

피스톤계 마찰 특성 (I)

-이론적 연구-

조명래[†], 하경표^{*}, 김종수^{*}, 오대윤^{*}, 한동철^{**}

(2002년 4월 1일 접수, 2003년 1월 6일 심사완료)

Friction Characteristics of Piston Assembly (I) -Theory-

Cho, Myung-Rae, Ha, Kyoung-Pyo, Kim, Joong-Soo, Oh, Dae-Yoon and Han, Dong-Chul

Key Words : Friction Force(마찰력), Piston(피스톤), Ring Pack(링 팩), Skirt(스커트), Mixed Lubrication(혼합 윤활), Hydrodynamic Lubrication(유체 윤활), Radial Clearance(틈새), Tension(장력)

Abstract

The aim of this paper is to investigate the friction characteristics of piston assembly. The friction of piston assembly is composed of ring pack and skirt friction. In this paper, the theoretical models of piston ring pack and piston skirt were presented. The mixed lubrication theory was considered to calculate friction force of piston ring and skirt. From the results, most of friction in piston assembly occurred at the piston ring pack. The piston assembly usually showed hydrodynamic lubrication characteristics, but the top and bottom dead centers showed mixed lubrication characteristics. The piston skirt was much affected by radial clearance and load, but ring was significantly influenced by ring tension.

기호설명

A	: 스커트 베어링 면적
A _c	: 단위 면적당 접촉 면적
a	: 스커트 상면에서 피스톤 펀까지 거리
b	: 스커트 상면에서 무게 중심까지 거리.
b _r	: 링 폭
C	: 스커트와 라이너 사이 틈새
C _s	: 무게 중심에서 피스톤 펀까지 거리
C _p	: 펀에서 피스톤 기하학적 중심까지 거리
E	: 탄성계수
e _b	: 피스톤 하부 편심 거리
e _t	: 피스톤 상부 편심 거리
e _b '	: 피스톤 하부 반경 방향 속도
e _t '	: 피스톤 상부 반경 방향 속도

F	: 수직 하중 및 마찰력
F _w	: 연소 가스에 의한 하중
F _{pb}	: 링 배면 하중
F _{px}	: x 방향 펀 관성력
F _{py}	: y 방향 펀 관성력
F _{pxs}	: x 방향 피스톤 관성력
F _{pyx}	: y 방향 피스톤 관성력
F _r	: 링 장력에 의한 하중
h	: 공칭 유막 두께
h _m	: 공칭 최소 유막 두께
h _i	: 임의의 유막 두께
h _r	: 평균 유막 두께
I _{ps}	: 피스톤 관성 모멘트
L	: 피스톤 스커트 길이
l	: 길이
l _{cm}	: 콘로드 길이
M	: 수직력 및 마찰력에 의한 모멘트
M _{ps}	: 피스톤 스커트 관성 모멘트

[†] 책임저자, 회원, 현대자동차 파워트레인연구소

E-mail : formel1@hyundai-motor.com

TEL : (031)369-4517 FAX : (031)369-4503

^{*} 현대자동차 파워트레인연구소

^{**} 회원, 서울대학교 기계항공공학부

m_{pn}	: 편 질량
m_{ps}	: 피스톤 스커트 질량
p	: 유막 압력
P_c	: 돌기 접촉 압력
R	: 링과 스커트 공칭 반경
r_a	: 크랭크 반경
t	: 시간
U	: 미끄럼 속도
V_x, V_z	: 조도 변화율
\dot{Y}, \ddot{Y}	: 피스톤 스커트 속도 및 가속도
y	: 축방향 좌표계
β	: 조도 곡률 반경
ϕ_x, ϕ_y	: 압력 유동 계수
ϕ_z	: 전단 유동 계수
ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z	: 전단 응력 계수
η	: 오일 점도
μ	: 표면 돌기 밀도
μ_s	: 경계 마찰 계수
θ	: 원부 방향 좌표계
σ	: 복합 rms 조도
τ_x	: 유체 윤활에 의한 전단 응력
ω	: 각속도
ψ	: 크랭크 각도
하침자	
c	: 돌기 접촉
fc	: 돌기 접촉에 의한 마찰
fh	: 유체 윤활에 의한 마찰
h	: 유체 윤활
r	: 링
s	: 스커트

1. 서 론

엔진에서 발생하는 마찰 손실을 개선하여 연비를 향상시키고자 하는 노력이 활발히 진행되고 있다. 피스톤 링과 피스톤 스커트로 구성된 피스톤계에서 발생하는 마찰 손실은 엔진 전체 마찰 손실의 약 40~50%로, 피스톤계 마찰 손실의 저감은 엔진 전체 마찰 저감에 가장 큰 영향을 미친다. 따라서 저장력, 박폭 링의 사용, 피스톤의 소형화, 경량화, 저점도 오일의 사용 등, 피스톤계 마찰 저감을 위해 다양한 시도가 진행되고 있다. 그러나 피스톤계의 마찰 특성에 대한 규명은 피스톤계에

서 발생하는 마찰 손실을 줄이고 성능을 개선하기 위해 무엇보다 중요한 과제이다. 따라서 피스톤계의 마찰 특성에 대한 많은 이론적 연구가 수행되었다.

