

스위치드 릴럭턴스 전동기의 토오크 리플 저감을 위한 기하학적인 파라미터와 전기적인 파라미터의 최적화

論 文
52B-3-1

Optimum Geometric and Electrical Parameter for Minimization Torque Ripple of Switched Reluctance Motor

崔在學* · 金 솔* · 李甲在* · 李柱** · 洪景墳*** · 崔東勳[§]

(Jae-Hak Choi · Sol Kim · Kab-Jae Lee · Ju Lee · Kyung-Jin Hong · Dong-Hoon Choi)

Abstract - Switched reluctance motor(SRM) has some advantages such as low cost, high torque density, but SRM has essentially high torque ripple due to its salient structure. In order to apply SRM to industrial field, torque ripple has to be reduced. This paper introduces optimal design process of SRM using an optimization algorithm of Progressive Quadratic Response Surface Modeling(PQRS) and two-dimensional(2D) Finite Element Method(FEM). The electrical and geometrical design parameters have been adopted as 2D design variables. From this work, it can be obtained both the optimal design minimized torque ripple and the optimal design maximized the average torque, respectively. Finally, this paper presents performance comparison of two optimal designs and consider influence of the selected design variables in torque characteristics.

Key Words : SRM, Torque ripple, Average torque, Electrical Parameters, Geometrical Parameters, PQRS

1. 서 론

스위치드 릴럭턴스 전동기(Switched Reluctance Motor)는 브러시가 없는 형태로 구조가 간단하고 견고하며, 높은 효율과 낮은 제작비용의 장점을 가지고 있다. 이러한 장점과 전력전자 기술의 발달로 인해 최근에 많은 관심의 대상이 되고 있다. SRM은 고정자와 회전자에 이중 돌극으로 구성된 구조로써 고정자에 여자에너지를 인가할 때 자기적 구조에 의존하여 발생하는 릴럭턴스 토오크로서, 여자에너지를 인가한 상의 릴럭턴스가 최소화되려는 특성에 기인한다. 그러나, 토오크 발생이 회전자계에 의한 연속적인 방식이 아니라 릴럭턴스 토오크를 이용하므로 높은 토오크 맥동이 발생하고 소음과 진동이 심하다는 단점이 있다. 따라서 SRM을 산업분야에 적용하기 위해서는 저 토오크 리플이 요구되며 이를 위한 전동기 설계와 구동 방법에 대한 연구가 필요 시되고 있다. 스위치드 릴럭턴스 전동기의 설계 원리는 Byrne와 Lawrenson등에 의해 기본 틀이 마련되었고, Miller 등에 의해 정리되었으며, 현재에도 다양한 설계와 구동 방법에 대한 연구가 여러 문헌을 통해 보고되고 있다[1][2]. 또한 최근에는 토오크 리플을 줄이기 위해 신경망 이론(Neural

Network Algorithm)에 의한 최적의 기하학적 형상을 찾는 방법이 소개되기도 하였다[3]. 이들은 주로 기하학적 파라미터인 고정자 극호(β_s)와 회전자 극호(β_r)를, 토오크 리플을 줄이기 위한 설계변수로서 정의한 설계 방법을 제안하였다. 그러나 기존 방법들은 토오크 리플에 대하여 전기적 파라미터인 턴온 각(θ_{on})과 턴오프 각(θ_{off})에 의한 영향을 고려한 기하학적인 최적 설계방법을 제시하지 못하였다[4][5].

따라서, 본 논문에서는 스위치드 릴럭턴스 전동기의 특성을 높이기 위하여 구동회로를 고려한 유한요소법(Finite Element Method)[6][7]과 최적화 알고리즘을 결합하여 토오크 리플 최소화를 목적으로 하는 최적 설계 방법을 연구한다. 이러한 목적을 만족시키는 다중 설계변수로 고정자 극호(β_s)와 회전자 극호(β_r)의 최적의 조합뿐만 아니라 턴온 각(θ_{on})과 턴오프 각(θ_{off})을 함께 제시한다. 즉, 토오크 리플을 최소화하기 위한 최적의 기하학적 파라미터 β_s 와 β_r 를 설계하는 동안 전기적인 파라미터인 θ_{on} 과 θ_{off} 는 고정된 값이 아닌 각각의 β_s 와 β_r 과 함께 최적 설계변수로 주어진다. 또한 단일 목적 함수(Single object function)를 각각 토오크 리플과 평균 토오크로 삼아 최적화 과정을 수행하였다. 각각 두 가지 목적 함수가 전동기 최적 설계에서 상반(trade-off)되는 특성을 고찰한다. 최적화 알고리즘으로써 공액경사도법(Conjugate Gradient Method)[8]과 점진적 이차 반응표면 모델링 방법(Progressive Quadratic Response Surface Modeling)[9][10]을 이용하였고, 설계 목적인 저 토오크 리플의 특성 평가는 비선형과 과도 특성을 고려한 유한요소 해석에 의해 검토한다.

* 正 會 員 : 漢陽大 大學院 電氣工學科 博士課程
 ** 正 會 員 : 漢陽大 電子電氣컴퓨터工學部 助教授 · 工博
 *** 正 會 員 : 漢陽大 大學院 機械設計工學科 · 工博
 § 正 會 員 : 漢陽大 大學院 機械設計工學科 正教授 · 工博
 接受日字 : 2002年 3月 28日
 最終完了 : 2003年 1月 6日

2. 초기 모델 및 설계변수

2.1 최적설계를 위한 초기 모델

그림 1은 최적설계를 위한 6/4 SRM의 초기 설계 모델의 단면과 구동회로를 나타내고 있다. 구동회로에서 첨자 a, b, c는 전기적인 파라미터인 각상을 나타내고, β_s 와 β_r 은 각각 기하학적인 파라미터인 고정자 극호와 회전자 극호를 나타내고 있다. 모터 구동은 비대칭 브리지 컨버터로 구성되어 있고, SRM의 구동에서 각 상은 연속적으로 동작된다. 턴오프(θ_{off})의 경우, 모터의 인덕턴스에 저장된 에너지는 환류 다이오드를 통하여 반환된다. 표 1은 최적설계를 위한 SRM의 초기 모델의 주요사항을 나타내고 있다.

