

축 방향 왕복운동을 하는 외팔보의 복합변형변수를 이용한 비선형 모델링 및 주파수 응답특성

Nonlinear Modeling Employing Hybrid Deformation Variables and Frequency Response Characteristics of a Cantilever Beam Undergoing Axially Oscillating Motion

김 나 은* · 현 상 학** · 유 흥 회†

Na-Eun Kim, Sang-Hak Hyun and Hong Hee Yoo

(2002년 12월 5일 접수 ; 2003년 1월 24일 심사완료)

Key Words : Axially Oscillating Motion(축 방향 왕복운동), Frequency Response Characteristics(주파수 응답 특성), Cantilever Beam(외팔보), Nonlinear Modeling(비선형 모델링)

ABSTRACT

A nonlinear dynamic modeling method for cantilever beams undergoing axially oscillating motion is presented in this paper. Hybrid deformation variables are employed for the modeling method with which frequency response characteristics of axially oscillating cantilever beams are investigated. It is shown that the geometric nonlinear effects of stretching and curvature play important roles to accurately predict the frequency response characteristics. The effects of the amplitude and the damping constant on the frequency characteristics are also exhibited.

1. 서 론

고속재봉틀 바늘과 같이 축 방향 왕복 운동을 하는 구조물에서는 강제운동에 의한 강성변화가 발생한다. 즉 외팔보가 고정단에서 자유단쪽으로 가속될 때는 굽힘 강성이 감소하고 그 반대 방향으로 가속되면 강성이 증가하므로 결과적으로 시스템의 굽힘 강성이 연속적으로 변화하게 된다. 이러한 시스템의 경우 왕복운동의 특정 주파수 영역에서 동적 불안정성이 발생할 수 있으며 따라서 이를 정확히 예측하기 위한 연구가 필요하다.

구조물의 강제 운동에 관한 연구는 주로 회전운동

에 대하여 많이 이루어져 왔다. 가장 널리 알려져 있는 예제는 외팔보가 그 축에 수직방향으로 회전운동을 하는 경우인데 이 때 그 회전에 의한 원심력이 발생하여 강성이 증가하므로 그 결과로 고유진동수가 증가하는 현상이 발생한다. 이와 관련된 연구문헌들은 참고문헌 (1~2)에 잘 정리되어 있다. 참고문헌 (3~5)에는 구조물이 일반적 강제 운동을 하는 경우의 동적 모델링이 제시되었으나 수치적인 예제는 회전운동을 하는 외팔보로 국한하였다. 참고문헌 (6)에는 참고문헌 (4)에 제시된 동적 모델링을 이용해 축 방향 왕복운동을 할 때도 강성이 변화하는 것을 보여주고 안정성 해석을 수행하였다. 그런데 이 연구에서 사용된 동적 모델은 선형 모델이므로 안정성 해석은 주파수와 왕복 운동의 진폭의 변화에 따른 안정 및 불안정 영역을 구하고 그들을 구분하는 천이곡선을 해석적으로 유도하는 내용이 그 요점을 이룬다. 참고문헌 (7)에서도 동적 모델을 선형화 하여 안정성 해석에 관한 내용을 다루었으나 비선형성이 미치는 영향

† 책임저자, 정회원, 한양대학교 공과대학 기계공학부

E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr

Tel : (02) 2290-0446, Fax : (02) 2293-5070

* 한양대학교 대학원 기계설계학과

** 한양대학교 최적설계신기술 연구센터

에 대해서는 전혀 다루지를 않았다. 최근 참고문헌 (8)의 연구에서는 기존 연구들에서 다루지 못하던 외팔보의 비선형 효과를 고려한 연구결과를 제시하였다. 이 연구에서는 비선형 모델이 기존의 선형 모델과는 현격한 차이를 갖고 동적 반응을 일으킨다는 것을 보여주고 있다.

