

論文2003-40SC-2-3

다입력 다출력 비선형시스템에 대한 직접학습제어

(Direct Learning Control for a Class of Multi-Input Multi-Output Nonlinear Systems)

安 鉉 植 *

(Hyun-Sik Ahn)

요 약

본 논문에서는 주어진 작업을 반복적으로 수행하는 다입력 다출력 비선형시스템에 대하여 시스템의 (벡터)상대차수 개념을 이용한 확장된 형태의 직접학습제어를 제안한다. 기존의 직접학습제어가 적용될 수 있는 시스템은 상대차수가 제한적인 시스템임을 보이고 고차의 상대차수를 갖는 시스템에 적용가능한 제어 법칙을 제시한다. 이 제어법칙을 이용하여 다른 형태의 출력 궤적들에 대한 학습을 통하여 얻어진 제어입력들로부터 새로 주어진 원하는 출력 궤적에 대응하는 제어입력을 직접적으로 생성한다. 제안된 직접학습제어의 타당성 및 성능을 보이기 위하여 2축 스카라 로봇에 대한 궤적추종제어의 시뮬레이션 결과를 제시한다.

Abstract

For a class of multi-input multi-output nonlinear systems which perform a given task repetitively, an extended type of a *direct learning control* (DLC) is proposed using the information on the (vector) relative degree of a multi-input multi-output system. Existing DLC methods are observed to be applied to a limited class of systems with the relative degree one and a new DLC law is suggested which can be applied to systems having higher relative degree. Using the proposed control law, the control input corresponding to the new desired output trajectory is synthesized directly based on the control inputs obtained from the learning process for other output trajectories. To show the validity and the performance of the proposed DLC, simulations are performed for trajectory tracking control of a two-axis SCARA robot.

Keyword : Direct learning control, iterative learning control, tracking control, relative degree

I. 서 론

유한한 시간 구간에서 반복적인 동작을 수행하는 시스템의 정밀한 제어를 위하여 다양한 형태의 반복학습 제어 (Iterative Learning Control: ILC)가 제안되었다. 주어진 동작 주기마다 획득된 제어입력과 출력오차를 효과적으로 이용하여 다음 시행시에 시스템에 인가될

제어입력을 생성해내는 ILC 방법은 로봇 매니플레이터, 수치제어기계 및 압연공정(Rolling mill processes) 등에 적용되고 있다¹⁻⁵⁾.

이러한 ILC 방법은 대상 시스템의 정확한 수학적 모델링을 요구하지 않는다는 장점이 있지만 동작 주기마다 원하는 상태벡터의 초기치와 실제 상태벡터의 초기치를 일치시켜야 하는 소위 "initial state resetting"이 요구되며 출력오차에 대한 허용한계를 만족할 때까지 많은 횟수의 반복 시행을 해야 하는 단점이 있다. 또한 제어목적의 변화에 따라 원하는 출력에 적은 변화가 발생하는 경우에도 이전에 학습된 제어입력을 이용할 수 없으므로 반복학습 과정을 처음부터 다시 시작

* 正會員, 國民大學校 電子情報通信工學部
(School of Electrical Engineering, Kookmin Univ.)
接受日字:2003年1月17日, 수정완료일:2003年3月4日

해야만 한다.

예를 들어, 반경 및 주기가 다른 원을 그리는 XY 테이블을 생각해보기로 한다. 첫번째 경우는 동일한 반경을 갖지만 주기가 다른 원을 그리는 경우이고, 두번째 경우는 동일한 주기를 갖지만 반경이 다른 원을 그리는 경우라고 가정한다. 이 두가지 경우에서 사용된 기준입력 즉, 원하는 출력 파형은 시간 스케일링을 통하거나 또는 크기 스케일링을 통하여 동일한 형태로 만들 수 있다. 또한 각 경우에 대한 제어입력들은 동일한 동특성을 갖는 시스템에 인가된 것이므로 분명히 서로 관계를 갖고 있으나 이와 같이 서로 연관성 있는 기 학습된 제어입력들을 이용하는 것에 대한 연구가 부족하였다.

