

전역슬라이딩모드 제어를 이용한 전기유압 시스템의 제어

최 형 식[†] · 김 명 훈^{*}

(원고접수일 : 2002년 6월 27일, 심사완료일 : 2003년 1월 23일)

Control of the Hydraulic System Using the Global Sliding Mode Control

Hyeung-Sik Choi[†] · Myung-Hun Kim^{*}

Key words : Loyal Sliding Mode Control(전역 슬라이딩모드제어), Hydraulic System(유압시스템), Uncertain System(불확실한 시스템)

Abstract

A hydraulic system is modeled as the second order differential equation with uncertain system parameters and disturbance composed of modeling errors. To position the load of the hydraulic system to a desired point, the servo valve of the hydraulic system is controlled. As a control scheme, a global sliding mode control(GSMC) is proposed. Since the servo valve has a torque limit, the GSMC is designed to coordinate the position of the load along the minimum time trajectory within the torque limit. The proposed control scheme can be designed with ranges of parametric uncertainties and specified torque limits. By the proposed control scheme, the closed form solution of the arriving time at the desired position can be estimated.

1. 서 론

강력하고 신속한 전달력을 갖는 유압시스템은 이를 제어하는 시스템과 더불어 인간이 직접 수행할 수 없는 고중량 물체의 가진, 압착, 압출 성형 및 위치제어와 같은 다양한 작업에 필수적으로 적용되고 있다. 이와 같은 작업 중에는 작업의 질을 향상시키기 위한 정밀한 위치와 속도의 제어를 요하는 작업들이 많다. 정밀한 작업을 위해서는 출력

을 감지하여 이를 입력에 활용하는 피드백 제어가 필수적이다. 유압 시스템의 부하를 제어하기 위해서는 시스템에 입출력되는 유량을 조절하는 서보 밸브의 동작을 제어하여야 한다. 이러한 유압시스템의 제어에 부하의 위치, 속도 및 압력 정보를 피드백 받아서 부하의 위치제어를 수행한 논문들이 있다^[1~5]. 이러한 연구 중에는 유압 서보계의 위치와 속도를 피드백 받아 NC선반의 공구를 제어한 연구^[1], 밸브의 운동식을 선형화 해석하여 압력제

[†] 책임저자(한국해양대학교 기계정보공학부) E-mail : hchoi@hanara.kmaritime.ac.kr, T : 051)410-4297

^{*} 한국 신발피혁 연구소 자동화 연구실(E-mail : mhkim@kiflt.re.kr)

어를 전기적 서보회로로 구성하여 유압시스템의 제어 및 평가를 수행한 연구^[2] 및 자동차의 현가 장치의 가진을 위한 유압시험기의 위치제어를 위하여 서보밸브에 PID제어기를 적용한 논문들이 있다^[3]. 또한, 유압 시스템에 존재하는 외란의 영향에 강인한 서보 알고리즘을 구현한 연구도 있다^[4]. 이와 같은 제어 방법들은 유압시스템의 비선형 운동방정식을 선형화하는 과정에서 누락된 고차항과 부하가 작용하는 기계적 시스템에 존재하는 불확실한 외란 등의 영향 때문에 원하는 성능을 구하는데 어려움이 있다. 이와 같은 문제를 해결할 수 있는 강인 제어기로 슬라이딩모드 제어기라 불리는 가변구조 제어기가 있다^[5]. 하지만, 슬라이딩모드 제어기는 슬라이딩 면에 도착하기 위해서 요구되는 이론적 입력의 크기가 실제의 시스템 구동력의 한계를 넘어설 수 있다. 이 경우에 제어기는 진동 유발 및 불안정한 상태를 발생하는 단점이 있다. 이러한 단점을 해결하기 위하여 제한된 입력 내에서 슬라이딩 면에 안정하게 도달하는 제어기로 전역슬라이딩모드 제어기(Global sliding mode control)가 제안되었다^[6]. 이 제어기의 단점은 제한된 입력 내에서 안정하게 작동하지만 구동력을 충분히 사용하지 못하는 것이다. 이를 개선하여 시스템의 입력을 충분히 사용하며 안정한 작동을 하는 개선된 전역슬라이딩모드 제어기가 제안되었다^[7].

본 논문에서는 개선된 전역 슬라이딩모드 제어기(GSMC)를 전기유압 시스템에 적합하게 적용하였다. 불확실한 파라미터와 외란을 갖는 전기유압 시스템의 운동방정식을 정의하였고, 운동방정식에서 파라미터와 외란의 한계를 정의하여 입력 한계 내에서 최소시간에 목표점에 도달하도록 개선된 GSMC를 설계하는 방법을 제안하였다. 제어기를 적용함으로써 불확실한 파라미터를 갖는 유압시스템을 대상으로 하여 부하의 목표점이 주어지면 서보밸브의 제한된 용량 내에서 목표점에 도달하는 최소 시간을 추정할 수 있고 이때의 허용 가속도를 선정할 수 있다. 특히, 개선된 GSMC의 적용결과로 유압시스템에서 부하의 최소 도착시간과 허용가속도의 계산식이 해석적인 형태 (closed form)로 표현되어 서보밸브 구동 용량계산이 용이하다. 이 결과를 이용하면 제어밸브의 용량을 역으로 설계할 수 있는 장점이 있다.

2. 전기유압시스템의 모델링

본 논문에서 대상으로 하는 전기-유압시스템은 크게 서보밸브, 양방향로드를 갖는 유압실린더 및 부하 요소로 구성되어 있으며 이의 간략화된 그림을 Fig. 1에 나타내었다.

