

초기 변위를 가지고 연속 이동하는 스프링-질량계가 등분포종동력을 받는 단순지지보의 동특성에 미치는 영향

Influence of Two Successively-moving Spring-mass Systems with Initial Displacement on Dynamic Behavior of a Simply-supported Beam Subjected to Uniformly Distributed Follower Forces

윤한익* · 강혁준* · 유진석**

Han-ik Yoon, Hyuk-joon Kang and Jin-seok Yu

(2002년 12월 5일 접수 : 2003년 2월 18일 심사완료)

Key Words : Moving Spring-mass System(스프링-질량계), Follower Force(종동력), Initial Displacement(초기변위)

ABSTRACT

A simply supported beam subjected to a uniformly distributed tangential follower force and the two successively moving spring-mass systems upon it constitute this vibration system. The influences of the velocities of the moving spring-mass system, the distance between two successively moving spring-mass systems and the uniformly distributed tangential follower force have been studied on the dynamic behavior of a simply supported beam by numerical method. The uniformly distributed tangential follower force is considered within its critical value of a simply supported beam without two successively moving spring-mass systems, and three kinds of constant velocities and constant initial displacement of two successively moving spring-mass systems are also chosen. Their coupling effects on the transverse vibration of the simply supported beam are inspected too. In this study the simply supported beam is deflected with small vibration proportional to natural frequency of the moving spring-mass systems. According to the increasing of initial displacement of the moving spring-mass systems the amplitude of the small vibration of the simply supported beam is increased due to the spring force. The velocity of the moving spring-mass system more affect on the transverse deflection of simply supported beam than other factors of the system and the effect is dominant at high velocity of the moving spring-mass systems.

1. 서론

기계구조물이나 수송장치 등에서 단순지지보는 많

은 부분에서 활용되고 있으며 단순지지보가 지지하는 이동질량계의 구조와 속도, 그리고 단순지지보에 작용하는 종동력(follower force)이 탄성보의 진동과 안정성에 미치는 인자가 된다.

† 책임저자, 정회원, 동의대학교 기계산업시스템공학부
E-mail : hiyoon@dongeui.ac.kr
Tel : (051) 890-1645, Fax : (051) 890-2232

* 동의공업대학 금형설계과

** 정회원, 동의대학교 대학원 기계공학과

비보존력 중에서 종동력은 시간과 속도에 관계없이 그 작용방향이 변환되는 일정한 크기의 힘으로서 그 작용선은 탄성계의 변형에 의하여 결정된다. 탄성봉에 작용하는 축하중은 집중종동력과 분포종동력으로 나누어지며, 집중종동력은 변형된 탄성봉의 자유단에서

그 접선방향으로 분포되어 작용하며, 분포종동력은 변형된 탄성보의 축선을 따라서 그 접선방향으로 분포되어 작용한다. 유체를 이송하는 파이프의 경우 점성이 작은 유체의 분사력은 파이프의 우측단에 작용하는 집중종동력이 되며, 점성이 큰 유체는 파이프의 내면에 작용하는 등분포 접선종동력을 일으킨다.

Chonan등⁽¹⁾은 축하중과 이동하중을 받으며 탄성적으로 지지되어 있는 Timoshenko보에서 횡진동에 관한 해를 구하고 축하중의 영향을 논하였다.

Wilson⁽²⁾은 집중질량으로 된 이동하중이 아닌 등분포질량으로 된 이동하중에 대한 보의 응답을 고려했다. Licari⁽³⁾는 스프링-질량-감쇠계로 구성된 이동하중을 받는 보의 동적응답을 연구하였으며 Lee⁽⁴⁾는 Winkler 기초위에 놓인 이동질량을 갖는 Timoshenko 보의 동적응답을 연구하였고 Ichikawa등⁽⁵⁾은 이동질량을 가진 연속보의 진동을 연구하였다.

이 연구에서는 단순지지보에 등분포종동력이 작용하고 동시에 두 개의 스프링-질량계가 일정한 속도로 이동하는 탄성계를 고려한다. 이동하는 스프링-질량계는 단순지지보에 접촉하여 이동하는 상부질량과 상부질량에 스프링으로 연결된 하부질량으로 구성되어있다. 이 이동 스프링-질량계의 고유진동수와 하부질량의 크기 및 초기조건 즉, 초기변위와 초기속도가 단순지지보의 동특성에 영향을 미친다. 연속 이동 스프링-질량계의 속도와 계간의 간격 역시 단순지지보의 진동과 안정성에 관계되어 있다. 등분포종동력은 단순지지보의 외부에서 작용할 수도 있으나, 여기서는 파이프 속을 흐르는 고점성 유체와 파이프 내면의 마찰에 의하여 발생하는 것으로 본다. 그러므로 연속 이동 스프링-질량계의 이동속도와 특성, 즉 고유진동수, 하부질량, 그리고 초기변위가 단순지지보의 동특성에 미치는 영향을 해석하였으며, 동시에 등분포 접선종동력의 작용을 검토하였다. 그리고 연속 이동 스프링-질량계의 특성과 등분포종동력의 연성이 단순지지보의 동특성에 미치는 영향을 고찰하였다.

