 고려해보자.

문제 4 : 영희는 원 모양의 섬의 A라는 지점에 있다. B라는 지점에 있는 텐트에서 화재가 발생하였다. 해안가에 가서 물을 떠 B 지점까지 간다면 어느 지점으로 가야 간 거리를 최소로 할 수 있겠는가?





<그림 10> 문제 4의 기하학적 해법

이 문제는 함수 $f: R^2 \rightarrow R,\ P \rightarrow PA+PB$, 즉 점 P가 원주 위를 움직일 때, 그려지는 자취를 고려하여 해결될 수 있다. 이 경우에서도 함수값 PA+PB가 같은 값을 갖는 등고선은 타원으로 그려진다.

물론, 문제 3의 해결방법과 마찬가지로 <그림 10>와 같이 타원의 내부에 원의 일부가 포함된 것은 PA+PB가 최소가 아님을 의미하며, 타원이 원에 접할 때, 최소값을 갖는다.

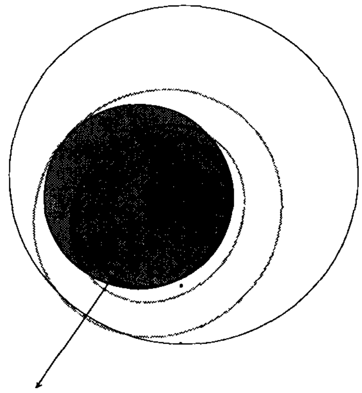
그러나, 타원과 원이 접하는 경우는 <그림 11>과 같이 다양하게 나타난다. 학생들은 이러한 상황들을 시각적으로 접하면서 여러 가지 문제들을 제기할 수 있다.

① 최소값은 타원이 원의 내부에서 접할 때 발생하며, 최대값은 외부에서 접할 때 발생하는 이유는 무엇인가?

② 타원이 원에 접할 때 극소값이 존재하는 이유는 무엇인가? 또, 극대값이 존재하는 이유는 무엇인가?

③ 점 A와 점 B는 최소값이 두 점에서 존재하도록 위치될 수 있는가?

④ 점 A와 점 B는 최소값이 존재하지 않도록 위치될 수 있는가? 극소값이 존재하지 않도록 위치될 수 있는가?



<그림 11> 문제 4의 해결 과정에서의 다양한 등고선

제시된 문제에서 ③과 ④는 함수 P→PA+PB를 점 A와 점 B에 종속인 함수로 사고할 것을 요구한다. 동적인 탐구환경 내에선, 점 A와 점 B의 위치가 바뀜에 의해 함수 P→PA+PB가 변화되어지는 것을 관찰할 수 있는 작도를 통해 이러한 사고를 구체화할 수 있다.