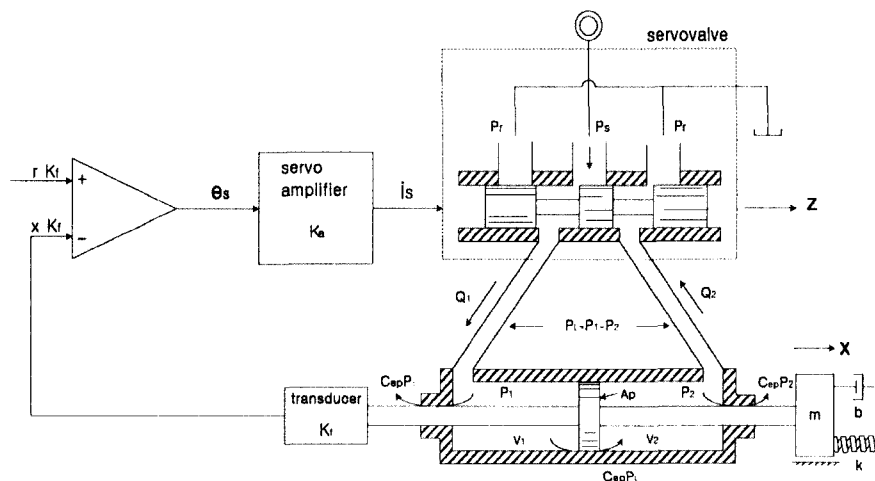


Fig. 1 Structure of Hydraulic System.

2.1 유압실린더 및 서보밸브

밸브스풀의 변위 $z(t)$ 로 인하여 스톱을 통하는 기름의 공급유량 q_1 및 귀환 유량 q_2 를 베르누이 방정식을 이용하여 구하면 각각 다음과 같다.

$$q_1(t) = c_d w z(t) \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_s - p_1(t))} \quad (1)$$

$$q_2(t) = c_d w z(t) \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2(t)} \quad (2)$$

여기서 c_d 는 밸브 포트의 오리피스 유량계수이고, w 는 밸브포트의 단면적 구배이며, ρ 는 작동유의 밀도이다.

또한, p_1 은 유압실린더내의 공급압력이고 p_2 는 유압실린더내의 귀환압력이며 p_s 는 유압펌프의 공급압력이다. 한편, 서보밸브의 스톱은 대칭적이고 임계 중심을 갖는다고 가정하면 다음 식이 성립한다.

$$p_s = p_1(t) + p_2(t) \quad (3)$$

또한 부하압력 p_L 및 부하유량 q_L 은 각각 다음과 같이 정의한다.

$$p_L(t) = p_1(t) - p_2(t) \quad (4)$$

$$q_L(t) = (q_1(t) + q_2(t)) / 2 \quad (5)$$

식(3)과 식(4)의 관계에서 $p_1(t) = (p_s + p_L(t)) / 2$, $p_2(t) = (p_s - p_L(t)) / 2$ 가 된다. 이를 이용하여 식(1), (2) 및 (5)을 정리하면 다음의 부하 유량식을 유도할 수 있다.

$$q_L(t) = k_z z(t) \sqrt{p_s - p_L(t)} \quad (6)$$

여기서 $k_z = c_d w (1/\rho)^{1/2}$, $z(t) \leq z_{\max}$ 이다.

서보밸브는 입력전류에 의해 생성되는 코일 기자력을 이용하여 밸브스풀을 제어하며 히스테리시

스와 같은 비선형적 특성을 갖고 있다. 이의 운동 방정식은 주파수응답 곡선 비교법에 의해 구할 수 있는데, 입력전류와 밸브스풀 변위 사이의 관계식은 3차계로 모델링될 수 있고 서보밸브의 사용 주파수 영역에 따라 비례요소, 1차 지연요소 또는 2차계로 근사 모델링된다.

본 논문에서는 불확실한 환경에서 유압시스템의 부하를 최소시간 경로로 이송하는 제어기의 설계를 목적으로 한다. 이를 위하여 서보밸브의 입력전류와 스톱변위의 관계를 비례적으로 정의하였으며, 이 때 발생하는 모델링 오차를 외란으로 간주하였다. 입력전류 i_s 와 밸브의 스톱변위 $z(t)$ 의 관계는 다음과 같다.

$$z(t) = k_i i_s(t) \quad (7)$$

여기서 k_i 는 토크 모터 이득이다. 유압시스템 부하의 위치제어는 궁극적으로 밸브위치의 제어에 의해 이루어진다. 따라서 식 (7)의 입력전류를 제어함으로써 부하위치를 제어하지만 본 논문에서는 전류변환 전의 토크모터 구동회로에 인가되는 전압으로 제어한다. 전압 $e_s(t)$ 는 서보증폭기에서 증폭되어 다음과 같은 입력전압과 부하의 위치 관계식으로 표현된다.

$$z(t) = k_i e_s(t) \quad (8)$$

여기서 $k_i = k_i k_a$ 이고 k_a 는 서보증폭기 이득이다.

2.2 유압실린더 및 부하계

유압실린더 내의 오일의 압축률을 고려한 유량의 연속방정식은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$q_a(t) - q_b(t) = \frac{dV(t)}{dt} + \frac{V(t)}{k_m} \frac{dp(t)}{dt} \quad (9)$$

여기서 $V(t)$ 는 체적이고, q_a, q_b 는 계의 유입 및 유출유량이며, $k_m = \rho(dp/d\rho)$ 는 기름의 체적탄성 계수이며 우측 두 번째 항은 오일의 압축에 의한

유압의 변화량이다. 식 (9)를 Fig. 1의 유압시스템에 적용하면 다음과 같이 된다.

$$q_1 - c_{ip}(p_1(t) - p_2(t)) - c_{ep}p_1(t) = \frac{dV_1(t)}{dt} + \frac{V_1(t)}{k_m} \frac{dp_1(t)}{dt} \quad (10)$$

$$c_{ip}(p_1(t) - p_2(t)) - c_{ep}p_2(t) - q_2(t) = \frac{dV_2(t)}{dt} + \frac{V_2(t)}{k_m} \frac{dp_2(t)}{dt} \quad (11)$$

여기서 실린더의 공급 및 귀환 측 체적은 각각

$$V_1(t) = V_{01} + a_p x(t) \quad (12)$$

$$V_2(t) = V_{02} - a_p x(t) \quad (13)$$

이며 공급 및 귀환 초기체적 $V_{01} = V_{02} = \frac{V_t}{2}$ 이고, V_t 는 밸브, 유압관로 및 실린더 전체의 체적이다. 여기서 a_p 는 수압면적이고, c_{ep} , c_{ip} 는 각각 외부 및 내부 누설계수이다.