본 논문에서의 제어목적은 기존에 학습되었던 출력들과 시간 스케일(Time scale) 또는 크기 스케일(Magnitude scale)이 다른 새로운 원하는 출력이 주어졌을 때 기 학습된 제어입력들을 효과적으로 이용하여 원하는 출력에 대응되는 제어입력을 찾는 것이다.

Kawamura와 Fukao가 반복학습제어에 의하여 미리 구해진 로봇의 입력 토크패턴에 대하여 시간 스케일 보간 방법을 제안한 이후^[6], Xu 등은 비선형시스템에 대하여 기존의 학습된 제어입력들을 이용하여 원하는 출력에 대응되는 제어입력을 반복과정 없이 구할 수 있는 직접학습제어(DLC)를 제안하였다. 그러나 비선형 시스템의 제어입력 행렬과 출력 행렬에 대한 가정에 의하여 실제로 적용가능한 시스템의 범위가 크게 제한되었다^[7,8].

한편 위의 가정에 의해 선형시스템에 DLC를 적용하는 경우에는 시스템의 상대차수가 1인 경우에만 적용 가능하다는 것이 밝혀졌고, 주어진 선형 시스템의 상대차수에 대한 정보가 알려진 경우에 대하여 확장된 DLC가 제안되었다^[9].

본 논문에서는 비선형시스템에 대한 기존의 DLC방법도 제어대상 비선형시스템의 상대차수에 따라 매우 제한적임을 보이고 그 특성을 해석한다. 즉, 다입력 다출력 비선형시스템에 대한 DLC의 적용시 시스템에 대한 상대차수 정보가 출력의 수렴성을 보장하기 위하여 필수적임을 수학적 해석을 통하여 보인다. 또한, 임의의 상대차수를 갖는 다입력 다출력 비선형시스템에 적용 가능한 DLC를 제안하고 2축 SCARA 로봇의 추종제어에 대한 시뮬레이션 결과를 통하여 제안된 방법의 타당성 및 성능을 검토한다.

II. 동기 및 문제의 정의

본 절에서는 우선, 다음과 같은 형태의 다입력 다출력 비선형 시스템에 대하여 기존의 직접학습제어에서 요구되는 가정이 만족되기 위한 특성을 파악하기로 한다.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{G}(\mathbf{x}(t))\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{h}(\mathbf{x}(t)) = \mathbf{C}^T \mathbf{x}(t)\end{aligned}\quad (1)$$

여기서 $\mathbf{x}(t) = [x_1, \dots, x_n] \in R^n$ 는 시스템 상태벡터, $\mathbf{u}(t) = [u_1, \dots, u_m] \in R^m$ 는 제어입력벡터, $\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}) = [h_1(\mathbf{x}), \dots, h_m(\mathbf{x})]^T \in R^m$ 는 출력벡터이고, 함수 $\mathbf{f}(\cdot) \in R^n$ 와 $\mathbf{G}(\cdot) = [g_1, \dots, g_m] \in R^{n \times m}$ 는 정의구역 상에서 해석적이고 $\mathbf{C} = [c_1, \dots, c_m] \in R^{m \times m}$ 는 출력행렬이다. 직접학습제어를 적용하기 위하여 비선형시스템에 요구되는 Xu^[7,8]의 가정은 출력 행렬과 제어입력 행렬의 곱이 비특이(nonsingular)해야 한다는 것이다. 이러한 가정을 만족시키는 시스템을 특성화 하기 위하여 다음과 같이 정의되는 비선형시스템의 상대차수에 대한 개념을 도입하기로 한다.

정의 1^[11]: 식 (1)로 표현되는 다입력 다출력 비선형시스템은 다음 조건을 만족할 때 $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ 에서 (벡터)상대차수 $\{r_1, \dots, r_m\}$ 를 갖는다.