본 논문에서는 축방향 왕복운동을 하는 외팔보의 복합변형변수⁽⁴⁾를 이용한 비선형 모델링을 유도하고 이에 근거한 동적 해석과 주파수 응답특성 해석을 수행하여 그 결과의 비교를 통해서 모델링 및 해석결과의 정확성을 규명하였다. 이와 더불어 본 논문에서 제시된 비선형 모델링에 의한 결과가 기존 선형 모델링에 의해 구한 동적 해석 결과와 상당한 차이를 갖는다는 것도 규명하였다. 또한 비선형 모델링에 영향을 미치는 주요한 인자들이 주파수 응답특성에 미치는 영향을 분석하였다. 본 논문은 다자유도를 갖는 비선형 구조동역학 문제의 해를 정확하게 모드 근사화법을 적용하여 구하였다는 점과 기존의 선형 모델에 대해서만 적용되던 동적 안정성에 대한 정의를 실제적인 문제로 발생하는 비선형 동적 반응에 대해 확장적용하였다는 점에서 중요한 공헌도를 갖는다 할 수 있다.

2. 운동방정식

본 절에서는 축방향 운동을 하는 외팔보의 운동방정식을 유도하려 한다. 본 연구에서는 이론 전개 및 설명의 편의상 2차원 평면 운동을 하는 보를 해석 대상으로 선정하였다. Fig. 1은 강체 A에 고정된 외팔보의 모습을 보여준다. P_0 는 외팔보상 임의의 질점의 변형전 위치를 나타내며 P 는 변형후 위치를 나타낸다. 여기서 \vec{a}_1 과 \vec{a}_2 는 강체 A에 부착된 서로 수직인 단위벡터들을 나타내며, x 는 보의 고정점 O로부터 변형전 임의의 한점 P_0 까지의 거리를 \vec{u} 는 탄성 변위를 s 는 임의의 질점의 위치에서 보가 인장된 길이를 각각 나타낸다. 강체운동을 하는 외팔보의 운동방정식을 유도하기 위해 s 와 u_2 를 다음과 같이 근사화

$$s(x, t) = \sum_{i=1}^{\mu_1} \phi_{1i}(x) q_{1i}(t) \quad (1)$$

$$u_2(x, t) = \sum_{i=1}^{\mu_2} \phi_{2i}(x) q_{2i}(t) \quad (2)$$

여기서 $\phi_{1i}(x)$ 와 $\phi_{2i}(x)$ 는 보의 인장과 굽힘방향 모드 함수들을 나타내며 $q_{1i}(t)$, $q_{2i}(t)$ 는 시간의 함수인 일반 좌표들이고 μ_1 , μ_2 는 일반 좌표의 수이다. 이같이 모드 근사화 시 μ_2 같은 직교 변형변수뿐 아니라 s 같은 비직교 변형변수를 혼합해 사용하는 방법을 복합변형변수 모델링이라 한다.

보의 변형이 일어날 때 보의 임의의 한 점 P 점의 속도 \vec{v}^P 는 아래 관계를 이용하여 구한다.

$$\vec{v}^P = \vec{v}^O + \vec{v}^{P/A} \quad (3)$$

여기서 \vec{v}^O 는 외팔보의 축 방향으로 운동을 하는 강체 A상의(외팔보 고정단 점) O 점의 속도이며 $\vec{v}^{P/A}$ 는 강체 A에서 관찰한 P점의 속도를 나타내는데 이들은 다음 식과 같이 \vec{a}_1 과 방향 성분으로 나타낼 수 있다.

$$\vec{v}^O = v_1 \vec{a}_1 + v_2 \vec{a}_2 \quad (4)$$

$$\vec{v}^{P/A} = \dot{u}_1 \vec{a}_1 + \dot{u}_2 \vec{a}_2 \quad (5)$$

따라서

$$\vec{v}^P = (v_1 + \dot{u}_1) \vec{a}_1 + (v_2 + \dot{u}_2) \vec{a}_2 \quad (6)$$

여기서 P점의 가속도 \vec{a}^P 는 \vec{v}^P 를 시간으로 미분하여 구할 수 있다. 그런데 식 (6)에 나타난 \dot{u}_1 은 앞에서 u_1 이 근사화된 것이 아니므로, s 와 u_2 로 표시해야 한다. 이를 위해 필요한 s 와 u_1 그리고 u_2 의 관계식은 다음과 같이 주어진다.

$$x + s = \int_0^x \left[\left(1 + \frac{\partial u_1}{\partial \zeta} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial \zeta} \right)^2 \right]^{1/2} d\zeta \quad (7)$$

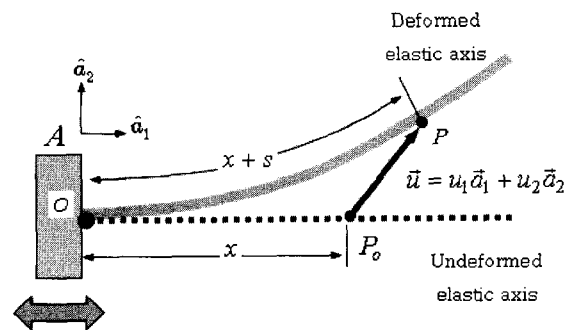


Fig. 1 Configuration of a axially oscillating cantilever beam

여기서 ζ 는 적분을 위한 dummy 변수이다.