식 (10)과 (11)를 식 (4)과 (5)를 이용하여 정리하면 다음과 같은 부하유량에 관한 방정식을 구할 수 있다.

$$q_L(t) = a_p \dot{x}(t) + c_t p_L(t) + \frac{1}{2k_m} (V_1(t) \dot{p}_1(t) - V_2(t) \dot{p}_2(t)) \quad (14)$$

여기서 $c_t = c_{ip} + c_{ep}/2$ 로서 전체 누설계수이다. 식 (14)에서 우측 말단 항은 오일의 압축에 의한 유량의 변화로서 부하압력의 변화율, $V_1(t)$ 및 $V_2(t)$ 와 관련이 있으나 공급압력 및 실린더 전체의 체적이 유한하므로 크기가 유한하고 식 (14)의 다른 항에 비하여 크기가 작아서 부하유량에 제한된 영향을 미치는 외란 항으로 정의하면 식 (14)는 다음과 같이 표현된다.

$$q_L(t) = a_p \dot{x}(t) + c_t p_L(t) + d_1(\rho, \dot{p}_1, \dot{p}_2) \quad (15)$$

$$\text{여기서 } d_1(\rho, \dot{p}_1, \dot{p}_2) = \frac{1}{2k_m} (V_{1(t)} \dot{p}_1(t) - V_2(t) \dot{p}_2(t)).$$

한편 부하를 포함한 피스톤의 운동방정식은 다음과 같이 표현된다. 부하는 여러 형태로 구성될 수 있으나 일반적으로 작업공구, 부하 및 피스톤 전체의 질량 m 에 의한 관성부하, 실린더 뎀핑 계수 b 에 의한 점성 마찰 부하 및 외부에 대한 작업을 수행할 때 발생하는 스프링 상수 k 에 의한 스프링 부하로 구성된다. 여기서 m, b, k 는 크기의 범위는 정의할 수 있으나 정확히 측정하기 어려운 불확실한 계수들이다.

$$a_p p_L(t) = m \ddot{x}(t) + b \dot{x}(t) + kx(t) + f_f(x, \dot{x}) \quad (16)$$

여기서 f_f 는 마찰력에 관한 항으로서 쿨롱 마찰력과 고체 마찰력으로 구성된다.

2.3 유압시스템의 운동방정식

부하의 변위와 제어밸브의 관계식을 구하기 위하여 비선형식인 부하유량 방정식 (6)을 동작점 (z^*, p_L^*) 근방에서 테일러급수를 이용하여 전개하면 다음 식과 같이 표현된다.

$$q_L(t) = k_1 z(t) - k_2 p_L(t) + d_2(z, p_L) \quad (17)$$

여기서

$$k_1 = k_2 \sqrt{p_s - p_L^*}, \quad k_2 = \frac{k_2 z^*}{2\sqrt{p_s - p_L^*}} \text{ 이고}$$

d_2 는 비선형식을 선형화할 때 발생하는 고차항으로 밸브변위와 공급압력이 유한하므로 크기가 유한하다. 부하의 변위와 제어밸브의 관계식을 구하기 위하여 식 (8), (15), (16) 및 (17)을 정리하면 다음과 같은 이계 상미분 방정식으로 표현된다.

$$M \ddot{x}(t) + B \dot{x}(t) + Kx(t) + d = u \quad (18)$$

여기서 $M = m(c_t + k_2)/(a_p k_1 k_i)$,

$$B = \{b(c_t + k_2)/a_p + a_p\}/(k_1 k_i),$$

$$K = k(c_1 + k_2)/(a_p k_1 k_i),$$

$$d = \{f_j(c_1 + k_2)/a_p + d_1 - d_2\}/(k_1 k_i),$$

$$u = e_p(t)$$

이다. 식 (18)은 제어밸브의 입력전압 $e_p(t)$ 와 부하의 변위 $x(t)$ 의 관계를 나타내는 식이다. 이는 선형방정식으로 근사된 항들과 외란으로 표현된 비선형력을 포함한 항 d 로 표현한다. 따라서 제어의 목적은 부하변위 $x(t)$ 를 원하는 위치로 이동시키기 위하여 제어입력전압 u 를 생성하는 것이다. 선형 시불변으로 근사화된 파라미터 M, B, K 도 크기는 불확실하나 크기의 한계는 존재하여 한계 범위를 추정할 수 있다. 또한, 외란항 d 는 비선형성을 포함하고 있으나 제한된 공급압력과 제어밸브의 변위로 인하여 그 크기가 유한하다. 유압시스템은 이와 같은 불확실한 시스템 파라미터와 유한한 크기의 외란으로 정의될 수 있다. 본 연구에서는 이와 같은 조건 하에서 부하의 변위를 최소시간 경로를 따라 제어하고 최종 도착 시간을 추정할 수 있는 GSMC 제어기를 설계하고 이를 시스템에 적용하고자 한다. 제어기의 적용을 위해 시스템의 파라미터와 외란의 크기를 다음과 같이 정의한다.

$$\left. \begin{aligned} \beta_{\min} &\leq M \leq \beta_{\max} \\ \alpha_{1\min} &\leq B \leq \alpha_{1\max} \\ \alpha_{2\min} &\leq K \leq \alpha_{2\max} \\ \max_t |d(t)| &\leq D \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

전압으로 구동되는 서보밸브는 유압시스템의 용량에 따라 적정용량의 것이 사용된다. 각 서보밸브의 토크모터에 인가되는 전압에는 한계가 존재하므로 한계의 범위를 다음과 같이 표현할 수 있으며, 이 한계 내에서 제어입력이 결정되어야 한다.

$$u_{\min} \leq u \leq u_{\max} \quad (20)$$

본 논문에서는 식 (18)의 불확실한 파라미터와 외

란을 갖는 선형 이차 유압시스템에 대하여 밸브의 토크모터 입력한계 내에서 최소시간 경로를 따라 부하가 목표점에 도달하도록 하는 GSMC제어기를 적용한다. 역으로 공급압력과 부하의 크기가 정해지면 최소시간에 부하의 원하는 위치에 도착할 수 있도록 서보밸브의 토크모터 용량을 설계할 수 있는 알고리즘을 제안하는 것 또한 목적으로 한다.