2.2 기하학적인 파라미터와 전기적인 파라미터

스위치드 릴럭턴스 전동기는 릴럭턴스가 적어지는 방향 또는 인덕턴스가 커지는 방향으로 고정자의 권선에 전류가 흘러서 생기는 자속에 회전자가 일치하려는 데서 토크가 발생한다. 따라서, 발생 토크는 전류의 제곱에 비례하고, 위치각에 대한 인덕턴스의 기울기에 비례함을 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$T(\theta, i) = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(\theta)}{d\theta} \quad (1)$$

여기서 θ 는 회전자의 위치이고, i 는 상전류를 나타낸다. 비록, 식 (1)에서 인덕턴스의 도함수가 일정한 값을 가질지라도 전류의 시정수 때문에 일정한 토크를 발생시키기가 어렵다.

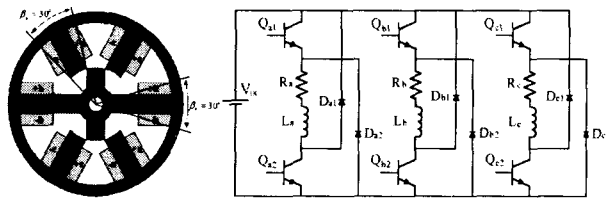


그림 1 초기 설계모델의 단면과 구동회로
Fig. 1 Cross section of the initial analysis model and drive

표 1 초기 설계 모델의 주요사항

Table 1 Specifications of the initial design model

항 목	값	단위	항 목	값	단위
정격 토크	0.03	Nm	고정자 지름	100	mm
정격 전압	12	V	회전자 지름	40	mm
동작 속도	2000	rpm	Shaft 지름	8	mm
정격 전류	1.3	A	공극 길이	0.3	mm
상 수	3	Phase	적층폭	40	mm
고정자 극수	6	Poles	고정자 요크 두께	6	mm
회전자 극수	4	Poles	회전자 요크 두께	6	mm
코어 재질	S18		상당 턴수	158	

또한, 인덕턴스의 기울기에 따라서 토크의 부호가 달라지므로 회전방향에 대하여 역방향의 토크인 부 토크가 발생하는 회전자의 위치각도가 존재한다. 부 토크의 억제 를 위해서는 반드시 회전자의 위치각에 따라 전기적인 파라미터인 턴온(θ_{on})과 턴오프(θ_{off})를 해야된다. 그러므로, 토크 리플과 평균 토크를 개선하기 위해서는 기하학적인 파라미터에 의한 인덕턴스 프로파일의 변화에 따른 턴온(θ_{on})과 턴오프(θ_{off})는 반드시 고려되어야 한다.

본 논문에서는 회전자 치가 고정자 치와 비정렬 위치 에 있을 때를 0° 로 설정하였으며, 회전자 치와 고정자 치가 정렬 위치에 있을 때를 45° 로 설정하였다. 그림 2와 그림 3은 기하학적인 파라미터인 β_s 와 β_r 이 조합에 따라, 토크 발생 원리를 설명하기 위해 도식화한 그림이다.

토크 리플을 줄이고 평균 토크를 증가시키기 위해서는 회전자 극호와 고정자 극호는 기본적으로 30° 이상이 되어야 한다. 그러나, 만약 그림 2에서와 같이 회전자 극호와 고정자 극호가 30° 보다 작을 경우, 인덕턴스가 증가하는 구간이 30° 이하가 되며, 이 구간에서 시정수를 무시하고 이상적으로 상전류를 스위칭 해주어도 큰 토크 리플이 주기적으로 발생됨을 알 수 있다.

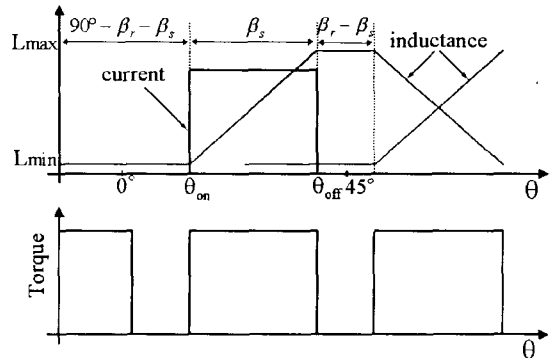


그림 2 $\beta_s \leq \beta_r < 30^\circ$ 인 경우 토크 발생원리

Fig. 2 Illustration of torque generation principles with pole arc combination when $\beta_s \leq \beta_r < 30^\circ$

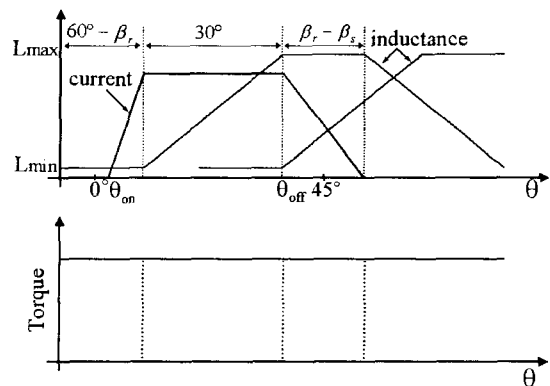


그림 3 $\beta_s = 30^\circ$ 이고 $\beta_r > 30^\circ$ 인 경우 토크 발생원리

Fig. 3 Illustration of torque generation principles with pole arc combination when $\beta_s = 30^\circ$ and $\beta_r > 30^\circ$

설계시 코어가 포화되지 않고 많은 자속량이 회전자 코어를 통해 흐르도록 하여 최대 인덕턴스 값을 크게 하고, 슬롯의 접적율을 높이기 위해서는 기하학적인 파라미터인 β_s 와 β_r 의 관계에서 β_r 이 β_s 보다 크게 설계하는 것이 유리하다.

