

## 論文

## 비선형 피로손상 모델을 이용한 복합재 피로수명 평가

김성준<sup>\*,+</sup>, 황인희<sup>\*</sup>

## Composites Fatigue Life Evaluation based on non-linear fatigue damage model

Sung Jun Kim<sup>\*,+</sup>, In Hee Hwang<sup>\*</sup>

## ABSTRACT

Prediction of composite fatigue life is not a straightforward matter, depending on various failure modes and their interactions. In this paper, a methodology is presented to predict fatigue life and residual strength of composite materials based on Phenomenological Model(non-linear fatigue damage model). It is assumed that the residual strength is a monotonically decreasing function of the number of loading cycles and applied fatigue stress ratio and the model parameters(strength degradation parameter and fatigue shape parameter) are assumed as function of fatigue life. Then S-N curve is used to extract model parameters that are required to characterize the stress levels comprising a randomly-ordered load spectrum. Different stress ratios( $\sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ ) are handled with Goodman correction approach(fatigue envelope) and the residual strength after an arbitrary load cycles is represented by two parameter weibull functions.

## 초 록

복합재료의 피로수명을 평가하는 것은 여러 가지 파손모드와 파손모드 간의 상호작용 때문에 복잡하다. 본 논문에서는 현상론적인 모델(비선형 강도저하 모델)을 이용하여 피로수명과 잔류강도를 예측할 수 있는 방법을 제시하였다. 잔류강도를 하중 사이클 수와 피로응력의 함수로 가정하였으며, 계산에 필요한 모델변수(강도저하 파라미터, 피로수명형상 파라미터)를 피로수명의 함수로 가정하였다. 임의로 배열된 하중 스펙트럼 상에서 응력수준에 따른 모델 매개변수를 구하기 위해 S-N 선도를 이용하였고, 상이한 응력비에 대하여 전술한 매개변수를 Goodman식의 보정을 통하여 계산하였다(피로선도). 임의의 하중이력 후의 잔여강도 분포를 2모수 weibull 함수로 표현하였다.

## 1. 서 론

항공기의 파손은 피로에 의하여 유발되는 경우가 많아, 구조물의 안전성과 신뢰도 확보를 위해서는 설계 단계에서 피로에 대한 고려가 필수적이며, 각 구조물의 수명 예측이 요구된다. 또한 구조물의 피로하중은 항공기의 운항 조건에 따라 결정되므로 구조 부재는 실제 하중 조건에 따라 설계되어야 한다. 복합재료의 경우 복잡한 파손형태로 인하여 파괴역학적인 방법을 이용한 피로수명 평가가 어렵다. 그러므로 일반적으로 복합재료 구조물은 현상학적인

방법으로 피로수명을 평가한다. 그러나 복합재 구조 부재인 경우 비슷한 부재라 하더라도 적층순서와 적층각도 및 응력상태 등에 따라 구조물의 기계적 특성이 달라지므로 현상론적인 방법을 이용한 피로수명 평가에는 수많은 인증 시험이 요구된다. 따라서 각 부재의 피로 특성에 근거한 수명평가 방법이 요구된다. 현상학적인 방법을 이용한 복합재 구조물의 피로수명평가 방법은 크게 강성기반 모델(stiffness-based model)과 강도기반 모델(strength-based model)로 나뉜다. 강성기반 모델은 피로손상을 탄성계수의 함수로 정의하고, 피로손상의 변화율을 피로주기와 손상함수인

\*+ 한국항공우주연구원, 선임연구원, 교신저자(E-mail:yaelin@kari.re.kr)