Taylor 급수전개를 이용해 식 (7)을 2차항까지 전개하여 정리하면

$$s = u_1 + \frac{1}{2} \int_0^x \left(\frac{\partial u_2}{\partial \zeta} \right)^2 d\zeta \quad (8)$$

따라서

$$\dot{u}_1 = \dot{s} - \int_0^x \left(\frac{\partial u_2}{\partial \zeta} \right) \left(\frac{\partial \dot{u}_2}{\partial \zeta} \right) d\zeta \quad (9)$$

위 식은 \dot{u}_1 이 \dot{s} 와 \dot{u}_2 에 의해 구해질 수 있음을 보여준다. 식 (9)를 이용하여서 편속도를 구하면 다음과 같다

$$\frac{\partial \bar{v}^r}{\partial \dot{q}_{1r}} = \phi_{1r} \bar{a}_1 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \bar{v}^r}{\partial \dot{q}_{2r}} = - \sum_{j=1}^{\mu_2} \int_0^x (\phi_{21,\zeta} \phi_{21,\zeta}) d\zeta q_{2j} \bar{a}_1 + \phi_{2r} \bar{a}_2 \quad (11)$$

이상에서 구한 식들을 이용하여 운동방정식을 구할 수 있다. 운동 방정식은 다음의 형태로 나타나게 된다.

$$f_r^* + f_r = 0 \quad (r=1, 2, \dots, \mu_1 + \mu_2) \quad (12)$$

여기서 f_r^* 는 Kane의 운동방정식의 일반관성력을 f_r 은 일반작용력을 나타내며 그 값을 구하는 방법은 하단에 나타나 있다.

이 운동방정식에서는 비선형 항들이 고려되는데 이들은 인장 변형에 관한 기하학적 조건으로부터 비롯되는 관성항들과 굽힘 변형에 관한 기하학적 조건으로부터 얻어지는 강성 항들로 구성된다. 일반 관성력은 세장보의 경우 다음 식에 의해 구해질 수 있다.

$$f_r^* = - \int_0^L \frac{\partial \bar{v}^r}{\partial \dot{q}_r} \cdot m \bar{a}^r dx \quad (r=1, 2, \dots, \mu_1 + \mu_2) \quad (13)$$

여기서 L 과 m 은 각각 보의 길이와 단위길이당 질량을 나타내며 \bar{a}^r 는 P 점의 가속도를 나타낸다.

외력이 작용하지 않는 경우에 운동방정식의 일반작용력은 탄성에너지에 의해서만 결정되는데 보의 인장과 굽힘 효과만 고려한 탄성에너지는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L E_0 A_0 \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L E_0 I_{ZZ} (k_3)^2 dx \quad (14)$$

여기서 E_0 는 영률 A_0 는 단면적을 각각 나타내고 I_{ZZ} 는 2차 면적모멘트를 k_3 는 \vec{a}_3 방향 곡률을 나타낸다. 본 운동방정식에서는 k_3 를 3제곱 비선형 항까지 고려하여 나타내면 (곡률의 비선형성은 참고문헌 (9) 참조) 다음과 같다.

$$k_3 = u_{2,xx} (1 - 2s_{,x} + \frac{1}{2} u_{2,x}^2) - s_{,xx} u_{2,x} \quad (15)$$

식 (15)와 함께 식 (14)를 이용하여 일반작용력을 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$f_r = - \frac{\partial U}{\partial q_r} \quad (r=1, 2, \dots, \mu_1 + \mu_2) \quad (16)$$