2. 모델링

일정거리를 유지하는 두 개의 스프링-질량계가 단순지지된 탄성보의 위를 일정속도로 이동하고 등분포종동력이 작용하는 탄성계의 개략도는 Fig. 1과 같다. 여기서 M_1 과 M_2 는 상부이동질량, M_{11} 과 M_{22} 는 하

부이동질량, v 는 이동 스프링-질량계의 속도, q 는 분포접선종동력이며 a 는 이동 스프링-질량계간의 간격을 나타낸다. 이동 스프링-질량계의 속도와 연속 이동질량계간의 간격, 그리고 등분포종동력의 크기가 단순지지보의 동특성에 미치는 영향을 해석하기 위하여 Lagrange 방정식으로 계의 운동방정식을 유도한다.

2.1 단순지지보의 에너지식

단순지지보의 진동형은 $\sum_{i=1}^{\infty} d_i(t)\phi_i(x)$ 로 표현되므로 단순지지보의 횡변위와 속도는

$$y = \sum_{i=1}^{\infty} d_i(t)\phi_i(x) \quad (1)$$

$$\dot{y} = \sum_{i=1}^{\infty} \dot{d}_i(t)\phi_i(x) \quad (2)$$

이다. 여기서 (\cdot) 는 시간에 대한 미분이고 $\phi_i(x)$ 는

$$\phi_i(x) = \sin \frac{i\pi x}{l} \quad (3)$$

로써 정규직교 고유함수이며 $d_i(t)$ 는 시간의 함수이다. 그러므로 단순지지보의 운동에너지와 포텐셜에너지는

$$T = \frac{ml}{4} \sum_{i=1}^{\infty} \dot{d}_i^2(t) \quad (4)$$

$$V = \frac{(i\pi)^4 EI}{2 \cdot 2l^3} \sum_{i=1}^{\infty} d_i^2(t) \quad (5)$$

이다. 여기서 m 은 단순지지보의 단위길이당 질량이며 l 은 단순지지보의 길이, EI 는 단순지지보의 굽힘강성계수이다.

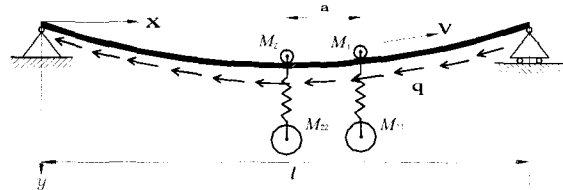


Fig. 1 A simply supported beam with two successively moving spring-mass systems upon and subjected to uniformly distributed follower force

2.2 등분포중동력에 의한 일량

비보존적인 등분포중동력에 의한 일은 등분포중동력의 보존력성분에 의한 일과 비보존력 성분에 의한 일로 구분된다. 등분포중동력의 보존력 성분에 의한 일은

$$W_c = \frac{1}{2} \int_0^l q(l-x)(y')^2 dx = \frac{1}{8} (i\pi)^2 q \sum_{i=1}^{\infty} d_i^2(t) \quad (6)$$

이고, 등분포중동력의 비보존력 성분에 의한 일은 다음 식 (7)과 같다.

$$W_N = - \int_0^l q(y')(y) dx \quad (7)$$

2.3 연속 이동 스프링-질량계의 에너지식

연속 이동 스프링-질량계의 수평속도가 v 이면 각각의 수평변위는

$$x_1 = \int_0^t v dt \quad (8)$$

$$x_2 = \int_0^t v dt - a \quad (9)$$

이고, 여기서 a 는 연속 이동 스프링-질량계의 간격이다. 연속 이동 스프링-질량계의 상부질량의 수직변위와 속도를 y_{M_1} , \dot{y}_{M_1} , y_{M_2} , \dot{y}_{M_2} , 하부이동질량의 수직변위와 속도를 $y_{M_{11}}$, $\dot{y}_{M_{11}}$, $y_{M_{22}}$, $\dot{y}_{M_{22}}$ 이라 하면 이동 스프링-질량계의 운동에너지는

$$T_M = \frac{1}{2} M_1 (\dot{y}_{M_1}^2 + v^2) + \frac{1}{2} M_2 (\dot{y}_{M_2}^2 + v^2) + \frac{1}{2} M_{11} (\dot{y}_{M_{11}}^2 + v^2) + \frac{1}{2} M_{22} (\dot{y}_{M_{22}}^2 + v^2) \quad (10)$$

가 되고, 연속 이동 스프링-질량계의 포텐셜에너지는 다음 식 (11)과 같다.

$$V_M = \frac{1}{2} k_1 y_{k_1}^2 + \frac{1}{2} k_2 y_{k_2}^2 - M_1 g y_{M_1} - M_2 g y_{M_2} - M_{11} g y_{M_{11}} - M_{22} g y_{M_{22}} \quad (11)$$

