

탄성 충돌체간의 충격력 재현에 관한 연구

조창기[#], 류봉조^{*}, 이규섭^{**}, 박영필^{***}

A Study on the Reconstruction of Impact Force produced by the Collision between Two Elastic Structures

Chang Ki Cho[#], Bong Jo Ryu^{*}, Gyu Sup Lee^{**}, Young Pil Park^{***}

ABSTRACT

In this study, the equation of motion of impacting elastic structures was derived through the theory, and the shape control of impact force using correlations of the dynamic characteristics and impact force history between two elastic structures was accomplished. Through numerical analysis and experiments, the classical contact mechanisms were verified, and the effects of the relative motion between impactor and elastic structure on the impact force shape were studied, and then the shape change of impact force depending on the impact position and mode shape of cantilever beam were analyzed. The 2-DOF impactor was designed and used. Reconstruction characteristics of impact force in cantilever beam were reviewed.

Key Words : Impactor(충돌체), Impact Force(충격력), Shape Control(형상제어), Relative Motion(상대운동), Elastic Structure(탄성구조물)

1. 서론

구조물에 가해지는 하중은 동하중(dynamic load)이 일반적이며, 특히 충격력(impact force) 형태로 나타난다. 이러한 충격력은 그 형태가 매우 다양하여 그 특성을 정의하기가 매우 어렵다. 구조물의 동특성 해석은 정현파나 불규칙 파형의 가진력으로 모우드 해석(Modal Analysis)을 하여 정상거동에 대한 해석을 하는 것이 일반적이며 충격력에 의한 천이운동해석은 어려운 실정이다.

구조물의 동적 응답 특성은 외력의 형태에 따라 다양하게 나타나므로 구조설계시 모우드 해석과 같이 구조의 동적 파라미터를 추출하여 구조계를 해석하고 동적응답을 산출하는 일반적 설계해석 과정의 중요성은 이미 알려져 있다. 한편 구조물에 가해지는 외력의 정확한 평가에 대한 중요성이 새롭게 인식되어, 1980년대 이후 주파수 영역 및 시간 영역에서의 해석으로 나뉘어 실험 및 이론해석이 병행되고 있는데^{1,2} 수치적인 라플라스 변환을 이용하여 충격력의 시간이력을 측정하는

[#] 2002년 7월 9일 접수
[#] 교신저자, 국방과학연구소
Email cck1210@add.re.kr Tel. (042) 821-3141
^{*} 한밭대학교 기계설계공학과
^{**} (주)대한 TDP
^{***} 연세대학교 기전공학부

방법을 제안하고 역콘볼루션(deconvolution) 관계를 통해 측정된 응답으로부터 충격력이력을 얻었으며,³ 실험으로 충격력을 받는 외팔보의 가속도 응답을 측정한 후 역변환 기법(inverse technique)을 이용하여 충격력을 재현시켰고⁴, 주파수 영역에서 시간 영역으로의 데이터 변환 방법과 샘플링 속도 및 샘플 크기의 영향을 비교 검토하는⁵ 등의 외력 재현(force reconstruction)에 대한 연구가 활발하게 이루어지고 있으나 주로 낙하볼을 이용하여 반주기 정현곡선 형태의 단순한 형상을 갖는 충격력 해석으로 국한되었다.

그러나 실제 충격력을 받는 시스템들, 예를들어 화포(cannon)의 주퇴완충기나 유·공압 관련 시스템들은 충돌하는 두 물체의 동특성에 의해 다양한 형태의 충격력이 발생하고 있다. 이러한 실제 시스템에 근접한 충격력을 재현하기 위해서는 두 탄성 충돌체의 동특성을 고려한 충격력 형상제어가 필요하다. 또한 충격은 복잡한 기하학적 특성을 갖는 구성품들 사이에서 일어나기 때문에 충격력의 크기, 혹은 운동량의 크기만을 기준 삼아 평가하는 기존의 외력 재현 방법 대신에 충격실험의 유형에 따른 특성을 고려한 충격력 재현기법의 개발이 필요하다. 또한 화포 구조물들에 있어서도 설계 단계에서의 검증과 내구도 시험 등에 경제적으로 활용할 수 있는 충격력 재현 시뮬레이터의 필요성이 강조되고 있는 실정이다.

현재까지 진행된 충격력 재현 문제는 주로 낙하볼을 이용한 단순한 형상을 갖는 충격력에 대한 해석으로 국한되었으며, 특히 감쇠의 영향을 무시하고 있기 때문에 다양한 형상을 갖는 충돌부 해석에는 제한이 따른다. 이에 따라 이론 및 실험적 방법으로 감쇠를 고려한 접촉력 모델을 제시하고자 하는 연구가 계속되어 왔으며⁶, 충격 이후의 거동해석으로 이를 확인함으로써 충격 접촉하는 두 구조물의 동적 특성과 충격력 특성의 상호 연관성을 분석하여 시뮬레이션 등에 요구되는 충격력을 재현하기 위한 충격력 재현 시스템에 대해 해석하고자 한다.