이상의 결과를 종합하면 운동방정식은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\mu_1} [m_{ij}^{11} \ddot{q}_{1j} + A_{ij}^{11} q_{1j}] \\ & - \sum_{j=1}^{\mu_2} \sum_{k=1}^{\mu_2} X_{jk}^{122} [\dot{q}_{2j} \dot{q}_{2k} + q_{2j} \ddot{q}_{2k}] \\ & - \sum_{j=1}^{\mu_2} \sum_{k=1}^{\mu_2} [B_{ijk}^{122} + 2B_{2jk}^{122}] q_{2j} q_{2k} \\ & = -\dot{v}_1 R_{1i} \quad (i=1, 2, \dots, \mu_1) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\mu_2} [m_{ij}^{22} \ddot{q}_{2j} + A_{ij}^{22} q_{2j}] + \sum_{j=1}^{\mu_2} -\dot{v}_1 X_{ij}^{22} q_{2j} \\ & - \sum_{j=1}^{\mu_2} \sum_{k=1}^{\mu_2} X_{jk}^{221} q_{2j} \ddot{q}_{1k} \\ & - \sum_{j=1}^{\mu_2} \sum_{k=1}^{\mu_2} [B_{ijk}^{221} + B_{2jk}^{221} + 4B_{3jk}^{221}] q_{2j} q_{1k} \\ & + \sum_{j=1}^{\mu_2} \sum_{k=1}^{\mu_2} \sum_{l=1}^{\mu_2} [B_{ijkl}^{2222} + B_{ijkl}^{2222}] q_{2j} q_{2k} q_{2l} \\ & + \sum_{j=1}^{\mu_2} \sum_{k=1}^{\mu_2} \sum_{l=1}^{\mu_2} X_{ijk}^{2222} [q_{2j} q_{2k} \ddot{q}_{2l} + q_{2j} \dot{q}_{2k} \dot{q}_{2l}] \\ & = -\dot{v}_2 R_{2i} \quad (i=1, 2, \dots, \mu_2) \end{aligned} \quad (18)$$

여기서,

$$R_{ai} = \int_0^L m \phi_{ai} dx \quad (19)$$

$$m_{ij}^{\alpha\beta} = \int_0^L m \phi_{ai} \phi_{\beta j} dx \quad (20)$$

$$A_{ij}^{11} = \int_0^L E_0 A_0 \phi_{1r,x} \phi_{1j,x} dx \quad (21)$$

$$A_{ij}^{22} = \int_0^L E_0 I_{ZZ} \phi_{2i,xx} \phi_{2j,xx} dx \quad (22)$$

$$X_{ij}^{22} = \int_0^l m \int_0^x \phi_{2i,\zeta} \phi_{2j,\zeta} d\zeta dx \quad (23)$$

$$X_{ijk}^{122} = \int_0^l m \phi_{ij} \int_0^x \phi_{2j,\zeta} \phi_{2k,\zeta} d\zeta dx \quad (24)$$

$$X_{ijk}^{221} = \int_0^l m \int_0^x \phi_{2i,\zeta} \phi_{2j,\zeta} d\zeta \phi_{1k} dx \quad (25)$$

$$X_{ijkl}^{2222} = \int_0^l m \int_0^x \phi_{2i,\zeta} \phi_{2j,\zeta} d\zeta \int_0^x \phi_{2k,\zeta} \phi_{2l,\zeta} d\zeta dx \quad (26)$$

$$B1_{ijk}^{a\beta\gamma} = \int_0^l E_0 I_{ZZ} \phi_{\alpha i,xx} \phi_{\beta j,xx} \phi_{\gamma k,xx} dx \quad (27)$$

$$B2_{ijk}^{a\beta\gamma} = \int_0^l E_0 I_{ZZ} \phi_{\alpha i,x} \phi_{\beta j,xx} \phi_{\gamma k,xx} dx \quad (28)$$

$$B3_{ijk}^{a\beta\gamma} = \int_0^l E_0 I_{ZZ} \phi_{\alpha i,xx} \phi_{\beta j,xx} \phi_{\gamma k,x} dx \quad (29)$$

$$B4_{ijk}^{2222} = \int_0^l E_0 I_{ZZ} \phi_{2i,x} \phi_{2j,x} \phi_{2k,xx} \phi_{2l,xx} dx \quad (30)$$

$$B5_{ijk}^{2222} = \int_0^l E_0 I_{ZZ} \phi_{2i,xx} \phi_{2j,xx} \phi_{2k,x} \phi_{2l,x} dx \quad (31)$$

비선형 모델링의 정확한 수치해를 구하기 위한 연구 결과는 최근 국제적으로 많은 관심을 불러일으키고 있다. 대표적인 연구결과로 참고문헌 (11, 12)에 제시된 모델링방법은 일반적으로 적용될 수 있는지에 대한 검증이 아직 이루어지지 못하였고 또한 너무 복잡하여 실용적이지 못한 실정이다. 이에 반하여 저자에 의해 참고문헌 (9)에 제시되어 사용되고 있는 모델링 방법은 그 적용의 일반성과 사용 편의성을 모두 갖추고 있다.