- (i) \mathbf{x}_0 근방(neighborhood)의 모든 \mathbf{x} 및 $1 \leq j \leq m$, $1 \leq i \leq m$, $k < r_i - 1$ 에 대하여 $L_{g_j} L_f^k h_i(\mathbf{x}) = 0$ 이고
- (ii) 다음의 행렬이 $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ 에서 비특이하다.

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(\mathbf{x}) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_1(\mathbf{x}) \\ L_{g_1} L_f^{r_2-1} h_2(\mathbf{x}) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_2-1} h_2(\mathbf{x}) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_m-1} h_m(\mathbf{x}) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서 L 은 Lie 도함수를 나타내는 것으로, 벡터 $\mathbf{f} = [f_1, \dots, f_n]^T$ φ 에 대한 스칼라 함수 φ 의 Lie 도함수는 다음과 같이 정의되고,

$$L_f \varphi(\mathbf{x}) = \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} f_i(\mathbf{x}) \quad (3)$$

벡터 \mathbf{f} 에 대한 φ 의 도함수를 구한 후 다시 벡터 \mathbf{g} 에 대한 도함수를 구하는 것은 다음과 같이 정의된다^[11].

$$L_g L_f \varphi(\mathbf{x}) = \frac{\partial(L_f \varphi)}{\partial \mathbf{x}} g(\mathbf{x}) \quad (4)$$

또한, φ 를 \mathbf{f} 에 대하여 j 번 미분한 것은 $L_f^j \varphi(\mathbf{x})$ 로 나타내며 $L_f^0 \varphi(\mathbf{x}) = \varphi(\mathbf{x})$ 라고 가정한다. 상대차수가 정의되지 않는 상태가 존재할 수 있으나 본 논문에서는 주어진 유한한 시간 구간내에서는 항상 상대차수가 정의되는 시스템만을 고려한다. 정의 1에서 각 정수 r_i 는 시스템의 $C^T G$ 번째 출력 채널과 연관되어 있으며 $C^T G$ 의 i 번째 행은 $[(\partial h_i / \partial \mathbf{x}) g_1, \dots, (\partial h_i / \partial \mathbf{x}) g_m]$ 즉, $[c_i^T g_1, \dots, c_i^T g_m]$ 이 된다. 따라서 정의 1로부터, 상대차수가 1보다 큰 시스템에 대해서는 모든 $i=1, \dots, m$ 에 대하여 이 행벡터들이 전부 영벡터가 되므로 $C^T G$ 에 대한 비특이성은 만족할 수 없게 된다. 즉, 상대차수가 1인 비선형 시스템에 대해서만 기존의 직접학습제어를 적용할 수 있다는 것을 알 수 있다.

본 논문에서는 시스템의 모든 출력 채널이 동일한 상대차수를 갖는다고 가정한다. 이러한 가정을 만족하는 실제적인 예는 n 자유도의 로봇 매니퓰레이터를 고려할 수 있다. 로봇의 각 관절의 구동토크를 입력으로 하고 각 관절의 회전각을 출력으로 하였을 때 이 로봇의 (벡터)상대차수는 $\{2, 2, \dots, 2\}$ 임을 알 수 있고, 여기서 원소의 수는 n 개이다.

이제 본 논문에서의 제어문제를 정의하면 다음과 같다: 새로 원하는 출력궤적 $\mathbf{y}_d(t_d), t_d \in [0, T_d]$ 이 주어졌을 때 기존의 반복학습과정을 통하여 구하여진 제어입력들 $\mathbf{u}_i(t_i) (i=1, \dots, l)$ 을 사용하여, $\mathbf{y}_d(t_d)$ 를 생성할 수 있는 원하는 제어입력 $\mathbf{u}_d(t_d)$ 를 반복학습과정 없이 $\mathbf{u}_i(t_i)$ 로부터 직접적으로 구하는 방법을 찾는다. 단, 여기서 $\mathbf{u}_i(t_i)$ 를 구할 때 사용된 출력궤적들은 새로 주어진 원하는 출력궤적과 어떤 관계를 갖고 있어야 하는데 그 관계를 소위 "Proportionality"라고 하며 정의 2에 나타낸 바와 같다.