\* 한국항공우주연구원, 책임연구원

매개변수의 지수함수로 가정하여 피로 수명식을 유도한다. 그러나 손상함수로 가정된 매개변수가 응력수위와 하중 사이클 수의 함수이므로 매개변수를 결정하기가 어렵고, 가정된 매개변수를 이용하여 잔류강도를 계산하기가 곤란하다[1]. 반면에 강도저하 모델은 강도와 응력에 대한 값을 이용하여 작용 응력이 잔여강도보다 크거나 같을 때 파손이 일어난다는 일반적인 파손조건을 이용하므로 실제 설계에 적용하기가 쉽다. 그러나 강도저하 모델도 응력수위에 따라 달라지는 강도 저하 파라미터를 시험을 통하여 구하여야 하므로 많은 시험이 요구된다[2]. Mahmood[3] 등은 응력 수준과 무관한 파라미터를 이용하여 모든 응력범위에 대한 강도저하율을 계산하였으나, 시험을 수행한 응력수준 이외의 응력수준에서는 정확도가 떨어진다. Franke[4] 등은 강도저하 파라미터를 지수함수로 가정하여 임의의 응력진폭에서의 강도저하 파라미터를 계산하였다. 본 연구에서는 최소의 시험 데이터를 이용하여 모든 응력 범위에서의 강도저하 파라미터를 계산할 수 있는 방법을 구하고자 한다. 또한 실제 복합재료 구조물의 피로설계 시 적용할 수 있는 방법과 절차를 정립하여, 설계자가 사용할 수 있는 수명평가 방법을 제시하고자 한다.

## 2. 잔류강도 계산

복합재 구조물의 잔류강도를 계산하기 위해 강도기반 모델을 사용하였다. 즉 임의의 하중사이클 후의 잔류강도는 아래와 같이 표현된다[2].

$$R(n) = R_0 - (R_0 - \sigma_p) \left( \frac{n}{N} \right)^\nu \quad (1)$$

여기서  $R(n)$ 은 현재 사이클에 대한 잔류강도,  $R_0$ 는 정강도,  $\sigma_p$ 는 Peak 응력의 크기로 하중 사이클 마다 변하는 값이다. 또한  $N$ 은 피로수명,  $\nu$ 는 강도저하 파라미터(strength degradation parameter)이다. 결국 복합재료의 잔류강도와 잔여수명을 평가하기 위해서는 임의의 하중상태에서의 피로수명과 강도저하 파라미터를 구해야 한다. 본 연구에서는 피로수명과 강도저하 파라미터를 매개변수로 정의하여 임의의 피로하중 스펙트럼하의 잔류강도를 계산하려 한다.

### 2.1 피로수명 계산방법

식 (1)을 이용하여 피로하중을 받는 부재의 잔류강도를 계산하기 위해서는 임의의 응력상태에서의 피로수명을 계산해야 한다. 일반적으로 금속재료의 피로거동은  $S-N$  선도와 Goodman 형식의 선도를 이용하여 설명된다. 전자는 일정한 응력비(평균응력 0.0)에서 임의의 응력진폭에 따른

재료의 피로수명을 계산하고, 후자는 평균응력과 응력진폭의 영향을 설명한다[5,6]. 그러나 복합재료의 경우 인장하중과 압축하중 상태에서의 파손양상이 다르므로 피로수명 계산 시 응력상태에 대한 고려가 필요하다. 본 연구에서는 Rotem이 제안한 *fatigue envelope*의 개념을 이용하여 응력상태에 따른 피로수명을 계산하려 한다. Rotem[5,6]은 인장강도( $S_{st}$ )와 압축강도( $S_{sc}$ )를 이용하여 cross-over 응력( $S_M$ )을 정의하고, 평균응력과 응력비를 이용하여 파손모드를 결정하였다.  $S_M$ 은 인장강도와 압축강도의 평균값으로, 작용되는 피로하중의 응력비와 평균응력( $\sigma_{mean}$ )에 따라 아래와 같이 파손모드를 결정한다.

$$S_M = \frac{S_{st} + S_{sc}}{2} \quad (2)$$

$0 \leq R < 1$  or  $\sigma_{mean} > S_M$  : 인장파손

$R > 1$  or  $R < 0$  or  $\sigma_{mean} < S_M$  : 압축파손

즉 평균응력이 0.0보다 크더라도 응력비가 음인 경우는 평균응력이  $S_M$  응력 보다 작으면 압축파손이 일어난다. 임의의 응력비에서의  $S-N$  선도는 실험을 통해서 구해진 하중비가  $R_1$ 인  $S-N$  선도에서 임의의 수명  $N_1, N_2$ 를 정의하여 수식을 전개한다. 본 논문에서는 수식의 간략화를 위하여  $\log N_1 = 1, \log N_2 = 6$  인 응력진폭( $S_1, S_2$ )을 정하고,  $S-N$  선도를 아래와 같이 정리한 후 필요한 상수들을 계산하였다.

