

## ENO 기법을 이용한 2차원 유한체적 수치모형 A Finite Volume Model Using ENO Scheme for 2D Unsteady Flows

강민구\* / 박승우\*\*

Kang, Min Goo / Park, Seung Woo

---

### Abstract

This paper describes a finite volume, two-dimensional model. It adopts a recently developed essentially non-oscillatory(ENO) schemes based on the Lax-Friedrichs solver, which was modified for a finite volume grid, and employs a modified MUSCL(Monotonic Upstream-centered Scheme for Conservation Law) for second-order accuracy in space. To demonstrate the applications of the model, it is applied to solve the 1-D and 2-D dam-break problems. The model in conjunction with the modified MUSCL showed a better agreement with analytical solutions than the minmod function in 1-D dam-break problems and is satisfactorily validated with documented published data in 2-D dam-break problems. The model was applied to tidal wave entering channel at one end, and the results showed a good agreement with analytical solutions. In the channel with reflective boundary conditions specified at the extremities, the model was capable of accurately simulating the wave propagation.

**Keywords :**

---

### 요 지

본 연구에서는 2차원 부정류 해석을 위한 유한체적 수치모형을 개발하였다. 개발된 모형에서는 천수방정식의 수치해를 구하기 위하여 Lax-Friedrichs 해법에 근간을 둔 ENO (essentially non-oscillatory) 기법을 적용하였으며, 공간적으로 2차 정도 모의를 위하여 수정 MUSCL 기법을 적용하였다. 개발된 모형의 적용성을 평가하기 위하여 해석해가 있는 1차원 댐 붕괴과 모의에 적용한 결과, 해석해와 유사한 결과를 나타냈으며, 수정 MUSCL 기법의 모의결과를 minmod 경사제한자를 사용한 모의결과와 비교한 결과, 수정 MUSCL 기법을 사용하는 경우 해석해와 더 근접한 결과를 나타냈다. 댐붕괴과 2차원 해석에 대한 모형의 적용성을 평가하기 위하여 대칭형, 비대칭형 댐 붕괴에 적용한 결과, 저수지에서 수로 구간으로 충격과 전파를 잘 모의했으며, 기존의 연구결과와 유사한 모의결과를 나타냈다. 개수로의 부정류 해석에 대한 모형의 적용성을 평가하기 위하여 말단이 폐쇄된 수로의 입구에서 정상과가 주어졌을 때 수위와 유속을 모의하여 해석해와 비교하였으며, 입구와 말단이 폐쇄된 수로에서 파의 진동을 모의하여 모형의 거동을 평가하였다.

---

\* 서울대학교 농공학과 박사과정수료  
Ph.D. Student, Dept. of Agricultural Engineering, Seoul National University, Suwon, Korea, 441-744  
(E-mail : kmg90@skypond.snu.ac.kr)

\*\* 서울대학교 농공학과 교수  
Professor, Dept. of Agricultural Engineering, Seoul National University, Suwon, Korea, 441-744

## 1. 서론

일반적으로 자연하천의 흐름은 부드럽고 연속적인 상류형태로 형성이 되지만, 보나 급경사 하천에서는 사류도 존재하므로 상류와 사류가 공존하는 천이류 형태를 나타낸다. 자연하천에서는 저수지 수문조작, 댐이나 제방붕괴 등에 따라 발생하는 충격파와 같이 상류와 사류의 경계면이 이동하는 불연속적인 흐름이 발생하기도 하며, 이를 해석하는데는 많은 어려움이 있다. 또한, 제방붕괴에 따라 제내지로 전달되는 흐름은 홍수터나 농경지의 저류 및 감쇠, 구조물주위에서 흐름 등 복잡한 형태를 나타내므로 물리적인 양상을 수식으로 표현하는데 어려움이 있다(김 등, 2001).

댐붕괴파와 같은 불연속적인 흐름은 편미분방정식으로 구성된 지배방정식을 수치해석기법을 이용하여 해석하며, 지배방정식을 이산화하는 방법으로는 특성법(MOC), 유한차분법(FDM), 유한요소법(FEM), 유한체적법(FVM) 등이 사용된다. 이들 수치해석 기법중 유한차분법은 미분방정식의 형태에 따라 차분식이 항상 물리적 보존성을 갖는다고 할 수 없으며, 불규칙한 영역에 비정형격자를 적용하기 어려운 단점이 있다. 유한요소법은 물리적 보존성을 만족하고 복잡한 계산영역에도 적용이 가능하나 시간이 많이 소요되는 단점이 있다. 최근에는 질량과 운동량 보존의 물리적 의미를 충실히 표현할 수 있고, 유한요소법과 같이 비구조적 격자에도 적용할 수 있는 유한체적법이 저수지 수문개방이나 댐붕괴와 같은 불연속적인 흐름 해석에 유용한 방법으로 알려져 있다(Zhao 등, 1994; 이 등, 1996).

유한체적법을 이용한 하천 흐름 해석으로는 Al-crudo와 Garcia-Navarro(1993)가 근사적 Riemann 해법을 사용하는 유한체적 모형을 개발하여 경사각 도수(hydraulic jump), 원형댐 붕괴 등의 모의에 적용한 바 있다. Zhao 등(1996)은 하천의 갑작스런 흐름변화를 나타내는 Riemann 문제를 해결하는 방법으로 flux vector splitting(FVS), flux difference splitting(FDS), Osher법 등을 상호 비교하였다. Nujic (1995)은 ENO(essentially non-oscillatory) 기법을 1, 2차원 흐름에 적용하여 양호한 결과를 얻었으며, ENO 기법이 다른 수치기법 보다 계산시간이 적게 소요되고, 실행이 용이하며, 정확도면에서 다른 기법에 뒤지지 않는 결과를 보인 바 있다. 이와 이(1998)는 비정형 격자를 사용하는 계에서 좌표변환을 하지 않고 공간적으로 2차 정도의 모의를 할 수 있는 수정 MUSCL 기법을

개발하여 1차원 댐 붕괴파를 모의하여 해석해와 비교했으며, 단면 축소-확대 수로의 흐름, 만곡수로에서의 흐름을 모의하고 실측자료와 비교하여 모형의 적용성을 보인 바 있다. 김 등(2001)은 불연속점 부근에서 수치 진동이 발생하지 않으면서 고정확도가 보장될 수 있어 천이류 해석에 적합한 것으로 알려져 있는 음해적 ENO 기법을 이용하여 균일 및 비균일 하도에서 발생하는 댐붕괴 흐름을 모의하였으며, 계산의 정확성, 수치적 안정성, 적용성 등에서 좋은 결과를 나타낸다고 보고한 바 있다.