정의 2: 기존의 출력궤적 벡터 $\mathbf{y}_i(t_i) t_i \in [0, T_i]$ 와 다른 출력궤적 벡터 $\mathbf{y}(t), t \in [0, T]$ 사이에 $\rho_i(t) = t_i = p_i t$ 및

$\rho_i(0) = 0, \rho_i(T) = T_i$ 의 관계가 성립하면, $\mathbf{y}_i(t_i)$ 가 $\mathbf{y}(t)$ 에 시간 스케일링에 의해 비례("proportional in time scales")한다고 정의한다.

가정 1: 기존에 학습에 사용되었던 $l(l \geq 2)$ 개의 출력궤적 벡터 $\mathbf{y}_i(t_i), t_i \in [0, T_i]$ 이 있고, 이 궤적벡터를 생성할 수 있는 제어입력 프로파일 $\mathbf{u}_i(t_i)$ 가 반복학습과정을 통하여 구해져서 저장되어 있다. 또한, 이미 학습에 사용되었던 \mathbf{y}_i 및 $\mathbf{y}_j (i \neq j)$ 에 대하여 $p_i \neq 0, p_j \neq 0$ 및 $p_i \neq p_j (i, j = 1, \dots, N)$ 이 성립한다.

III. 다입력다출력 시스템에 대한 DLC

입력의 상대차수를 갖는 다입력 다출력 비선형시스템에 적용가능한 확장된 직접학습제어법칙을 유도하기 위해서는 출력의 고차 도함수에 대한 표현식이 필요하다. 우선, 식 (1)의 비선형시스템이 (벡터) 상대차수 $\mathbf{q} = \{q_1, \dots, q_m\}$ 를 갖고, $y_i^{(k)}$ 가 k 차 도함수라고 하면, 출력의 고차 도함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y_i^{(j)} &= L_f^j (c_i^T \mathbf{x}), j < q_i - 1 \\ y_i^{(q_i)} &= L_f^{q_i} (c_i^T \mathbf{x}) \\ &+ [L_{g_1} L_f^{q_i-1} (c_i^T \mathbf{x}), \dots, L_{g_m} L_f^{q_i-1} (c_i^T \mathbf{x})] \mathbf{u} \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)에서, $\mathbf{y}^{(q)} = [y_1^{(q_1)}, \dots, y_m^{(q_m)}]^T$ 라고 정의하면, 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^{(q)}(t) &= \begin{bmatrix} L_f^{q_1} (c_1^T \mathbf{x}(t)) \\ L_f^{q_2} (c_2^T \mathbf{x}(t)) \\ \vdots \\ L_f^{q_m} (c_m^T \mathbf{x}(t)) \end{bmatrix} + \mathbf{J}(\mathbf{x}) \mathbf{u} \\ &= \Delta_f^q(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{J}(\mathbf{x}) \mathbf{u} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $\Delta_f^c(\mathbf{x}(t)) = \begin{bmatrix} L_f^{q_1} (c_1^T \mathbf{x}(t)) \\ \vdots \\ L_f^{q_m} (c_m^T \mathbf{x}(t)) \end{bmatrix}$ 이다.

기존에 시스템에 인가되었던 출력궤적과 어떤 관계를 갖는 새로운 원하는 출력궤적이 주어졌을 때, 원하는 출력에 대응되는 제어입력을 미리 저장되어 있는

제어입력들로부터 직접 구할 수 있다는 것을 다음 정리에서 보이기로 한다. 여기서 미리 저장된 제어입력들은 시간 스케일이 다른 출력계적들에 대하여 반복학습 과정을 통하여 구한 것이다.