그림 3은 β_r 이 β_s 보다 클 경우만을 고려하여, $\beta_s = 30^\circ$ 이고 $\beta_r > 30^\circ$ 인 경우 인덕턴스 프로파일 및 토오크 리플을 줄이기 위한 스위칭 조건을 명시하고 있다. 최소 토오크 리플을 위해서는 기본적으로 고정자와 회전자 극호가 30° 이상 (β_s 와 $\beta_r \geq 30^\circ$)이 되어야 한다. 그림 3의 $\beta_s = 30^\circ$, $\beta_r > 30^\circ$ 일 때 스위칭 조건을 보면 최소 인덕턴스 평활 구간($L_{min} : 60^\circ - \beta_r$)은 인덕턴스가 증가하는 구간(30°)에서 평활한 전류가 흐르도록 전류를 확립하는데 필요한 구간이며, 최대 인덕턴스 평활 구간($L_{max} : \beta_r - \beta_s$)은 전류를 소호 시키는데 필요한 구간이다. 따라서, 최소 인덕턴스 평활 구간($L_{min} : 60^\circ - \beta_r$)과 최대 인덕턴스 평활 구간($L_{max} : \beta_r - \beta_s$)은 식 (1)에 의해 토오크를 발생시키지 못하는 구간이므로, 인덕턴스가 증가하는 구간($\beta_s = 30^\circ$)에서만 평활한 전류가 흐르면 리플이 작은 토오크가 발생될 것으로 예상된다[11].

3. 최적설계 방법 및 알고리즘

최적 설계 알고리즘으로 공액경사도법(CGM)과 점진적 이차 반응표면 모델링 방법(PQRSM)을 이용하였으며, 토오크 리플을 줄이기 위해 그림 3과 같은 극호 조합방식과 스위칭 여자 방식을 고려하여 최적 설계변수를 설정하였다. 즉, 고정자 극호(β_s)를 30° 로 고정하고, 회전자 극호(β_r)를 변화시키며 턴온 각(θ_{on})과 턴오프 각(θ_{off})을 찾는 최적 설계 방법을 설정하였다. 식 (2)는 목적함수와 네 가지 설계 변수의 범위를 나타낸다.

목적 함수(Object Function):

방법 ① T_{rip} : 토오크 리플 최소화

방법 ② T_{ave} : 평균 토오크 최대화

설계변수 (Design Variables): $\beta_s, \beta_r, \theta_{on}, \theta_{off}$

$$\beta_s = 30^\circ, 30^\circ \leq \beta_r < 60^\circ,$$

$$-15^\circ \leq \theta_{on} \leq 15^\circ, -30^\circ \leq \theta_{off} \leq 45^\circ \quad (2)$$

그림 4는 2차원 SRM 최적 설계를 얻기 위한 과정을 나타내고 있다. 본 최적화 과정은 크게 세 가지 실행 파일을 서로 연결 시켜 자동으로 최적설계를 도출하였다. 첫 번째 실행 파일은 기하학적인 형상 최적화 설계 변수를 입력으로 하여 자동으로 선처리작업을 할 수 있도록 실행 파일을 만들었으며, 두 번째 실행 파일은 전기적인 최적화 설계 변수를 입력으로 하는 유한 요소 해석 실행 파일을 만들었다. 마지막으로 세 번째 실행 파일은 최적화 알고리즘을 구현한 실행 파일이다. 설계 변수는 두 최적화 과정에서 동일하게 선택하였으며, 단일 목적 함수는 각각 토오크 리플과 평균 토오크로 선정하여 두 가지 최적화를 수행하였다. 설계변수 $\beta_s, \beta_r, \theta_{on}, \theta_{off}$ 는 최적화 알고리즘에 의해서 값을 변화

시킨 후, 기하학적인 설계변수에 해당하는 β_s 와 β_r 를 입력으로 하여 자동 선처리작업을 실행시켜 형상 변화를 시킨다. 또한 전기적인 설계변수에 해당하는 θ_{on} 과 θ_{off} 는 구동 회로가 고려된 2차원 유한요소 해석의 입력 값으로 하여 목적 함수를 계산하였다.

3.1 공액경사도법(Conjugate Gradient Method)

모든 파라미터는 연속적인 변화를 가지기 때문에, 본 문제를 해결하기 위해 비선형 최적화알고리즘을 채택하였다. 비선형최적화는 목적함수나 제약조건함수들이 적어도 일부가 비선형이다. 최적화문제의 수치적 해석방법을 비선형 계획(Nonlinear programming : NLP)이라 하며, 비선형 계획은 해석적 방법이 너무 어렵거나 적용할 수가 없을 때 필요하다[6].

그림 5는 공액경사도법을 나타내고 있다. 본 논문은 비구속조건을 풀기 위해 최속강하법의 변형으로 생각할 수 있는 공액경사도법을 이용하였다. 공액경사도법은 목적함수의 경사도를 이용하는 최속강하법을 가장 간단하고 효과적으로 수정한 방법으로 최속강하법의 수렴률을 상당히 향상시킨 방법이다. 따라서, 최적화 모듈로서 G. N. Vanderplaats가 개발한 ADS 모듈내의 Fletcher-Reeves's algorithm for unconstrained minimization을 이용하였다[12].