본 연구에서는 다른 기법보다 실행이 용이하며, 정확도가 높다고 알려진 Lax-Friedrichs법에 기초한 ENO 기법을 이용한 2차원 유한체적모형을 개발하여 모형의 적용성을 평가하였다. 개발된 모형을 해석해가 알려져 있는 1차원 댐붕괴해석에 적용하여 공간적으로 2차 정도의 정확도를 확보하기 위하여 사용한 수정 MUSCL 기법과 minmod 경사제한자법의 모의결과를 비교하였으며, 가상적인 2차원 댐 붕괴문제에 적용하여 모의 결과를 정성적으로 검토하였다. 또한, 개수로의 부정류 해석에 대한 모형의 적용성을 평가하기 위하여 말단이 폐쇄된 수로의 입구에서 정상과가 주어졌을 때 수위와 유속을 모의하여 해석해와 비교하였으며, 입구와 말단이 폐쇄된 수로에서 파의 진동을 모의하여 결과를 정성적으로 평가하였다.

## 2. 모형의 개발

### 2.1 지배방정식

본 모형에서는 Reynolds 방정식을 수심적분한 이차원 천수방정식을 지배방정식으로 사용하였다. 지배방정식은 연속 방정식과 운동량 방정식으로 구성되어 있으며, 벡터형식으로 표현하면 식 (1)~식 (5)와 같다.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = S \quad (1)$$

$$U = [h, hu, hv]^T \quad (2)$$

$$E = [hu, hu^2 + gh^2/2, huv]^T \quad (3)$$

$$G = [hv, huv, hv^2 + gh^2/2]^T \quad (4)$$

$$S = [0, gh(S_{0x} - S_{fx}), gh(S_{0y} - S_{fy})]^T \quad (5)$$

여기서,  $h$ 는 수심(m),  $u$ 는  $x$  방향의 유속(m/s),  $v$ 는  $y$  방향의 유속(m/s),  $S_{0x}$ 는  $x$  방향의 경사,  $S_{0y}$ 는  $y$

방향의 경사,  $S_{fx}$ 는 x 방향의 마찰경사,  $S_{fy}$ 는 y 방향의 마찰경사를 나타낸다. 마찰경사인  $S_{fx}$ ,  $S_{fy}$ 는 Manning의 조도계수를 이용하여 계산하며, 식 (6)과 같다.

$$S_{fx} = \frac{n^2 u \sqrt{(u^2 + v^2)}}{h^{4/3}}, S_{fy} = \frac{n^2 v \sqrt{(u^2 + v^2)}}{h^{4/3}} \quad (6)$$

## 2.2 지배방정식의 이산화

연속방정식과 운동량 방정식으로 구성된 지배방정식의 해를 유한체적법을 사용하여 구하기 위해서는 적분 형태의 이산화 과정이 필요하다. 지배방정식을 Gauss 발산정리를 이용하여 적분형태로 나타내면 식 (7)과 같다.

$$\int_v \frac{\partial U}{\partial t} dv + \oint_s (F \cdot n) ds = \int_v S dv \quad (7)$$

여기서,  $n$ 은 유한체적 경계면에 수직한 법선벡터,  $v$ 는 유한체적 영역,  $s$ 는 유한체적 영역의 경계,  $F$ 는 유한체적 경계면의 flux,  $S$ 는 소멸 및 생성항을 나타낸다.

유한체적이 그림 1과 같은 사각형일 경우 식 (7)에서 면적분항은 식 (8)과 같이 유한체적의 경계에서 flux의 합으로 근사화 할 수 있다(Alcrudo와 Garcia-Avarro, 1993).

$$\oint_s (F \cdot n) ds \approx \sum_{r=1}^4 (F_r \cdot n_r) ds_r \quad (8)$$

여기서,  $ds_r$ 은 그림 2와 같이 각 경계의 길이를 나타내며,  $F_r$ 은 각 경계면에 수직한 flux를 나타낸다.