피스톤계의 마찰 특성에 대한 이론적 연구는 피스톤 링과 피스톤 스커트에 대해 독립적으로 진행되어 왔다. Lloyd⁽¹⁾ 와 Dowson⁽²⁾ 등이 동수압 윤활에 기초한 해석을 수행한 이후, 유체 윤활과 경계 윤활을 동시에 고려하는 혼합 윤활 해석으로 그 영역이 확대되어, Rohde⁽³⁾ Wakuri⁽⁴⁾ Cho⁽⁵⁾ 그리고 Yun⁽⁶⁾ 등이 피스톤 링에 대한 혼합 윤활 해석을 수행하였다. 최근에는 Tian⁽⁷⁾ 과 Ma⁽⁸⁾ 등에 의해 오일 부족을 고려한 해석이 수행된 바 있다.

피스톤 스커트의 경우, 동수압 이론을 이용한 피스톤의 2 차 운동 해석이 Li⁽⁹⁾ 등에 의해 수행되었으며, Oh⁽¹⁰⁾ 등과 Dursunkaya⁽¹¹⁾ 등은 피스톤 스커트의 2 차 운동과 탄성 유체 윤활에 대한 유한 요소 해석을 수행하였다. Zhu^(12,13) 등은 라이너와 피스톤의 접촉 및 열변형과 탄성 변형을 고려한 해석 모델을 제시하였으며, 최근에는 Liu⁽¹⁴⁾ Kim⁽¹⁵⁾ 등이 표면 조도 효과를 고려한 피스톤 스커트의 2 차 운동과 마찰 해석을 수행한 바 있다.

본 연구에서는 피스톤 계에서 발생하는 마찰력에 대한 해석 모델을 수립하고 여러 변수에 대한 해석을 수행하였다. 마찰력을 해석하기 위해 혼합 윤활 이론을 적용하였고, 피스톤 스커트의 경우, 피스톤의 2 차 운동을 고려하였다. 해석 결과들은 제 2 보에서 실현 결과들과 비교하였다.

본 연구를 통해 제시된 해석 모델 및 결과들은 피스톤계의 마찰 특성을 예측하고 이해하는데 많은 도움을 줄뿐 아니라 피스톤계의 마찰을 저감하는데 중요한 기여를 할 것으로 판단된다.

2. 이론적 해석

2.1 평균 레이놀즈 방정식

본 연구에서는 표면 조도 효과를 고려하기 위해 Patir 와 Cheng^(16, 17)에 의해 제안된 평균 레이놀즈 방정식(average Reynolds equation)을 이용하였다. 피스톤 링과 스커트에서의 지배 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R^2} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{\phi_x h^3}{\eta} \frac{dp}{d\theta} \right) + \frac{d}{dy} \left(\frac{\phi_y h^3}{\eta} \frac{dp}{dy} \right) \\ & = -6U \frac{dh_i}{dy} - 6U\sigma \frac{d\phi_x}{dy} + 12 \frac{dh_i}{dt} \end{aligned} \quad (1)$$

피스톤 링의 경우, 원주 방향 길이가 폭에 비해 무한히 크므로 원주 방향 압력 구배를 무시한 1 차원 해석만을 고려한다.

피스톤 링과 스커트의 공칭 유막 두께는 각각

다음의 식과 같이 정의된다.

$$h_r(y, t) = h_m(t) + R_r(y) \quad (2)$$

$$h_r(\theta, y, t) = C + e_r \cos(\theta - \alpha) \quad (3)$$

$$+ (e_r - e_i) \frac{y}{L} \cos(\theta - \alpha) + R_s(\theta, y)$$

여기서 $R_r(y)$ 와 $R_s(\theta, y)$ 는 링과 스커트의 길이 방향 프로파일 함수를 나타낸다. 국부적인 유막 두께 및 평균 유막 두께는 다음과 같이 정의된다.