여기서 g 는 중력 가속도이고, y_{k_1} 과 y_{k_2} 는 각각 연속 이동 스프링-질량계의 스프링의 변위로서 다음 식 (12)와 식 (13)과 같다.

$$y_{k_1} = \frac{\dot{s}_{(0)1}}{\omega_{n1}} \sin \omega_{n1} t + s_{(0)1} \cos \omega_{n1} t \quad (12)$$

$$y_{k_2} = \frac{\dot{s}_{(0)2}}{\omega_{n2}} \sin \omega_{n2} (t - \frac{a}{v}) + s_{(0)2} \cos \omega_{n2} (t - \frac{a}{v}) \quad (13)$$

연속 이동 스프링-질량계의 상부질량들이 단순지지보와 분리되지 않고 접촉된 상태로 이동한다고 가정한다. 따라서, 이들의 수직변위와 수직속도는 다음 식 (14)~식 (17)과 같다.

$$y_{M_1} = y(x_1, t) \Big|_{x_1=f(t)} \quad (14)$$

$$y_{M_2} = y(x_2, t) \Big|_{x_2=f(t)} \quad (15)$$

$$\dot{y}_{M_1} = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} \right) \Big|_{x_1=f(t)} \quad (16)$$

$$\dot{y}_{M_2} = \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} \right) \Big|_{x_2=f(t)} \quad (17)$$

여기서

$$x_1 = f_1(t) = \int_0^t v dt \quad (18)$$

$$x_2 = f_2(t) = \int_0^t v dt - a \quad (19)$$

임을 고려하여 식 (1)과 식 (2)를 식 (14)와 식 (15)에 대입하면

$$\dot{y}_{M_1} = v \sum_{i=1}^{\infty} d_i(t) \phi_i' [f_1(t)] + \sum_{i=1}^{\infty} \dot{d}_i(t) \phi_i [f_1(t)] \quad (20)$$

$$\dot{y}_{M_2} = v \sum_{i=1}^{\infty} d_i(t) \phi_i' [f_2(t)] + \sum_{i=1}^{\infty} \dot{d}_i(t) \phi_i [f_2(t)] \quad (21)$$

이다.

2.4 계의 운동에너지

계의 운동방정식을 유도하기 위하여 앞에서 구한 일과 에너지식을 다음의 Lagrange 방정식 (22)에 대입하여 정리한다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q_i} \right) = 0 \quad (22)$$

여기서, 일반좌표 q_i 는 d_i 이고 L 은 Lagrangian으로서

$$L = (T + T_M) - (V + V_M) + W_C + W_N \quad (23)$$

이다.

식 (23)을 식 (22)에 대입하고 또 단순보의 고유함수

$$\phi_i [f_1(t)] = \sin \frac{i\pi x_1}{l} = \sin \frac{i\pi vt}{l} \quad (24)$$

$$\phi_i [f_2(t)] = \sin \frac{i\pi x_2}{l} = \sin \frac{i\pi vt}{l} = \sin \frac{i\pi}{l}(vt - a) \quad (25)$$

를 고려하여 정리하면 계의 운동방정식은 다음 식 (26)과 같다.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{ml}{2} + (M_1 + M_{11}) \sin^2 \left(\frac{i\pi vt}{l} \right) + (M_2 + M_{22}) \sin^2 \left(\frac{i\pi vt}{l} - a \right) \right\} \ddot{d}_i \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ (M_1 + M_{11}) v^2 \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{i\pi vt}{l} \right) + (M_2 + M_{22}) v^2 \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 \right. \\ & \quad \left. \cos^2 \left(\frac{i\pi vt}{l} - a \right) - \frac{(i\pi)^4 EI}{2 l^3} + \frac{(i\pi)^2}{2} q \right\} d_i \\ &+ (M_1 + M_{11}) g \sum_{i=1}^{\infty} \sin \left(\frac{i\pi vt}{l} \right) + (M_2 + M_{22}) g \sum_{i=1}^{\infty} \sin \left(\frac{i\pi vt}{l} - a \right) \\ &+ M_{11} v \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{i\pi}{l} \right) \cos \left(\frac{i\pi vt}{l} \right) \{ \dot{s}_{(0)_1} \cos \omega_{n_1} t - \omega_{n_1} s_{(0)_1} \sin \omega_{n_1} t \} \\ &+ M_{22} v \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{i\pi}{l} \right) \cos \frac{i\pi}{l} (vt - a) \{ \dot{s}_{(0)_2} \cos \omega_{n_2} (t - \frac{a}{v}) \\ & \quad - \omega_{n_2} s_{(0)_2} \sin \omega_{n_2} (t - \frac{a}{v}) \} \end{aligned} \quad (26)$$

2.5 운동방정식의 무차원화

계의 운동방정식 (26)을 무차원화 시키기 위하여 다음의 매개변수를 도입한다.