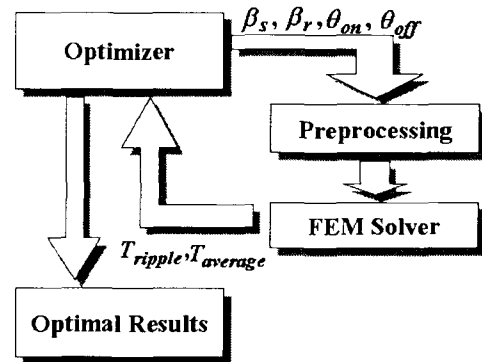


그림 4 최적화 기법 순서도

Fig. 4 The optimization algorithm flow chart

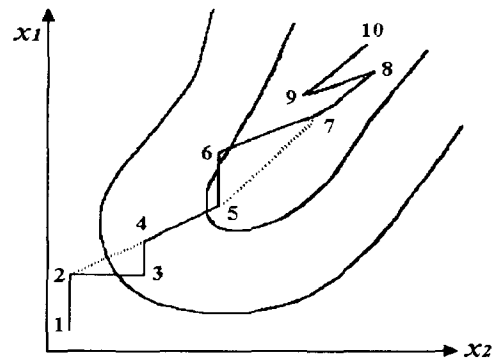


그림 5 공액경사도법

Fig. 5 Conjugate gradient method

3.2 점진적 이차 반응표면 모델링 방법(PQRSM)

3.2.1 순차적 근사 최적화

일반적인 최적화 문제가 아래와 같을 때

$$\text{Minimize } f(\mathbf{x}) \tag{3}$$

$$\text{Subject to } p_j(\mathbf{x}) \leq 0, \quad j=1, \dots, nc \tag{4}$$

$$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U, \quad i=1, \dots, n \tag{5}$$

근사 최적화 문제는 다음과 같이 정의된다.

$$\text{Minimize } \tilde{f}(\delta_k) \tag{6}$$

$$\text{Subject to } \tilde{p}_j(\delta_k) \leq 0, \quad j=1, \dots, nc \tag{7}$$

$$\delta_k^L \leq \delta_k \leq \delta_k^U \tag{8}$$

여기서, \tilde{f} 와 \tilde{p} 는 각각 목적함수 f 와 구속조건함수 p 의 근사 함수이며, nc 는 구속조건함수의 개수를, n 은 설계변수의 개수를 나타낸다. 그리고 하첨자 k 는 순차적 근사 최적화에서 k 번째 반복 실행 단계를 의미한다.

또한, $\delta_k^* = \tilde{\mathbf{x}}_k^* - \mathbf{x}_k$ 이며, $\tilde{\mathbf{x}}_k^*$ 는 k 번째 반복 실행 단계에서 계산된 근사 최적 설계점을 의미한다. 순차적 근사 최적화는 식 (3)~(8)으로 구성된 근사 최적화 문제를 임의의 설계영역(Design space) 안에서 근사 최적치를 구한 다음, 설계영역을 옮겨 다시 근사 최적화를 수행하는 과정을 원하는 수렴조건을 만족할 때까지 반복하는 것이다.

3.2.2 반응표면 모델링 방법

해석에 요구되는 계산 비용이 높으면서도 해석적인 설계 민감도 정보가 제공되지 않는 분야의 최적설계가 많이 요구됨에 따라, 최근 근사 최적화 분야에서는 근사화 방법으로 반응표면 모델링(Response Surface Modeling)[13]방법의 사용이 증가하고 있다[14][15].

그러나, 반응표면 모델링 방법을 이용한 기존의 근사 최적화에 대한 연구는 설계변수가 적은 경우에만 연구가 적용되어 왔다. 그 이유는 근사 모델로 이차 함수를 사용한다 하더라도, 기존의 반응표면 모델링 방법으로는 설계변수의 개수가 10개만 되더라도 한 번의 근사 모델의 생성을 위해서는 무수히 많은 실험점(Experimental point)들(중심 합성 계획법인 경우 1045개, 포화된 D-optimal 계획법인 경우 66개)이 선택되어야만 하기 때문이다. 따라서 기존의 연구들을 살펴보면 설계변수의 개수가 10개 이상인 설계문제에 반응표면 모델링 방법을 적용한 경우는 매우 드물다.

본 논문에서는 기존의 반응표면 모델링 방법에 비하여 실험점의 개수를 상당히 감소시킬 수 있는 효율적인 반응표면 모델링 방법인 점진적 이차 반응표면 모델링(Progressive Quadratic Response Surface Modeling: PQRSM) 방법을 근사 최적화 알고리즘으로 사용하였다. PQRSM 방법은 다음과 같은 세 가지 특징을 가지고 있다. 첫째, 단지 $2n+1$ 개의 실험점으로 이차 반응표면 모델을 생성할 수 있다. 둘째, 반응표면 모델에서 설계변수들 간의 교호작용(Interaction)을 나타내는 계수들은 정규화된(Normalized) 준-뉴턴 공식

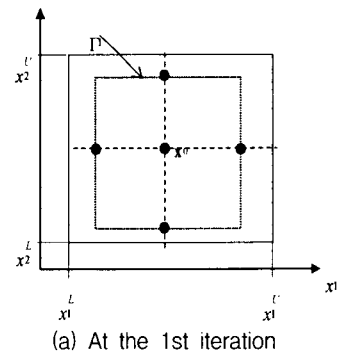
(Quasi-Newton formula)을 사용하여 계산된다. 셋째, PQRSM 방법은 기존의 반응표면 모델링 방법과는 달리 근사 모델을 생성하기 위한 최소자승법(Least Square Method)[13]을 사용하지 않고 명시적으로 근사화 모델이 생성되므로 추가적인 CPU(Central Processing Unit) 시간이 필요하지 않다.