정리 1: 비선형 시스템 (1)이 (벡터)상대차수 $q = \{q_1, \dots, q_m\}$ 를 가질 때, 원하는 출력 $y_d(t_d)$, $t_d \in [0, T_d]$ 를 생성하는 원하는 제어입력 $u_d(t_d)$ 는 기존에 저장되어 있는 입력 $u_i(t_i)$ 로부터 다음과 같이 직접 구할 수 있다.

$$u_d(t_d) = [I \quad I] W^{\#} \bar{u}_i \quad (7)$$

여기서 $W^{\#} = (W^T W)^{-1} W^T$, $\bar{u}_i = [u_1^T(t_1), \dots, u_m^T(t_m)]^T$ 및

$$W = \begin{bmatrix} p_1^{-q} I & I \\ p_2^{-q} I & I \\ \vdots & \vdots \\ p_m^{-q} I & I \end{bmatrix}$$

증 명: 주어진 비선형 시스템이 (벡터)상대차수 $q = \{q_1, \dots, q_m\}$ 를 갖는 경우에 원하는 제어입력은 식 (6)으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u(t) = J(x(t))^{-1} [y^{(q)}(t) - \Delta_f^q(x(t))] \quad t \in [0, T] \quad (8)$$

또한, 새로운 원하는 출력 $y_d(t_d)$, $t_d \in [0, T_d]$ 에 대하여 다음 관계식이 성립한다.

$$u_d(t_d) = J(x_d(t_d))^{-1} [y_d^{(q)}(t_d) - \Delta_f^q(x_d(t_d))] \quad t_d \in [0, T_d] \quad (9)$$

여기서 $y_d^{(q)}(t_d) = [y_{d,1}^{(q)}, y_{d,2}^{(q)}, \dots, y_{d,m}^{(q)}]$ 이다. 그러나 실제로는 $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ 및 c_i 에 포함된 불확실성 때문에 위 식에 의하여 $u_d(t_d)$ 를 직접 구하기 어렵다. 한편, 이전의 출력들 $y_i(t_i)$, $t_i \in [0, T_i]$ ($i = 1, 2, \dots, m$)에 대하여 학습 과정을 통하여 구해진 후 저장된 대응되는 제어입력들은 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$u_i(t_i) = J(x_i(t_i))^{-1} [y_i^{(q)}(t_i) - \Delta_f^q(x_i(t_i))] \quad t_i \in [0, T_i] \quad (10)$$

여기서 $y_i^{(q)}(t_i) = [y_{i,1}^{(q)}, y_{i,2}^{(q)}, \dots, y_{i,m}^{(q)}]$ 및 $t_i = \rho_i(t_d)$ 이다. 따라서 $y_d(t_d)$ 의 첫번째 원소를 t_d 에 대하여 미분

하면,

$$\frac{dy_{d,1}(t_d)}{dt_d} = \frac{d}{dt_i}(y_{i,1}(t_i)) \frac{d\rho_i(t_d)}{dt_d} = \frac{d}{dt_i} y_{i,1}(t_i) \cdot p_i \quad (11)$$

이 되고 여기서 $p_i = \frac{d\rho_i(t_d)}{dt_d}$ 이다. 계속해서 미분을 q 회 수행하면,

$$\frac{d^q y_{d,1}(t_d)}{dt_d^q} = \frac{d^q y_{i,1}(t_i)}{dt_i^q} \cdot p_i^q \quad (12)$$

이 얻어지므로, 결과적으로 $y_d^{(q)}(t_d) = p_i^q y_i^{(q)}(t_i)$ 이 성립한다. 또한, $y_i(t_i) = y_d(t_d)$ 로부터 $x_i(t_i) = x_d(t_d)$ 이 되므로, 식 (10)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$u_i(p_i(t_d)) = J(x_d(t_d))^{-1} [p_i^{-q} y_d^{(q)}(t_d) - \Delta_f^q(x_d(t_d))] \quad (13)$$