$$\begin{aligned} \bar{M}_1 &= \frac{M_1}{ml}, \bar{M}_2 = \frac{M_2}{ml}, \bar{M}_{11} = \frac{M_{11}}{ml}, \bar{M}_{22} = \frac{M_{22}}{ml}, \\ \bar{E} &= \frac{EI}{ml^4}, \bar{q} = \frac{q}{ml}, \bar{g} = \frac{g}{l}, \bar{d} = \frac{d}{l}, \bar{v} = \frac{v}{l} \\ \bar{a} &= \frac{a}{l}, \beta_1 = \pi \bar{v} t, \beta_2 = \pi (vt - \bar{a}), \bar{s}_{(0)_1} = \frac{s_{(0)_1}}{l}, \\ \bar{s}_{(0)_2} &= \frac{s_{(0)_2}}{l}, \dot{\bar{s}}_{(0)_1} = \frac{\dot{s}_{(0)_1}}{l}, \dot{\bar{s}}_{(0)_2} = \frac{\dot{s}_{(0)_2}}{l}, \\ \tau_1 &= \omega_{n_1} t, \tau_2 = \omega_{n_2} (t - \frac{a}{v}) \end{aligned} \quad (27)$$

매개변수 (27)을 계의 운동방정식 (26)에 대입하여 정리하면 식(28)과 같이 무차원화된 계의 운동방정식을 얻는다.

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2} + (\bar{M}_1 + \bar{M}_{11}) \sin^2(i\beta_1) \right\} \ddot{\bar{d}}_i + (\bar{M}_2 + \bar{M}_{22}) \sin^2(i\beta_2) \ddot{\bar{d}}_i$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \begin{aligned} & (i\pi)^2 \bar{v}^2 (\bar{M}_1 + \bar{M}_{11}) \cos^2(i\beta_1) \\ & + (i\pi)^2 \bar{v}^2 (\bar{M}_2 + \bar{M}_{22}) \cos^2(i\beta_1) \\ & - \frac{1}{2} (i\pi)^4 \bar{E} + \frac{1}{4} (i\pi)^2 \bar{q} \end{aligned} \right\} \bar{d}_i \\ &+ (\bar{M}_1 + \bar{M}_{11}) \bar{g} \sum_{i=1}^{\infty} \sin(i\beta_1) + (\bar{M}_2 + \bar{M}_{22}) \bar{g} \sum_{i=1}^{\infty} \sin(i\beta_2) \\ &+ \bar{M}_{11} \bar{v} \sum_{i=1}^{\infty} \sin(i\beta_1) \{ \dot{\bar{s}}_{(0)_1} \cos \tau_1 - \bar{s}_{(0)_1} \omega_{n_1} \sin \tau_1 \} \\ &+ \bar{M}_{22} \bar{v} \sum_{i=1}^{\infty} \sin(i\beta_2) \{ \dot{\bar{s}}_{(0)_2} \cos \tau_2 - \bar{s}_{(0)_2} \omega_{n_2} \sin \tau_2 \} \end{aligned} \quad (28)$$

운동방정식 (28)은 2계 상미분방정식이므로 다음과 같이 보조기호

$$\bar{z}_i = \bar{d}_i, \dot{\bar{z}}_i = \dot{\bar{d}}_i = f(\bar{d}_i, \bar{z}_i, t) \quad (29)$$

를 사용하여 변수를 치환하면 1계 상미분방정식계로 변환된다.

따라서 1계 상미분방정식계는 행렬을 사용하여 다음 식 (30)으로 나타내어진다.

$$[A] \{\dot{\bar{X}}\} = [B] \{\bar{X}\} + \{C\} \quad (30)$$

3. 수치해석 결과 및 고찰

이 연구에서는 두 이동 스프링-질량계의 질량을 같게 두고 ($\bar{M}_1 = \bar{M}_2, \bar{M}_{11} = \bar{M}_{22}$) 계의 동특성을 지배하는 등분포중동력과 이동속도의 크기, 그리고 이동 스프링-질량계의 초기변위 및 진동수 등 여러 가지 양에 대하여 단순지지보의 동특성을 계산하여 그림으로 나타내고 비교하였으며 수치해석을 위한 입력 데이터는 아래의 Table 1과 같다.

Table 1 Input parameters

Parameter	Value
Length of simply supported beam	10 m
Elastic modulus of simple beam	$206 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
Moment of inertia of beam cross sectional	$2.37 \times 10^{-5} \text{ m}^4$
Mass of simple beam per unit length	9 kg/m
Mass of upper moving masses	1 kg each
Mass of lower moving masses	10 kg each

Fig. 2~10은 단순지지보를 따라 진행되는 앞선 이동 스프링-질량계의 위치에 따른 단순지지보의 중앙부의 무차원 변위를 나타낸 것이다.