3.2.3 실험점 선택 방법 및 이차 대각 근사화

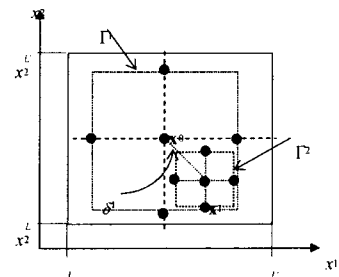
$k=0$ 인 첫 번째 반복 단계에서 그림 6(a)와 같이 모두 $2n+1$ 개의 실험점을 각 설계변수 축에서 두 개씩 그리고 중심점에서 한 개를 선택한다. 그리고, 각 실험점에 대하여 해석을 통해 실제 함수 값을 계산한 후 식 (9)과 같은 이차 근사 모델을 생성한다.

$$\tilde{f}(\delta_k) = \mathbf{g}_k^T \delta_k + \frac{1}{2} \delta_k^T \mathbf{D}_k \delta_k \tag{9}$$

여기서 \mathbf{g}_k 와 \mathbf{D}_k 는 $2n+1$ 개의 실험점들에 의해 근사화 된 k 번째 반복 단계에서의 이차 근사 모델의 일차 및 이차 회귀 계수항들이고 $\delta_k = \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}$ 이다. 그림 6(a)에서 보듯이 실험점들 중 중심점 \mathbf{x}_0 에 대하여 두 개의 설계변수들의 값이 모두 변화된 교호작용점(Interaction point)이 없기 때문에, 생성된 근사모델의 헤시언(Hessian) \mathbf{D}_k 은 교호작용요소(Interaction element)를 가지고 있지 않다. 이렇게 생성된 근사 모델을 초기 신뢰영역 Γ_1 안에서 최적화를 수행하여 그림 6(b)와 같은 새로운 설계점 \mathbf{x}_1 을 계산한다. 이때, 초기 신뢰영역 Γ_1 은 전 설계영역(design space)을 포함하거나 그 일부분이 될 수 있다.



(a) At the 1st iteration



(b) At the 2nd iteration

그림 6 첫 번째 두 번째 단계에서 실험점 선택

Fig. 6 Experimental point sampling at the first two iterations

다시 \mathbf{x}_1 에 대하여 실제 함수 값을 계산하고, 근사 모델의 정확도를 평가하고 다음 2번째 반복 단계를 위한 새로운 실험영역 Γ_2 를 만든다. Γ_2 에서의 실험점들은 그림 6(b)와 같이 \mathbf{x}_1 을 중심으로 각 설계변수 축을 따라 새로운 2n개가 추출되며 1번째 반복 단계에서와 같은 방법으로 새로운 이차 근사 모델이 생성된다. 그러나 1번째 반복 단계와는 달리 2번째 반복 단계에부터는 생성된 이차 근사 모델이 직접 최적화를 위해 사용되지 않고 정규화 된 준-뉴턴 공식이 적용되기 시작한다.

3.2.4 정규화된 준-뉴턴 공식을 이용한 순차적 이차 반응표면 모델링

근사 헤시언은 BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)[16]식으로 잘 알려진 준-뉴턴 공식인 식 (10)에 의해 생성된다.

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{B}_{k-1} - \frac{(\mathbf{B}_{k-1} \delta_k)(\mathbf{B}_{k-1} \delta_k)^T}{\delta_k^T \mathbf{B}_{k-1} \delta_k} + \frac{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^T}{\mathbf{y}_k^T \delta_k} \quad (10)$$

여기서, $\mathbf{y}_k = \mathbf{g}_k - \mathbf{g}_{k-1}$ 이고, \mathbf{B}_k 는 k번째 반복 단계에서의 근사 헤시언을 의미하며 $\mathbf{B}_0 = \mathbf{D}_0$ 이다. 설계점 \mathbf{x}_k 에서 원래 헤시언 \mathbf{D}_k 는 비 대각선 요소(Off-diagonal elements)를 가지고 있지 않지만, 식 (10)의 준-뉴턴 공식에 의하여 생성된 근사 헤시언 \mathbf{B}_k 는 비 대각선 요소를 가지게 된다. 그러나 비교적 작은 설계영역인 Γ_k 에서 \mathbf{D}_k 는

\mathbf{B}_k 보다 더 정확한 대각선 요소(Diagonal element)를 가지고 있으며, 이런 특성은 최적화 과정이 진행될수록 현저하게 나타나게 된다. 따라서 \mathbf{B}_k 의 대각선 요소를 \mathbf{D}_k 로 치환하기 위해 식 (11)을 이용하여 정규화 된 근사 헤시언 $\tilde{\mathbf{G}}_k$ 를 생성하게 된다.

$$\tilde{\mathbf{G}}_k = \mathbf{S}_k^T \mathbf{B}_k \mathbf{S}_k \quad (11)$$

여기서 \mathbf{S}_k 는 대각선 행렬이고, \mathbf{S}_k 의 i번째 요소인 S_k^i 는 $\sqrt{|D_k^i|}/\sqrt{|B_k^i|}$ 이다. 또한 $\tilde{\mathbf{G}}_k$ 에서 대각선 요소의 부호들은 \mathbf{D}_k 의 부호로 치환된다. 마지막으로, 식 (9)은 식 (12)으로 수정된다.

$$\tilde{f}(\delta_k) = \mathbf{g}_k^T \delta_k + \frac{1}{2} \delta_k^T \tilde{\mathbf{G}}_k \delta_k \quad (12)$$

4. 유한요소 정식화 및 토오크 계산

4.1 유한요소 정식화

SRM의 토오크 특성을 분석을 위하여 수치해석적 기법인 2차원 유한요소법(FEM)을 이용하였다. 자기 벡터 포텐셜과 전류 밀도가 Z축 성분만 존재하고 모든 물리적인 양이 Z축

에 대하여 일정하다고 가정하면 지배방정식은 자기 벡터 포텐셜 A를 사용하여 2차원적으로 식 (13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) + J_o = 0 \quad (13)$$

여기서 μ 는 투자율(Permeability)이고, A는 자기 벡터 포텐셜이고, J_o 는 입력 전류밀도이다.

전압원 해석을 위한 전압방정식은 식(14)로 나타낼 수 있다.

$$V = R_m I + E_m \quad (14)$$

여기서 V는 전압이고, R_m 은 상 저항이며, E_m 은 권선에 유기된 역기전력이다.