3. 수치해석

본 절에서는 앞 절에서 유도된 운동방정식을 이용하여 축 방향 왕복운동을 하는 외팔보에 대한 주파수 응답특성 해석을 수행하였다. 축 방향 왕복운동 v_1 은 다음과 같은 함수로 이상화하여 나타내었다.

$$v_1 = v(1 - \cos \omega t) \quad (32)$$

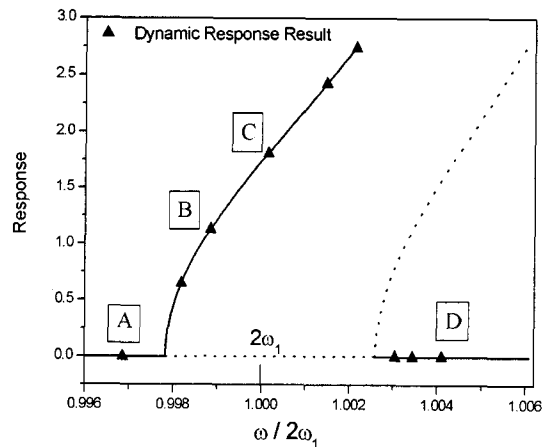
따라서

$$\dot{v}_1 = v\omega \sin \omega t \quad (33)$$

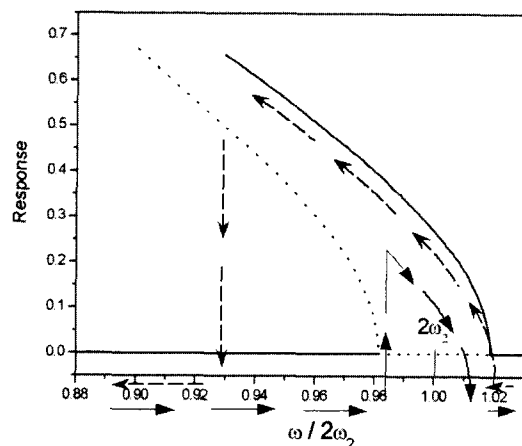
식 (32)와 (33)에서 ω 는 보의 축방향 왕복 운동 주파수를 나타낸다.

Fig. 2는 축 방향 왕복운동을 하는 외팔보의 왕복 주파수 변화에 따른 동적반응진폭의 크기를 (외팔보 자유단의 굽힘진동 진폭) 도시한 것이다. 이 그림에서 실선은 안정 평형점 및 주기해를 점선은 불안정 평형점 및 주기해를 나타낸다. 불안정 평형점 및 주기해는 해석적으로만 구해지는 특해로서 실제로는 발생하

지 않는다. 그러므로 Fig. 2에 나타난 안정 주기해에 대해서만 Fig. 3에 그의 해당 동적 반응을 제시하였다. Fig. 2(a)는 왕복주파수가 첫 번째 외팔보의 굽힘 방향 고유진동수의 2배 근처에 있을 때 왕복 주파수의 변화에 따른 동적 반응 진폭 크기를 도시한 것이다. 이 결과는 널리 사용되는 shooting method 방법을 통해⁽¹⁰⁾ 구한 것이고 삼각형 췌기로 그림에 표시한 결과는 제시된 모델링을 이용하여 구한 과도해석 결과에서 얻어진 것으로 두 결과는 정확히 일치하는 것을 알 수 있다. 이 결과에서는 또한 왕복 주파수가 첫 번째 고유진동수 2배 근처에서 있을 때 주파수 응답곡선이 오른쪽으로 휜 모양을 갖는 특성도 관찰할 수 있다. Fig. 2(b)는 왕복 주파수가 두 번째 굽힘방향 고유진동수 2배 근처에 있을 때 주파수 변화에 따