$$h_r = h + \delta_1 + \delta_2 \quad (4)$$

$$\bar{h}_r = \int_{-h}^h (h + \delta) f(\delta) d\delta \quad (5)$$

여기서 δ 는 복합 조도를 나타내며, $f(\delta)$ 복합 조도의 확률 밀도 함수를 의미한다.⁽¹⁹⁾

식 (1)의 해석을 통해 유막 압력을 구하기 위해 전형적인 레이놀즈 경계 조건을 이용하였다. 피스톤 링의 경계 조건은 다음과 같다.

$$p(-b_r/2) = p_1$$

$$p(y_2) = p_2, \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{v_2} = 0 \quad (6)$$

식 (6)에서 p_1 과 p_2 는 연소실 압력 또는 링간 압력을 나타내는 것으로 연소실 압력은 측정을 통해서, 그리고 링 간 압력은 블로바이(blow-by) 해석을 통해 구할 수 있다.

피스톤 스커트의 경우, 스러스트(thrust) 쪽과 안티스러스트(anti-thrust)의 두 개의 윤활 영역을 가진다. 따라서, 원주 방향 및 길이 방향 경계 조건은 다음과 같이 정의된다.

$$p(y=0) = p(y=L) = p_o$$

$$\frac{\partial p}{\partial \theta}(\theta=0) = \frac{\partial p}{\partial \theta}(\theta=\pi) = 0 \quad (7)$$

$$p(\theta=\pm\alpha) = p(\theta=\pi\pm\alpha) = p_o$$

여기서 α 는 피스톤 스커트의 원주 방향 윤활 영역을 나타내며, p_o 는 크랭크 케이스 압력을 나타낸다.

링과 스커트에서 유막 압력에 의한 수직 하중 및 모멘트는 각각 다음과 같이 정의된다

$$F_{h,r} = 2\pi R_r \int p dy \quad (8)$$

$$F_{h,s} = R_s \iint_A p \cos(\theta - \alpha) d\theta dy \quad (9)$$

$$M_{h,s} = R_s \iint_A p(a-y) \cos(\theta - \alpha) d\theta dy \quad (10)$$

2.2 접촉 모델

Greenwood 와 Tripp⁽¹⁸⁾의 돌기 접촉 이론에 의하면, 평균 접촉 압력 및 단위 면적 당 접촉 면적은 각각 다음과 같이 정의된다

$$p_c(h/\sigma) = \frac{16\sqrt{2}}{15} \pi (\mu\beta\sigma)^2 E \sqrt{\frac{\sigma}{\beta}} F_{z,s}(h/\sigma) \quad (11)$$

$$A_c(h/\sigma) = \pi^2 (\mu\beta\sigma)^2 F_z(h/\sigma) \quad (12)$$

식 (11)과 (12)에서 표면 조도의 돌기 높이는 가우스 분포를 가지며, 함수 $F_z(h/\sigma)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$F_z(h/\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{h/\sigma}^{\infty} (s-h/\sigma)^n e^{-\frac{s^2}{2}} ds \quad (13)$$

따라서 피스톤 링과 스커트에서 돌기 접촉에 의한 반력 및 모멘트는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$F_{c,r} = 2\pi R_r \int p_c dy \quad (14)$$

$$F_{c,s} = R_s \iint_A p_c \cos(\theta - \alpha) d\theta dy \quad (15)$$

$$M_{c,s} = R_s \iint_A p_c (a-y) \cos(\theta - \alpha) d\theta dy \quad (16)$$

2.3 마찰력

피스톤계의 마찰력은 링과 스커트의 마찰력을 각각 해석한 후 더해서 구할 수 있다. 한편 혼합 윤활 영역에서 마찰력은 유체 윤활에 의한 점성 마찰 및 경계 윤활에 의한 경계 마찰의 합으로 정의된다.

혼합 윤활 영역에서 동수압 윤활에 의한 전단 응력은 다음과 같이 정의된다.

$$\tau_h = -\frac{\eta U}{h} [\phi_r + (1-2V_{r,s})\phi_s] + \frac{dp}{dy} \left[h\phi_{sp} \left(\frac{1}{2} + V_{r,s} \right) - V_{r,s} \bar{h}_r \right] \quad (17)$$

따라서 동수압 윤활에 의한 마찰력 및 마찰력에 의한 모멘트는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$F_{\phi_{h,r}} = 2\pi R_r \int \tau_h dy \quad (18)$$

$$F_{\phi_{h,s}} = R_s \iint_A \tau_h d\theta dy \quad (19)$$

$$M_{\phi_{h,s}} = R_s \iint_A \tau_h (R_s \cos(\theta - \alpha) - C_p) d\theta dy \quad (20)$$