3. GSMC 제어기의 설계

3.1 GSMC 제어기의 설계

식 (18)의 유압 시스템 제어를 위하여 다음의 슬라이딩 모드 제어기를 적용하였다^[6].

$$u = -\hat{\beta}(c\dot{x} - \dot{f}) + \hat{\alpha}_1\dot{x} + \hat{\alpha}_2x - \{\Delta\beta|c\dot{x} - \dot{f}| + \Delta\alpha_1|\dot{x}| + \Delta\alpha_2|x| + D\} \text{sgn}(s) \quad (21)$$

여기서

$$\hat{\beta} = \frac{\beta_{\max} + \beta_{\min}}{2}, \Delta\beta = \frac{\beta_{\max} - \beta_{\min}}{2}, \hat{\alpha}_1 = \frac{\alpha_{1\max} + \alpha_{1\min}}{2},$$

$$\Delta\alpha_1 = \frac{\alpha_{1\max} - \alpha_{1\min}}{2}, \hat{\alpha}_2 = \frac{\alpha_{2\max} + \alpha_{2\min}}{2}, \Delta\alpha_2 = \frac{\alpha_{2\max} - \alpha_{2\min}}{2}$$

식 (21)의 제어기에서 강제함수(forcing function) $f(t)$ 를 원하는 경로를 따라 목표점에 최소시간에 도착하는 최적함수로 설계하여 시스템의 상태(state)를 제어하고자 한다. 이 식에서 슬라이딩 모드를 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

$$s = \dot{e} + ce - f(t) \quad (22)$$

여기서 $e = x - r$ 이고 $r > 0$ 은 기준입력, 즉 원하는 서보 밸브의 위치이며, $f(t)$ 는 슬라이딩 선(sliding line)을 원하는 경로로 이끄는 강제함수이다. 강제함수는 일반적인 슬라이딩 모드 제어기의 단점인 reaching phase에 도달하는 과정을 제거하여 전역적으로 슬라이딩 선에 도달하도록 하는 역할을 수행한다. 본 논문에서는 사용된 제어기는 이러한 장점에 더하여 슬라이딩 선이 최소시간에 경로를 따르도록 하는 강제함수를 포함한

다. 슬라이딩 모드 제어를 적용함으로써 시스템의 상태가 슬라이딩 선상에 있고 안정하며 $f(t)$ 이 유계되어 슬라이딩 모드가 존재하도록 하는 강제 함수 $f(t)$ 의 설계에는 다음의 조건들이 요구된다.

$$f(0) = \dot{e}_0 + ce_0, \quad (23 \text{ a})$$

$$f(t) \rightarrow 0 \text{ as } t \rightarrow \infty, \quad (23 \text{ b})$$

$$f(t) \text{가 유계됨} \quad (23 \text{ c})$$

조건 (23)을 만족하는 식 (22)의 슬라이딩 모드 제어기의 안정도는 리야푸노프 함수 $V = (1/2)s^2 > 0$ 를 이용하고 이의 시간에 관한 미분치 $\dot{V} < 0$ (for $s \neq 0$) 임을 보이면 된다. 이의 증명은 매우 단순하며 이미 참고문헌 [8]에 정리되어 있다.

3.2 강제함수의 설계

안정도 증명에서 강제함수를 조건 (23)을 만족하는 원하는 경로함수로 구성하면 시스템의 점근적 안정도가 입증된다. 이는 궁극적으로 $s = 0$ 이 성립됨을 의미한다. 본 논문에서는 식 (23)의 조건을 만족하는 원하는 경로함수의 선정에 최소시간경로를 갖는 함수의 초기 및 말기 조건은 다음과 같다.

$$\left. \begin{array}{l} \text{for } t = 0 : \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0 \\ \text{for } t \geq t_f : \quad x(t_f) = r, \quad \dot{x}(t_f) = 0 \end{array} \right\} \quad (24)$$

최소시간 경로의 이동 경계 조건은 다음과 같다.

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{a}{2} t^2 \\ \dot{x} = at \\ \ddot{x} = a = \frac{v}{t_b} \end{array} \right\} \text{ for } 0 \leq t < t_b \quad (25 \text{ a})$$

$$\left. \begin{array}{l} x = r - \frac{a}{2} t_f^2 + at_f t - \frac{a}{2} t^2 \\ \dot{x} = a(t_f - t) \\ \ddot{x} = -a \end{array} \right\} \text{ for } t_b \leq t \leq t_f \quad (25 \text{ b})$$

여기서 v 는 최대속도이고 a 는 가속도이며 t_f 는 최종 도착시간이다. Fig 2는 최소시간 경로, 속도 및 가속도의 윤곽도이다.

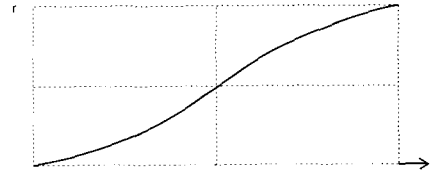


Fig. 2a Position of minimum time path.