따라서 본 연구에서는 충격력 형상 제어를 위한 충돌체 역학을 해석함으로써 충격시험 시뮬레이터 설계를 위한 이론을 정립하고 시뮬레이션과 실험결과를 비교하여 검증함으로써 다양한 형상의 충격력을 재현하는 시스템 설계 접근방법을 제안하였다.

2. 탄성충돌 이론 및 해석

2.1 탄성충돌 접촉 이론

두 탄성 충돌체 간의 접촉현상에 대한 이론은 접촉력에 대한 상대적인 변형(indentation) 간의 관계식을 정립하는 것으로 두 개의 탄성충돌구(sphere)가 충돌하여 발생하는 접촉력과 변형에 대한 수학적 모델은 변형이 접촉영역 부근으로 국한된다고 정의하는 식(1)의 Hertz 접촉이론으로부터 출발한다.

$$F = k x^p \quad (1)$$

여기서, F 는 접촉력, x 는 변형량을 나타내며 k 는 스프링 상수, p 는 일반적으로 1보다 큰 상수이다.

그러나 Hertz의 모델은 변형의 기하학적 형상 변화만을 고려하여 접촉력을 구하였기 때문에 점탄성 충돌구에 의한 충돌시 재료감쇠에 의한 에너지 손실에 대해서는 설명이 불가능하다. Hunt는 재료감쇠에 의한 에너지 손실을 보상하기 위해 질량-스프링-감쇠기로 구성된 식(2)의 1자유도 충돌모델을 제시하였다.⁷

$$F = k x^p + \mu x^p \dot{x} \quad (2)$$

여기서, μ 는 감쇠 매개변수이다. 이때 스프링과 감쇠는 모두 비선형 특성을 가지므로 식 (2)의 해는 수치적으로 또는 실험적으로 구하여야 한다. 모델의 매개변수가 비선형 특성을 갖는 경우에는 수치해를 구하는 과정이 복잡하고 오랜 처리시간을 필요로 하며, 또한 수학적 모델링을 정확히 알지 못하면 원하는 결과를 얻기 어렵다.

강성이 작은 충돌체가 강성이 큰 바닥에 부딪히는 접촉현상에 대한 해석을 위해 1 자유도 진동계로 단순화된 모델을 도시하면 Fig. 1과 같다.

충돌중 계의 운동방정식은

$$m \ddot{x} + F(x, \dot{x}) = 0 \quad (3)$$

이 되며, 질량 m 과 바닥사이의 충격력 F 와 질량 m 의 가속도는 Fig. 2의 반정현파형이 된다.

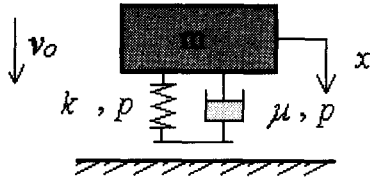


Fig. 1 Mathematical model of 1 d.o.f. vibration system for the contact mechanism of impact system (soft missile, hard surface)

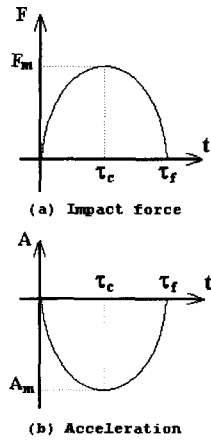


Fig. 2 General shapes of the impact force and the acceleration during contact

Fig. 2에서 F_m 및 A_m 은 충돌체의 최대 충격력 및 최대 가속도이다. 충돌시의 초기조건은 $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = v_0$ 가 되며, 운동량 보존의 법칙에 의해

$$\int_0^{\tau} m \ddot{x} dt + \int_0^{\tau} F dt = 0 \quad (4)$$

가 된다.

충돌 후, 탄성체의 운동에너지는 다음과 같이 탄성에너지로 변환되어

$$\int_0^x m \ddot{x} dx + \int_0^x F dx = 0 \quad (5)$$

가 된다. 충돌 주기동안 에너지 손실 ΔE 는

$$\Delta E = \frac{1}{2} m(v_0^2 - v_f^2) = -\oint F dx \quad (6)$$

최종속도 v_f , 반발계수 e 와 초기속도 v_0 는

$$v_f = -e v_0 \quad (7)$$

Fig. 1의 1자유도 모델에서 선형 스프링과 점성감쇠($p = 1$, $c = \mu x$)를 사용한 경우의 응답 $x(t)$ 는

$$x(t) = -\frac{v_0}{\omega_d} \exp(-\zeta \omega_n t) \sin \omega_d t \quad (8)$$

가 된다. 여기서, $\omega_n = \sqrt{k/m}$, $2\zeta \omega_n = c/m$ 이다. 이 경우 충돌지속시간 $\Delta \tau = \pi/\omega_d$ 이며, 감쇠고유진동수 $\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n$ 이다.