한편 돌기 접촉에 의한 마찰력 및 모멘트는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$F_{f,r} = \mu_f F_{c,r} \quad (21)$$

$$F_{f,s} = \mu_f F_{c,s} \quad (22)$$

$$M_{f,c} = \mu_f M_{c,s} \quad (23)$$

따라서 피스톤제에서 발생하는 전체 마찰력은 다음과 같이 정의된다.

$$F_{f,\text{total}} = F_{f,r} + F_{f,s} + F_{f,c} + F_{f,k} \quad (24)$$

본 연구에 사용된 유동 계수, 접촉 계수 및 전단 계수($\phi_r, \phi_s, \phi_c, \phi_f, \phi_b, \phi_p$)는 Patir 와 Cheng 의 앞선 연구 결과를 이용하여 구하였다.⁽¹⁹⁾

2.4 하중 평형

피스톤 링에서 유막 및 돌기 접촉에 의한 하중은 링 장력 및 링 배면 압력과 평형을 이룬다(Fig. 1(a) 참조). 따라서 피스톤 링에서의 하중 평형은 다음과 같이 정의된다.

$$F_{\text{total}}(h_m, \frac{dh}{dt}) = F_{h,r} + F_{c,r} - (F_r + F_{pb}) = 0 \quad (25)$$

피스톤 스커트의 경우, 피스톤의 2 차 운동에 대한 운동 방정식은 Fig. 1(b)에서 보는 것과 같이 피스톤에 작용하는 모든 하중 및 모멘트의 평형 관계로부터 다음과 같은 행렬 형태의 2 차 미분 방정식으로 정의된다.⁽¹¹⁾

$$\begin{bmatrix} m_{ps}(1 - \frac{a}{L}) + m_{ps}(1 - \frac{b}{L}) & m_{ps}\frac{a}{L} + m_{ps}\frac{b}{L} \\ \frac{I_{ps}}{L} + m_{ps}(a - b)(1 - \frac{b}{L}) & m_{ps}(a - b)\frac{b}{L} - \frac{I_{ps}}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{e}_r \\ \ddot{e}_b \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} F_{h,s} + F_{c,s} - (F_{p,r} + F_{f,s} + F_{gas} + F_{pis} + F_{por}) \tan \phi \\ M_{h,s} + M_{c,s} + M_{f,s} + M_{k,s} + F_{gas} C_p - F_{pis} C_g \end{bmatrix} \quad (26)$$

식 (26)에서 2 차 운동에 따른 피스톤의 관성력 및 관성에 의한 모멘트는 식 (27)과 같이 정의되며, 피스톤의 수직 방향 가속도는 식 (28)과 같다.

$$\begin{aligned} F_{pis} &= -m_{pis}(\ddot{e}_r + \frac{b}{L}(\ddot{e}_b - \ddot{e}_r)) \\ F_{pis} &= -m_{pis}(\ddot{e}_r + \frac{a}{L}(\ddot{e}_b - \ddot{e}_r)) \\ M_{pis} &= -\frac{I_{pis}(\ddot{e}_r - \ddot{e}_b)}{L} \\ F_{por} &= -m_{pis}\ddot{Y} \\ F_{por} &= -m_{pis}\ddot{Y} \end{aligned} \quad (27)$$