$$S_1 = S_{or1} N_1^{K_1} \quad (3)$$

$$S_2 = S_{or2} N_2^{K_2} \quad (4)$$

임의의 응력비  $R_{12}$ 에서의  $S-N$  선도를 지수 형식으로 표현하기 위하여 매개변수를 *fatigue envelope*로부터 기하학적인 관계를 이용하여 구한다[5,6].

$$S_{12} = \frac{1 - R_{12}}{(R_{12} - R_{11})/S_{st} + (1 - R_{12})/(S_{or1} 10^{6K_1})} \quad (5)$$

$$S_{22} = \frac{1 - R_{12}}{(R_{12} - R_{11})/S_{st} + (1 - R_{12})/(S_{or1} 10^{6K_1})} \quad (6)$$

$$Q = \frac{6 \log S_{12} - \log S_{22}}{5} \quad (7)$$

구하고자 하는 응력비  $R_{12}$ 에서의  $S-N$  선도는 아래와 같이 결정된다.

$$S = S_{or2} N^{K_2} \quad (8)$$

$$K_{12} = \log S_{12} - Q \tag{9}$$

$$S_{or2} = 10^Q \tag{10}$$

압축파손 모드에서는 위의 식에서  $R_{11} \Rightarrow 1/R_{c1}$ ,  $R_{12} \Rightarrow 1/R_{c2}$  로 변경하여 사용한다. 결국 위의 과정을 통하여 복합재료에 대한 피로수명을 인장모드와 압축모드로 나누어 계산할 수 있게 된다.

**2.2 잔류강도 파라미터 계산방법**

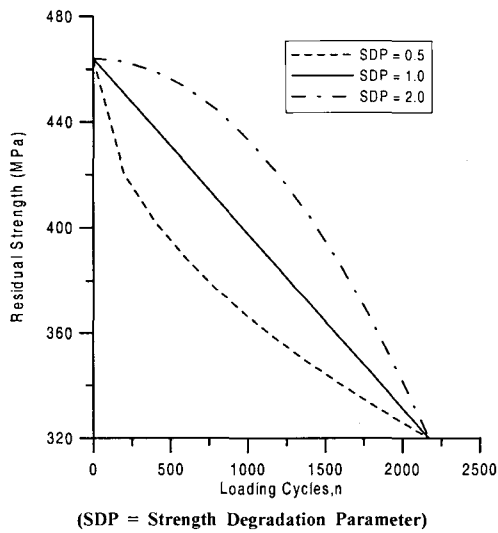


Fig. 1 Possible relationships between residual Strength and number of loading cycles.

강도저하 파라미터는 재료와 응력상태에 따라 결정되는 값으로 이론적인 파손확률과 피로수명에 대한 weibull 분포로부터 얻어진 실험적 파손확률의 비교를 통해 두 값이 가장 근접되도록 결정한다[2]. 강도저하 파라미터는 정해진 응력진폭과 응력비에서 하중사이클에 따른 잔류강도 곡선의 특성을 결정한다. 예를 들어  $\nu \gg 1$  이면 sudden death 모델이 되고,  $\nu = 1$ (선형강도저하모델)이면 강도가 선형적으로 감소한다. 그리고  $\nu \ll 1$  이면 급작스런 초기 파손(wear-out model) 양상을 보인다(Fig. 1). 잔류강도는 피로하중 스펙트럼의 각 사이클의 손상량을 계산하여 식(1)에 의해 계산되는데 강도저하 파라미터의 값이 작을수록 초기 손상량이 크게 평가된다. 실험을 수행하여 구해진 일정 응력수준에서의 강도저하 파라미터만으로는 임의의 응력진폭에서의 강도저하량을 계산할 수 없으므로 최소의 실험 데이터를 이용하여 모든 응력상태에서의 강도저하 파라미