Fig. 2, Fig. 3, Fig. 4는 이동 스프링-질량계의 세 가지 초기변위 $\bar{s}_{(0)}=0.005$, $\bar{s}_{(0)}=0.01$, $\bar{s}_{(0)}=0.02$ 의 변화와 이동 스프링-질량계의 이동속도가 단순지지보의 동특성에 미치는 영향을 나타내고 있다.

Fig. 2는 등분포중동력이 영이고, 이동 스프링-질량계의 이동속도 $\bar{\nu}=0.1$ 인 경우에 단순지지보 하부에 부가된 이동 스프링-질량계의 초기 변위의 변화가 단순지지보의 횡진동에 미치는 영향을 도시하였다. 이동 스프링-질량계의 하부질량 M_{11} , M_{22} 가 초기변위를 가짐으로 해서 단순지지보의 미세진동의 진폭에 영향을 미치는데 이때 이동 스프링-질량계의 초기변위가 증가할수록 단순지지보의 미세 횡진동의 진폭이 증가함을 볼 수 있다. Fig. 3은 이동 스프링-질량계의 진동수 ω_n 이 60 rad/s로 증가된 경우로서 단순지지보의 변위의 변화 형태는 Fig. 2와 비슷하나 단순지지보의 미세진동의 횡수가 약 2배 정도 증가되었음을 볼 수 있다. 초기 변위가 상대적으로 큰 $\bar{s}_{(0)}=0.02$ 의 경우 앞선 이동 스프링-질량계가 출발하여 진행되는 동안 조금씩 증가하던 단순지지보의 횡변위가 뒤따르는 이동 스프링-질량계가 출발하는 시점에서 갑자기 감소한 후 다시 증가되는 모습을 뚜렷이 관찰할 수 있다. 이는 이동 스프링-질량계에 연결된 스프링의 힘이 단순지지보를 연직방향으로 밀어올려 나타낸 현상으로 볼 수 있다. Fig. 4는 이동 스프링-질량계의 진동수 ω_n 이 120 rad/s로 증가된 경우이다. 이동 스프링-질량계의 진동수의 증가로 인해 미세진동의 반복횟수가 더욱 증가되었으며 이동 스프링-질량계의 초기 변위의 영향은 초기변위가 큰 $\bar{s}_{(0)}=0.02$ 의 경우 Fig. 2, Fig. 3에 비해 미세진동의 진폭변화가 크게 나타났다. 이는 초기 변위를 가지는 하부 질량계의 에너지가 이동 스프링-질량계의 고유진동수와 연성되어 미세진동의 진폭에 영향을 준 것으로 생각되어진다.

Fig. 5, Fig. 6, Fig. 7은 이동 스프링-질량계의 속도 $\bar{\nu}=0.2$ 일 때의 이동 질량계의 초기 변위 변화에 따른 단순지지보의 동특성을 나타내고 있다. $\bar{\nu}=0.2$ 에서는 단순지지보의 최대 횡변위가 나타나는 지점은 단순지지보를 따라 이동하는 앞선 이동 스프링-질량

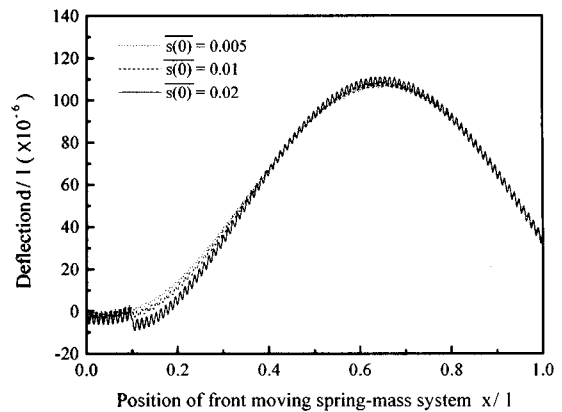


Fig. 2 Midspan deflection of the simply supported beam
 $\bar{q}=0$, $\bar{\nu}=0.1$, $\bar{a}=0.1$, $M_{11}=M_{22}=10$ kg, $\omega=30$ rad/s

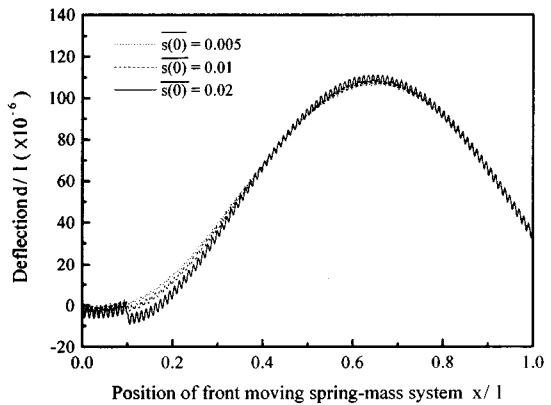


Fig. 3 Midspan deflection of the simply supported beam
 $\bar{q}=0$, $\bar{\nu}=0.1$, $\bar{a}=0.1$, $M_{11}=M_{22}=10$ kg, $\omega=60$ rad/s