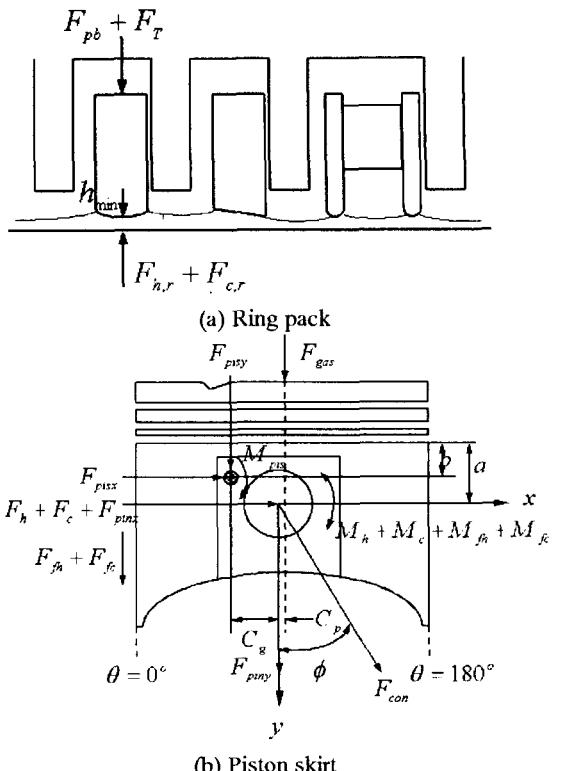


Fig. 1 Schematic diagram of force balance in piston ring and piston skirt

$$\begin{aligned} \ddot{Y} &= r_{cr} \omega^2 \cos \psi + \frac{(r_{cr} \omega(C_p + r_{cr} \sin \psi) \cos \psi)^2}{\sqrt{(l_{con}^2 - (C_p + r_{cr} \sin \psi)^2)^3}} \\ &+ \frac{((r_{cr} \omega \cos \psi)^2 - r_{cr} \omega^2(C_p + r_{cr} \sin \psi) \sin \psi)}{\sqrt{(l_{con}^2 - (C_p + r_{cr} \sin \psi)^2)^3}} \end{aligned} \quad (28)$$

2.5 수치 해석

피스톤 링의 최소 유막 및 피스톤 스커트의 운동 궤적을 구하기 위한 수치 해석 과정은 다음과 같다.

1. 피스톤 링의 최소 유막 (h_m)과 피스톤 스커트의 초기 위치 및 속도 (e_r, e_b, \dot{e}_r and \dot{e}_b)를 가정한다.
2. 유막 두께를 계산하고 이를 이용하여 유동 계수들을 결정한다.
3. 유막 압력은 직접 적분 (피스톤 링) 또는 SOR 반복 계산법 (스커트)을 통해 구하며, 돌기 접촉 압력은 식 (11)을 통해 구한다.
4. 유막 반력, 모멘트 및 마찰력을 수치 적분에 의해 구한다.
5. 새로운 최소 유막 두께 및 스커트 위치를 뉴턴-랩슨 (Newton-Raphson) 또는 4 차의 루게-쿠타 (Runge-Kutta) 법을 이용하여 구한다.

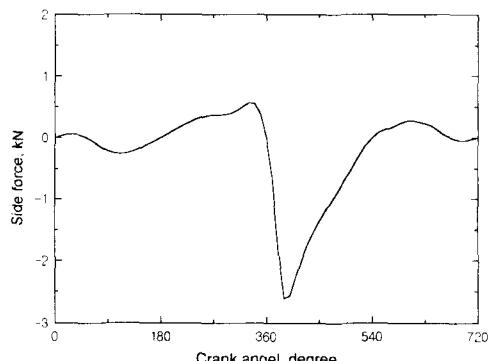
이러한 과정을 유막 및 피스톤 위치가 일정 범위 내로 수렴될 때까지 반복한다.

Table 1에는 본 연구에 사용된 엔진의 사양 및 운전 조건 및 작동 오일 등에 나타내었다. 해석에 사용된 연소 압력은 측정값을 이용하였다

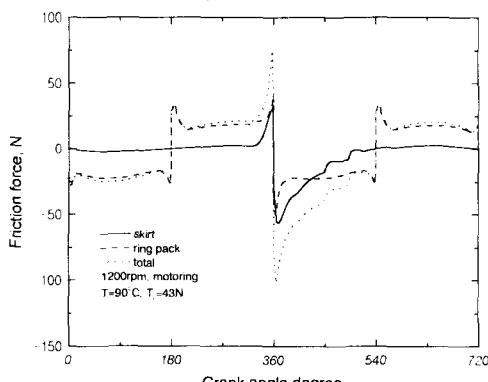
3. 결과 및 토의

Table 1 Specification of test engine

Bore×Stroke	75.5 × 83.5 mm
Mass (piston + piston pin)	250 g
Total ring tension	28/43/52 N
Clearance	13/30 μm
Oil and coolant temp.	50/90 °C
Lubricant	SAE5W20
RMS roughness	0.5 μm
Engine speed	1200/1500/2000 rpm
Load	BMEP 2bar/4bar/WOT



(a) Side force

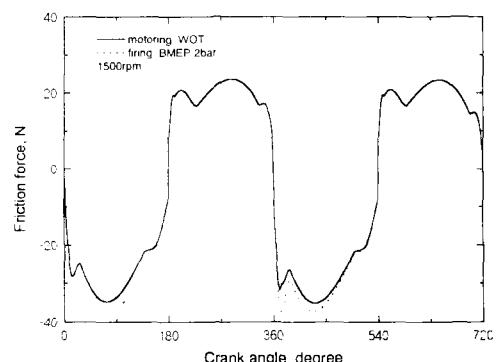


(b) Friction force

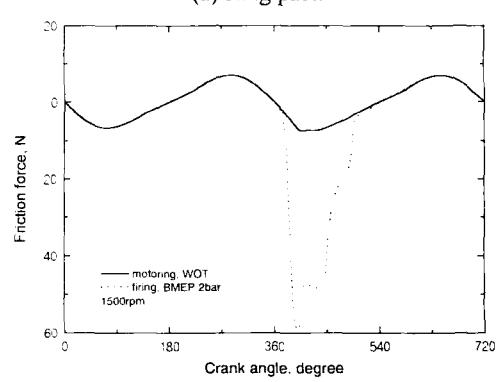
Fig. 2 Calculated result of side force and friction