터를 결정해야 한다. Schaff[2]는 강도저하 파라미터를 응력진폭의 선형함수로 가정하였다.  $\sigma_a$ 는 응력진폭이다.

$$\nu_a = \sigma_a \times C_1 + C_2 \tag{11}$$

Subramanyan[7]은 2가지 응력진폭 사이클에서 강도저하 파라미터를 응력진폭의 함수로 가정하였다.

$$\nu_s = \frac{\sigma_2 - \sigma_d}{\sigma_1 - \sigma_d} \tag{12}$$

$\sigma_1$ 은 첫번째 응력진폭이고,  $\sigma_2$ 는 두번째 응력진폭,  $\sigma_d$ 는 내구한계(endurance limit)에서의 응력진폭으로 피로수명이  $10^7$  이상인 응력진폭으로 적절하게 결정한다.

Hashin[8]은 2가지 응력진폭에서 강도저하 파라미터를 피로수명의 함수로 가정하였다.

$$\nu_h = \frac{\log(N_1/N_d)}{\log(N_2/N_d)} \tag{13}$$

$N_1$ 은 첫번째 응력진폭의 피로수명이고,  $N_2$ 는 두번째 응력진폭의 피로수명,  $N_d$ 는 내구한계의 피로수명이다.

Manson[9]은 2가지 응력진폭에서 강도저하 파라미터를 피로수명과 curve fitting parameter의 함수로 표현하였다.

$$\nu_m = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^m \tag{14}$$

금속재료인 경우  $m$ 의 값은 약 0.3 ~ 0.5 정도의 값이 된다. 식(14)은 임의의 응력진폭에 대한 강도저하 파라미터를 얻기 위해선 기준이 되는 응력진폭이 필요하다. 본 연구에서는 실험을 통하여 얻은 결과를 이용하여 강도저하 파라미터의 값이 약 1.0 이 되는 응력진폭을 사용하였다.

Table 1 Model parameters for glass/epoxy[2]

Max. Stress (MPa)	Min. Stress (MPa)	Fatigue Life(N)	Strength Degradation Parameter	$B_f$
386	19.3	626	2.5	2.089
338	16.9	2886	2.0	3.436
290	14.5	19406	1.1	1.886
241	12.1	230419	0.75	1.595

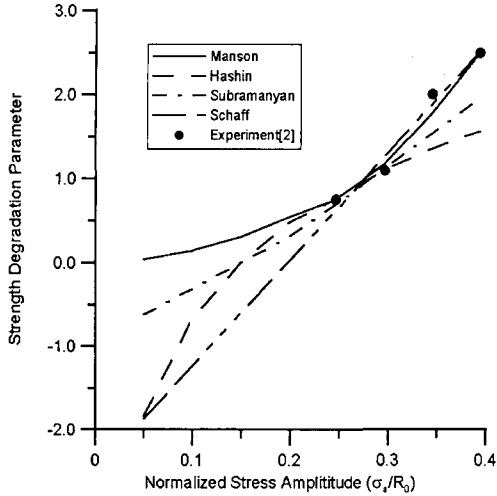


Fig. 2 Comparison of Experimental Values and theoretical Predictions for Strength Degradation Parameter.

위의 계산식들을 이용하여 임의의 응력상태에서의 강도저하 파라미터를 구하였다(Fig. 2). Table 1의 시험에 사용한 glass/epoxy의 정강도( $R_0$ )는 464.0 MPa이다.

Fig. 2에서  $\sigma_a$ 는 응력진폭이고,  $R_0$ 는 정강도이다. 강도저하 파라미터는 물리적으로 0.0보다 큰 값을 가져야 하므로 Manson[9]의 모델이 가장 적절함을 알 수 있다. 또한 강도저하 파라미터를 응력진폭의 함수로 가정하는 경우 응력비에 대한 고려를 할 수 없지만, 강도저하 파라미터를 피로수명의 함수로 가정하는 경우 응력진폭과 응력비에 의한 효과를 고려할 수 있다. 식(14)에서  $N_2$ 는 강도저하 파라미터의 값이 약 1.0인 경우의 피로수명이고,  $m$ 은 복합재료에 대한 curve fitting parameter로 약 0.1 ~ 0.2 정도의 값을 갖게 된다.