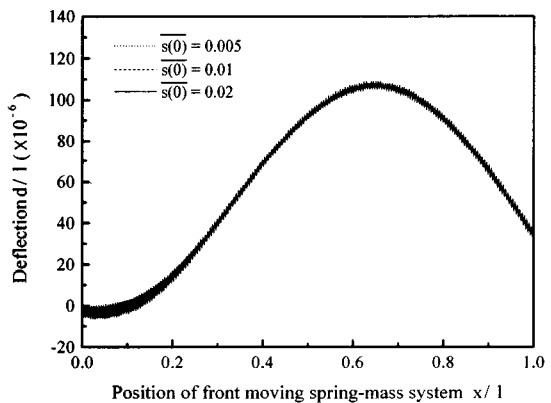


Fig. 4 Midspan deflection of the simply supported beam
 $\bar{q}=0$, $\bar{\nu}=0.1$, $\bar{a}=0.1$, $M_{11}=M_{22}=10$ kg, $\omega=120$ rad/s

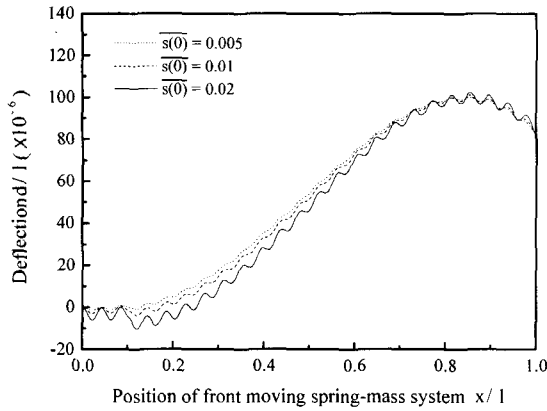


Fig. 5 Midspan deflection of the simply supported beam
 $\bar{q} = 0, \bar{\nu} = 0.2, \bar{a} = 0.1, M_{11} = M_{22} = 10 \text{ kg}, \omega = 30 \text{ rad/s}$

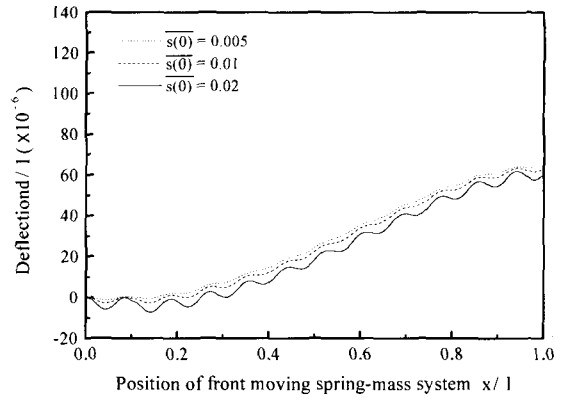


Fig. 8 Midspan deflection of the simply supported beam
 $\bar{q} = 0, \bar{\nu} = 0.4, \bar{a} = 0.1, M_{11} = M_{22} = 10 \text{ kg}, \omega = 30 \text{ rad/s}$

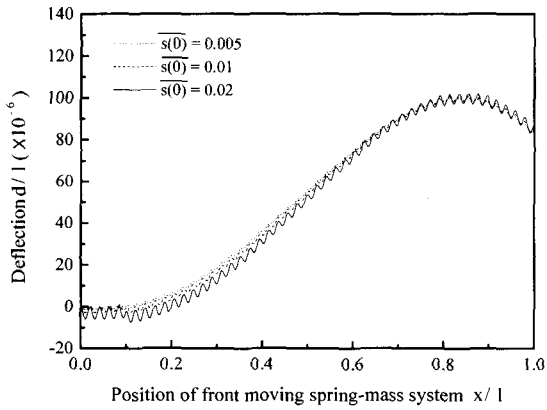


Fig. 6 Midspan deflection of the simply supported beam
 $\bar{q} = 0, \bar{\nu} = 0.2, \bar{a} = 0.1, M_{11} = M_{22} = 10 \text{ kg}, \omega = 60 \text{ rad/s}$

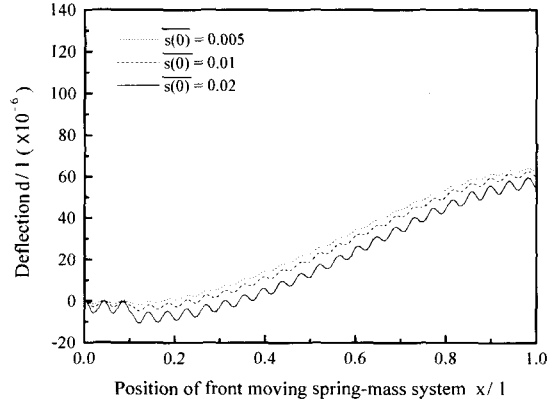


Fig. 9 Midspan deflection of the simply supported beam
 $\bar{q} = 0, \bar{\nu} = 0.4, \bar{a} = 0.1, M_{11} = M_{22} = 10 \text{ kg}, \omega = 60 \text{ rad/s}$