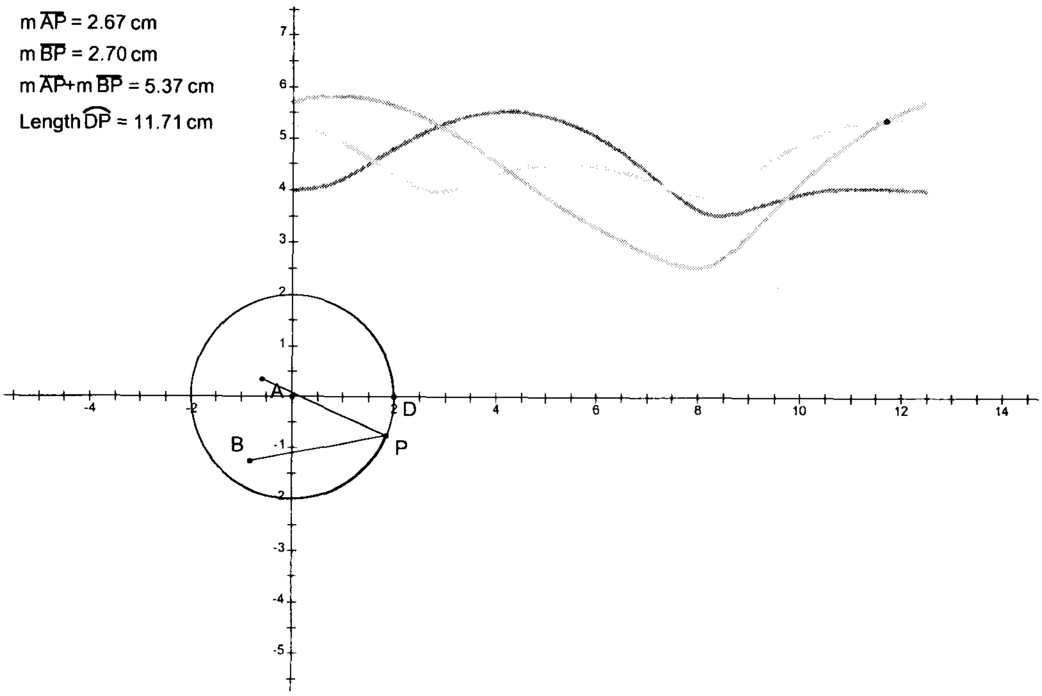
<그림 12>의 그래프는 원과 양의 x축이 만나는 점 T에서 원주 상의 점 P까지의 호의 길이를 독립변수로, PA+PB를 종속변수로 하여 그려진 것이다. 점 P는 독립변수와 종속변수에 의하여 구성된 좌표평면 상의 점이다. 이 점은 점 P가 원주 위를 움직임에 따라 주기적인 자취를 남기게 된다. 이것은 함수 P→PA+PB의 정의역을 원주 상의 점으로 제한했음을 시각적으로 보여주는 것이다.

학생들은 자신의 직접적인 조작과 그에 따른 연속적인 변화를 관찰하면서 원형풀장의 문제에서 제기된 의문들을 해결해 나갈 수 있게 된다.

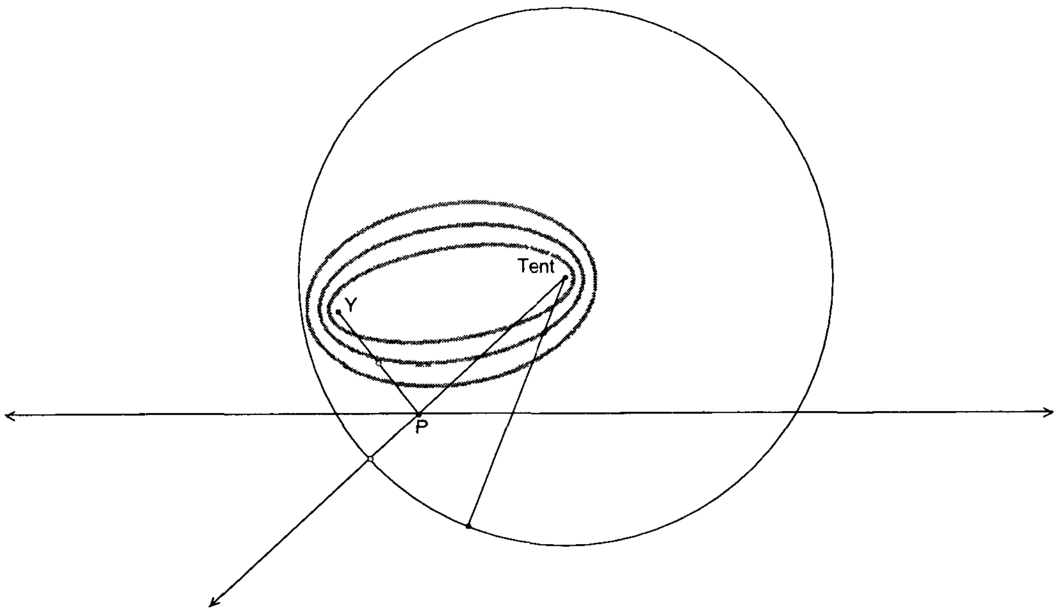
등고선을 이용한 방법은 속도가 고려되어진 좀 더 일반적인 최적화 문제에도 적용 가능하다. 예를 들어, 학생들은 문제 3에서 양동이에 물을 가득 담아 텐트로 이동할 때의 속도와 맨손으로 물가로 갈 때의 속력이 다를 수 있음을 지적할 수 있다.