피스톤계 마찰력에 대한 해석 결과의 예를 Fig. 2에 나타내었다. 링 팩의 마찰력은 전체 행정에 걸쳐 유사한 경향을 나타낸다. 그러나, 스커트 마찰력은 압축 및 팽창 행정에서 실린더 압력의 영향에 의해 갑자기 증가한다. 이는 스커트 마찰력이 실린더 압력에 의한 측력의 영향을 받는다는 사실을 나타낸다. Fig. 2의 결과에서 보듯이, 피스톤계 마찰의 대부분이 피스톤 링 팩에 의해 발생함을 알 수 있다. 피스톤 링의 경우, 상, 하사전 영역에서는 경계 마찰력이 우세하며, 행정 중반에는 동수압 윤활에 의한 점성 마찰력이 우세한 경향을 나타낸다. 그러나 피스톤 스커트의 경우, 압축 행정 말기와 팽창 행정을 제외하고는 유체 윤활이 지배적이다.

보터링 빛 파이어링시의 피스톤 링과 스커트의 마찰력에 대한 결과를 Fig. 3에 나타내었다. 파이어링 조건에서는 피스톤 스커트의 마찰력이 팽창 행정에서 급격히 증가함을 알 수 있는데 이는 모터링 조건보다 큰 실린더 압력에 의한 것이다. 팽창 행정을 제외한 다른 행정에서는 압력 차이가 발생하지 않으므로 마찰력의 차이가 발생하지 않는다. 이 결과를 통해 피스톤 스커트가 주로 연소



(a) Ring pack



(b) Skirt

Fig. 3 Calculated results of piston ring and skirt friction with combustion process

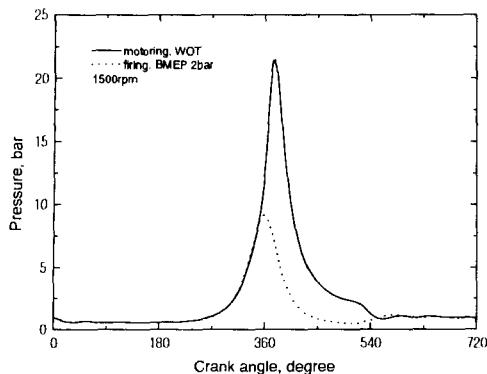


Fig. 4 Measured cylinder pressure with combustion process

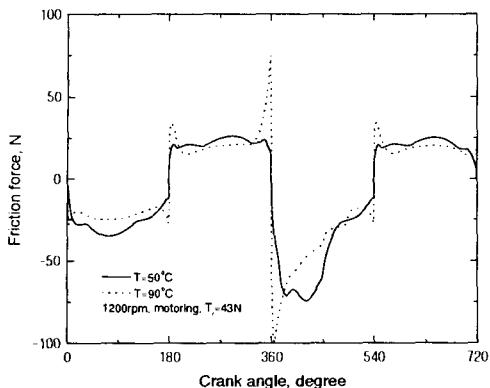
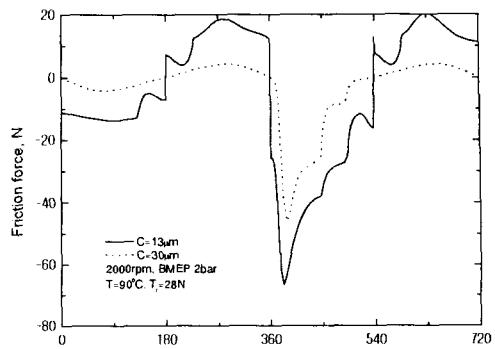


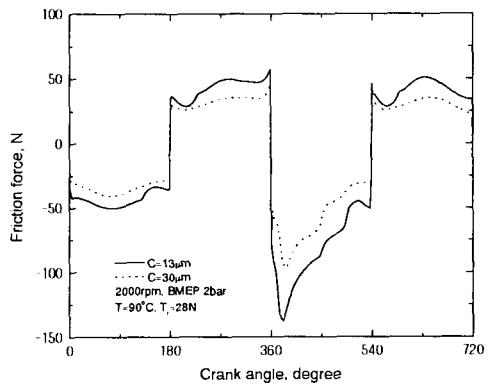
Fig. 5 Calculated piston friction with oil temperature