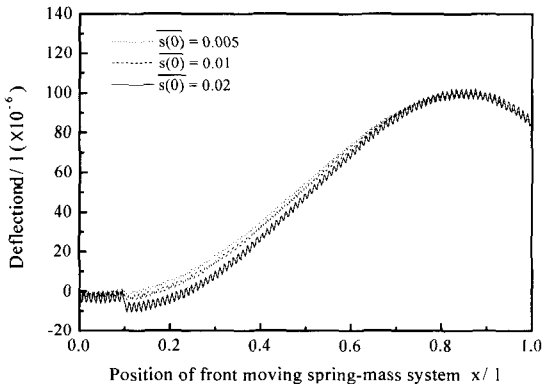


Fig. 7 Midspan deflection of the simply supported beam
 $\bar{q} = 0, \bar{\nu} = 0.2, \bar{a} = 0.1, M_{11} = M_{22} = 10 \text{ kg}, \omega = 120 \text{ rad/s}$

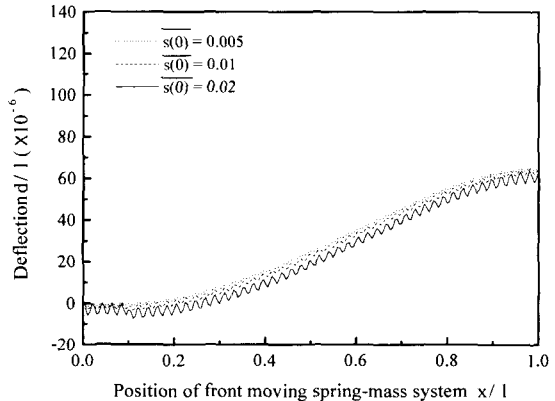


Fig. 10 Midspan deflection of the simply supported beam
 $\bar{q} = 0, \bar{\nu} = 0.4, \bar{a} = 0.1, M_{11} = M_{22} = 10 \text{ kg}, \omega = 120 \text{ rad/s}$

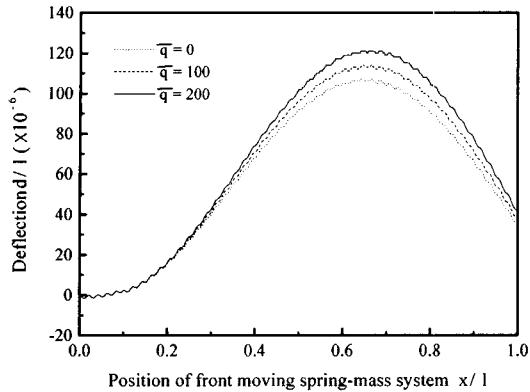


Fig. 11 Midspan deflection of the simply supported beam

$\bar{\nu}=0.2, \bar{s}_{(0)}=0.005, \bar{a}=0.1, M_{11}=M_{22}=10 \text{ kg}, \omega=60 \text{ rad/s}$

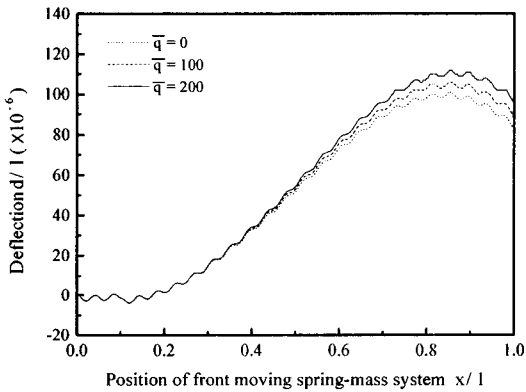


Fig. 12 Midspan deflection of the simply supported beam

$\bar{\nu}=0.2, \bar{s}_{(0)}=0.005, \bar{a}=0.1, M_{11}=M_{22}=10 \text{ kg}, \omega=60 \text{ rad/s}$

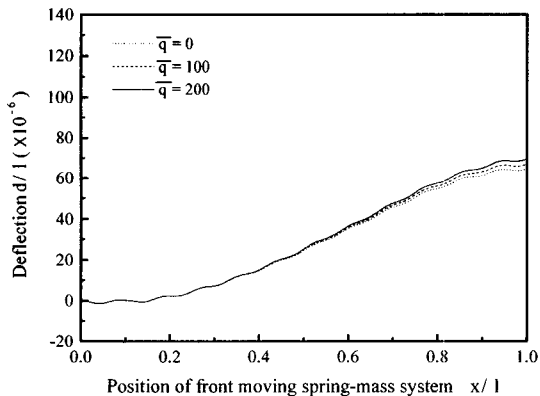


Fig. 12 Midspan deflection of the simply supported beam

$\bar{\nu}=0.4, \bar{s}_{(0)}=0.005, \bar{a}=0.1, M_{11}=M_{22}=10 \text{ kg}, \omega=60 \text{ rad/s}$