이제 $d_1(x_d(t_d)) = J(x_d(t_d))^{-1} \cdot y_d^{(q)}(x_d(t_d))$ 및 $d_2(x_d(t_d)) = -J(x_d(t_d))^{-1} \cdot \Delta_f^q(x_d(t_d))$ 를 정의하면, 다음 식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} p_1^{-q} I & I \\ p_2^{-q} I & I \\ \vdots & \vdots \\ p_m^{-q} I & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1(x_d(t_d)) \\ d_2(x_d(t_d)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1(p_1(t_d)) \\ u_2(p_2(t_d)) \\ \vdots \\ u_m(p_m(t_d)) \end{bmatrix} \quad (14)$$

즉, $Wd = \bar{u}_i$ 와 같이 정리되며, 여기서 $d = [d_1^T(x_d(t_d)), d_2^T(x_d(t_d))]^T$ 이다. 또한, $W^T W$ 는 가정 1로부터 역행렬이 존재하므로, 식 (14)의 d 를 구할 수 있다. 또한, 식 (9)를 이용하면 다음 관계식이 얻어진다.

$$d_1(x_d(t_d)) + d_2(x_d(t_d)) = J(x_d(t_d))^{-1} [y_d^{(q)}(t_d) - \Delta_f^q(x_d(t_d))] = u_d(t_d) \quad (15)$$

따라서, 식 (14) 및 식 (15)을 결합시키면, 식 (7)과 같이 $u_d(t_d)$ 를 결정할 수 있다. $\nabla \nabla \nabla$

주 1: 비선형시스템 (1)의 특별한 경우로서 다음과 같은 단일입출력 비선형시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t)) + g(x(t))u(t) \\ y(t) &= c^T x(t) \end{aligned} \quad (16)$$

위 시스템의 상대차수가 q 일 때, 이 시스템의 출력 y 를 식 (5)의 y_i 에 대응시키면, 다음식이 구해진다.

$$y^{(q)}(t) = L_f^q (c^T x) + L_g L_f^{q-1} (c^T x) u \quad (17)$$

식 (17)은 [10]의 식 (7)과 일치하고, 이후의 증명과정을 그대로 따라갈 수 있으므로 본 논문의 결과가 단일 입출력 비선형시스템에 대한 이전의 결과를 완전히 포함한다는 것을 알 수 있다.

주 2: 시간 스케일이 다른 출력 궤적에 대응되는 제어 입력 프로파일이 반복학습제어 과정을 통하여 구해졌을 때, DLC에 의한 제어입력은 실제로는 원하는 출력을 정확히 생성하지 못할 수 있다. 그러나 반복학습과정에서 허용오차한계를 충분히 작게 한다면 실제 출력은 원하는 출력에 더욱 정확하게 수렴하게 된다. 시스템의 특성이 변화되어 반복학습과정을 처음부터 다시 시작해야 하는 경우에도 DLC에 의해서 생성되는 제어 입력은 최선의 초기 제어입력으로서 사용될 수 있다.

IV. 로봇의 궤적추종제어에 대한 시뮬레이션 결과

본 절에서는 제안된 확장된 형태의 DLC 방법의 타당성 및 성능을 검토하기 위하여 2축 SCARA형 로봇 매니퓰레이터의 추종제어에 대한 시뮬레이션을 수행한다. 여기서 로봇은 주어진 특정 작업을 반복적으로 수행하는 것을 가정하며, $x(t) = [x_1^T(t), x_2^T(t)]^T$, $x_1(t) = [\theta_1(t), \theta_2(t)]^T$, $x_2(t) = [\dot{\theta}_1(t), \dot{\theta}_2(t)]$ 및 $u(t) = [\tau_1(t), \tau_2(t)]$ 와 같이 정의할 때 동특성 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} I_2 & O \\ O & -M^{-1}(x_1(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2(t) \\ V(x_1(t), x_2(t)) + F \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} O \\ M^{-1}(x_1(t)) \end{bmatrix} u(t) \quad (18) \\ y(t) &= x_1(t) \end{aligned}$$

여기서 $M(x(t)) \in R^{2 \times 2}$ 는 관성모멘트 행렬, $V(x_1, x_2) \in R^{2 \times 1}$ 는 코리올리력 및 원심력 그리고 $F \in R^{2 \times 1}$ 는 마찰력을 나타낸다. 시스템 (18)의 로봇 시스템에 대한 (벡터) 상대차수는 정의 1로부터 {2, 2}임을 쉽게 알 수 있다.