따라서 선형 스프링의 경우 스프링상수 k 는

$$k = \frac{m}{1 - \zeta^2} \left(\frac{\pi}{\Delta \tau} \right)^2 \quad (9)$$

으로 계산되며, 식(8)을 미분하여 얻은 최종속도 v_f 는

$$v_f = \dot{x} \left(\frac{\pi}{\omega_d} \right) = v_0 \exp \left(\frac{-\pi \zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \right) \quad (10)$$

가 된다. 식(10)에서 반발계수 e 는

$$e = \exp \left(\frac{-\pi \zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \right) \quad (11)$$

비선형 모델의 경우 에너지 방정식 (5)에서

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \int_0^{x_m} F dx = k \int_0^{x_m} x^p dx \quad (12)$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2k}{m(p+1)}} x_m^{\frac{(p+1)}{2}} \quad (13)$$

여기서 x_m 은 최대 압입량이다.

또한 $0 < x < x_m$ 의 임의 위치에서의 속도 v 는

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_o^2 - \int_0^x F dx \quad (14)$$

$$v = \sqrt{\frac{2k}{m(p+1)} \sqrt{x_m^{p+1} - x^{p+1}}} \quad (15)$$

이 된다. 한 주기 동안의 에너지 손실 ΔE 는

$$\begin{aligned} \Delta E &= \oint \mu x^p \dot{x} dx \\ &= \frac{2\mu}{\sqrt{m}} \sqrt{\frac{2k}{p+1}} \left(\frac{1}{p+1}\right) \left(\frac{2}{3}\right) x_m^{\frac{3(p+1)}{2}} \end{aligned} \quad (16)$$

가 되므로 식(7)과 식(13) 및 (16)을 식(6)에 대입한 식과 연립하여

$$\mu = \frac{3(1-e^2)k}{4v_o} \quad (17)$$

의 관계식을 얻는다.

2.2 2자유도 탄성충돌체 모델링

탄성 충돌체는 다자유도의 구조를 가지고 있어서 강체 충돌의 경우와 같이 반정현과 형태의 충격력이 생성되는 것이 아니라 복잡한 형상을 갖게 된다. 이와 같은 형상을 만들어낼 수 있는 2자유도 탄성 충돌체의 수학적 모델을 Fig. 3과 같이 구성하였다. 2자유도 탄성 충돌체는 충돌접촉부에 해당하는 질량 m_1 의 헤드부와 부가질량 m_2 사이에 스프링상수 k_2 와 감쇠계수 C_2 를 도입하였다.

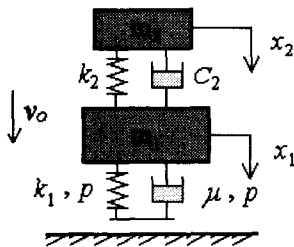


Fig. 3 The impactor model of two degree of freedom system

여기서 질량 m_1 은 충돌체 헤드부의 질량을 나타내며, 스프링상수 k_1 및 상수 p , 감쇠계수 매개변수 μ 는 헤드부의 물성치를 나타내는 매개변수이고, x_1 은 충돌에서의 압입량이라고 가정한다.

따라서 Fig. 3은 상대운동을 하는 물체가 충돌하는 경우 중에서 계의 구조 동특성이 충격력의 주요 특성인 충격력 주기 및 형상에 미치는 영향을 고찰하기 위해 상대 물체는 고정된 구조물로 가정하고 2자유도 충돌체가 속도 v_o 로 충돌하는 경우이다.

이 계의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1(t) + c_2 [\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)] + k_2 [x_1(t) - x_2(t)] + [\mu \dot{x}_1(t) + k_1] x_1^p(t) &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} m_2 \ddot{x}_2(t) + c_2 [\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)] + k_2 [x_2(t) - x_1(t)] &= 0 \end{aligned} \quad (19)$$

이때 식 (18) 및 (19)로부터 고정된 구조물로 전달되는 충격력 $F(t)$ 는

$$\begin{aligned} F(t) &= -[\mu \dot{x}_1(t) + k_1] x_1^p(t) \\ &= -[m_1 \ddot{x}_1(t) + m_2 \ddot{x}_2(t)] \end{aligned} \quad (20)$$

이 된다.

이 계의 충돌시 초기조건은 식 (21)과 같다.

$$\begin{aligned} x_1(0) &= 0, \quad \dot{x}_1(0) = v_o \\ x_2(0) &= 0, \quad \dot{x}_2(0) = v_o \end{aligned} \quad (21)$$

해석상의 편의를 위하여 매개변수를 사용하여 운동방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1(t) + 2\sigma \zeta_2 \lambda_2 [\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)] + \sigma \lambda_2^2 [x_1(t) - x_2(t)] + 2 \zeta_1 \lambda_1 x_1^p(t) \cdot \dot{x}_1(t) + \lambda_1^2 x_1^p(t) &= 0 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\ddot{x}_2(t) + 2\zeta_2\lambda_2[\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)] + \lambda_2^2[x_2(t) - x_1(t)] = 0 \quad (23)$$

여기서 사용된 매개변수들은

$$\text{질량비, } \sigma = \frac{m_2}{m_1}, \quad (24)$$

질량 m_1 과 m_2 의 고유진동수 매개변수,

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}, \quad \lambda_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \quad (25)$$

질량 m_1 과 m_2 의 감쇠비,

$$\zeta_1 = \frac{\mu}{2\sqrt{m_1 k_1}}, \quad \zeta_2 = \frac{c_2}{2\sqrt{m_2 k_2}} \quad (26)$$

이다.