(a) Near twice the first natural frequency

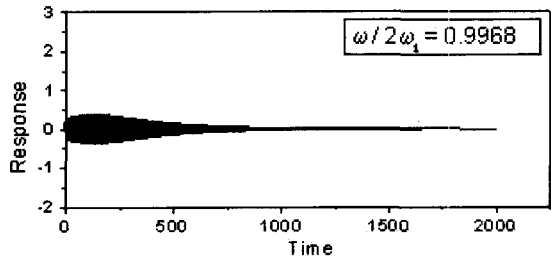


(b) Near twice the second natural frequency

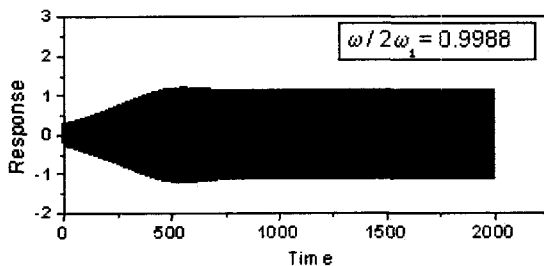
Fig. 2 Frequency-response curves

큰 동적 반응의 진폭 크기를 도기한 것이다. 이 경우에는 주파수응답곡선이 왼쪽으로 휘 모양을 갖는 특성을 나타내며 동적 응답이 Fig. 2(a)의 결과에 비해 상대적으로 작게 나타나는 것을 관찰할 수 있다.

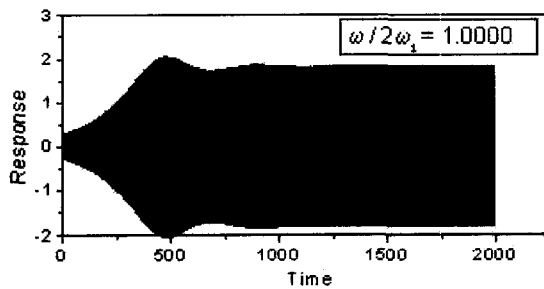
Fig. 3에서는 Fig. 2(a)에 표시된 4개의 점들(A, B, C, D)의 주파수에 대한 동적 반응 수치해석 결과



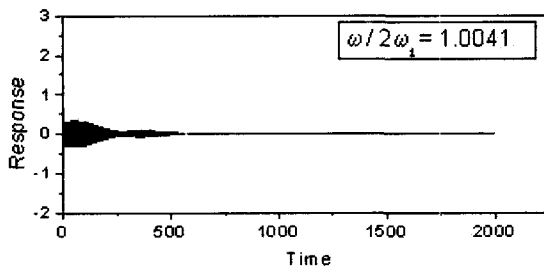
(a) Simulation result obtained at position A