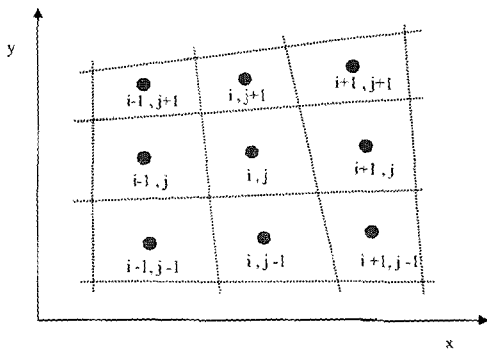


그림 1. 2차원 유한체적의 좌표체계

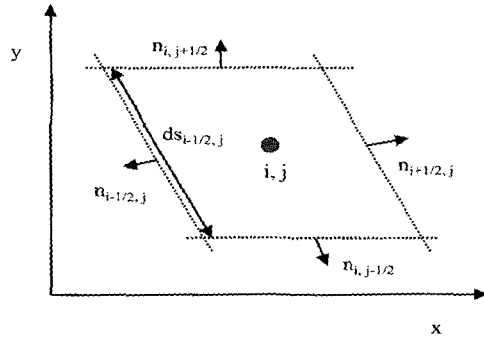


그림 2. 2차원 유한체적의 법선 vector

## 2.3 ENO 기법

지배방정식에 대한 적분방정식인 식 (7)의 변수  $U$ 를 계산하기 위해서는 유한체적 경계면에서의 flux 값이 필요하며, 이를 계산하기 위해서는 유한체적 경계면에서 수심과 유속이 필요하다. 문제영역에서 충격파가 발생하면 유한체적의 경계면의 좌우측이 다른 값을 갖는 불연속적인 흐름이 발생하게 되며, 불연속점 부근에서는 수치진동이 발생한다. 이러한 수치진동을 방지하기 위하여 인공점성을 부여하는 방법이나 총변동량을 제한하는 TVD(Total Variation Diminishing) 기법 등이 적용되어 왔으나, 이들 방법들은 불연속구간에서 정확도가 떨어지는 단점이 있다. 최근에는 불연속구간에서 발생하는 수치진동을 방지하기 위하여 연속구간에서 추출한 흐름에 대한 정보를 사용하는 ENO 기법이 적용되고 있다(Nujic, 1995; 김 등, 2001). ENO 기법은 문제영역내에서 균일한 정확도가 유지되며 수치진동이 발생하지 않기 때문에 불연속구간이 포함된 흐름을 해석하는데 적합한 방법으로 알려져 있다. 본 연구에서는 불연속구간에서 발생하는 이러한 문제를 해결하기 위하여 계산시간이 적게 소요되고 실행이 쉬우며, 근사적 Riemann 해법과 비슷한 정확도를 보이는 LLF (Local Lax-Friedrichs)법을 바탕으로 하는 ENO 기법을 사용하였다.

LLF법을 이용한 유한체적 경계면에서의 flux 계산식은 식 (9)와 같다.

$$F_{LR} = \frac{1}{2} [F_L + F_R - \alpha(U_R - U_L)] \cdot n \quad (9)$$

여기서,  $F_{LR}$ 은 유한체적 경계면에서의 flux,  $F_L$ 은

유한체적 경계면 왼쪽에서의 flux,  $F_R$ 은 유한체적 경계면 오른쪽에서의 flux,  $U_R$ 은 유한체적 경계면 오른쪽의 변수  $U$ 이며,  $U_L$ 은 유한체적 경계면 왼쪽의 변수  $U$ 를 나타낸다.  $\alpha$ 는 식 (7)에서 유한체적의 경계면에 수직하게 유출입하는 flux의 Jacobian 행렬,  $\frac{\partial(F \cdot n)}{\partial U}$ 를 사용하여 결정할 수 있으나 계산시간이 길어지므로 (Alcrudo와 Garcia-Navarro, 1993; 이와 이, 1998), 본 연구에서는 식 (10)과 같이 국부 파속 (wave speed)의 절대값 중 가장 큰 값에 가중치를 고려하여 간략화시켰다(Nujic, 1995).

$$\alpha \geq \omega |\lambda_{\max}| \quad (10)$$

$$|\lambda_{\max}| = \max(V_{i,j} + \sqrt{gh_{i,j}}, 1, N_i), \quad j=1, N_j$$

여기서,  $\omega$ 는 가중치,  $N_i, N_j$ 는 각각  $x, y$  방향의 유한체적의 갯수,  $V_{i,j}$ 는 유한체적 중심의 유속을 나타낸다.

식 (9)에서의 변수  $U_R$ 과  $U_L$ 의 계산은 고정밀 기법 (high resolution method)을 사용하였다. 고정밀 기법은 공간적으로 2차 정도의 정확도를 얻고 불연속면 주위에 과도한 점성효과가 일어나지 않도록 하기 위하여 부드러운 영역에서는 적은 양의 점성을 주고, 불연속면 주위에서는 상대적으로 많은 양의 점성을 주는 방법으로 흐름제한자나 경사제한자를 사용한다. 본 연구에서는 고정밀 기법 중의 하나인 수정 MUSCL 기법을 사용하였다. 수정 MUSCL 기법은 일차원적 특성을 갖는 MUSCL 기법의 단점을 보완하기 위하여 인접한 유한체적의 변수값을 이용하여 유한체적의 중심을 통과하는 식 (11)과 같은 평면식을 구하여 경계면 좌우측의 변수값을 계산한다(이와 이, 1998).

$$z = a_i(x - x_0) + b_i(y - y_0) + z_0 \quad (11)$$

여기서,  $a_i, b_i$ 는 각각 평면식의 계수,  $x_0, y_0$ 는 각각 유한체적 중심의 좌표,  $z_0$ 는 유한체적 중심의 변수값,  $z$ 는 유한체적 경계면의 변수값을 나타낸다.

## 2.4 시간차분

$t + \Delta t$ 시간의 유한체적 중심에서 변수  $U$ 는 시간에

대하여 2차 정도의 모의를 위하여 predictor-corrector 절차를 이용하였다(Singh과 Bhallamudi, 1997).

### (1) predictor 단계

$t + \Delta t$ 시간의 predictor 단계의 변수  $U^p_{i,j}$ 는 식 (12)와 같다.

$$U^p_{i,j} = U^k_{i,j} - \frac{\Delta t}{\Delta A_{i,j}} [ F^k_{i+1/2,j} \cdot ds_{i+1/2,j} + F^k_{i,j+1/2} \cdot ds_{i,j+1/2} + F^k_{i-1/2,j} \cdot ds_{i-1/2,j} + F^k_{i,j-1/2} \cdot ds_{i,j-1/2} ] + \Delta t S^k_{i,j} \quad (12)$$

여기서,  $k$ 는  $t$ 시간의 지지값을 갖는 상태를 나타내며,  $p$ 는 predictor 단계의 미지값을 갖는 상태를 나타낸다.

### (2) corrector 단계

$t + \Delta t$ 시간의 corrector 단계의 변수  $U^c_{i,j}$ 는 식 (13)과 같다.

$$U^c_{i,j} = U^k_{i,j} - \frac{\Delta t}{\Delta A_{i,j}} [ F^p_{i+1/2,j} \cdot ds_{i+1/2,j} + F^p_{i,j+1/2} \cdot ds_{i,j+1/2} + F^p_{i-1/2,j} \cdot ds_{i-1/2,j} + F^p_{i,j-1/2} \cdot ds_{i,j-1/2} ] + \Delta t S^p_{i,j} \quad (13)$$

여기서,  $c$ 는 corrector 단계의 미지값 상태를 나타내며,  $F_p$ 와  $S_p$ 는 predictor 단계에서 계산된 변수값을 이용하여 계산된 값을 나타낸다.