다음 <문제 5>를 생각하여 보자.

문제 5 : 영희는 캠핑여행 중에 산책을 갔다가 텐트로 돌아오고 있다. Y지점에 서 있는 영희가 T지점에 있는 자신의 텐트에 불이 났음을 알았다. 영희는 강으로 달려가서 강가에 있는 양동이에 물을 가득 채우고 텐트로 달려가야만 한다. 영희가 맨손으로 물가로 달려갈 때는 물가에서 양동이에 물을 가득 담아 텐트로 이동할 때보다 2배 빨리 달릴 수 있다. 영희가 움직이는 거리를 최소화하기 위해서는 물가의 어느 곳에 닿아야만 하는가?



<그림 12> 문제 4의 탐구 활동



<그림 13> 문제 5의 기하학적 해

문제는 영희가 강으로 간거리 PA는 속력 2로 가고 강에서 텐트로 간 거리는 속력 1로 갔다고 하면 걸리는 시간은 PY/2 + PT이다. 문제의 해는 이 PY/2 + PT이 최소가 되는 점 P를 찾는 문제이다. 등고선 방법을 적용하면 함수 $P \rightarrow PY/2+PT$의 등고선은 <그림 13>과 같이 나타나고 영희가 닿아야 할 최적의 지점은 등고선 중 가장 안쪽에 놓이는 등고선에 해당되는 점이다.

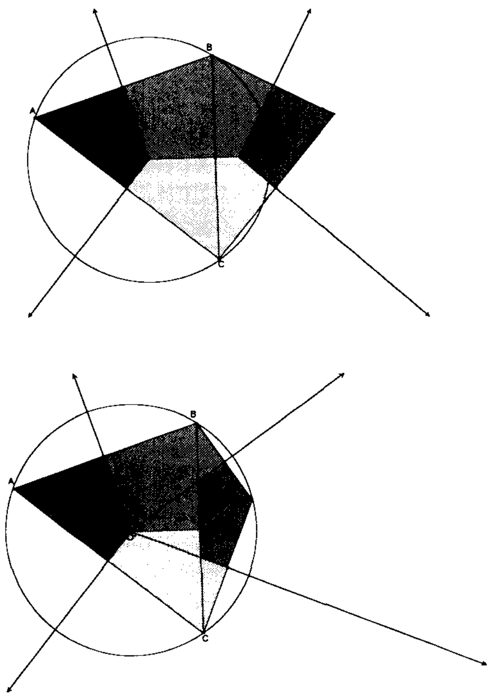
다른 예로 다음과 같은 '국경문제'를 생각하여 보자.

문제 6. 바다 한 가운데 A, B, C, D국가가 소유하고 있는 섬이 있다. 다음 물음에 답하여라. (1) A, B, C 세 나라만을 생각한다면 세 섬 사이의 국경을 어떻게 설정하는 것이 합리적인가? (2) A, B, C, D의 네 나라 사이에는 어떻게 국경을 설정하여야 할까?

이 문제의 (1)은 수학에서 배운 수직이등분선이나 외심, 외접원등의 개념을 활용할 수 있는 기회를 제공한다. 더구나, 탐구형 소프트웨어를 활용하면 점을 이동하여 봄으로써 세 섬이 어떻게 위치하여도 세 나라의 국경이 한 점에서 만나는 '세 나라 점(three nation point)'이 생긴다는 것을 시각적으로 확인 할 수 있다. 또 그 점이 세 나라와의 거리가 같다는 의미에서 그 점을 중심으로 하는 원을 그릴 수 있고 그 원은 삼각형의 바깥에서 접하는 원이므로 외접원임을 음미하게 할 수 있다. 물론 세 점을 통과하는 외접원을 즉각 그릴 수 있다.