2.3 탄성충돌체와 연속체계의 충돌역학 해석

일반 공학 현장에서 접하는 탄성충돌체는 이산 질량계(lumped parameter system)인 경우보다도 연속체계인 경우가 많다.

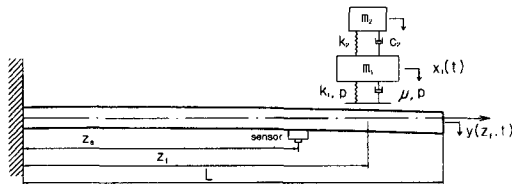


Fig. 4 Mathematical model for impact between 2-DOF impactor and cantilever beam

연속체계는 공간좌표상에 여러 가지 운동 모우드들을 가지고 있기 때문에 충돌위치에 따라 다양한 충격력이 나타날 수 있다. 2자유도 충돌체가 가장 일반적인 연속체구조 요소인 외팔보에 충돌하는 경우의 수학적 모델을 Fig. 4에 도시하였다.

이 계의 운동방정식은 다음과 같다.

$$m_2\ddot{x}_2 + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2(x_2 - x_1) = 0 \quad (27)$$

$$m_1\ddot{x}_1 + c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_2(x_1 - x_2) = -F(t) \quad (28)$$

$$EI \frac{\partial^4 y(z,t)}{\partial z^4} + m \frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial t^2} = F(t) \quad (29)$$

여기서,

$$F(t) = \{\mu[\dot{y}(z_f, t) - \dot{x}_1(t)] + k_1[y(z_f, t) - x_1(t)]\}^P$$

이다. 초기조건은

$$\begin{aligned} x_1(0) &= 0, & \dot{x}_1(0) &= v_0 \\ x_2(0) &= 0, & \dot{x}_2(0) &= v_0 \\ y(z, 0) &= 0, & \dot{y}(z, 0) &= 0 \end{aligned} \quad (30)$$

이며, 경계 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y(0, t) &= 0, & y'(0, t) &= 0 \\ y''(L, t) &= 0, & y'''(L, t) &= 0 \end{aligned} \quad (31)$$

식 (29)의 해는 Galerkin의 모우드합 방법(mode summation method)을 이용하여

$$y(z, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(z) q_i(t) \quad (32)$$

으로 가정한다. 이때 $q_i(t)$ 는 일반화된 좌표, $\phi_i(z)$ 는 외팔보의 형상함수로써

$$\begin{aligned} \phi_i(z) &= \cosh \beta_i z - \cos \beta_i z \\ &\quad - \gamma_i (\sinh \beta_i z - \sin \beta_i z) \end{aligned} \quad (33)$$

이다.

여기서, β_i 는 외팔보 형상함수의 고유치이며,

$$\gamma_i = \frac{\sinh \beta_i L - \sin \beta_i L}{\cosh \beta_i L + \cos \beta_i L}$$

이다. 식(32)를 식(29)에 대입하여 $\phi_n(x)$ 를 내적하

고 형상함수의 직교성(orthogonality)을 적용하면 최
종적으로 식(34)와 같이

$$\ddot{q}_n(t) + \frac{EI}{m} \beta_n^4 q_n(t) = \frac{F(t)}{mL} \phi_n(z_f) \quad (34)$$

이 된다.

3. 실험

3.1 실험장치 및 실험방법

실험장치는 Fig. 5와 같이 실험 장치대, 충돌체, 피충돌체 구조 및 계측장비와 PC로 구성하였다. 실험장치대에는 낙하 높이를 일정하게 유지할 수 있도록 눈금 표시를 한 안내관을 부착하였으며, 충돌체는 고무 헤드부에 질량을 부착한 1자유도 충돌체와 다시 1자유도 충돌체에 고무 스프링과 부가질량을 결합한 2자유도 충돌체를 사용하였다. 피충돌체 구조는 강체로 구성된 강체 바닥과 연속체계 구조를 나타내는 외팔보 구조에 대하여 각각 실험하였다. 충격력과 응답은 임피던스 헤드와 가속도계를 사용하여 계측하였으며 계측된 데이터는 디지털 오실로스코프와 FFT 분석기로 확인 후 GPIB를 통해 PC에 저장하였다.

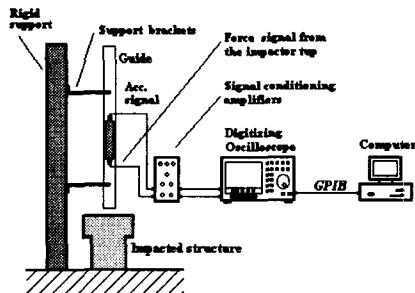


Fig. 5 Schematic diagram of experimental set-up

탄성체 충돌시 접촉부에서 발생하는 충격력과 변형 사이의 역적관계를 설명하기 위해 접촉력 모델 실험을 1자유도 모델에 대하여 실시하였다. 접촉부는 충돌후의 변형이 충돌 각도의 미세한 변화에도 일정하게 유지될 수 있도록 반구형으로 설계하였다. 실험에 사용된 충돌체는 반 구형의 고무가 삽입된 헤드부와 자유 낙하시 균형을 유지하기 위하여 317g의 부가질량을 연결하였다. 부가질량 하

단에는 강체 바닥에 충돌시 충격력과 충격가속도를 측정하기 위한 임피던스 헤드가 고무 헤드부와 부가질량 사이에 나사로 체결하였다. 임피던스 헤드의 질량 31g과 고무 헤드부 질량 4g을 합하여 1자유도 충돌체의 질량은 352g이다.