### 2.3 잔류강도 계산

응력진폭( $\sigma_a$ )이 정강도의 10, 20, 30, 35%이고(Fig. 3), 각 진폭에서의 사이클 수가 각 피로수명의 1%인 응력 스펙트럼에 대하여 사이클 블록 수에 대한 잔여강도를 계산하였다(Fig. 3).

강도저하 파라미터는 Manson[9]의 관계식을 이용하여 계산하였다. Fig. 4에서 보듯이 선형 강도저하식에 의한 잔류 강도평가는 보수적이지 않은(not conservative) 결과를 주는 것을 알 수 있다. 즉 임의의 하중 사이클 후의 잔류강도를 선형 강도저하식이 크게 평가함을 알 수 있다. 이는 낮은 응력수준에서는 강도저하 파라미터가 1.0보다 작은 값을 갖게 되어 동일한 하중사이클 수에 대하여, 선형 강도저하식에서 예측하는 결과보다 더 큰 손상을 갖기 때문이다.

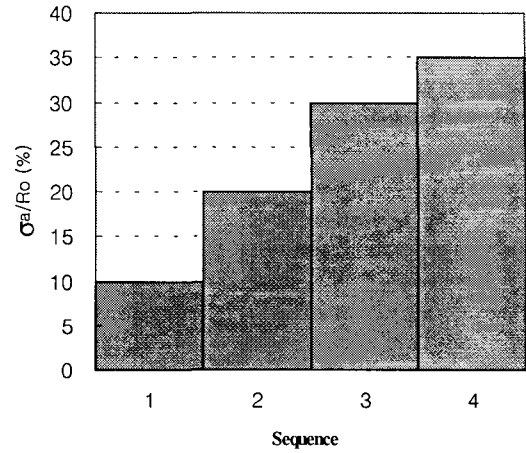


Fig. 3 Four unit block loading spectrum.

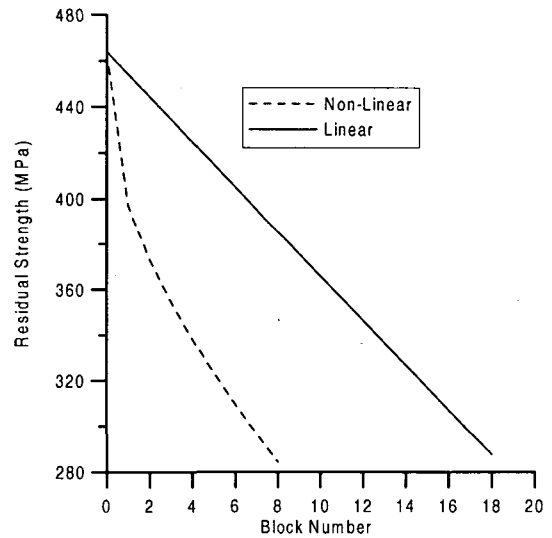


Fig. 4 Residual Strength vs. Block Number.

### 3. 파손확률 계산

일반적으로 복합재 구조물의 피로수명과 잔류강도는 통계적 확률 값으로 나타나게 된다. 실험에 의해 얻어진 피로수명과 정강도는 정규분포와는 달리 weibull 분포를 나타내는 것으로 알려지고 있다. 2모수 weibull분포를 사용하여 잔류강도, 정강도 및 잔류강도의 확률분포를 아래와 같이 나타낼 수 있다.

정강도 확률분포 :

$$P[\overline{R_0} \leq S_p] = 1 - \exp[-(S_p/R_0)^{B_s}] \quad (15)$$

$R_0$ 는 정강도이고,  $B_s$ 는 정강도 shape 파라미터이다. 2모수 weibull 분포에서 shape 파라미터와 scale 파라미터는 최소 5개 이상의 시편 시험 결과를 이용하여 최대근사방법(maximum likelihood method)을 이용하여 구한다.

