

## 항복강도 불일치 반타원 계면균열 선단에서의 응력장

최 호 승\* · 이 형 일†  
(2002년 5월 3일 접수, 2002년 12월 14일 심사완료)

### Stress Fields Along Semi-Elliptical Interfacial Crack Front with Yield-Strength-Mismatch

Ho-Seung Choi and Hyungyil Lee

**Key Words** : Semi-Elliptical Interfacial Crack (반타원 계면균열),  $J$ -Integral ( $J$ -적분),  $T$ -Stress ( $T$ -응력), Yield-Strength-Mismatch (항복강도 불일치), Plate (평판), Straight Pipe (직관)

#### Abstract

Many research works have been performed on the  $J$ - $T$  approach for elastic-plastic crack-tip stress fields in a variety of plane strain specimens. To generalize the validity of  $J$ - $T$  method, further investigations are however needed for more practical 3D structures than the idealized plane strain specimens. The present study deals mainly with 3D finite element (FE) modeling of welded plate and straight pipe, and accompanying elastic, elastic-plastic FE analyses. Manual 3D modeling is almost prohibitive, since the models contain semi-elliptical interfacial cracks which require singular elements. To overcome this kind of barrier, we develop a program generating the meshes for semi-elliptical interfacial cracks. We then compare the detailed 3D FE stress fields to those predicted with  $J$ - $T$  two parameters. The validity of  $J$ - $T$  approach is thereby extended to 3D yield-strength-mismatched weld joints, and useful information is inferred for the design or assessment of pipe welds.

#### 1. 서 론

기능적인 요구를 충족시키고자 동종 또는 이종 금속이 종종 접합되어 사용된다. 금속접합을 위한 일반용접시, 모재부는 고온에 의해 열영향을 받는다. 이와 같은 용접구조물의 건전성평가는 기본적으로 열영향부 (Heat Affected Zone)를 포함한 용접부내결합해석을 요구한다. 이는 용접잔류응력으로 인해 열영향부가 상당히 높은 균열 생성과 성장 가능성을 갖기 때문이다. 즉 열영향부에 존재하는 균열은 실제 가장 빈번히 접하는, 파괴역학에서의, 중요 관심사이다. 계면 균열의 경우, 경계면 양쪽 재료가 서로 다른 탄성·소성 물성치를 가질

수 있다. 전형적인 용접구조물에서 동종금속 용접시 용접부와 모재의 탄성물성치 불일치는 무시될 수 있다. 그러나 항복강도나 변형경화지수와 같이 반드시 고려해야 하는 소성물성치의 불일치는 용접부내 균열선단 응력장에 큰 영향을 주며 결과적으로 균질재와 다른 새로운 파괴거동을 야기한다.

이종접합된 용접부의 역학적 거동을 이해함에 있어 균열선단 응력장을 살펴보는 것은 필수적이다. 전통적으로 균열선단의 응력과 변형상태는 선형탄성 파괴역학의 응력확대계수  $K$ 와 탄·소성 파괴역학의  $J$ -적분과 같은 단일 변수에 의해 기술되어진다. 하지만 이종접합 계면과 같이 재료물성치의 차이가 구속상태를 크게 변화시키는 계면균열선단에서는  $K$ 나  $J$ 와 같은 1차변수들의 유효성에 제한이 따른다. 이로 인해 (계면) 균열선단에서의 응력장과 변형률장을 정량화할 경우, 1차변수인  $K$  또는  $J$ 와 더불어 기하형상이나 재료물성치의 불일치를 반영할 수 있는 추가변수들이 필요하다.