또한 부가된 질량 m_2 와 스프링 k_2 로 조합된 계의 영향에 의한 충격력 형상설계 결과를 확인하기 위하여 Fig. 6과 같은 2자유도 충돌체에 의한 충돌실험을 실시하였다.

충격력 형상을 결정하는 주요 매개변수 σ, λ_1 및 λ_2 를 변화시키기 위해 질량 m_1 과 m_2 는 교환 및 추가가 가능하도록 나사로 체결하였으며 고무 스프링과 양쪽 질량 사이에는 지엽적 운동이 발생하지 않도록 접착제로 고정시켰다. 실험에 사용된 고무 스프링은 방진고무로 널리 사용되는 지름 $\varnothing 25 \text{ mm}$ 의 원통형 Neoprene 합성고무로써 길이는 40 mm 이다. 고무의 정확한 동적 물성치를 확인하기 위하여 정현파 Sweep 가진에 의한 진동실험을 수행하였다. 확인된 고무스프링의 상수값과 고무헤드부의 충돌부 스프링 상수값을 구하고 2자유도 충돌체를 설계 및 조립하였다. 실험방법은 접촉력모델 실험과 동일하게 안내관을 통해 일정 높이에서 자유낙하시켜 바닥에 충돌시키며, 2.2절의 식(20)의 관계를 확인하기 위해 충돌시 임피던스 헤드를 이용하여 충격력과 질량 m_1 의 가속도를 측정하고 가속도계를 이용하여 질량 m_2 의 가속도를 측정하였다.

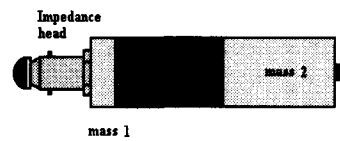


Fig. 6 Schematic view of the 2-DOF impactor

또한 충돌체에 대한 바닥 구조의 동특성이 충격력 형상에 미치는 영향을 확인하기 위하여 Table 1의 외팔보 구조에 대한 충돌실험을 하였다.

외팔보는 연속체계로서 공간 좌표상의 진동 모드들을 가지고 있기 때문에 고정단으로부터 충돌 위치를 변화시켜가며 실험하였고 가속도 응답은 외팔보의 자유단 끝에 고정하여 계측하였다. 외팔보의 강성을 변화시키기 위하여 보의 길이를 변화시켰다.

Table 1 Specification of the test beam

	Materials	Length (L)	Width (b)	Thickness (h)
Beam (1)	KSD 3752 SM15C	300 (mm)	16 (mm)	8 (mm)
Beam (2)	KSD 3752 SM15C	200 (mm)	16 (mm)	8 (mm)

4. 결과 및 고찰

4.1 접촉력 모델의 동특성

충돌체 헤드부의 동특성에 관한 수학적 모델을 결정하기 위해 충돌체가 자유낙하하여 피충돌체 바닥에 충돌 접촉하는 실험 결과중 낙하높이 h 에 따른 충격력과 가속도를 시간축에 도시하면 Fig. 7과 같다. 낙하높이가 증가함에 따라 충돌시간이 짧아짐을 알 수 있다.

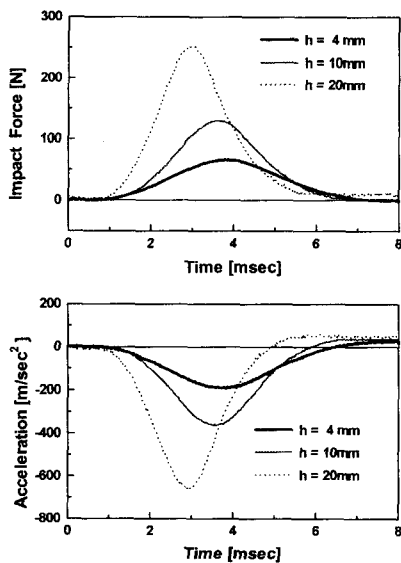


Fig. 7 Impact force and acceleration of 1-DOF impactor

Fig. 7의 실험치와 적분계산치로부터 충돌지속 시간 Δt , 초기속도 v_0 , 최종속도 v_f 및 반발계수를 계산하면 Table 2와 같다. Fig. 7의 가속도의 최대값을 나타내는 시간까지 적분하여 충돌 직전의 속도인 초기속도 v_0 를 구하고, 충돌체가 완전분리되는 시간까지 계속 적분하여 최종속도 v_f 를 얻었다. 속

도를 적분하여 변위를 구하였고, 변위가 0이 되는 시점이 완전분리가 되는 시간이다.