식(13)에 Galerkin 방법을 적용한 후, 전압 방정식 (14)를 결합하고 시간 차분법을 이용하면 식(15)과 같은 계 행렬 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} [S] & [Q] \\ \frac{1}{\Delta t}[F] & [R_m] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (A)^{t+\Delta t} \\ (D)^{t+\Delta t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ \frac{1}{\Delta t}[F] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (A)^t \\ (D)^t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ (V)^{t+\Delta t} \end{bmatrix} \quad (15)$$

4.2 토오크 계산

자계 내에서 자성체에 작용하는 전자력은 식(16)과 같이 그 자성체를 둘러싸는 표면에 대한 맥스웰 응력법(Maxwell stress tensor)을 폐적분 함으로써 구할 수 있다.

$$\vec{F} = \int_i \frac{w}{2\mu_0} \{ (B_x^2 - B_y^2) n_x + 2B_x B_y n_y \} dl \quad (16)$$

식(16)의 접선 방향의 힘을 구하여 식(17)과 같이 토오크를 계산하였다.

$$T = F_x \cdot r \text{ [N-m]} \quad (17)$$

여기에서 n_x 와 n_y 는 법선 방향의 단위벡터, w 는 적층 폭, B_x , B_y 는 자속 밀도, F_x 는 접선 방향의 힘, r 는 회전 반경이다.

SRM의 토오크 리플을 계산하기 위해서 식(18)을 이용하였다.

$$T_{rip}(\%) = (T_{max} - T_{min}) / T_{ave} \times 100 \quad (18)$$

여기서 T_{rip} 은 토오크 리플, T_{max} 는 최대 토오크, T_{min} 는 최소 토오크, T_{ave} 평균 토오크를 나타낸다.

SRM의 한 주기동안 평균 토오크를 계산하기 위해 식 (19)을 이용하였다.

$$T_{ave} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \tau dt \quad (19)$$

여기서 T_{ave} 는 한 주기($0 \sim 2\pi$) 동안 평균토크, τ 는 순시 토크를 나타낸다.

5. 최적 설계 결과

그림 7은 목적함수를 토크 리플로 설정한 최적 설계모델($\beta_s = 30^\circ$, $\beta_r = 47.1^\circ$)의 형상변화를 나타내고 있다. 회전자 극호가 17.1° 증가함을 알 수 있다.

그림 8(a)는 초기 설계모델($\beta_s = 30^\circ$, $\beta_r = 30^\circ$)의 한 상의 인덕턴스 프로파일과 전류의 특성을 나타내고 있다. 턴온(θ_{on})과 턴오프(θ_{off})는 각각 10.2° 와 30.1° 를 나타내고 있다. 이 초기 설계모델에서 상전류는 인덕턴스가 감소하기 전에 소호 되기 때문에, 부 토크는 발생되지 않는다. 그림 8(b)는 최적 설계모델($\beta_s = 30^\circ$, $\beta_r = 47.1^\circ$)의 한 상의 인덕턴스 프로파일과 전류의 특성을 나타내고 있다. 턴온(θ_{on})과 턴오프(θ_{off})는 각각 0.8° 와 34.2° 를 나타내고 있다. 이 최적 설계모델에서 상전류는 인덕턴스가 감소하기 전에 소호 되지 못하고 더 흐르기 때문에, 부 토크가 발생된다.

그림 9(a)는 초기 설계모델($\beta_s = 30^\circ$, $\beta_r = 30^\circ$)의 토크 특성을 나타내고 있다. 그림 9(a)로부터 초기 설계 모델은 토크 리플이 약 93.58[%]정도 발생됨을 알 수 있다. 반면에 그림 9(b)는 토크 리플을 최소화 할 수 있는 최적 설계모델($\beta_s = 30^\circ$, $\beta_r = 47.1^\circ$)의 토크 특성을 나타내고 있다. 최적 설계모델의 토크 리플은 약 7.1[%]정도까지 감소됨을 알 수 있다. 평균 토크에 관한 표현은 수학적으로 식 (19)를 이용하여 계산할 수 있지만, 에너지 변환 루프의 면적으로부터 유도하는 것이 더 알기 쉽다.

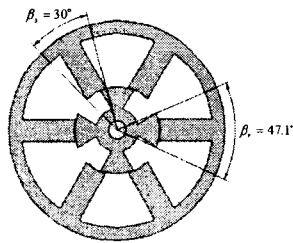
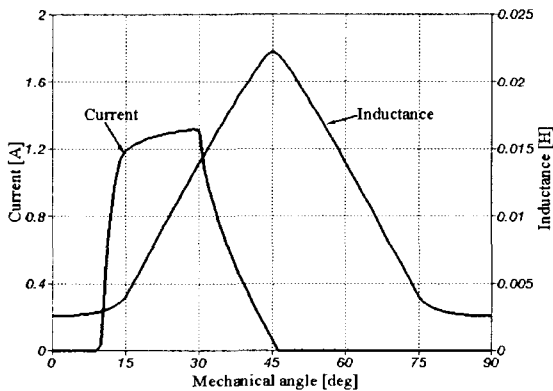
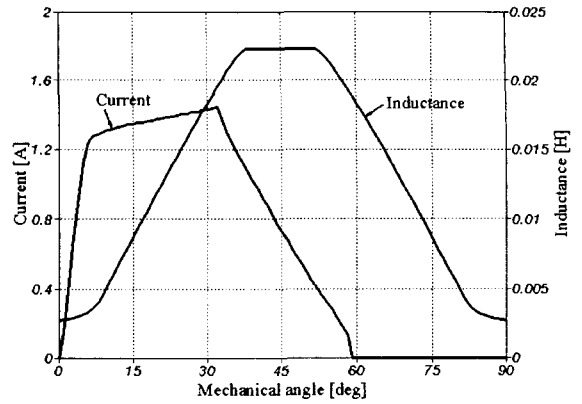