압력에 의한 하중의 영향을 받음을 알 수 있다. 오일 온도에 따른 피스톤계 마찰력 변화를 Fig. 5 에 나타내었다. 오일 온도 증가에 따라 행정 중반의 마찰력은 감소하게 되며, 반대로 상, 하사점의 마찰력은 증가하는 경향을 나타낸다. 점성 마찰은 오일 점도에 비례하므로 오일 온도가 증가할 수록 점도가 감소하여 점성 마찰력은 감소하게 된다. 그러나 온도 상승에 따른 점도 저하는 유체의 하중 지지 용량을 저하시켜 경계 마찰력은 증가하게 된다.

Fig. 6 에는 피스톤과 라이너 사이의 반경 방향 틈새 변화에 따른 결과를 나타내었다. 간극이 감소할수록 하중 지지 용량 증가에 따라 유막 전단이 증가하므로 마찰력이 증가하게 된다. 틈새 변화에 따른 피스톤계 마찰력 변화는 결과에서 보듯 주로 피스톤 스커트에서 발생하며 전 행정에 걸쳐 영향을 받는다. 이 결과로부터 스커트와 라이너 사이의 틈새를 크게 하는 것이 피스톤계 마찰 저감 측면에서 유리하나 틈새가 너무 큰 경우에는 피스톤의 2 차 운동에 따른 슬랩(slap) 소음을 유발 할 수 있으므로 적절한 틈새의 선정이 요구된다.



(a) Skirt



(b) Total

Fig. 6 Calculated result of piston friction with radial clearance

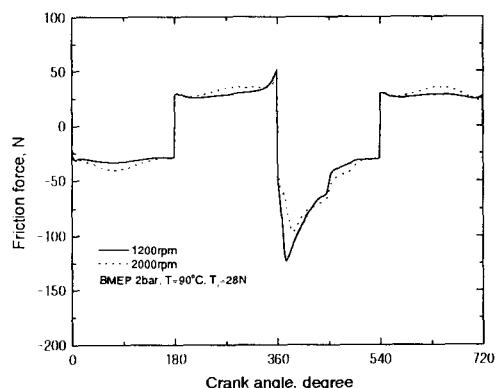


Fig. 7 Calculated result of piston friction with engine speed

Fig. 7 은 엔진 속도에 따른 결과를 나타내었다. 속도가 증가할수록 행정 중반의 마찰력은 증가하는 경향을 나타내며 이와는 반대로 상, 하사점의 마찰력은 감소하는 경향을 나타낸다. 상, 하사점의 마찰 감소는 상대적으로 경계 마찰력이 크게 발생

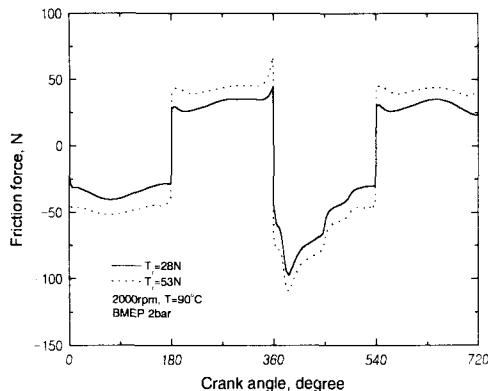


Fig. 8 Calculated results of piston friction with ring tension

하는 피스톤 링에서 주로 발생한다.

피스톤 링 팩의 전체 장력 변화에 대한 결과를 Fig. 8에 나타내었다. 링 장력에 비례하여 피스톤계 마찰력이 급격히 증가하는데 이는 링 팩의 마찰 증가에 의한 것이다.

4. 결 론

피스톤계 마찰 특성에 대한 고찰을 위해 혼합 윤활 이론에 근거하여 피스톤 링 팩과 스커트에 대한 마찰 해석을 수행하고 이로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 파이어링과 모터링 조건에 따른 마찰력 변화는 연소압의 영향을 받는 평창 행정에서 크게 나타나며, 피스톤 스커트의 마찰력 변화에 기인하는 것이다.

(2) 오일 온도가 증가할수록 행정 중반의 마찰력은 감소하는 반면 상,하사점의 마찰력은 증가하는 경향을 나타낸다.

(3) 피스톤과 라이너 사이의 반경 방향 틈새가 증가할수록 피스톤 스커트의 마찰력 감소에 따라 피스톤계 마찰은 감소한다.

(4) 링 장력이 증가할수록 피스톤계 마찰은 급격히 증가한다.