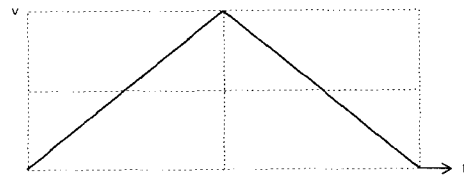


Fig. 2b Velocity of minimum time path.

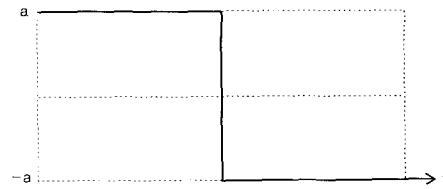


Fig. 2c Acceleration of minimum time path.

최소시간 경로를 갖는 경로함수를 포함하며 전역적 특성을 갖는 슬라이딩 모드를 생성하는 강제함수는 다음과 같다.

$$f(t) = \dot{x} + c(x - r) = at + c\left(\frac{a}{2} t^2 - r\right) \quad (0 \leq t < t_b) \quad (26 \text{ a})$$

$$f(t) = a\left\{(t_f - t) + c\left(t_f t - \frac{1}{2} t_f^2 - \frac{1}{2} t^2\right)\right\} \quad (t_b \leq t \leq t_f) \quad (26 \text{ b})$$

4. 최소시간 경로의 추정

불확실한 파라미터와 외란 크기의 상한과 하한치를 갖는 시스템을 나타내는 식 (18)을 제어하는

GSMC의 제어입력의 크기는 식 (19)과 같이 제한되어 있다. 이 제한된 범위 내에서 유압시스템의 부하가 원하는 위치에 최소 시간에 도달하는 시간을 추정하는 방법을 살펴보았다. 이를 위하여 우선 슬라이딩 모드 제어기를 크기에 따라 두 부분으로 분할하였다. 크기는 s 의 부호에 따라 결정되며 다음과 같이 표현된다.

$$u_h = \hat{\beta}(-c\dot{x} + f) + \hat{a}_1\dot{x} + \hat{a}_2x + \{\Delta\beta - c\dot{x} + f + \Delta\alpha_1|\dot{x}| + \Delta\alpha_2|x + D\}$$

$$s < 0 \quad (27 \text{ a})$$

$$u_l = \hat{\beta}(-c\dot{x} + f) + \hat{a}_1\dot{x} + \hat{a}_2x - \{\Delta\beta - c\dot{x} + f + \Delta\alpha_1|\dot{x}| + \Delta\alpha_2|x + D\}$$

$$s > 0 \quad (27 \text{ b})$$

제어기가 경로함수를 잘 추적하여 원하는 응답을 얻으면 $t \geq 0$ 에 대하여 $s = \dot{s} = 0$ 의 상태가 된다. 따라서 식 (22)을 이용하면 다음의 식이 성립된다.

$$\ddot{x} = -c\dot{x} + f \quad (28)$$

식 (28)을 이용하여 식 (27)을 다시 표현하면 다음과 같다.

$$u_h = \hat{\beta}\ddot{x} + \hat{a}_1\dot{x} + \hat{a}_2x + \{\Delta\beta\dot{x} + \Delta\alpha_1|\dot{x}| + \Delta\alpha_2|x + D\}$$

$$(29 \text{ a})$$

$$u_l = \hat{\beta}\ddot{x} + \hat{a}_1\dot{x} + \hat{a}_2x - \{\Delta\beta\dot{x} + \Delta\alpha_1|\dot{x}| + \Delta\alpha_2|x + D\}$$

$$(29 \text{ b})$$

식 (29 a)를 경로 추적시간의 구간 별로 정리하면 다음과 같다.

$$u_h = \beta_{\max}\ddot{x} + \alpha_{1\max}\dot{x} + \alpha_{2\max}x - D \quad \text{for } 0 \leq t < t_b$$

$$u_h = \beta_{\min}\ddot{x} + \alpha_{1\max}\dot{x} + \alpha_{2\max}x - D \quad \text{for } t_b \leq t \leq t_f$$

$$(30 \text{ a})$$

여기서 Fig. 2를 참조하면 구간 $0 \leq t < t_b$ 에서

$|\dot{x}| = \dot{x} = a$ 이고 구간 $t_b \leq t \leq t_f$ 에서는 $|\dot{x}| = -\dot{x} = -a$ 임을 알 수 있고, 다음의 (30 b)도 같은 맥락에서 구해진다.

$$u_l = \beta_{\min}\ddot{x} + \alpha_{1\min}\dot{x} + \alpha_{2\min}x - D \quad \text{for } 0 \leq t < t_b$$

$$u_l = \beta_{\max}\ddot{x} + \alpha_{1\min}\dot{x} + \alpha_{2\min}x - D \quad \text{for } t_b \leq t \leq t_f$$

$$(30 \text{ b})$$

여기서 $u_h > u_l$ 임을 알 수 있고, 식 (26)에서 정의한 최적 경로 함수의 정의들과 $r = \frac{1}{4}at_f^2$ 을 식 (25 a)의 x , \dot{x} 및 r 에 대입하여 정리하면 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$u_h = aW + D \quad (0 \leq t < t_b)$$

$$u_h = aX + D \quad (t_b \leq t \leq t_f) \quad (31)$$

여기서

$$W = \beta_{\max} + \alpha_{1\max}t + \frac{1}{2}\alpha_{2\max}t^2$$

$$X = -\beta_{\min} + \alpha_{1\max}(t_f - t) - \alpha_{2\max}\left(\frac{1}{4}t_f^2 - t_f t + \frac{1}{2}t^2\right)$$

같은 방법으로 최적 경로함수를 식 (25 b)의 x 와 \dot{x} 에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$u_l = aY - D \quad (0 \leq t < t_b)$$

$$u_l = aZ - D \quad (t_b \leq t \leq t_f) \quad (32)$$

여기서

$$Y = \beta_{\min} + \alpha_{1\min}t + \frac{1}{2}\alpha_{2\min}t^2$$

$$Z = -\beta_{\max} + \alpha_{1\min}(t_f - t) - \alpha_{2\min}\left(\frac{1}{4}t_f^2 - t_f t + \frac{1}{2}t^2\right)$$