Table 2 The various parameters calculated from experimental results (rubber head)

Parameters	Drop height(mm)		
	4	10	20
Δt (msec)	5.86	4.88	4.14
v_0 (m/sec)	0.278	0.434	0.621
v_f (m/sec)	-0.256	-0.405	-0.606
e	0.92	0.93	0.97

Fig. 8은 낙하 높이에 따른 변위대 충격력 곡선으로 충돌부는 선형스프링 모델을 사용할 수 없음을 보여주고 있다.

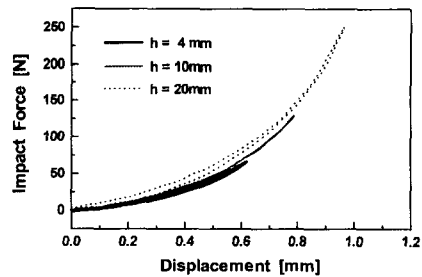


Fig. 8 Impact force versus displacement

Table 3은 Fig. 8로부터 계산한 결과이다.

Table 3 Identified parameter of contact model

Drop height (mm)	k (N/m^p)	p
4	9.7×10^6	1.630
10	18.8×10^6	1.691
20	24.0×10^6	1.701

충돌 실험에서 획득한 힘(F_i)과 변위값(x_i)은 Hertz모델인 $F = kx^p$ 를 만족한다고 가정하고 양변에 로그를 취한후 최소자승법을 적용하여 상수 k 와 지수 p 를 결정하였다.

Table 3으로부터 충돌체 헤드부의 스프링 상수 k 와 지수 p 는 충격력의 크기(혹은 낙하높이, 초기속도 등)의 함수로 표현되어야 하며, 실험 조건

에 따라 각기 다른 모델이 적용되어야 함을 알 수 있다. 접촉부의 감쇠계수는 2.1절의 식(11)의 선형모델과 식(17)의 Hunt 모델에 대하여 Table 4에 정리하였다.

Table 4 Damping coefficient of 1 DOF impactor

Drop height (mm)	e	ζ	μ
4	0.92	0.0265	4.02×10^6
10	0.93	0.0231	4.39×10^6
20	0.97	0.0097	1.71×10^6

Table 4로부터 반발계수 e 와 선형감쇠계수 ζ 의 값으로 보아 감쇠력은 매우 작은 것으로 보인다. Hunt 모델에 의한 감쇠력과 탄성력의 비 η 는

$$\eta = \frac{kx^p}{\mu x x^p} = \frac{4}{3(1-e^2)} \left| \frac{v_0}{x} \right| \geq \frac{4}{3(1-e^2)}$$

가 되므로 스프링에 의한 탄성력이 감쇠력에 비해 최소 10배 이상 크게 작용한다. 따라서 본 실험모델에서는 충돌 접촉부의 감쇠는 적용하지 않았다.

4.2 2자유도 충돌체의 충돌실험

2자유도 충돌실험 이전에 요구하는 충격력의 형상을 만들기 위한 충돌체 설계가 필요하다. 충돌접촉부의 스프링이 강한 비선형성을 보이고 있기 때문에 질량 m_1 의 고유진동수 파라미터 λ_1 을 결정하기가 곤란하므로 시뮬레이션에서는 감쇠력항을 무시하고 비선형을 선형화하였다. 따라서 $\lambda_1 = \sqrt{k_1^e/m_1}$ 이고, k_1^e 은 접촉부의 선형화된 유효 스프링상수로서 비선형 스프링 k_1 의 선형화된 값이다.

Table 5 Linearized effective stiffness of 1-DOF impactor system

Drop height (mm)	4	10	20
Effective stiffness k_1^e (N/m)	1.01×10^5	1.46×10^5	2.02×10^5

Table 5의 접촉부의 선형화된 유효 스프링상수 k_1^e 은 1자유도 충돌실험으로부터 획득한 4.1절

Table 2의 충돌지속시간과 반발계수, 2.1절의 식(9) 및 (11)로부터 계산하였다.

고무스프링 상수 k_2 는 4.6×10^4 (N/m)으로 공진법 실험을 통해 부가질량 m_2 의 크기 변화에 따른 고유진동수와 감쇠계수를 구하고 고무스프링의 질량이 약 30g으로 부가질량 m_2 에 비해 무시할 수 없으므로 고무스프링의 유효질량을 고려하여 계산하였다.

한편 2자유도 진동계의 운동 특성을 갖는 충돌체의 구조동특성이 충격력 형상 변화에 미치는 영향을 고찰하기 위해 2자유도 충돌체를 강체 바닥에 자유 낙하 충돌시키는 실험을 Table 6의 조건으로 실시하였다. 여기서 $\Delta \tau_2$ 는 충돌지속시간을 결정짓는 질량 m_2 의 가속도 반주기를 의미한다.

Table 6 Experimental condition of 2-DOF impactor

No	m_1 (kg)	σ	λ_1/λ_2	ω_1/ω_2	$\Delta \tau_2$
1	0.056	1.32	2.05	2.83	4.69
2	0.056	3.14	3.15	4.23	7.14
3	0.098	1.37	2.09	2.88	6.31
4	0.098	2.41	2.77	3.73	8.27

Fig. 9(a)-(d)은 Table 6의 조건들에 대한 시뮬레이션 및 실험결과를 비교하여 나타낸 것이다.