(5) 엔진 속도가 증가할수록 행정 중반의 마찰력은 증가하는 반면, 상, 하사점의 마찰력은 감소한다.

참고문헌

- (1) Lloyd, T., 1968, "The Hydrodynamic Lubrication of Piston Ring," *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, 183, Part 3P, pp. 28~34.
- (2) Dowson, D., Economou, P. N., Euddy, B. L., Strachan, P. J. and Baker, A. J. S., 1979, "Piston Ring Lubrication – Part II. Theoretical Analysis of a Single Ring and a Complete Ring Pack," *Energy Conservation Through Fluid Film Lubrication Technology: Frontiers in Research and Design, Winter Annual Meeting of ASME*, pp. 23~52.
- (3) Rohde, S. M., 1980, "A Mixed Friction Model For Dynamically Loaded Contacts with Application to Piston Ring Lubrication," *Proc. the 7th Leeds-Lyon Symp. on Tribology*, Butterworths, pp. 262~278.
- (4) Wakuri, Y., Hamatake, T., Soejima, M. and Kitahara, T., 1995, "Study on the Mixed Lubrication of Piston Rings in Internal Combustion Engine," *J. of JSME*, 61(538), Part C, pp. 1123~1128.
- (5) Cho, M. R., Choi, J. K. and Han, D. C., 2001, "Calculation of Mixed Lubrication at Piston Ring and Cylinder Liner Interface," *KSME Int. Journal*, Vol. 15, No.7, pp. 859~865.
- (6) Yun, J. E., Chun, S. M. and Lee, K. Y., 1995, "An Application of Simplified Average Reynolds Equation for Mixed Lubrication Analysis of Piston Ring Assembly in an Internal Combustion Engine," *SAE952562*.
- (7) Tian, T., Wong, V. W. and Heywood, J. B., 1996, "A Piston Ring-Pack Film Thickness and Friction Model for Multigrade Oils and Rough Surfaces," *SAE Paper No. 962032*, pp. 27~39.
- (8) Ma, M.-T., 2000, "Incorporation of Lubricant Shear-Thinning in a Two-Dimensional Lubrication Analysis for Automotive Piston-Ring Packs," *SAE Paper No. 200-01-1786*, pp. 69~79.
- (9) Li, D. F., Rhode, S. M. and Ezzat, H. A., 1983, "An automotive piston lubrication model," *ASLE Trans.*, 26, pp. 151~160.
- (10) Oh, K. P., Li, C. H. and Goenka, P. K., 1987, "Elastohydrodynamic Lubrication of Piston Skirts," *Trans. ASME J. of Tribology*, 109, pp. 356~362.
- (11) Dursunkaya, Z., Keribar, R. and Ganapathy V., 1994, "A Model of Piston Secondary Motion and Elastohydrodynamic Skirt Lubrication," *Trans. ASME J. of Tribology*, 116, pp. 777~785.
- (12) Zhu, D., Cheng, H. S., Arai, T. and Hamai, K., 1992, "A Numerical Analysis for Piston Skirts in Mixed Lubrication-Part I: Basic Modeling," *Trans. ASME J. of Tribology*, 114, pp. 553~562.
- (13) Zhu, D., Hu, Y.Z., Cheng, H.S., Arai, T. and Hamai, K., 1993, "A Numerical Analysis for Piston Skirts in Mixed Lubrication-Part II: Deformation Consideration," *Trans. ASME J. of Tribology*, 115, pp. 125~133.
- (14) Liu, K., Xie, Y. B. and Gui, C. L., 1998, "A comprehensive study of the friction and dynamic motion of the piston assembly," *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, 212, Part J, pp. 221~226.
- (15) Kim, J. Y., Han, D. C., Cho, M. R. and Choi, J. K., 2001, "The Study on the Dynamics and Friction Characteristics of Piston Skirt with Consideration of Mixed Lubrication," *KSME Int. Journal*, Vol. 15, No.6, pp.735~742.

- (16) Patir, N. and Cheng, H. S., 1978, "An Average Flow Model for Determining Effects of Three-Dimensional Roughness on Partial Hydrodynamic Lubrication," *Trans. ASME J. of Lubrication Technology*, 100(1), pp. 12~17.
- (17) Patir, N. and Cheng, H. S., 1979, "Application of Average Flow Model to Lubrication Between Rough Sliding Surface," *Trans. ASME J. of Lubrication Technology*, 121(2), pp. 220~230.
- (18) Greenwood, J. A. and Tripp, J. H., 1971, "The Contact of Two Nominally Flat Rough Surface," *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, 185, 48/71.