### (3) $t + \Delta t$ 시간의 $U$ 계산

$t + \Delta t$ 시간의 변수  $U$ 는 식 (14)와 같다.

$$U^{k+1}_{i,j} = \frac{1}{2} ( U^p_{i,j} + U^c_{i,j} ) \quad (14)$$

여기서,  $U^p_{i,j}, U^c_{i,j}$ 는 각각 predictor, corrector 단계에서 계산된 변수값이다.

### (4) 시간간격

시간간격  $\Delta t$ 는 수치적인 안정을 위하여 인접한 유

한체적의 특성곡선과 계산하고자 하는 유한체적의 특성곡선이 만나는 순간보다 작게 주어야 한다. 식 (15)와 같은 2차원 선형 대수 방정식의 해를 양해법을 이용할 경우에는 해의 안정을 위해서 식 (16)과 같은 CFL (Courant-Friedrichs-Lewy condition) 조건을 만족하도록 하여야 한다. 식 (16)은  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ 는 작은 값을 택하고,  $a$ 와  $b$ 는 큰 값을 택하는 것이 수치적인 안정에 유리한 시간간격을 결정할 수 있다는 것을 나타낸다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} + b \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad a, b > 0 \quad (15)$$

$$\Delta t \leq \left( \frac{a}{\Delta x} + \frac{b}{\Delta y} \right)^{-1} \quad (16)$$

일차원 천수방정식을 유한차분법을 사용한 양해법으로 풀기위한 CFL 조건은 식 (17)과 같다(Fennema와 Chaudhry, 1986). 식 (17)에서  $C_n$ 은 Courant 수이며, 안정해석(stability analysis)을 통하여 적용되는 수치기법에 따라 다른 값을 나타낸다. 본 연구에서는 식 (17)과 같이 일차원 천수방정식을 유한차분법으로 풀기위한 CFL 조건을 유한체적법에 맞게 변형된 식 (18)과 같은 CFL조건을 이용하여 각 계산단계마다 시간간격을 결정하였다(Alcrudo와 Garcia-Navarro, 1993).

$$\Delta t = C_n \frac{\Delta x}{\max(\sqrt{gh} + |u|)} \quad (17)$$

$$\Delta t \leq \frac{\min[dr(i, j)]}{2 \max[(\sqrt{gh} + \sqrt{u^2 + v^2})_{i, j}]} \quad (18)$$

여기서,  $dr(i, j)$ 는 유한체적 각 변의 길이를 나타낸다.

## 2.5 경계조건

본 모형에서 다루는 경계조건은 폐경계조건과 개경계조건이다. 폐경계조건은 경계면을 통한 흐름이 없는 조건으로 경계면에서 수직한 방향의 유속성분이 없고, 접선방향의 유속만 있는 상태이므로 식 (19)와 같이 나타낼 수 있다.

$$h_R = h_L; \quad u_R = -u_L; \quad v_R = v_L \quad (19)$$

여기서,  $h_L$ ,  $h_R$ 은 각각 경계면 안밖의 수심,  $u_L$ ,

$u_R$ 은 각각 경계면 안밖의 수직방향 유속,  $v_L$ ,  $v_R$ 은 각각 경계면 안밖의 접선방향 유속을 나타낸다.

개경계조건은 경계면에서 수심이나 유량이 일정한 조건으로 식 (20)과 같은 유한체적 경계면의 특성식과 경계조건을 사용하여 나타낼 수 있다(Zhao 등, 1994).

$$u_R = u_L + 2\sqrt{g(\sqrt{h_L} - \sqrt{h_R})} \quad (20)$$

유한체적의 젖음(wetting)과 마름(drying)의 순환을 모의하기 위하여 유한체적의 수심이 0.0001 m 보다 크면 질량 보전식과 운동량 보전식을 모두 풀도록 하였으며, 수심이 0.0001 m 보다 작으면 질량 보전식을 풀도록 하였다.

## 3. 모형의 적용

### 3.1 댐붕괴파 모의

#### (1) 1차원 해석

댐붕괴파 모의에 대한 모형의 적용성을 평가하기 위하여 해석해(Weiyan, 1992)가 알려져 있는 바다경사와 바닥마찰이 없는 가상하도 구간에 대한 댐붕괴파의 전파를 해석하였다. 가상하도는 그림 3과 같이 총길이 2,000m의 하도 중앙에 댐이 설치되어 있으며, 댐의 수심( $h_1$ )은 10m, 하도구간의 수심( $h_0$ )은 5m와 0.005 m인 경우를 고려하였다. 격자간격은 5m이며, 충격자수는 1600개로 구성하였으며, 모의결과와 해석해의 비교는 계산시작 후 60초 경과후의 자료를 사용하였다.

본 모형에서 사용한 고정밀기법인 수정 MUSCL 기법의 적용성을 평가하기 위하여 경사제한자의 다른 형태인 minmod 제한자와 비교하였다. minmod 제한자는 유한체적 경계면에서 직선의 기울기를 minmod 함수를 사용하여 제한하는 방법이다(Alcrudo와 Garcia-Navarro, 1992; Nujic, 1995).

그림 4와 표 1은  $h_0/h_1=0.5$ 인 경우, 경사제한자별 모의결과와 해석해를 비교한 것이다. 각 제한자별  $\alpha$ 에 따른 모의결과를 비교해보면, 최대유속과 이에 상응하는 Froude 수는 비슷한 값을 나타내고 있으나, 하도구간으로 퍼져나가는 충격파와 댐의 상류로 퍼져나가는 희석파의 도달거리에 대한 모의결과와 해석해를 비교해보면,  $\alpha=0.4|\lambda_{\max}|$ 이고 수정 MUSCL 기법을 경사제한자로 사용한 경우의 모의결과가 다른 방법들 보다 해석해와 잘 일치하는 결과를 나타냈다.