식 (31)의 u_h 의 최대치와 식 (32)의 u_l 의 최소치는 어떤 시간에 존재하게 되며, 이때 구한 최대치 및 최소치를 이용하면 식 (21)의 제어 입력의 한계, 혹은, 토크모터의 한계 구간 내에서 시스템에 설정할 수 있는 최대 및 최소 가속도의 한계 범위를 다음과 같이 설정할 수가 있다. 식 (31)과 (32)의 최대치와 최소치를 각각 다음과 같이 표현하면 다음과 같고

$$\max_{t \geq 0} u(t)_h = aT_{\max} + D \quad (33)$$

$$\min_{t \geq 0} u(t)_l = aT_{\min} - D \quad (34)$$

식 (20)을 이용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$U_{\min} \leq \min u(t) \leq \max u(t) \leq U_{\max} \quad (35)$$

이 한계 범위에서 시스템의 최소 경로 시간을 구하기 위하여 식 (31)과 (32)에서 u_h 의 최대치와 u_l 의 최소치를 구해야 한다. 이를 구하기 위하여 시간에 관하여 각 각 미분하여 각 함수의 최대 및 최소치를 구한다. 그러나 각 함수의 구간이 유계되고 닫혀있기 때문에 $t \in [0, t_f]$ 의 시초, 시말 및 중간 점에서는 미분 가능하지 않으나 이 점들이 최대 및 최소점이 될 수 있다. 따라서 이들 중에서 최대 혹은 최소치가 슬라이딩 모드 제어기의 최대 혹은 최소치가 된다. 이들을 구하는 과정은 다음과 같다. 우선 미분 가능 구간에서 최대 및 최소치를 구하기 위하여 식 (31)과 (32)를 시간에 관하여 미분한다.

$$\begin{aligned} \frac{du_h}{dt} &= \alpha_{1\max} a + \alpha_{2\max} at & (0 \leq t < t_b) & (36) \\ \frac{du_h}{dt} &= -\alpha_{1\max} a + \alpha_{2\max} a(t_f - t) & (t_b \leq t \leq t_f) \end{aligned}$$

여기서 각 구간에 대하여 $\frac{du_h}{dt} = 0$ 과 $t \geq 0$ 를 만족하는 해를 구하면 다음과 같다.

$$t_{hd} = t_f - \frac{\alpha_{1\max}}{\alpha_{2\max}} \quad (t_b \leq t \leq t_f) \quad (37)$$

이를 식 (31)에 대입하면

$$u_h|_{t=t_{hd}} = aT_{\max}|_{t=t_{hd}} + D \quad (t_b \leq t \leq t_f) \quad (38 a)$$

시초, 시말 및 중간 점에서의 제어 입력의 크기를 계산하면 다음과 같다.

$$u_h|_{t=0} = a\beta_{\max} + D \quad (38 b)$$

$$u_h|_{t=t_b-0} = a(\beta_{\max} + \alpha_{1\max} t_b + \frac{1}{2} \alpha_{2\max} t_b^2) + D \quad (38 c)$$

$$u_h|_{t=t_b+0} = a(-\beta_{\min} + \alpha_{1\max} t_b + \frac{1}{2} \alpha_{2\max} t_b^2) + D \quad (38 d)$$

$$u_h|_{t=t_f} = a(-\beta_{\min} + \frac{1}{4} \alpha_{2\max} t_f^2) + D \quad (38 e)$$

제어 입력의 최대치는 식 (38 b)가 (38 c) 보다 명백히 작고 식 (38 d)은 식 (38 c) 보다 작으므로 식 (38 a), (38 c) 및 (38 e) 중에서 최대치를 갖는 것 중에서 선정된다. 즉

$$\begin{aligned} \max u(t) &= \max \{ u_h|_{t=t_{hd}}, u_h|_{t=t_b-0}, u_h|_{t=t_f} \} \\ &\text{for } (0 \leq t \leq t_b) \end{aligned} \quad (39)$$

이 된다. 같은 방법으로 u_l 의 최소치를 구하면 다음과 같이 최소치를 갖는 것 중에서 선정된다.

$$\begin{aligned} \min u(t) &= \min \{ u_l|_{t=t_{ld}}, u_l|_{t=t_b+0}, u_l|_{t=t_f} \} \\ &\text{for } (t_b \leq t \leq t_f) \end{aligned} \quad (40)$$

제안된 제어 방법의 장점은 식 (39), (40)의 최대 및 최소치 가능 함수들이 모두 최종 도착 시간 t_f 의 2차 함수로 표현되어 해석적인 해가 존재한다는 것이다. 따라서 수치 해석의 접근 없이 쉽게 최대치를 선정할 수 있다. 특히, 외부환경과의 접촉이 없는 전기유압시스템만의 운동식에서는 강성 계수 $K = 0$ 가 되고, 다음과 같이 정형화된 형태로 최소 도착 시간을 계산할 수 있다.