(b) Simulation result obtained at position B



(c) Simulation result obtained at position C



(d) Simulation result obtained at position D

Fig. 3 Dynamic response simulation results

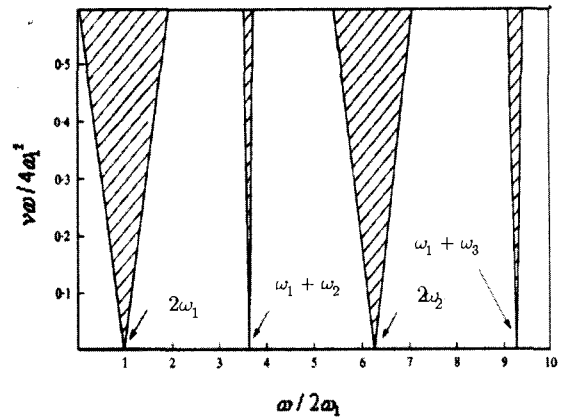


Fig. 4 Dynamic stability diagrams obtained by linear modeling

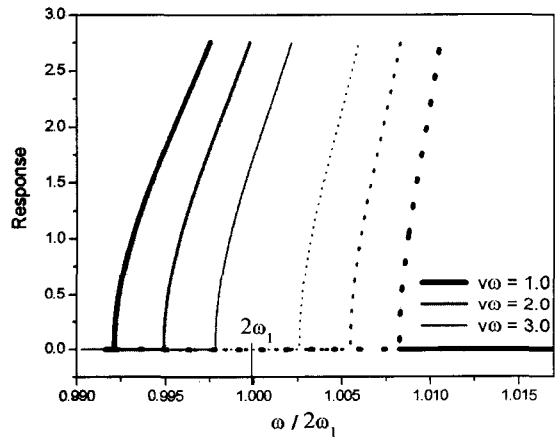


Fig. 5 Frequency response curves with various values of $v\omega$

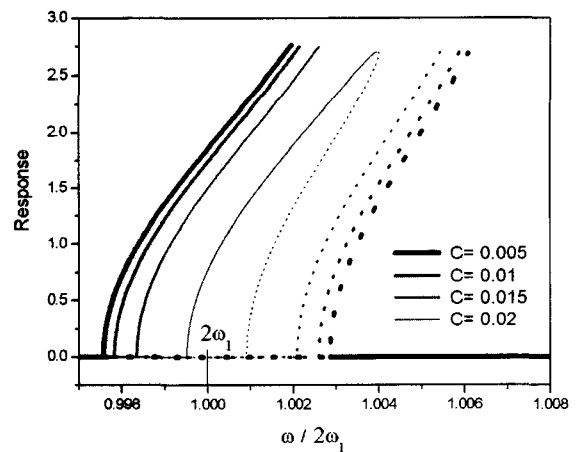


Fig. 6 Frequency response curves with various values of damping constants

들이 제시되어 있다. Fig. 3(a)는 Fig. 2(a) 상의 A점의 결과에 대응하는 동적반응 수치해석 결과를 보여 주는데 주파수 응답곡선 결과와 동일하게 동적 반응이 시간이 지남에 따라 0에 수렴함을 볼 수 있다. Fig. 3(b)와 (c)의 결과는 Fig. 2(a)의 B와 C점의 결과에 대응하는 결과를 보여주는데 운동의 초기에는 동적 반응이 지수적으로 증가하다가 다시 그 값이 줄어들어 일정 시간이 경과하면 일정 진폭을 갖는 주기적으로 수렴함을 보여준다. 이 때 수렴 진폭의 크기와 Fig. 2(a)의 B점과 C점에 나타난 결과가 일치하는 것도 확인할 수 있다. Fig. 3(d)의 결과는 Fig. 2(a)의 D 점에 상응하는 동적 반응으로 진폭이 최종적으로 0에 수렴함을 볼 수 있다.

Fig. 2(b)의 결과에서는 비선형 시스템이 갖는 전형적인 주파수 응답특성을 관찰할 수 있다. Fig. 2(b)에서 실선은 주파수를 증가시켰을 때, 점선은 주파수를 감소시켰을 때 나타나는 응답특성의 형태이다. 즉 왕복운동 주파수를 0으로부터 증가시킬 때는 주파수의 값이 0.98에 이를 때까지는 그 진폭이 늘 0으로 수렴하다가 0.98보다 커지면 진폭이 도약하는 현상을 보여주나, 주파수를 위에서부터 감소시킬 때는 주파수가 0.98를 지나도 응답곡선을 따라 진폭이 계속 증가하다가 0.93 근처에 가서야 0으로 떨어지는 현상을 보여준다.

본 논문에서 제시된 비선형 특성관련 결과들은 참고 문헌 (6)에 제시된 선형 모델에 의한 결과들과 비교해볼 때 커다란 차이를 보인다. Fig. 4는 선형 모델에 의한 안정성 해석결과를 보여준다. 가로축은 왕복운동 주파수를 세로축은 진폭의 크기를 무차원화한 그림으로서 여기서 빗금 영역은 불안정영역으로 진폭과 주파수가 이 영역에 속하면 동적 반응이 발산하게 된다. 즉 첫 번째나 두 번째 고유진동수의 2배의 위치에서는 선형 모델은 발산하는 동적 반응을 예측하는 것이다. 본 논문에서 제시한 비선형 모델링은 그러나 이와 다르게 앞서 제시된 바와 같이 늘 수렴된 결과를 주고 있다.

Fig. 5는 왕복주파수가 첫 번째 고유진동수의 2배 근처에 있을 때 가속도의 진폭변화에 따른 주파수 응답곡선이다. 그림에서 보면 왕복가속도 진폭이 점차 커짐에 따라 주파수 응답곡선이 더 높은 주파수 쪽으로 이동함을 알 수 있다. 또한 Fig. 6은 왕복주파수가 첫 번째 고유진동수의 2배 근처에 있을 때 감쇠 크기

변화에 따른 주파수 응답곡선이다. 감쇠의 크기가 커질수록 주파수 응답곡선이 역시 우측으로 이동하는 것을 확인할 수 있다. 그러나 그 변화 크기는 앞서 관찰한 진폭의 변화에 의한 영향보다 작음을 확인할 수 있었다.