\* 서강대학교 대학원 기계공학과

† 책임저자, 회원, 서강대학교 기계공학과

E-mail : hylee@ccs.sogang.ac.kr

TEL : (02)705-8636 FAX : (02)712-0799

다양한 평면변형을 시편들<sup>(1)</sup>의 균열선단 탄·소성 응력상태들에 대한 경우, 여러 연구들을 통해,  $J$ - $T$  접근방법의 유효타당성이 충분히 검증되어졌다. Wang<sup>(2)</sup>은 탄·소성 균열선단 영역에서 두 변수의 특성을 검증하기 위하여, 인장과 굽힘하중을 받는 평판의 반타원형 표면균열 3차원 탄·소성 유한요소 해석을 실시하였다. Lee와 Parks<sup>(3)</sup>는 반타원 표면 균열을 가지는 평판을 수정된 line-spring 요소로 모델링하여  $J$ - $T$  접근방법의 유효성을 조사하였으며, 이형일과 서현<sup>(4)</sup>은 용접부 내부에 반타원 표면균열이 존재하는 직관과 평판에서  $J$ - $T$  두 변수에 의한 균열 선단 응력장 예측의 타당성을 검증하였다. 파괴현상들이 주로 용접부의 내부보다는 용접부와 모재의 계면에서 발생된다는 점을 감안해 볼 때,  $J$ - $T$  접근방법의 유효타당성을 실제적으로 보편화시킴에 있어 용접부 내부균열 해석은 다소 제한성이 있다.  $J$ - $T$  두 변수에 의한 균열선단 응력장 예측의 타당성을 보다 실제화하기 위해서는, 이중접합재의 가장 취약부인 계면에 반타원 균열이 존재하는 평판이나 직관과 같은 실제적 3차원 구조형상에 대한 연구가 필요하다. 이를 배경으로 본 연구에서는 평판과 직관 이중접합재에서 취약부인 “계면”에 반타원 균열이 존재하는 경우, 소성물성치중 하나인 “항복강도”의 불일치가 3차원 반타원 계면균열선단 응력장에 미치는 영향을  $J$ - $T$ 의 향으로 살펴보았다. 즉 유한요소해석을 통해 얻어진 3차원 응력장을 실제해로 간주하고 이 값들과  $J$ - $T$ 에 의해 예측되는 응력장 값들과의 비교를 통해, 3차원 계면구조형상에서  $J$ - $T$  두 변수에 기초한 탄·소성 파괴역학적 접근방법의 확장된 유효성 내지 한계성을 규명하였다. 이는 김윤재와 이형일<sup>(5)</sup> 그리고 이형일과 김윤재<sup>(6)</sup>의 2차원 이중접합재 계면균열선단 구속상태에 관한 연구를 3차원으로 확장한 것으로 보다 실제적인 공학문제에 대한 응력장 특성연구라 할 수 있다.

2. 3차원 균열해석 프로그램

본 연구의 주요 대상이 되고 있는 계면균열은 공학문제에서 매우 빈번히 접하게 되며 파괴역학 분야에서는 가장 실제적인 관심사 중의 하나이다. 반타원 계면균열은 형상과 파괴변수의 복잡성으로 인해 3차원 유한요소해석시 수많은 미세한 유한요소와 상응하는 계산시간을 필요로 한다. 또한

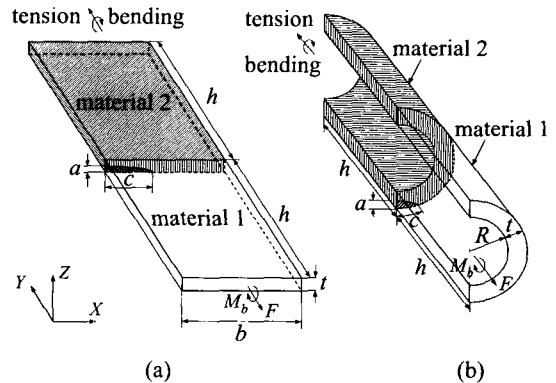


Fig. 1 Schematic diagram of half of elliptical interfacial-cracked bimaterial (a) plate and (b) pipe

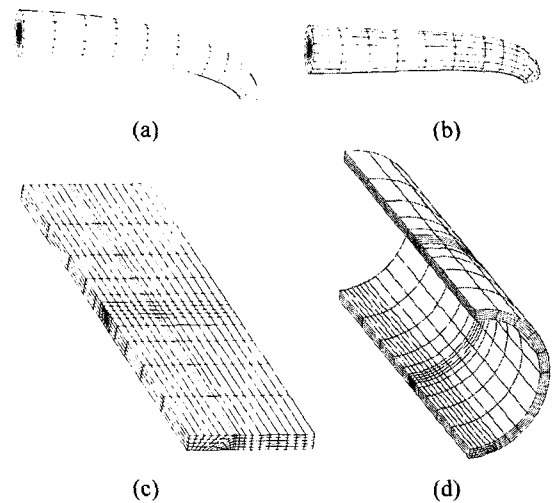


Fig. 2 The 3D mesh near the crack front of (a) plate ( $alt = 0.6, a/c = 0.24$ ), (b) pipe ( $alt = 0.5, a/c = 0.3$ ) and entire 3D mesh of elliptical surface-cracked (c) plate (d) pipe

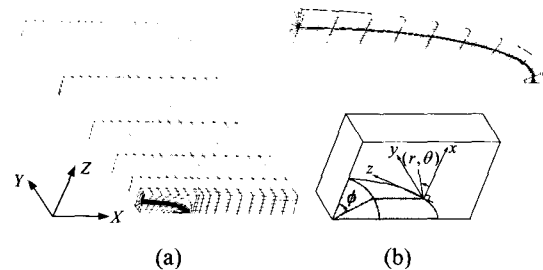


Fig. 3 3-D finite element model of the homogeneous surface cracked plate : (a) the entire 3D mesh and the global coordinate system ( $X$ - $Y$ - $Z$ ) and (b) zoomed 3D mesh for surface crack-front field, and the local coordinate system ( $x$ - $y$ - $z$ )