우선, $K = 0$ 임으로 식 (37)에는 근이 존재치 않는다, 따라서, 식 (38 c)와 (38 d)에서 최대치는

$$\max u(t) = u_h|_{t=t_b-0} \quad (0 \leq t) \quad (41)$$

이 된다. 최소치에서는 $K=0$ 임으로

$$\min u(t) = u_l|_{t=t_f} \quad (0 \leq t) \quad (42)$$

최소 도착 시간을 구하기 위하여 식 (25)의 원하는 경로함수에서의 $r=(1/4)at_f^2$ 을 이용하면 $a=4r/t_f^2$ 의 관계를 구할 수 있고, 이를 식 (38c)와 (42)에 대입하여 정리하고 식 (35)의 유계범위를 적용하면 다음의 식이 각각 구해진다.

$$\frac{4r}{t_f^2}(\beta_{\max} + a_{1\max} t_b) + D \leq U_{\max} \quad (43)$$

$$U_{\min} \leq -\frac{4r}{t_f^2} \beta_{\max} - D \quad (44)$$

식 (43)을 정리하면

$$(U_{\max} - D)t_f^2 - 2ra_{1\max} t_f - 4r\beta_{\max} \geq 0 \quad (45)$$

식 (45)의 일반 해, 즉 목표점 r 에 최소으로 도착하는 시간은 다음과 같다.

$$t_{hmin} = \frac{ra_{1\max} + \sqrt{r^2 a_{1\max}^2 + 4r\beta_{\max}(U_{\max} - D)}}{U_{\max} - D} \quad (46)$$

식 (44)에서 도착시간을 구하면

$$t_{lmin} = \sqrt{\frac{4r\beta_{\max}}{-U_{\min} - D}} \quad (47)$$

따라서 최소 도착시간은 다음과 같다.

$$t_{min} = \max\{t_{hmin}, t_{lmin}\} \quad (48)$$

전기-유압 시스템에서 부하의 목표위치 최소 도착 시간은 식 (46)과 (47) 같이 해석적인 형태의 해로 명료하게 표현된다.

5. 컴퓨터 시뮬레이션

컴퓨터 시뮬레이션에서는 유압 시스템을 대상으로 제안된 GSMC 제어기를 적용하여 일반적인 SMC 제어기 보다 성능이 우수하고 현실성이 있음을 보이고자 한다. 해석적인 형태의 해와

Runge-kutta 4차식을 이용한 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 비교하여 식(47) 및 (48)과 같이 유도된 해석 해의 추정성능을 검증한다.

5.1 전기-유압 시스템의 정의

본 논문에서 시스템에 사용된 불확실한 시스템 파라미터들의 추정치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m &= 20 \text{ [Kg]}, \quad b = 2 \text{ [Kg} \cdot \text{s]} \\ c_t &= 5.1 \times 10^{13} \text{ [m}^5 \text{ / (N} \cdot \text{s)]}, \quad k_1 \\ &= 1.40 \text{ [m}^2 \text{ / s]}, \quad k_2 = 5.08 \times 10^{12} \text{ [m}^5 \text{ / (N} \cdot \text{s)}] \\ a_p &= 3.3 \times 10^4 \text{ [m}^2 \text{]}, \quad p_L = 3.92 \times 10^2 \text{ [N/m}^2 \text{]}, \quad k_t = \\ &= 8.33 \times 10^3 \text{ [m/A]} \\ k_a &= 1.0 \times 10^{-2} \text{ [A/V]}, \quad f_f = 1.96 \text{ [N]} \\ M &= 0.0285 \text{ [Kg]}, \quad B = 3.12 \times 10^2 \text{ [Kg} \cdot \text{s]}, \\ d &= 0.0363 \text{ [N]} \end{aligned}$$

위와 같은 시스템 파라미터들의 정확한 값들을 모를 때, 이들의 추정치의 한계를 $\pm 30\%$ 로 두면 다음의 한계구간을 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} 0.0201 &\leq M \leq 0.3712 \\ 0.0221 &\leq B \leq 0.0406 \\ d &\leq 0.0048 \end{aligned}$$

5.2 컴퓨터 시뮬레이션 결과 및 고찰

GSMC와 SMC에 대한 컴퓨터 시뮬레이션에서 전기유압 시스템의 목표점을 $r = 0.5$ (cm), 슬라이딩 모드의 기울기 $c=10$ 으로 정하였다. 주어진 불확실한 파라미터의 한계치들을 이용하여 식 (45)과 (46)에 표현된 시스템의 최소 도착 시간을 계산하면 아래의 Table 1과 같다.

Table 1. Experimental and calculated values of control schemes.

Method	Controller	T_f [s]	c	a[cm/s ²]	Maximum Input(Volt)
Closed form Solution	GSMC	0.659	10	91.94	5.0
Simulation	GSMC	0.665	10	91.94	5.05
Simulation	SMC	0.790	10	91.94	23.38

제안된 제어기의 성능을 고찰하기 위하여 불확실한 시스템에 대표적으로 적용하는 강인제어기의 일종인 SMC와 비교하였다. 같은 조건의 불확실한 파라미터를 적용하여 Runge-Kutta 4th order를 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 행하였다. 시뮬레이션 결과는 Fig. 3에서 나타난 바와 같이 SMC의 추적 속도가 초기에는 매우 빠르지만 일정 시간 이후에는 현격히 떨어져서 목표점 근처에서는 매우 늦게 수렴함을 알 수 있다. 이는 Fig. 4에서 알 수 있는 바와 같이 제어 입력이 초기에는 구동력의 한계인 5(Volt)를 훨씬 초과한 27(volt)로 공급되다가 수렴이 근접하면 현격히 줄어들어서 수렴속도가 매우 늦어진다. Table 1.에서 나타난 바와 같이 최종도착 시간은 0.79초이고 이는 목표점의 9.99(cm)까지 도달했을 때이다. 반면, GSMC의 경우 같은 조건에서 도착시간이 0.66초로 SMC보다 빠르다는 것을 알 수 있다. 중요한 점은 현실적으로 입력의 한계인 5(Volt)를 준수하면서 더 좋은 성능을 얻어서 제안된 제어기의 성능이 우수함을 알 수 있다. 이유는 제어 입력을 토크 한계(5 Volt) 내에서 최대한 활용하고 있음을 알 수 있다. 또한, 제안된 제어기의 장점은 식 (47)에서 표현된 해석적인 해의 결과와 Runge-Kutta 4th order의 도착 시간과 입력한계를 비교해보면 거의 일치함을 알 수 있다. 따라서 부하의 도착위치와 서보 밸브의 토크한계 및 파라미터의 범위만 명시되면 복잡한 시뮬레이션 프로그램을 작성하지 않고 부하의 최고 가속도 및 최소 도착시간을 쉽게 추정할 수가 있다. 역으로, 부하의 최소 도착시간이 주어지면 서보 밸브의 최대용량을 추정할 수가 있어서 유압시스템의 적합한 밸브 설계를 수행할 수가 있다.