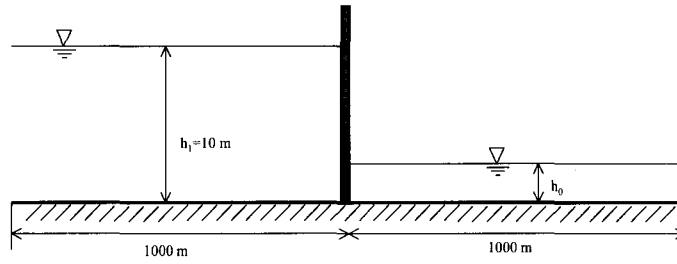


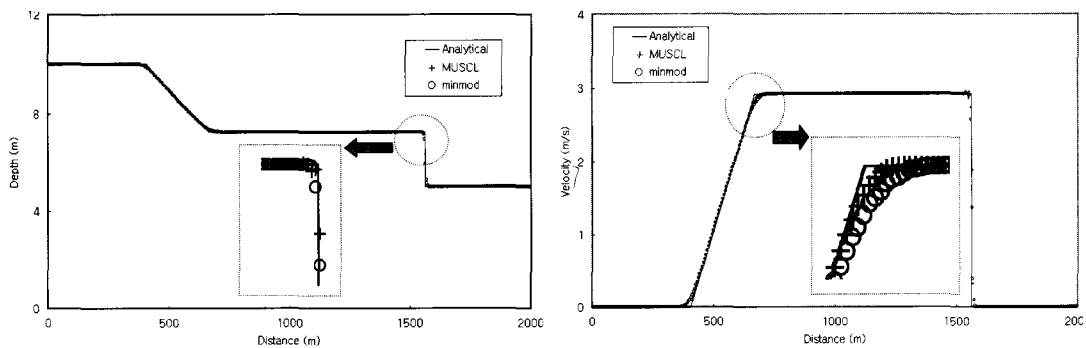
그림 3. 가상하도 모식도

표 1. 경사제한자별 모의결과와 해석해 비교 ( $h_0/h_1=0.5$ ,  $|\lambda_{\max}| = \max(V_{i,j} + \sqrt{gh})_{i,j}$ )

제한자	수정 MUSCL			minmod			해석해
	$0.4 \lambda_{\max} $	$0.7 \lambda_{\max} $	$1.0 \lambda_{\max} $	$0.4 \lambda_{\max} $	$0.7 \lambda_{\max} $	$1.0 \lambda_{\max} $	
최대유속 (m/sec)	2.95	2.92	2.92	2.92	2.92	2.92	2.92
최대유속 Froude No.	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35
충격파 도달거리(m)	1567.50	1567.50	1572.50	1602.50	1602.50	1627.50	1561.00
회석파 도달거리(m)	407.50	392.50	392.50	357.50	352.50	332.50	406.00

표 2. 경사제한자별 모의결과와 해석해 비교 ( $h_0/h_1=0.0005$ ,  $|\lambda_{\max}| = \max(V_{i,j} + \sqrt{gh})_{i,j}$ )

제한자	수정 MUSCL			minmod			해석해
	$0.4 \lambda_{\max} $	$0.7 \lambda_{\max} $	$1.0 \lambda_{\max} $	$0.4 \lambda_{\max} $	$0.7 \lambda_{\max} $	$1.0 \lambda_{\max} $	
최대유속 (m/sec)	15.48	15.52	15.53	15.38	15.38	15.39	15.40
최대유속 Froude No.	7.15	7.23	7.25	6.97	6.96	6.97	7.00
충격파 도달거리 (m)	1942.50	1937.50	1937.50	1947.50	1947.50	1947.50	1934.00
회석파 도달거리 (m)	402.50	392.50	392.50	347.50	327.50	317.50	406.00



(a) 수위

(b) 유속

그림 4. 1차원 댐붕괴파 해석해와 모의결과 비교 ( $\alpha=0.4 |\lambda_{\max}|$ ,  $h_0/h_1=0.5$ ,  $t=60$  sec)

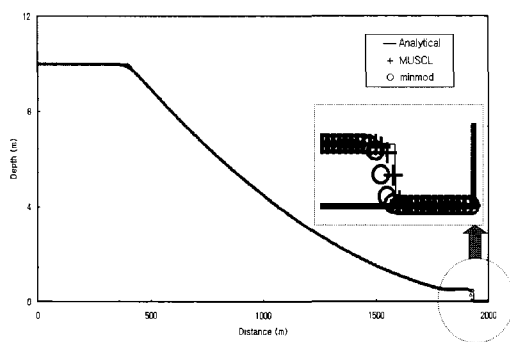
그림 5와 표 2는  $h_0/h_1=0.0005$ 인 경우, 경사제한자별 모의결과와 해석해를 비교한 것이다. 각 제한자별  $\alpha$ 에 따른 모의결과를 비교해보면, 최대유속과 이에 상응하는 Froude 수가 수정 MUSCL 기법은 해석해보다 다소 큰 결과를 나타냈으며, minmod 제한자는 해석해보다 작은 결과를 나타냈다. 하도구간으로 퍼져나가는 충격파와 댐의 상류로 퍼져나가는 희석파의 도달 거리에 대한 모의결과와 해석해를 비교해 보면,  $\alpha=0.4|\lambda_{max}|$ 이고 수정 MUSCL을 경사제한자로 사용한 경우의 모의결과가 다른 방법들 보다 해석해와 잘 일치하는 결과를 나타냈다.