탐구형 소프트웨어의 위력은 이 문제의 (2)에서 더 자세히 들어난다. 네 번째 섬의 경우 그 섬의 '네 나라 점(four nation point)'이 존재할 수도 있고 존재하지 않을 수도 있다. 네 나라점이 존재하는 경우 섬의 위치가 어떤 조건을 만족하는지를 점을 끌어 봄으로써 실험을 통해 추리하고 음미할 수 있다. 당연히 네 나라 점이 있는 경우는 네 나라 점이 원주 상에 위치하는 경우이고 네 번째 섬이 그 원의 바깥

에 있는 경우와 안쪽에 있는 경우로 나누어 국경이 어떻게 설정되는지를 탐구할 수 있다. 이 문제는 다음과 같이 확장 될 수 있다.



<그림 14> 네 나라 사이의 국경 문제의 탐구 과정

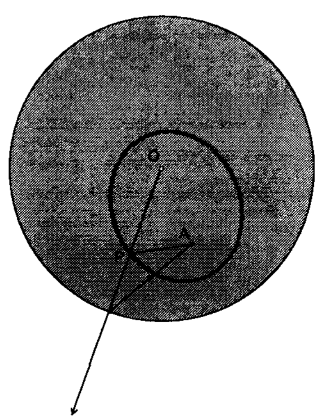
문제 7. 다음과 같은 세가 지 경우에서 어떻게 국경선을 설정해야 할지에 대해 생각하여 보아라.

(1) 호수에 한 섬이 있을 경우

(2) 해안선이 직선이고 해안선 밖에 한 섬이 있을 경우

(3) 바다로 둘러 쌓인 원 모양의 섬 밖에 한 섬이 있을 경우

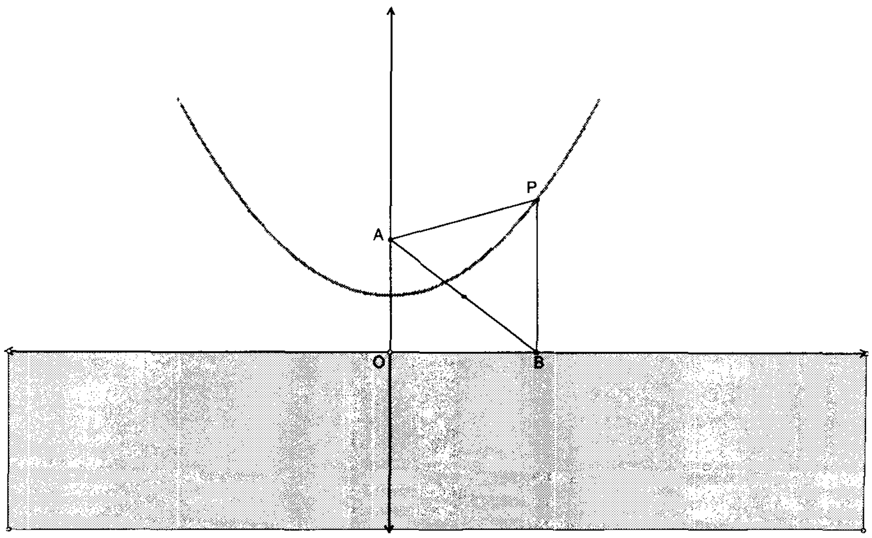
이들 문제는 탐구형 소프트웨어의 위력을 보여 줄 수 있는 대표적인 문제이다. 이들 각각을 탐구형 소프트웨어로 구현한 다음 문제의 조건을 만족하는 점을 작도하여 그 점의 자취를 보일 수 있다. (1)의 경우 호수 안에 있는 섬을 A라 할 때 A와 육지의 한 지점까지 거리



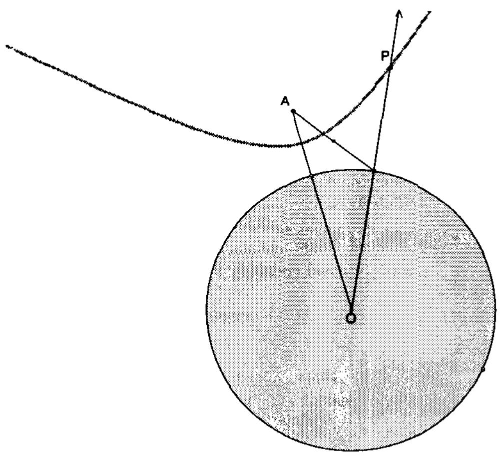
<그림 15> 호수에 한 섬이 있을 때의 국경선(타원)