원하는 출력궤적이 유한한 시간구간에서 다음과 같이 주어졌다고 가정한다.

$$y_d = \begin{bmatrix} t_d^3(4-3t_d) \\ t_d^3(4-3t_d) \end{bmatrix}, \quad t_d \in [0,1] \quad (19)$$

또한 다음과 같은 형태의 이전 출력 궤적들 y_1, y_2 에 대응되는 제어입력들이 반복학습제어 과정을 통하여 미리 저장되어 있다고 가정한다. 여기서 출력오차에 대한 허용한계는 0.05로 하였다.

$$y_1 = \begin{bmatrix} \frac{125}{64} t_1^3(4 - \frac{15}{4} t_1) \\ \frac{125}{64} t_1^3(4 - \frac{15}{4} t_1) \end{bmatrix}, \quad t_1 \in [0,0.8] \quad (20)$$

$$y_2 = \begin{bmatrix} \frac{125}{216} t_2^3(4 - \frac{5}{2} t_2) \\ \frac{125}{216} t_2^3(4 - \frac{5}{2} t_2) \end{bmatrix}, \quad t_2 \in [0,1.2] \quad (21)$$

위의 출력 궤적으로부터 $t_1 = (4/5)t_d$, $t_2 = (6/5)t_d$ 이므로 $p_1 = 4/5$ 및 $p_2 = 6/5$ 이 되어 출력 궤적들 사이의 'proportionality'가 성립됨을 알 수 있다. 따라서 식 (7)로부터 원하는 제어입력은 다음과 같이 직접 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} u_d &= [I_2 \quad I_2] \begin{bmatrix} (\frac{4}{5})^{-2} I_2 & I_2 \\ (\frac{6}{5})^{-2} I_2 & I_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_1(t_1) \\ u_2(t_2) \end{bmatrix} \quad (22) \\ &= 0.352 u_1(t_1) + 0.648 u_2(t_2) \end{aligned}$$

여기서 u_1 과 u_2 는 각각 y_1 과 y_2 에 대응되는 제어입력이다. 이와 같이 계산된 u_d 를 직접 로봇에 적용하였을 때의 시뮬레이션 결과를 <그림 1> 및 <그림 2>에 나타내었다. 이 결과로부터 DLC를 사용함으로써 많은 횟수의 반복시행을 수행하지 않고도 실제 출력궤적 ($\theta_1(t), \theta_2(t)$)이 주어진 원하는 출력궤적을 충실히 따라가는 것을 볼 수 있다. 그러나 주어진 시간구간의 끝부분에서 오차가 발생함을 볼 수 있는데 이것은 u_1 과 u_2 를 구할 때 사용한 반복학습과정에서의 오차에 기인한 것이다. 따라서 DLC를 적용하기 전에 사용된 반복학습과정에서 출력오차에 대한 허용한계를 더 줄일수록,

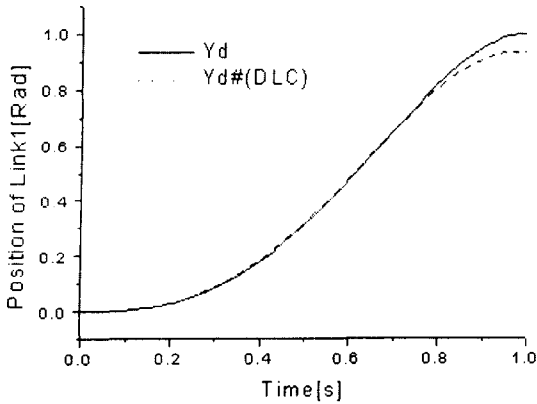


그림 1. 링크 1의 출력궤적

Fig. 1. Output trajectories for the link 1.