### (2) 2차원 댐붕괴파 해석

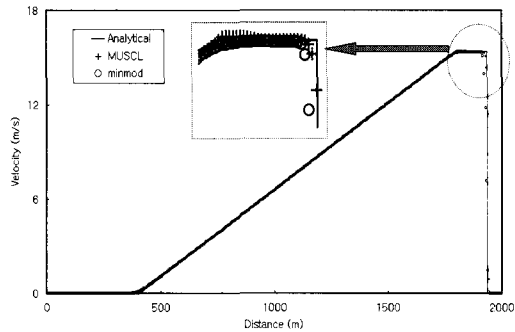
2차원 댐붕괴파 모의에 대한 모형의 적용성을 평가하기 위하여 기존 모형들이 적용되었던 2차원 댐붕괴 모의에 적용하였다. 댐의 크기는  $100\text{ m} \times 200\text{ m}$ 이며, 댐의 초기 수위는  $10\text{ m}$ , 수로의 크기는  $100\text{ m} \times 200$

$\text{m}$ 이며, 수로의 초기 수위는  $5\text{ m}$ , Manning 조도계수는  $0.03$ , 바닥경사는 없는 것으로 하였다. 계산격자간격은  $5\text{ m}$ 이며, 총  $1,600$  개의 격자로 구성하였으며, 댐 파괴 단면의 길이는  $100\text{ m}$ 이며, 댐의 파괴는 측벽에 의한 반사파의 영향을 잘 반영하는가를 비교하기 위하여 대칭형과 비대칭형으로 구분하여 모의하였다.

그림 6~그림 8은 댐의 파괴시 수면고, 등수심도, 유속벡터도를 나타낸 것이다. 그림 6은 댐붕괴후  $7.2$  초 경과후 수심상태를 나타낸 것으로 댐 붕괴에 따른 희석파와 충격파를 잘 모의하고 있으며, 기존의 연구결과와 비슷한 형태를 나타내고 있다(Fennema 와 Chaudhry, 1990; Zhao 등, 1994). 대칭형과 비대칭형 파괴의 수면고, 등수심도, 유속벡터를 비교해보면 비대칭형의 경우 파괴면에 가까운 측벽에 충격파가 먼저 도달하여 수면이 반대편 측벽의 수면보다 더 높게 나타나고 있음을 알 수 있으며, 모형이 측벽에 의한 반사파를 잘 모의하고 있음을 알 수 있다.

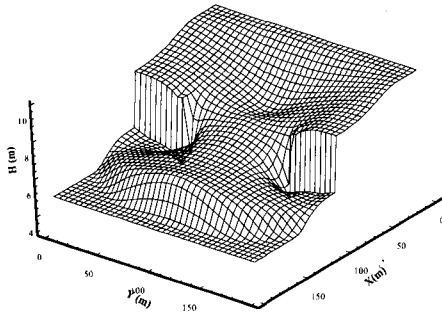


(a) 수위

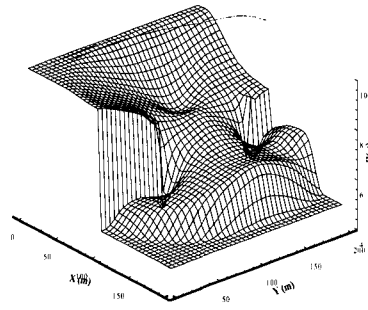


(b) 유속

그림 5. 1차원 댐붕괴파 해석해와 모의결과 비교 ( $\alpha=0.4|\lambda_{max}|$ ,  $h_0/h_1=0.0005$ ,  $t=60\text{ sec}$ )



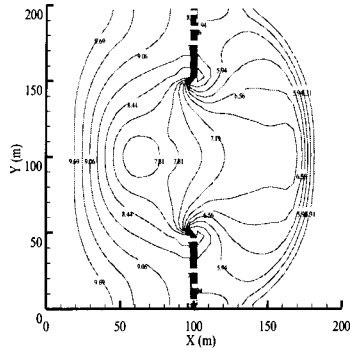
(a) 대칭형



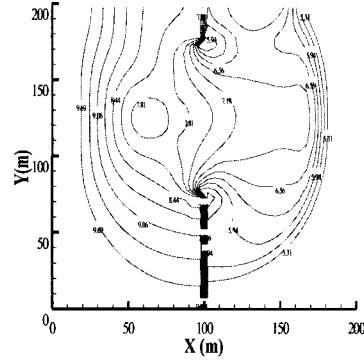
(b) 비대칭형

그림 6. 2차원 댐붕괴시 수심변화 (7.2초 경과후)

$$\eta(x, t) = a \frac{\cos[k(l-x)]}{\cos(kl)} \sin \omega t + d \quad (21)$$

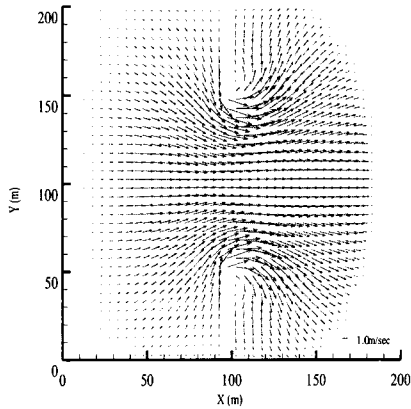


(a) 대칭형

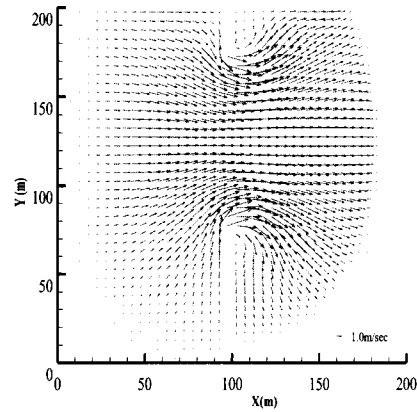


(b) 비대칭형

그림 7. 2차원 댐붕괴시 등수심도 (7.2초 경과후)



(a) 대칭형



(b) 비대칭형

그림 8. 2차원 댐붕괴시 유속벡터 (7.2초 경과후)

### 3.2 개수로 부정류 해석

#### (1) 1차원 말단폐쇄 수로

개발된 모형의 개수로 부정류해석에 대한 적용성을 평가하기 위하여 일차원 직사각형 수로의 입구에서 정상파(standing wave)가 주어질 경우의 수위와 유속을 모의하여 국부이송과 바닥 마찰이 없을 경우의 해석해인 식 (21), 식 (22)와 비교하였다(Ippen, 1966).