가 같은 점 P를 작도한 다음 육지의 점을 호수 주위를 따라 움직이면 점 P의 자취가 들어난다. 이러한 활동을 한 다음 이 자취가 왜 타원을 그리는지 타원의 정의에 비추어 음미하게 한다. AP와 OP와의 거리의 합이 일정하기 때문에 타원의 정의와 일치한다. 이러한 활동은 추상적으로 정의되는 타원의 정의에 대한 구체적이고 실제적인 의미를 학생들에게 부과할 수 있다. (그림 15)

(2)의 경우 섬 A와 육지의 한 점 B사이의 거리가 같은 지점 P을 작도하는 문제이다. 해안선에 위치한 점 B를 해안선을 따라 움직이면 점 P의 자취인 포물선이 나타난다. 이 상황은 AP와 BP의 거리가 같은 점 P의 모임은 포물선이라는 수학적 정의와 일치하고 해안선은 준선, 섬 A는 초점에 해당된다. (3)의 경우 섬 A와 원모양의 섬 주위의 한 점 사이의 거리가 같은 지점 P를 작도한 다음 원 모양의 섬 주위의 한 점을 섬 주위로 움직이면 점 P의 자취인 쌍곡선이 나타난다. 이 상황은 OP와 AP 사이의 거리의 차가 일정하기 때문에 바로 쌍곡선의 정의와 일치한다. (그림 16, 17)



<그림 16> 직선으로 된 해안선과 섬 사이의 국경선(포물선)



<그림 17> 바다로 둘러쌓인 원 모양의 국가와 섬 사이의 국경(쌍곡선)

위의 7가지 예들에서 살펴본 것처럼, 연속적인 움직임에 대한 관찰은 새로운 문제해결전략에 좀 더 쉽게 접근하게 할뿐만 아니라, 계속적인 문제 제기와 더불어 이것들에 대한 일반적인 해법 탐구를 가능하게 한다. 문제해결에 관한 이러한 새로운 통찰은 함수와 관련되어 수학의 내적 연결성을 강화한다.

Ⅳ. 앞으로의 전망

과학기술의 발달과 정보화 사회로의 변천에 따른 학교 교육에 대한 요구와 기대는 학교교육에 새로운 목표가 필요함을 요구하고 있다.

이러한 사회적 요구에 부응하여, NCTM (1989)에서는 수학의 가치에 대한 음미, 수학에 대한 자신감의 신장, 문제해결력, 의사소통력,

추론력의 향상을 일반적인 목표로 들고, 초·중·고를 통해 일관되게 이러한 목표를 달성하기 위한 다양한 경험을 학생들에게 시킬 것을 주장하고 있다. 우리 나라도 제 7차 수학과 교육과정의 기본방향을 '수학적 힘'의 신장으로 정하고, 수학학습에 흥미와 자신감을 갖게 하는 수학교육, 계산기, 컴퓨터 및 구체적 조작물을 학습도구로 활용하는 수학 교육, 다양한 교수 학습방법과 평가방법을 활용하는 수학교육 등을 그 실천항목으로 정하고 있다(교육부, 2000). 이러한 새로운 수학교육의 목표에서 특히 강조되고 있는 것이, 탐구하고 추측하며, 검사하고 오류를 수정하면서 도전적인 문제를 해결하고, 수학에 대해 읽고 쓰고 말하고 토의하며, 수학적으로 추론하는 경험을 통해 수학적 사고 능력과 태도를 함양한다는 것이다.