4. 결 론

본 논문에서는 축 방향 왕복운동을 하는 외팔보의 인장 및 굽힘 방향 비선형성을 고려한 동적 모델링을 복합 변형변수들을 이용하여 유도하고, 이를 이용하여 주파수 응답특성 및 동적 해석을 수행하였으며 결과의 비교를 통하여 제시된 모델링의 정확성을 검증하였다. 보의 첫 번째 및 두 번째 고유진동수의 2배 가진주파수 부근의 영역에서는 선형 모델링은 발산하는 결과를 주게 되나 제시된 비선형 모델링은 그 동적 반응이 발산하지 않고 일정한 값으로 수렴하는 결과를 주는 것을 확인할 수 있었다. 또한 주파수를 증가시킬 때와 감소시킬 때 일정주파수에 이르러 진폭이 도약하거나 떨어지는 특성과 그것이 동일한 주파수에서 발생하지 않는 전형적인 비선형 특성도 관찰할 수 있었다. 또한 왕복 운동 시 가속도의 진폭 크기와 감쇠의 크기가 증가하는 경우에 주파수 응답 특성 곡선들이 고주파 영역으로 이동하는 특성을 갖는 것도 확인할 수 있었다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 지정 한양대학교 최적설계 신기술센터의 연구비지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- (1) Leissa, A., 1981, "Vibration Aspects of Rotating Turbomachinery Blades," Applied Mechanics Reviews, Vol. 34, pp. 629~635.
- (2) Rao, J., 1987, "Turbomachine Blade Vibration," Shock and Vibration Digest, Vol. 19, pp. 3~10.
- (3) Kane, T., Ryan, R. and Banerjee, A., 1987, "Dynamics of Cantilever Beam Attached to a Moving Base," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 10, pp. 139~151.

- (4) Yoo, H., Ryan, R. and Scott, R., 1995, "Dynamics of Flexible Beams Undergoing Overall Motions," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 181, No. 2, pp. 261~278.
- (5) Yoo, H. and Chung, J., 2001, "Dynamics of Rectangular Plates Undergoing Prescribed Overall Motions," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 239, No. 1, pp. 123~137.
- (6) Hyun, S. and Yoo, H., 1999, "Dynamic Modelling and Stability Analysis of Axially Oscillating Cantilever Beams," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 228, No. 3, pp. 543~558.
- (7) Nayfeh, A. and Mook, D., 1979, *Nonlinear Oscillation*, John Wiley & Sons, Inc.
- (8) Crespo da Silva, M. R. M. and Glynn, C. C., 1978, "Nonlinear Flexural-flexural-torsional Dynamics of Inextensional Beams. I. Equations of Motion," *Journal of Structural Mechanics*, Vol. 6, pp. 437~448.
- (9) Kim, J., Hyun, S. and Yoo, H., 2002, "Nonlinear Modeling and Dynamic Analysis of Flexible Structures Undergoing Overall Motions Employing Mode Approximation Method," *KSME International J.*, Vol. 16, No. 7, pp. 896~901.
- (10) Doedel, E. J., Champneys, A. R., Fairgrieve, T. F., Kuznetsov, Y. A., Sandstede, B. and Wang, X. J., AUTO97 1997, Continuation and Bifurcation Software for Ordinary Differential Equations. (www.indy.cs.concordia.ca/auto).
- (11) Pesheck, E., Pierre, C. and Shaw, S. W., 2002, "A New Galerkin-based Approach for Accurate Non-linear Normal Modes Through Invariant Manifolds," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 249, No. 5, pp. 971~993.
- (12) Pesheck, E., Boivin, N., Pierre, C. and Shaw, S. W., 2001, "Nonlinear Modal Analysis of Structural Systems Using Multi-mode Invariant Manifolds," *Nonlinear Dynamics*, 25(1~3), pp. 183~205.
- (13) 현상학, 유흥회, 1999, "매개변수 가진력을 받아 비행하는 구조물의 동적 모델링 및 안정성 해석," *한국소음진동공학회논문집*, 제 9 권, 제 6 호, pp. 1157~1165.