6. 결 론

전기-유압 시스템의 운동방정식을 2계 미분방정식으로 모델링하였다. 이 시스템의 파라미터는 불확실하고 비선형 항들은 외란으로 표현하였다. 이 시스템의 부하를 원하는 위치로 제어하기 위하여 서보밸브를 제어하고 이는 전역 슬라이딩모드 제

어기(GSMC)를 적용하였다. GSMC는 불확실한 파라미터와 외란, 입력 토크의 한계가 정의되면 입력한계 내에서 최소시간에 시스템의 목표점에 도달하는 성능을 갖는다. 또한, 제어기의 설계에 의하여 목표점에 도달하는 최소 시간을 계산할 수 있고 이때의 가속도를 선정할 수 있다. 역으로 불확실한 유압시스템의 부하가 최소 시간에 도착할 때의 제어밸브의 용량을 설계할 수 있고 더욱이 최소 시간과 가속도 계산은 닫힌 형태(closed form)의 식으로 표현되어 계산이 용이하다.

GSMC의 적용 결과에서 컴퓨터 시뮬레이션과 추정계산식의 결과가 매우 유사함을 알 수 있으며 성능도 다른 SMC들 보다 우수하다는 것을 알 수 있다.

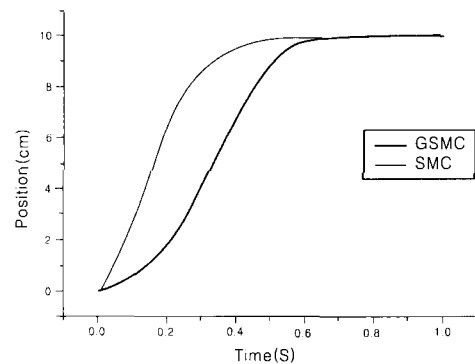


Fig. 3 Trajectory tracking of Controllers.

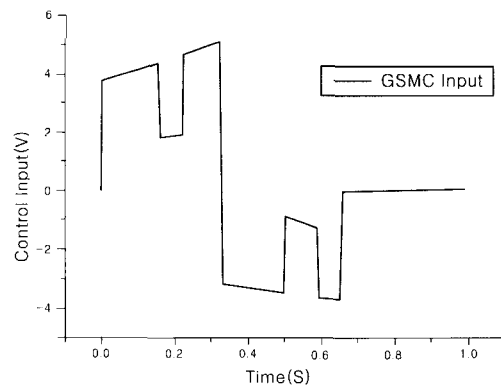


Fig. 4 Control inputs of GSMC.

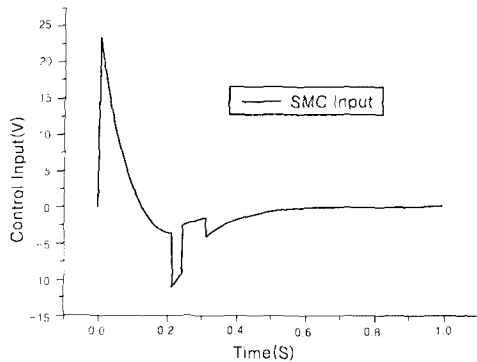


Fig. 5 Control inputs of SMC

후 기

본 논문은 한국해양대학교 BK21에 의해 지원되었습니다.

참고문헌

- [1] A. D. Pennington, D. W. Marsland, and R. Bell, "The improvement of the accuracy of electrohydraulic cylinder drives for NC machine tools by the use of active feedback compensation", 12th Int. Mech. Tool Des. Res., pp.199-204, Sep. 1971.
- [2] D. L. Trumper, and J. H. Lang, "An electronically controlled pressure regulator", J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 111, pp. 75~82, Mar. 1993.
- [3] Y. J. Sohn, K. H. Lee, S. H. Park, J. G. Lee, "A study on design and control of hydraulic test rig for performance evaluation of active suspension system", KACC, pp.1445~1449, 1996.
- [4] H. C. Lu and W. C. Lin, "Robust controller with disturbance rejection for hydraulic servo systems", IEEE Trans. on industrial electronics, Vol. 40, No. 1, Feb. 1993, pp. 157-162.
- [5] U. Ikis, "Control Systems of Variable Structure", Wiley, 1976.
- [6] Y. S. Lu, and J. S. Chen, "Design of a global sliding mode controller for a motor drive with bounded control", Int. J. control, Vol.62, No.5, pp. 1001-1019, 1995.
- [7] H. S. Choi, Y. H. Park, Y. S. Cho, and M. H. Lee, "Global Sliding-Mode Control (Improved Design for a Brushless DC Motor)", IEEE Control Systems Magazine, Vol.21, No.3, June 2001.
- [8] J. J. Slotine and W. Li, "Applied nonlinear control", Prentice Hall, pp. 315-323, 1991.

저 자 소 개



최형식 (崔炯植)

1961년 2월 6일생, 1983년 3월 고려대학교 기계공학과 졸업, 1989년 5월 University of South Carolina(공학석사), 1993년 2월 North Carolina State University(공학박사), 현재 한국해양대 기계·정보공학부 부교수.



김명훈 (金明勳)

1988 동의대학교 정밀기계공학과
1999 부산대학교 정밀기계공학과 석사
현재 한국 신발 피혁 연구소 자동화 연구부 팀장, 부산대학교 정밀기계공학과 박사과정
연구분야: 신발 생산자동화, 금형 및 사출 자동화, 압출/단조 공정에 관한 UBET 해석