Galindo(1998)는 탐구형 소프트웨어가 이러한 교육목표에 매우 적합하게 활용될 수 있음을 주장한다. 그는 학생들이 탐구형 소프트웨어를 활용하여 자신의 추측을 시험하고 즉각적이고 시각적으로 결과를 확인하며, 다른 사람들과 서로의 발견에 대해 논의하고 그 논의의 타당성을 재공할 목적으로 좀 더 수학적으로 의사소통하게 된다고 말한다. 또한, Goldenberg 등(1998)은 탐구활동을 통해, 새로운 추론을 할 수 있으며, 고립된 사실을 수학적 아이디어의 총체로 연결시킬 수 있다고 말하고 있다.

교육현장에서도 탐구형 소프트웨어를 비롯한 여러 소프트웨어의 활용은 점점 더 증가하고 있으며, 수학과 교사재교육에서도 이러한 환경변화를 인식하여 다양한 종류의 소프트웨어의 활용과 프로그램의 제작에 관한 연수를 늘려가고 있다. 그러나, 컴퓨터와 사용되는 소프트웨어에 대한 지식부족, 학습환경과 학생들에게 미치는 영향에 대한 인식부족, 적절한 활용방법에 대한 경험부족 등으로 효과적인 활용이 이루어지지 못하고 있다. 김민경 등(2000)은 '창조적 지식기반사회의 수학교육과정 모형개발을 위한 기초조사연구'에서, 수학교사들이 하루 평균 2시간 정도 컴퓨터를 사용하고 있으나 사용시간의 대부분은 교수-학습준비를 위한 도구로서 보다 학교 행정 업무를 위한 도구로서 사용하였다고 보고한다. 또한, 컴퓨터를 수업시간에 사용한 교사들 대부분도 한 학기 수업시간의 10%미만 정도로 사용회수가 낮은 편이고, 주로 학습내용을 효과적으로 제시하거나 학생들의 교과학습에 대한 흥미를 유발하기 위한 것으로, 학생들의 창의력과 문제 해결력의 향상을 위한 활용은 2%미만으로 나타났음을 알리고 있다.

탐구형 소프트웨어의 활용은 수학에 사용되는 다른 도구들과는 달리, 수업현장으로의 단순한 도입만으로는 불충분하다. 이들 소프트웨어들은 그것이 작동되는 방식으로 인해, 앞서 논의된 것과 같이, 학교 수학의 주제와 내용 그리고 그것들이 수업에서 다루어지는 방법뿐만 아니라 학습자의 문제해결전략, 문제설정방법 등을 변화시킬 수 있는 잠재력을 갖고 있다. 교실현장에서 이러한 소프트웨어의 활용을 통한 수학수업의 촉진은 교사의 의지에 달려있으며, 이러한 의지는 많은 실제적 경험으로부터 획득되는 것이다. 소프트웨어를 활용한 실제적인 교수-학습 경험이 없이는 그것으로 인한 변화들을 인식하거나 새롭게 야기될 수 있는 상황이나 문제를 미리 예상하여 적절한 교수-학습환경을 제시할 수 없을 뿐만 아니라 그러한 것들을 해결할 수 있는 방안을 모색할 수 없다. 그러므로, 짧은 연수나 교재를 통한 지식만으로는 소프트웨어가 교수-학습에 깊이 개입되었을 때의 상황에 대한 막연한 두려움을 해소할 수 없게되어, 수학교육목표를 향한 소프트웨어의 잠재적 능력에도 불구하고 많은 교

사들이 창의적 문제해결이나 실제적 활용을 꺼려하며, 그 활용의 제한성에 아쉬움을 느끼는 것이다. 뿐만아니라, 미래의 교육을 담당할 목적을 갖고 있는 예비교사들에게는 교수-학습현장에 활용될 수 있는 소프트웨어에 대한 실제적인 경험을 쌓을 수 있는 적절한 교육과정이 절실히 필요하다.

가르치는 것을 배우기 위해서는 이론과 실제의 통합이 필요하다. 수학수업에서 토론에 참가하도록 조장된 교실환경을 만들기 위해서는 실제수업장면에서 토론을 주도해보는 많은 경험이 필요하듯, 탐구형 소프트웨어 기반환경에서의 수학수업을 조장하기 위해서는 그것들을 실제적으로 활용해보고 경험하면서 서로의 의견을 교환하고 반성하며 교실에서의 직접적인 활용에 대해 생각해 볼 수 있는 많은 기회를 가져야 한다.