피로수명 확률분포 :

$$P[\overline{N} \leq n] = 1 - \exp[-(n/N)^{B_f}] \quad (16)$$

$N$ 은 피로수명이고,  $B_f$ 은 피로수명에 대한 shape 파라미터이다.  $B_f$ 은 응력진폭과 응력비의 함수로 정강도 shape 파라미터( $B_s$ )보다는 작고 피로수명이 커질수록 작아지는 것이 물리적으로 타당하다. 이는 응력수준이 커질수록 강도 저하율이 피로수명에 근접할수록 급격하게 커지므로, 응력수준이 작은 경우보다 분산정도가 작아진다. 본 연구에서는 실험 데이터를 이용하여 피로수명 파라미터를 피로수명의 함수로 가정하여 사용하였다.

$$B_f = B_0(\log N)^{-k} \quad (17)$$

여기서  $B_0, k$ 는 실험적으로 얻어지는 상수이다.(Fig. 5참조)

잔류강도 확률분포 :

여러 시험 결과로부터 하중사이클이 증가할수록 잔여강도분포는 점차 분산됨을 알 수 있다[2]. 이것은 피로수명에 대한 shape 파라미터가 하중사이클수가 증가함에 따라 감소됨을 의미한다. 이러한 분산효과를 표현하기 위해 하중사이클 수에 대한 피로수명 shape 파라미터의 값을 아래와 같이 가정하였다.

$$B_f(n) = B_s - (B_s - B_l) \frac{n}{N} \quad (18)$$

즉  $B_f(n)$ 은  $B_s$ 와  $B_l$  사이에서 선형적으로 변화한다고 가정한다. 결국 잔류강도에 대한 파손확률은 아래와 같이 표현된다.

$$P[\overline{R}(n) \leq S_p] = 1 - \exp\left[-\left(\frac{S_p}{R(n)}\right)^{B_f(n)}\right] \quad (19)$$

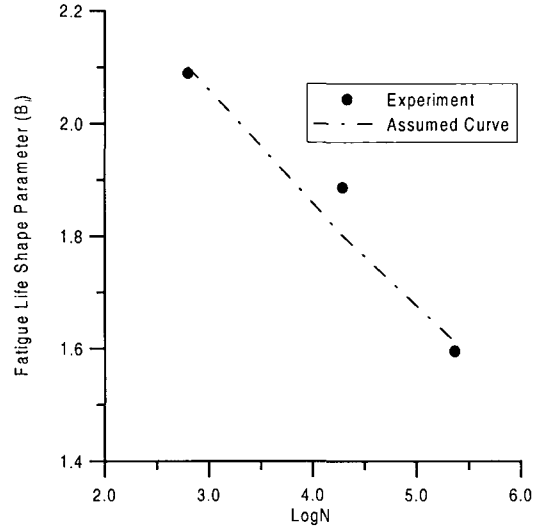


Fig. 5 Strength Degradation Parameter vs. Fatigue Life.

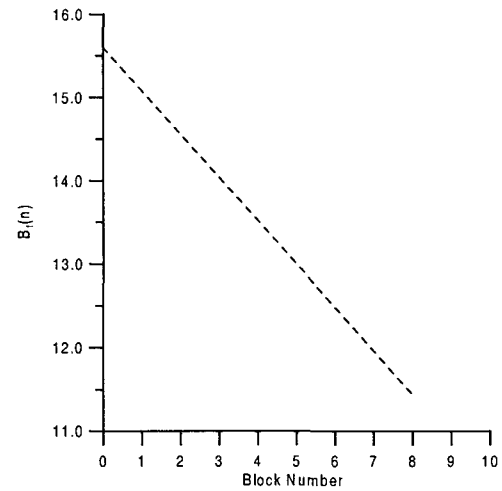


Fig. 6 Fatigue Shape Parameter vs. Block Number.