$$u(x, t) = \frac{a}{d} \sqrt{gd} \frac{\sin[k(l-x)]}{\cos(kl)} \cos \omega t \quad (22)$$

여기서, a는 입사파 진폭(m), x는 수로입구로부터 거리(m), d는 평균수심 (m), l은 수로길이(m),  $\omega$ 는 T가 입사파 주기일 경우  $\frac{2\pi}{T}$ 로 정의되는 각속도 (rad/sec), k는  $\frac{\omega}{\sqrt{gh}}$ 로 정의되는 파동수를 나타낸다. 해석해를 이용한 모형의 검증에 사용된 수로는 길이



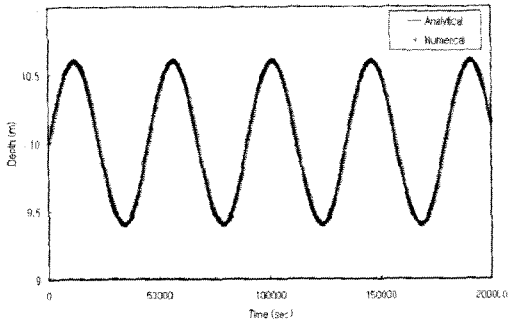


그림 9. 수심에 대한 해석해와 모의결과 비교

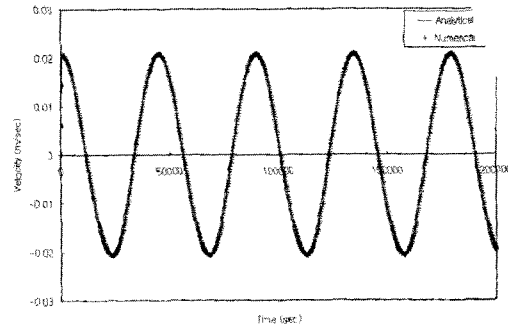


그림 10. 유속에 대한 해석해와 모의결과 비교

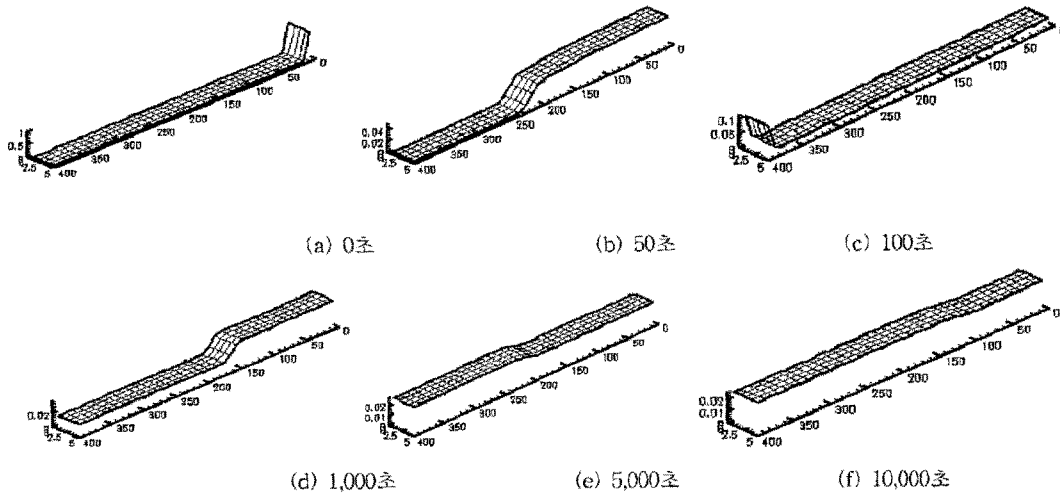


그림 11. 마찰경사가 없는 경우의 진동시험

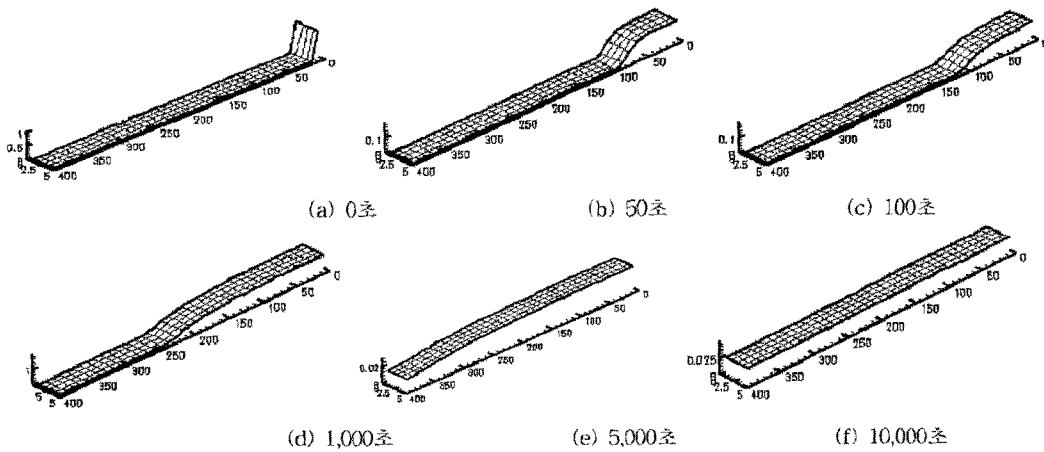


그림 12. 마찰경사가 있는 경우의 진동시험

5,000 m, 폭 400 m, 초기수심은 10 m이다. 수로입구의 경계조건은 진폭(a)은 0.6 m, 주기(T)는 12.42 시간인 정상파의 수위변화를 사용하였으며, 수로 말단은 폐경계조건을 적용하였다. 모형의 구동을 위한 격자는  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  를 각각 100 m로 하여 총 200 개로 구성하였으며, 200,000 초 동안 모의하였다. 그림 9와 그림 10은 대상수로의 입구에서 2,550 m 떨어진 지점의 수심과 유속에 대한 해석해와 모의결과를 비교한 결과이며 모의결과와 해석해가 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

## (2) 2차원 진동시험

개수로 부정류 해석에 대한 모형의 적용성을 평가하기 위하여 진동시험을 실시하였다. 유체의 점성을 무시할 경우 마찰이 없는 수로에서 초기조건에 특정한 수면변화를 줄 경우, 이로 인하여 수면진동이 무한히 반복되어야 하며, 이를 이용하여 모형을 검증하였다.