Zehavi 와 Bruckheimer(1990)은 이러한 기회들을 친숙단계, 인지적 워크샵 단계, 창의적 관찰 단계로 나누어 제시하고 있다. 그들은 이러한 단계를 통해 교사들이 교실에서 다루어질 소프트웨어에 대한 직접적인 사용법을 익히고, 교수학적 측면에서 발생할 수 있는 여러 가지 상황에 대처할 수 있는 방법을 논의하며 학습목표를 효과적으로 달성하기 위해 소프트웨어를 창의적으로 활용할 수 있는 능력들을 길러줄 수 있어야 컴퓨터 환경하에서 교사들의 역할 변화를 이끌어 낼 수 있다고 주장한다.

교사교육에서는 소프트웨어를 어떻게 다루느냐에 초점을 두어서는 안되며, 소프트웨어를 활용하여 수학수업을 어떻게 효과적으로 전개할 것인가에 대한 안목을 길러주는데 주안점을 두어야 한다. 이를 위해서는 Zehavi 와 Bruckheimer(1990)이 제시한 단계와 부합하는 교육과정과 교수 학습 자료의 개발이 시급히 이루어질 필요가 있다.

앞서 논의된 것과 같이, 탐구형 소프트웨어는 추상적인 개념의 이해에 앞서 학습자에게 구체적인 경험과 발견의 기회를 제공할 수 있다는 점에서 대학교육의 교과 내에서도 적절히 활용될 수 있다. Laborde(1997)는 탐구형 소프트웨어를 활용하여 비유클리드기하를 탐구할 수 있음을 제시하였고, Addington과 Levy(1997)는 사영기하에서, Schattschneider(1997)는 군론에서, Parks(1997)는 변환에서 다양하게 활용될 수 있음을 주장한다. 특히, Schattschneider(1997)는 탐구형 소프트웨어의 활용이 수학적 아이디어를 학습자에게 살아있는 것으로 만들어 줄 수 있음을 주장하면서 수학의 더 많은 주제 내에서 수준 높게 활용할 것을 권장한다. 실상, 교사들이나 예비교사들이 실제 교사교육 수업에서 탐구형 소프트웨어를 통한 시각적 자료가 제시되어지고 그것들을 직접 관찰하면서 추측하는, 또, 주어진 상황을 변형시켜보면서 의문을 제기하고 토론을 통해 좀 더 일반적인 수학적 사실을 발견해나가는 경험들을 하게 된다면, 그들이 현장에 나가 수업을 할 때 탐구형 소프트웨어를 보다 잘 활용함으로써 수업의 효과를 극대화할 수 있을 것이다.

교사는 학생들로 하여금 타당하고 의미 있는 수학개념을 구성할 수 있도록 도와줄 수 있어야 한다. 그러나, 이들 탐구형 소프트웨어의 특성을 교수-학습과정에 활용했다 하더라도, 적절한 피드백을 제공하기 위해서는, 화면상에 나타나 있는 학생들의 활동을 해석하는데 유의해야한다. 탐구형 소프트웨어의 적절한 활용을 위해서는, 도구, 설명, 대화 등을 통해, 화면상에 나타난 오류가, 소프트웨어의 기능에 대한 학생들의 이해 부족에서 온 것인지, 기하학적 개념의 부족이나 오류에서 온 것인지, 아니면 이러한 이유들이 복합되어져서 나타난 것인지를 파악하는 것이 필요하다.