Fig. 9(a)에서 충돌지속시간은 $\Delta \tau_2 = 4.69$ msec에 비해 더 연장되었는데 m_1 의 관성력이 충격력을 지속시켜주기 때문이다. 이것은 ω_1/ω_2 가 2.83으로 3보다 작은 것에 기인하며, ω_1/ω_2 가 3과 4 사이에 있다면 위상이 바뀌기 때문에 충돌지속시간은 $\Delta \tau_2$ 보다 짧아지게 된다. 충격력 형상의 끝부분에서 나타나는 약간의 불일치 현상은 시뮬레이션에서 무시된 m_1 의 감쇠가 실험에서는 예상보다 큰 값으로 나타나고 있기 때문으로 판단된다. Fig. 9(b)는 조건 2에 대한 결과로 ω_1/ω_2 가 4.23으로 $4 < \omega_1/\omega_2 < 5$ 이므로 극점이 5개 존재하는 경우에 해당하며, $\Delta \tau_2$ 는 7.14 msec이지만 Fig. 9(a)의 경우와 마찬가지로 마지막 구간에서 m_1 의 관성력이 충격력을 지속 시켜주고 있음을 알 수 있다. 이 경우에서도 m_1 의 감쇠가 시뮬레이션 결과보다 실험

결과에서 약간 크게 나타나고 있다.

Fig. 9(c)는 ω_1/ω_2 가 3으로 접근해감에 따라 $\Delta\tau_2$ 와 충돌지속시간이 근접하게 나타나고 있다. 충격력 형상에 대한 실험 결과와 시뮬레이션 결과의 불일치는 주로 감쇠(μ_1)의 과소 평가에 원인이 있는 것으로 보인다.

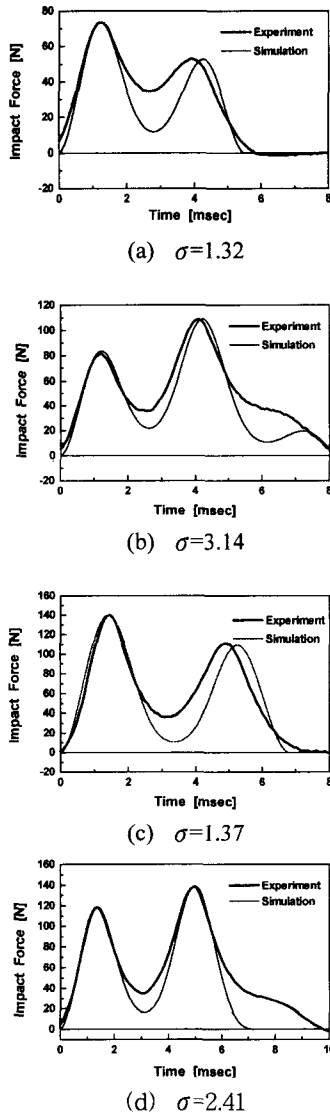


Fig. 9 Comparison of the impact forces between the experiment and the simulation with mass ratios

Fig. 9(d)는 $\omega_1/\omega_2 = 3.73$, $\Delta\tau_2 = 8.27 \text{ msec}$ 인 경우이며, 실험 결과와 시뮬레이션 결과 모두 $\omega_1/\omega_2 \cong 4.0$ 에 가깝게 표현되고 있다. $\Delta\tau_2$ 를 비교해보면 ω_2 가 크게 나타나고 있다. 실험 결과는 \ddot{x}_1 는 감쇠가 크므로 m_2 의 관성력이 충격력으로 계속 작용하고 있으며, 시뮬레이션 결과는 m_1 과 m_2 의 관성력이 상쇄되어 충격력의 주기가 짧아졌음을 보여준다.

4.3 외팔보 구조 충돌실험

외팔보 구조에 대하여 충돌체가 자유낙하 충돌하는 경우에는 보의 상대운동에 의해 충격력의 형상이 변화하게 된다. 외팔보의 1차고유진동수는 각각 155.1Hz(L=0.2m), 68.8Hz(L=0.3m)이다.

Fig. 10은 0.2m 길이의 외팔보에 1자유도 충돌체의 자유낙하 충돌실험한 충격력이고, Fig. 11은 $\sigma=1.32$, $\lambda_1/\lambda_2 = 2.05$ 인 경우, 2자유도 충돌체를 길이 0.3m인 외팔보에 충돌시켰을 때의 충격력 응답에 대한 실험값과 시뮬레이션값을 비교한 것이다.

Fig. 10으로부터 충돌위치를 자유단쪽으로 이동시키기에 따라 2자유도 충돌체에서 σ 를 증가시키거나 λ_2 를 감소시키는 것과 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 즉 보의 자유단으로 이동함에 따라 보의 탄성력은 감소하며 관성력이 증가하는 1차 모드에의 영향이 지배적임을 알 수 있다.