진동시험을 위한 조건은 길이 400 m, 너비 5 m 이고, 바닥경사는 없는 가상수로를 설정하였다. 수로의 양 끝단( $x=0$  m,  $x=400$  m)은 폐쇄된 상태이므로, 파가 양끝 단에 이르러서는 반사파가 생기게 된다. 수로의 초기조건은  $0 \text{ m} \leq x < 10 \text{ m}$  인 지점에서는 수심이 1.0 m이며, 이 지역 이외의 지점에서는 건조한 상태이다. 수로의 상류 및 하류 경계는 폐경계조건을 적용하였다.

진동시험에 의한 결과와 마찰경사가 있는 경우를 비교하기 위하여 Manning 조도계수를 0.0인 경우와 0.03으로 구분하여 모의하였다. 그림 11과 그림 12는 각각 조도계수가 0.0인 경우와 0.03인 경우 초기상태에서 시간에 따른 파의 진행상태를 나타낸 것이다. 두 조건을 비교해보면, 조도계수가 0.0인 경우에는 파의 진행이 빠르며, 조도계수가 0.03인 경우 10,000초 이후에 정상상태에 이르고 있으나, 조도계수가 0.0인 경우에는 계속 진동하고 있으며 그 이후에도 바닥 마찰이 없으므로 파가 계속 진동을 한다.

## 4. 요약 및 결론

본 연구에서는 다른 기법들 보다 실행이 용이하며, 정확도가 높다고 알려진 ENO 기법을 이용한 2차원 유한체적모형을 개발하여 댐붕괴 모의에 대한 모형의 적용성을 평가하였다. 개발된 모형은 공간적으로 2차 정도 모의를 위하여 수정 MUSCL 기법을 적용하였다. 개발된 모형의 적용성을 평가하기 위하여 해석해가 있는 1차원 댐 붕괴파 모의에 적용한 결과, 해석해와 유

사한 결과를 나타냈다. 수정 MUSCL 기법의 모의결과를 minmod 경사제한자를 사용한 모의결과와 비교한 결과, 최대유속 모의결과는 제한자별 차이가 없으나 해당시간의 충격파와 희석파의 도달시간은 수정 MUSCL 기법을 사용한 경우가 minmod 경사제한자를 사용하는 경우 보다 해석해에 가까운 결과를 나타냈다. 또한, 가상적인 2차원 댐 붕괴문제에 적용하여 모의한 결과는 기존에 발표된 모형들과 유사한 결과를 나타냈다. 개수로의 부정류 해석에 대한 모형의 적용성을 평가하기 위하여 말단이 폐쇄된 수로의 입구에서 정상파가 주어졌을 때 수위와 유속을 모의하여 해석해와 비교했으며 모의결과는 해석해와 유사한 결과를 얻었다. 입구와 말단이 폐쇄된 수로에서 파의 진동을 모의한 결과 바닥마찰이 없는 수로에서는 무한히 진동하며, 바닥마찰이 있는 수로에서는 시간이 경과후 진동이 멈추는 결과를 보였다.

## 참 고 문 헌

- 김원, 한건연, 김상호(2001). 음해적 ENO 기법을 이용한 댐 붕괴류 해석, **대한토목학회 논문집**, 제 21권 제 4-B호, pp. 417~426.
- 이길성, 이성태(1998). 충격파 모의를 위한 이차원 유한체적 비정상 흐름 모형, **한국수자원학회논문집**, 제 31권 제 3호, pp. 279-290.
- 이진희, 김경탁, 심명필(1996). 개수로에서의 2차원 부정류해석을 위한 유한체적법, **한국수자원학회지**, 제 29권 제 5호, pp. 173-184
- Alcrudo, F. and Garcia-Navarro, P.(1993). A high-resolution Godunov-type scheme in finite volumes for the 2D shallow-water equations, *Int. J. Numer. Methods in Fluids*, 16, pp. 489-505.
- Alcrudo, F., Garcia-Navarro, P., and Saviron, J. M.(1992). Flux difference splitting for 1D open channel flow equation, *Int. J. Numer. Methods in Fluids*, 14, pp. 1009-1018.
- Fennema, R. J. and Chaudhry, M. H.(1990). Explicit methods for 2-D transient free-surface flows, *Journal of Hydraulic Engineering*, 116(8), pp. 1013-1034.
- Fennema, R. J. and Chaudhry, M. H.(1986). Explicit numerical schemes for unsteady Free-surface flows with shocks, *Water Resources Research*, 22(13), pp. 1923-1930.

- Ippen, A. T.(1966). *Estuary and coastline hydrodynamics*, McGraw-Hill, Yew York.
- Nujic, M.(1995). Efficient implementation of non-oscillatory schemes for the computation of free-surface flows, *Journal of Hydraulic Research*, 33(1), pp. 101-111.
- Singh, V. and Bhallamudi, M.(1997). Hydrodynamic modeling of basin irrigation, *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 123(6), pp. 407-414.
- Weiyan, T.(1992). *Shallow water hydrodynamics*, Elsevier Science Publishers, Amsterdam.
- Zhao, D. H., Shen, H. W., and Tabios III, G. Q.(1996). Approximate Riemann solvers in FVM for 2D hydraulic shock wave modeling, *Journal of Hydraulic Engineering*, 122(12), pp. 692-702.
- Zhao, D. H., Shen, H. W., Tabios III G. Q., Lai, J. S., and Tan, W. Y.(1994). Finite-volume two-dimensional unsteady-flow model for river basins, *Journal of Hydraulic Engineering*, 120(7), pp. 863-883.

(논문번호:02-33/접수:2002.05.23/심사완료:2002.12.12)