아울러, 수학교육의 최근 동향을 파악하고 학생들로 하여금 의미 있는 수준에서 수학의 개념과 과정을 이해하도록 돕는 수업방법에 대해 연구해야 한다. 학습자 중심으로 교육환경이 바뀌어가고 학생과 학생, 학생과 교사 사이의 의미 있는 토론이 중요시되며 다양한 교수-학습방법과 평가방법의 활용을 권장하는 전반적인 변화의 관점에서 볼 때, 교사들이 이러한 변화에 대비하여 교사교육 교육과정 속에서, 다양한 소프트웨어의 기능과 특성을 익히고 그 효율성을 극대화시킬 수 있는 다양한 방법을 생각해볼 기회를 갖는 것은 의미 있는 일이다. 그러한 탐구와 반성으로부터 얻은 지식과 경험은 수학교육을 향상시키기 위한 적절한 교육적 토대를 제공할 것이다. 그러나, 대부분의 연구가 초·중등학교에서의 활용과 관련되는 현실을 감안할 때, 대학교육과정이나 교사재교육교육과정 내에서도 수준 높은 활용을 위한 선행 연구와 교육과정의 개발이 절실히 요구된다.

참고문헌

교육부(2000). **제 7차 초·중·고등학교 수학과 교육과정**. 교육인적자원부.

김민경·노선숙·유현주·차인숙·조성민 (2000). 창조적 지식기반사회의 수학교육과정 모형개발을 위한 기초조사연구. **수학교육학 연구발표대회 논문집**, 113-131.

유공주(2000). **탐구형 소프트웨어를 활용한 기하학습내용의 구성방안 탐색**. 한국교원대학교 석사학위 논문.

Addington, S. & Levy, S. (1997). Lost in the fun house: An application of dynamic projective geometry. In James R. King & D. Schattschneider (Eds.), *Geometry turned on! Dynamic software in learning, teaching, and research.*. The Mathematical Association of America.

Couco, A. A., & Goldenberg, E. P. (1998). What is dynamic geometry?. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space*. London: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Cuoco, A. A., & Goldenberg, E. P. (1997). Dynamic geometry as a bridge from euclidean geometry to analysis. In James R. King & D. Schattschneider (Eds.), *Geometry turned on! Dynamic software in learning, teaching, and research.*. The Mathematical Association of America.

Galindo, E. (1998, January). Assessing justification and proof in geometry classes taught dynamic software. *The Mathematics Teacher*, 76-82.

Holzl, R. (1996). How dose "Dragging" affect the learning of geometry?. *International Journal of Computer for Mathematical Learning*, 169-187.

Laborde, C. (1993). The computers as part of the learning environment: The case of geometry. In C. Keitel & Luthven (Eds.), *Learning from computers: Mathematics education and technology* (pp. 48-67). Berlin, Germany: Springer Verlag.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: The auther.

National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching* *mathematics*. Reston, VA: The auther.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The auther.

Parks, M. J. (1997). Identifying Transformations by Their Orbits. In James R. King & D. Schattschneider (Eds.), *Geometry turned on! Dynamic software in learning, teaching, and research.*. The Mathematical Association of America.

Schattschneider, D. (1997). Visualization of Group Theory Concepts With Dynamic geometry Software. In James R. King & D. Schattschneider (Eds.), *Geometry turned on! Dynamic software in learning, teaching, and research.*. The Mathematical Association of America.

Zehavi, N., Bruckheimer, M. (1990) An approach to integrating educational software into the curriculum. *Journal of Computer Assisted Learning 6*, 190-201.

The Deveopment of Mathematics Teacher Education Program Using Explorative Computer Softwares

Lew, Hee Chan · Cho, Min Sik (Korea National University od Education)
Chang, Kyung Yoon (Konkuk Univeristy)
Yu, Gon Gju (Daejeon Girls' Junior High School)

This study is a basic step research for developing mathematics teacher education program using the potential power of explorative softwares for learning geometry. This study investigates the characteristics of the softwares and noteworthy points in its applying process. Analizing an impact of this softwares on the mathematics teaching and learning, this study presents the desirable direction for developing the teacher education program for mathematics teachers to be ableto teach successfully. Focusing on GSP as an to manage classrooms of the 21st century successfully. Focusing on GSP as an excellent explorative software used widely in the current mathematics classrooms, this study investigates the potential contents to be used in the teacher education program for mathematics teachers to get new kinds of experiences about the softwares and suggests implications for choosing contents and instructional methods of the program using the softwares.

* **key words:** 수학교사교육, 탐구형소프트웨어, 기하교수학습