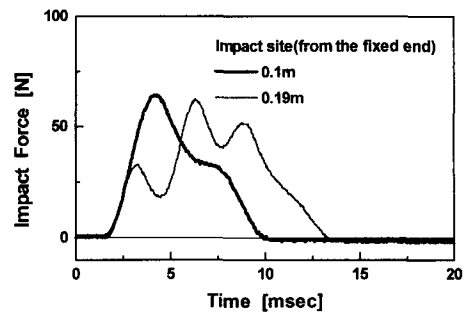


Fig. 10 Experimental results of impact force shape variation according to the variation of impact position (L=0.2m)

또한 Fig. 11로부터 충돌위치($z_f=0.1\text{m}$)가 고정

단에 가까운 경우에는 강성이 매우 큰 바닥구조에 충돌한 경우와 유사한 2개의 피크값을 가짐을 알 수 있었다. 단 실험값의 경우 끝의 형성이 불완전한 것은 2자유도 충돌실험결과에서 확인한 바와 같이 충돌 접촉부 스프링의 감쇠를 고려하지 않은 영향이 큰 것으로 생각된다.

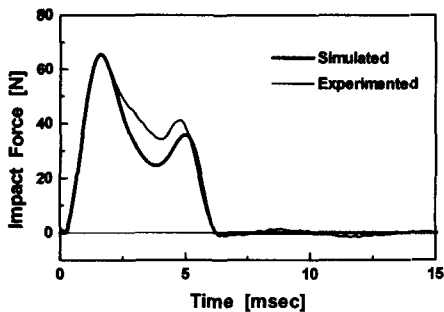


Fig. 11 Comparison of the experiment and the simulation of impact force of 2-DOF impactor($\sigma=1.32$) and beam with $L=0.3m$ ($z_f=0.10m, z_s=0.29m$)

5. 결론

미지의 외력을 받는 구조물에 대해 외력에 의한 구조물의 응답을 측정하여 외력을 재현하고 재현된 외력을 실현하기 위한 충격력 시뮬레이터 설계의 이론 정립을 목적으로 한 본 연구에서 충돌접촉부의 수학적 모델을 제시하였으며 이 충돌접촉부를 이용한 2자유도 연속체계에 대한 충돌시험을 통하여 외팔보의 역시스템 함수를 이용한 충격력 재현 이론을 검증하였으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 충돌체 모델에서 접촉부는 Hertz 모델보다 Hunt의 모델이 물리적으로 타당하다. 또한 상수 μ 가 초기속도 v_0 및 스프링 상수 k 의 함수로 표현되며, 낙하높이에 따라 감쇠항도 변하므로 접촉부 모델은 시험에 의해 결정하는 것이 바람직하다.

2) 2자유도 충돌체 모델에서 접촉부의 비선형 접촉 강성을 근사화한 선형 등가 스프링 상수로도 만족할만한 결과를 얻을 수 있으나 완전한 충돌현상을 재현하기 위해서는 감쇠항이 반드시 고려되어야 한다.

3) 2자유도 충돌체를 이용하여 다양한 형태의 충격력 형상을 실현할 수 있음을 확인하였다. 충격

력 지속시간은 1자유도 충돌체에 부가된 스프링 및 질량(k_2, m_2)에 의해 조절될 수 있으며, 충격력 형상은 두 스프링-질량의 고유진동수비로 결정할 수 있다. 실용화된 충격력 시뮬레이터 제작시에는 감쇠항의 부착으로 충격력 형상의 미세 조절도 가능할 것으로 판단된다.

4) 1자유도 및 2자유도 충돌체가 외팔보에 충돌하는 경우 발생하는 충격력 및 보의 운동 결과로부터 유연한 구조물인 경우에도 충돌부위의 특성을 고려한 이산계 모델로 근사화하여 충격력 시뮬레이터 설계에 반영할 수 있다.

참고문헌

1. Stevens, K. K., "Force Identification Problems - An Overview," Proceedings of Spring Conference on Experimental Mechanics, pp. 838-844, 1987.
2. Briggs, J. C. and Tse, M. K., "Impact Force Identification using extracted Modal Parameters and Pattern Matching," Int. J. Impact Engng., Vol. 12, No. 3, pp. 361-372, 1992.
3. Inoue, H., Shibuya, T., Koizumi, T. and Watanabe, R., "Measurement of Impact Force History by Deconvolution Method," Proc. 6th Int. Congress on Experimental Mechanics, Portland Oregon, pp. 463-468, 1988.
4. Hollandsworth, P. E. and Busby, H. R., "Impact Force Identification using the General Inverse Technique," Int. J. Impact Engng., Vol. 8, No. 4, pp. 315-322, 1989.
5. Doyle, J. F., "Determining the Contact Force during the Transverse impact of Plates," Experimental Mechanics, pp. 68-72, 1993.
6. 조창기, 이규섭, 최의중, 류봉조, 이종원, "역분석에 의한 충격력 재현 특성," 한국정밀공학회, '97년도 춘계학술대회 논문집, pp. 640-644, 1997.
7. Hunt, K. H. and Crossley, F. R. E., "Coefficient of Restitution Interpreted as Damping in Vibration," J. of Applied Mechanics, ASME, pp. 440-445, June 1975.