계가 $\bar{\nu}=0.1$ 에 비해 보다 더 후반부를 통과하는 순간에 나타남을 볼 수 있다. $\bar{\nu}=0.4$ 의 경우인 Fig. 8, Fig. 9, Fig. 10에서는 이동 스프링-질량계가 단순지지보의 30% 지점을 지날 때까지는 단순지지보의 변위의 변화율이 적지만 30% 지점을 지나면서부터 보의 횡변위가 증가하기 시작한다. 또한 이 경우에는 최대 횡변위를 관찰할 수가 없는데, 이는 이동 스프링-질량계가 보를 통과하고 난 이후에 최대 변위가 나타날 것으로 예상할 수 있어 고속 이동하중에 의한 단순지지보의 최대 횡변위는 이동하중이 단순지지보를 떠난 후에 일어난다는 Weaver⁽⁶⁾의 설명에 부합한다고 볼 수 있다. 이동 스프링-질량계의 초기변위가 증가함에 따라 스프링력에 의해 미세진동의 진폭이 증가함을 볼 수 있고, 이동 스프링-질량계의 진동수 증가로 단순지지보의 미세진동이 증가되었으며 진폭 또한 증가되었음을 알 수 있다.

Fig. 11, Fig. 12, Fig. 13은 단순지지보에 작용하는 등분포중동력 $\bar{q}=0, \bar{q}=100, \bar{q}=200$ 에 대한 단순지지보의 동특성을 나타내고 있다. 스프링-질량계의 이동속도 $\bar{\nu}=0.1$ 인 경우 작용하는 등분포 중동력이 커질수록 단순지지보의 횡변위는 증가하는 것을 볼 수 있다. 등분포 중동력은 이동 스프링-질량계가 단순지지보 길이의 30% 부근을 지날 때 까지는 영향을 미치지 못하지만 그 이후부터는 보의 횡변위를 증가시킨다. 따라서 등분포중동력의 증가는 단순지지보의 진동형에는 영향을 미치지 못하지만 단순지지보의 횡변위를 증가시키며, 이동 스프링-질량계의 특성과 연성되어 보의 후반부를 통과할 때 그 영향이 커진다.

4. 결 론

단순지지보에 작용하는 등분포중동력과 이동 스프링-질량계의 이동속도, 이동 스프링-질량계의 초기 변위와 진동수 변화가 단순지지보의 횡진동 변위에 미치는 영향을 수치해석으로 연구하여, 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 보의 횡변위는 계의 다른 인자들보다 이동 스프링-질량계의 이동속도에 크게 영향을 받으며, 그 이동속도가 고속일수록 더욱 지배적이다.

(2) 이동 스프링-질량계의 초기변위의 증가는 스프링 복원력을 크게 하므로 단순지지보의 미세진동 변

위를 증가 시키며 뒤따르는 이동질량의 출발시점에서 단순지지보의 변위를 크게 증가시킨다.

(3) 이동 스프링-질량계의 자유진동에 의하여 단순 지지보는 스프링-질량계의 고유진동수에 비례하는 미세진동을 동반하며 횡변위 된다.

(4) 등분포중동력의 증가는 단순지지보의 횡변위를 증가시키며, 이동 스프링-질량계의 특성과 연성되어 보의 후반부를 통과할 때 등분포중동력의 영향이 커진다.

"Dynamic Response of a Beam Subjected to Moving Forcing System," Proceedings of Fourth U.S. National Congress of Applied Mechanics, pp. 481~425.

(4) Lee, H. P., 1998, "Dynamic Response of a Timoshenko Beam on a Winkler Foundation Subjected to a Moving Mass," Applied Acoustics, Vol. 55, No. 3, pp. 203~215.

(5) Ichikawa, M., Miyakawa, Y. and Matsuda, A., 2000, "Vibration Analysis of the Continuous Beam Subjected to a Moving Mass," Journal of Sound and Vibration Vol. 230, No. 3, pp. 493~506.

(6) Weaver, W. Jr., Timoshenko, S. P. and Young, D. H., 1990, "Vibration problem in Engineering," 5th ed., John Wiley & Sons, Singapore, pp. 422~454.

(7) 윤한익, 손인수, 2002. "이동질량을 가진 유체 유동 파이프의 동특성," 한국소음진동공학회논문집, 제 12 권, 제 7 호, pp. 550~556.

참 고 문 헌

(1) Chonan, C., 1973, "The Elastically Supported Timoshenko Beam Subjected to an Axial Force and A Moving Load," International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 17, pp. 573~581.

(2) Wilson, J. F., 1973, "Response of Simple Spans to Moving Mass loads", AIAA Journal, pp. 4~5.

(3) Licari, J. S. and Wilson, E. N., 1962,