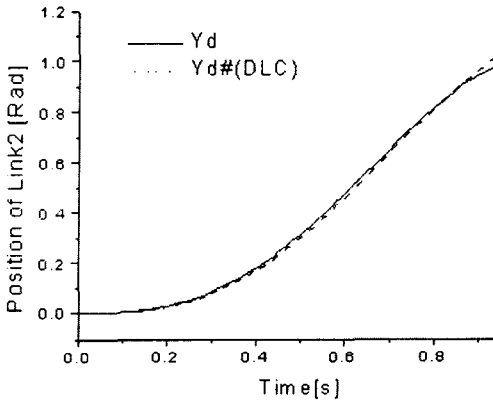


그림 2. 링크 2의 출력궤적

Fig. 2. Output trajectories for the link 2.

DLC를 통하여 발생되는 실제 출력오차는 더욱 줄어들게 된다.

V. 결 론

본 논문에서는 기존의 DLC 방법이 (벡터)상대차수가 1이상인 다입력다출력 비선형시스템에 대하여 적용시킬 수 없음을 밝히고 시스템의 상대차수 정보를 이용한 확장된 형태의 DLC를 제안하였으며 원하는 제어입력을 직접적으로 생성할 수 있음을 수학적 해석을 통하여 보였다. 본 논문에서의 결과가 기존의 단일입출력 비선형시스템에 대한 결과를 완전히 포함하는 것도 나타내었다. 또한, 2축 SCARA 형 로봇 머니플레이터의 궤적 추종제어에 대한 시뮬레이션을 통하여 시간 스케일링이 다른 기존의 두개의 출력궤적에 대하여 학습된 후 저장되어 있는 제어입력들을 효과적으로 결합시킬

으로써 원하는 제어입력을 생성할 수 있음을 보였다. 그러나 기존의 저장된 제어입력들을 구할 때 사용한 반복학습제어에서의 출력오차에 대한 허용한계의 크기에 따라 DLC의 성능이 크게 좌우되는 것도 볼 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] K. L. Moore, *Iterative learning control for deterministic systems*, Springer-Verlag, London, 1993.
- [2] Z. Bien and J.-X. Xu, *Iterative learning control - Analysis, Design, Integration and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1998.
- [3] P. Bondi, G. Casalino, and L. Gambardella, "On the iterative learning control theory for robotic manipulators," *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. 4, pp. 14~22, 1988.
- [4] S.-R. Oh, Z. Bien, and I.-H. Suh, "An iterative learning control method with application for the robot manipulator," *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. 4, pp. 508~514, 1988.
- [5] S. S. Garimella, and K. C. Srinivasan, "Application of iterative learning control to coil-to-coil control in rolling," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 6, pp. 281~293, 1998.
- [6] S. Kawamura and N. Fukao, "A time-scale interpolation for input torque patterns obtained through learning control on constrained robot motions," *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2156~2161, 1995.
- [7] J.-X. Xu, "Direct learning of control efforts for trajectories with different time scales," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 43, pp. 1027~1030, 1998.
- [8] J.-X. Xu and T. Zhu, "Dual-scale direct learning control of trajectory tracking for a class of nonlinear uncertain systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 44, pp. 1884~1888, 1999.

- [9] H-S. Ahn, "Extended direct learning control for systems with arbitrary relative degree," *Electronics Letters*, Vol. 36, pp. 1248~1250, 2000.
- [10] 박중민, 안현식, 김도현, "단일 입출력 비선형시스템에 대한 확장된 직접학습제어," 대한전자공학회 논문지, 39권, SC편, 5호, pp. 1~7, 2002.
- [11] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*, Springer-Verlag, London, 1995.

저 자 소 개

安 鉉 植(正會員) 第38卷 SC編 第1號 參照
현재 : 국민대학교 전자정보통신공학부 교수