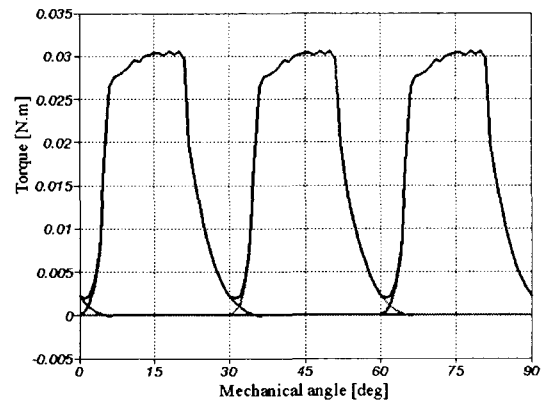
그림 7 최적 설계모델($\beta_s = 30^\circ$, $\beta_r = 47.1^\circ$)
Fig. 7 optimal design model($\beta_s = 30^\circ$, $\beta_r = 47.1^\circ$)



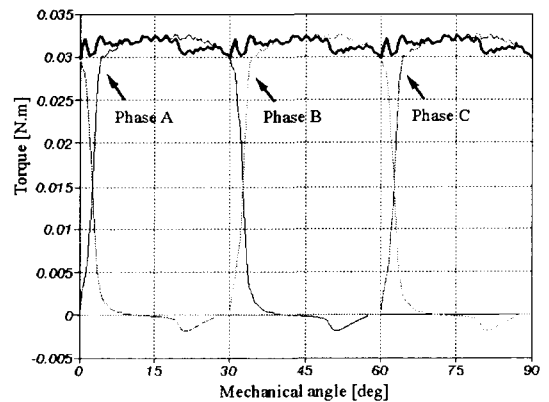
(a) Initial design model($\beta_s = 30^\circ$, $\beta_r = 30^\circ$)



(b) Optimal design model($\beta_s = 30^\circ$, $\beta_r = 47.1^\circ$)
그림 8 전류와 인덕턴스 특성
Fig. 8 Current and inductance characteristics



(a) Initial design model($\beta_s = 30^\circ$, $\beta_r = 30^\circ$)



(b) Optimal design model($\beta_s = 30^\circ$, $\beta_r = 47.1^\circ$)

그림 9 토크 특성
Fig. 9 Torque characteristics

그림 10은 초기 설계모델과 최적 설계 모델의 에너지 변환 루프를 나타내고 있다. 이 루프에서 보면 최적 설계는 에너지 변환루프의 면적을 최대화함으로써 평균 토크 면에서 유리하다는 것을 알 수 있다. 두 모델의 에너지 변환 루프를 비교하였을 때 최적 설계모델이 초기 설계모델보다 기계적 출력이 크다는 것을 루프 면적으로 확인할 수 있다.

표 2는 CGM과 PQRSM의 두 최적화 알고리즘에 의한 토크 리플 특성을 나타내고 있다. PQRSM 최적화 알고리즘이 CGM 최적화 알고리즘보다 좋은 토크 리플 특성을 보이고 있다. 스위치드 릴럭턴스 전동기에서 CGM은 국부적인 최소점(Local minimum)에 도달한 것 같다. 따라서, 본 논문은 PQRSM를 이용하여 토크 리플 최소화뿐만 아니라 평균 토크 최대화를 위한 최적 설계를 실행하였다.

표 3은 PQRSM를 이용하여 목적함수를 각각 평균 토크와 토크 리플로 선정하여 최적화를 수행한 결과를 나타내고 있다. 토크 리플 최소화를 위한 최적 설계는 평균 토크 최대화를 위한 최적설계 값보다 토크 밀도 면에서 약간 감소됨을 표 3을 통해서 알 수 있었다. 또한, 최적 설계를 위해서 설계변수로 주어진 기하학적인 파라미터와 전기적인 파라미터는 SRM의 토크 특성에 영향을 미치는 것을 설계 결과로부터 검증할 수 있다.

6. 결 론

본 논문은 최적화 알고리즘(PQRSM)과 수치해석 기법인 2차원 유한요소법(2D FEM)을 결합하여 스위치드 릴럭턴스 전동기의 최적 설계 과정을 나타내었다. 스위치드 릴럭턴스 전동기의 토크 특성에 지배적인 영향을 주는 전기적인 파라미터와 기하학적인 파라미터를 2차원 최적 설계변수로 선택하여, 평균 토크 최대화와 토크 리플 최소화를 목적으로 하는 최적 설계를 시도하였다. 토크 리플 최소화를 위한 최적 설계는 평균 토크 최대화를 위한 최적설계 값보다 토크 밀도 면에서 약간 감소됨을 알 수 있었다. 본 최적 설계 연구로부터, 토크 리플과 평균 토크는 상반(Trade-off)관계가 있음을 확인할 수 있었다. 스위치드 릴럭턴스 전동기를 산업 분야 적용하는데 있어 토크 리플이 충분히 감소되었음을 확인할 수 있었다. 본 연구에서 제안한 최적화 방법은 다른 전기 기기에서도 효과적으로 이용될 것으로 판단된다.

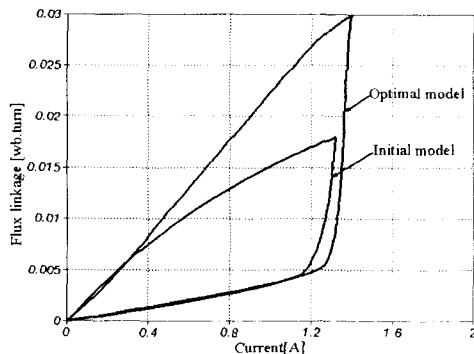


그림 10 에너지 변환 곡선
Fig. 10 Energy conversion loop

표 2 CGM과 PQRSM의 성능비교

Table 2 The Performance comparison between CGM and PQRSM

		CGM	PQRSM
설계변수	β_s	30°	30°
	β_r	38.3°	47.1°
	θ_{on}	0.7°	0.8°
	θ_{off}	32.4°	34.2°
토크 리플	(%)	18.81	7.1

표 3 초기설계와 최적설계의 결과

Table 3 The Result of Initial and optimum design

		초기설계	토크리플 최적설계	평균토크 최적설계
설계변수	β_s	30°	30°	30°
	β_r	30°	47.1°	45.1°
	θ_{on}	10.2°	0.8°	10.3°
	θ_{off}	30.1°	34.2°	45°
토크 리플	(%)	93.58	7.1	26.5
평균 토크	(Nm)	0.021	0.031	0.035