Fig. 6은 하중 블록 수(number of block)에 따른 피로수명 파라미터의 변화량을 나타낸다. 여기서 하중 블록은 Fig. 3을 하나의 하중블록으로 고려하였다. 하중 블록수가 증가함에 따라 피로수명 파라미터가 선형적으로 감소한다. 즉 하중 사이클이 증가할수록 파손확률 값이 분산됨을 보인다. 그리고 Fig. 7은 하중 블록 수에 대한 파손확률을 의미한다.

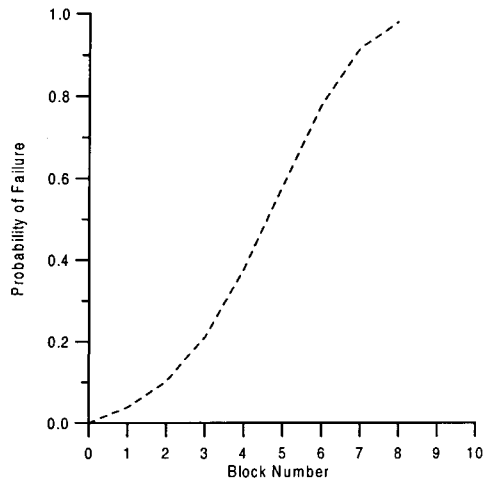


Fig. 7 Probability of Failure vs. Block Number.

#### 4. 결과 및 고찰

본 연구에서는 복합재 구조물의 잔류강도를 강도저하 모델을 이용하여 계산하였다. 모델 변수를 구하기 위한 시험을 최소화하기 위하여 모든 매개변수(강도저하 파라미터, 피로형상 파라미터)를 피로수명의 함수로 가정하여 사용하였다. 또한 복합재 구조물의 수명계산 시 평균응력의 영향을 고려하기 위해 fatigue envelope의 개념을 소개하였으며, 임의의 응력비에서의 피로수명을 계산하였다. 계산된 모델 변수를 이용하여 임의의 하중 사이클 후에 복합재료의 잔류강도와 파손확률 분포를 계산하였으며, 선형강도 저하 모델이 보수적이지 않음을 확인하였다. 본 논문에서는 모델 파라미터를 구하기 위한 시험을 최소화하기 위하여 모든 매개변수를 피로수명의 함수로 가정하였으나, 제한된 실험 결과이므로 향후 많은 시험을 통하여 검증되어야 한다.

#### 참고문헌

- 1) 최재원, 황운봉, 박현철, 한경섭, "복합재료의 수리후 피로거동 고찰," *한국복합재료학회지*, 제12권, 제3호, 1996, pp. 26-35.
- 2) Schaff, J. R. and Davidson, B. D., "Life Prediction Methodology for Composite Structures. Part I, II Constant Amplitude and Two-Stress Level Fatigue," *Journal of Composite Materials*, Vol. 31, 1997, pp. 128-181.
- 3) Mahmood M. Shokrieh, Larry B. Lessard, "Multiaxial fatigue behaviour of unidirectional plies based on uniaxial

fatigue experiments," *Int. Fatigue*, Vol. 19, No 3, 1997, pp. 201-207.

- 4) Franke L., Dierkes G., "A non-linear fatigue damage rule with an exponent based on a crack growth boundary condition," *Int. J. Fatigue*, 1999, pp. 761-767.
- 5) Rotem, A., "The Fatigue Behavior of Composite Laminates under Various Mean Stresses," *Composites Structures*, Vol. 17, 1991, pp. 113-126.
- 6) Rotem A., "Tensile and Compressive Failure Modes of Laminated Composites Loads by Fatigue with Different Mean Stress," *Journal of Composites Technology and Research*, Vol. 12, 1990, pp. 201-208.
- 7) Subramanyan S., "A cumulative damage rule based on the knee point of the S-N curve," *Journal of Eng Material & Tech*, 1976, pp. 316-321.
- 8) Hashin Z., "A reinterpretation of Palmgren-Miner rule for fatigue life prediction," *Journal of Applied Mechanic Trans ASME*, 1980, pp. 324-328.
- 9) Manson SS., "Practical Implementation of the double linear damage rule and damage curve approach for treating cumulative fatigue damage," *Int. J. Fatigue*, 1981, pp. 169-192.