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 지정 국제공동연구(과제 번호: M1-0011-0021) 지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- [1] T. J. E. Miller, *Switched Reluctance Motors and their control*, Hillsboro, OH: Magna Physics Publishing and London: Oxford University Press, 1993.
- [2] W. F. Ray, P. J. Lawrenson, R. M. Davis, J. M. Stephenson, N. N. Fulton, and R. J. Blake, "High performance switched reluctance brushless drives," *IEEE Trans. Ind. Application*, vol. IA-22, no. 4, pp. 722-730, 1986.
- [3] Funda Sahin, H. Bulent Ertan and Kemal Leblebicioglu, "Optimum Geometry for Torque Ripple Minimization of Switched Reluctance Motors," *IEEE Trans. on Energy conversion*, vol. 15, no. 1, pp. 30-39, March 2000.
- [4] Y. Ohdachi and Y. Kawase, "Optimum Design of Switched Reluctance Motors using Dynamic Finite Element Analysis," *IEEE Trans. on Magnetics.*, vol. 33, pp. 2033-2036, March 1997.
- [5] S. Brisset and P. Brochet, "Optimization of Switched Reluctance Motors using Deterministic Methods with Static and Dynamic Finite Element Simulation," *IEEE Trans. on Magnetics.*, vol. 34, pp. 2853-2856, September 1998.

[6] S. -B. Yoon, J. Hur, Y. D. Chun, and D. -S. Hyun, "Shape optimization of solenoid actuator using the finite element method and numerical optimization technique," *IEEE Trans on Magnetics*, vol. 33, No.5, pp. 4140, 1997.

[7] 임달호, *전기계의 유한요소법*, 동명사, 1986.

[8] Jasbir S. Arora, *Introduction To Optimum Design*, McGraw-Hill International Editions, 1994.

[9] 홍경진, "반응표면 모델링을 이용한 신뢰영역 관리 순차적 근사 최적화," 박사학위논문, 한양대학교, 2001.

[10] K. -J. Hong, M. -S. Kim, and D. -H. Choi, "Efficient Approximation Method for Constructing Quadratic Response Surface Model," *KSME International Journal*, vol. 15, no. 7, pp. 876, 2001.

[11] 최재학, "유한요소법을 이용한 스위치드 릴럭턴스 전동기의 구동 특성 향상을 위한 설계," 석사학위논문, 한양대학교, 2001.

[12] G. N. Vanderplaats, "Ads-A Fortran Program For Automated Design Synthesis", Engineering Design Optimization, Inc., 1987.

[13] Myers, R. H. and Montgomery, D. C., *Response Surface Methodology - Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, John Wiley & Sons, New York, 1995.

[14] Wujek, B, Renaud, J. E., Batill, S. M. and Brockman, J. B., "Concurrent Subspace Optimization Using Design Variable Sharing in a Distributed Computing Environment," *Concurrent Engineering: Research and Applications (CERA)*, Technomic Publishing Company Inc, December, 1996.

[15] Unal, R., Lepsch, R. A. and McMilin, M. L., "Response Surface Model Building and Multidisciplinary Optimization Using D-Optimal Designs," *Proceedings of the 7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, St. Louis, Missouri, September 2-4, AIAA-98-4759, pp. 405-411, 1988.

[16] Fletcher, R., *Practical Method of Optimization*, John Wiley & Sons, Chichester, 1987.

저 자 소 개



최재학(崔在學)
 1973년 8월 9일 생. 1999년 한양대 전기공학과 졸업. 2001년 한양대 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2001년~현재 동 대학원 전기공학과 박사과정.
 E-mail: ivy@ihanyang.ac.kr



김 솔(金 솔)
 1970년 6월 10일 생. 1997년 한양대 전기공학과 졸업. 1999년 한양대 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2000년~현재 동 대학원 전기공학과 박사과정.
 E-mail: slamsol@ihanyang.ac.kr



이 갑재(李 甲 在)
 1965년 10월 11일 생. 1988년 한양대 전기공학과 졸업. 1990년 한양대 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2000년~현재 동 대학원 전기공학과 박사과정. 1990년~현재 현대중공업 책임연구원
 E-mail: kjlee@hhi.co.kr



이 주(李 柱)
 1963년 8월 30일 생. 1986년 한양대 전기공학과 졸업. 1988년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1988~1993년 국방과학연구소 연구원. 1997년 일본 큐슈대학교 SYSTEM 정보과학연구과 졸업(공학). 1997년 한국철도기술연구원 선임연구원. 1997년~현재 한양대 공대 전자전기공학부 조교수.
 Tel: (02) 2290-0342, E-mail: julee@hanyang.ac.kr



홍경진(洪景堧)
 1971년 2월 24일 생. 1992년 한양대 기계설계학과 졸업. 1994년 동 대학원 기계설계학과 졸업(석사). 2001년 동 대학원 졸업(박사). 2001년 9월~2002년 8월 한양대학교 최적설계신기술연구센터 Post Doctor. 2002년 9월~현재 동 연구소 연구교수
 E-mail: kjhong@ihanyang.ac.kr



최동훈(崔東勳)
 1953년 3월 24일 생. 1975년 서울대 기계공학과 졸업. 1977년 한국과학기술원 졸업(석사). 1986년 Univ. of Wisconsin 기계공학과 졸업(박사). 1977년 3월~1977년 8월 현대건설(주) 대리. 1977년 9월~1979년 8월 현대중합기술개발(주) 대리. 1979년 9월~1981년 8월 한양대학교 기계설계학과 전임강사. 1990년 9월~1991년 8월 Univ. of California, Berkeley 객원교수. 1986년 3월~현재 한양대학교 기계설계학과 교수.
 Tel: (02) 2290-0478, E-mail: dhchoi@hanyang.ac.kr