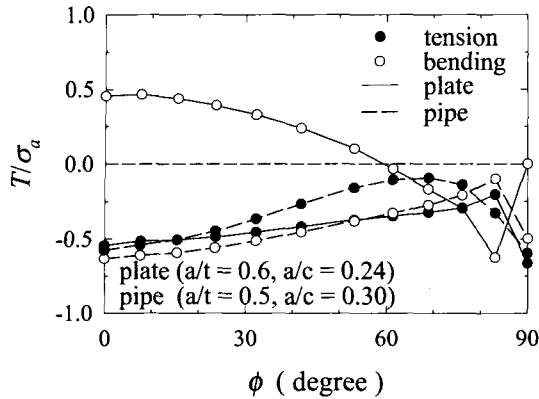


Fig. 4 Normalized  $T$ -stress along the crack front of interface-cracked plate and pipe under remote tension and bending

이러한 표면균열의 해석모델들은 “특이유한요소”를 필요로 하는 3차원적 형상을 갖고 있기 때문에 수작업에 의한 3차원 유한요소 모델링은 매우 난해하다. 이를 극복하기 위해 본 연구에서는 이형일과 최호승(7)이 작성한 반타원 계면균열을 갖는 평판과 직관에 대한 3차원 자동 요소생성 프로그램 및 2차변수  $T$ -응력값을 효율적으로 계산하는 후처리 프로그램을 이용하였다.

2.1 3차원 요소망 자동생성 프로그램

요소망 자동생성 프로그램을 이용하여 모델링된 평판과 직관의 1/2 형상이 Fig. 1에 나타나 있다. 반타원 계면균열은 평판의 경우 평판중심에 위치하며, 배관의 경우는 배관중심 외측에 위치한다. 이때 균열길이는  $2c$ , 균열의 최대깊이는  $a$ 이다. 평판의 전체 길이는  $2h$ , 전체 폭은  $2b$ , 두께는  $t$ 이며, 직관의 전체 길이는  $2h$ , 내경은  $R$ , 그리고 두께는  $t$ 이다. 그리고 계면균열 응력장을 재료에 따라 보다 명확하게 구분하기 위하여 계면상에 각각 재료 1과 재료 2에 속하는 공유절점들을 위치시키고 같은 위치의 절점들을 tie로 구속하였다. 또한 균열선단 주위에  $1/\sqrt{r}$  특이요소를 사용하였으며, 최소 요소 길이는 균열깊이의 약 1/70이다. Fig. 2는 반타원 계면균열을 포함한 평판과 직관의 1/2 형상의 3차원 유한요소모델을 나타낸다. 평판과 직관 요소망에 대한 자세한 설명은 이형일과 최호승(7)의 논문에서 나타나 있다.

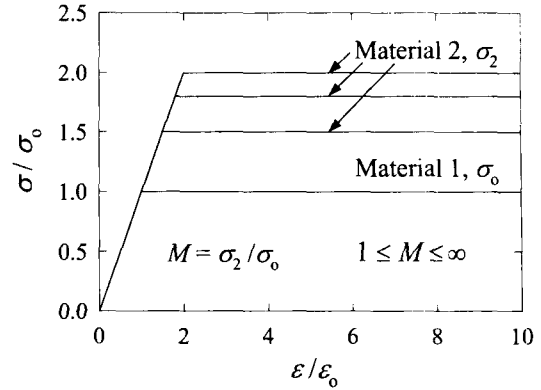


Fig. 5 Material properties of constituents in plastic strength mismatch bimaterials

2.2  $T$ -응력 계산 후처리 프로그램

본 연구에서는 아래식 (1)을 이용하여  $T$ -응력을 계산하였다.

$$\begin{aligned}
 T^i &= T(\phi^i, r^i, \theta^i) \\
 &= [\sigma_{xx}(\phi^i, r^i, \theta^i) - \sigma_{yy}(\phi^i, r^i, \theta^i)] \\
 &\quad - \frac{K_I(\phi^i)}{\sqrt{2\pi r^i}} [f_{xx}(r^i, \theta^i) - f_{yy}(r^i, \theta^i)]
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

여기서  $i$ 는 절점 번호이고  $\phi^i$ 와  $(r^i, \theta^i)$ 는 절점의 좌표로 Fig. 3(b)와 같이  $\phi$ 는  $Z$ -축으로부터의 각 위치이고  $(r, \theta)$ 는 균열선단에 수직인  $x-y$  평면에서 균열선단에 원점을 둔 극좌표계 값들이다. 또  $\sigma_{xx}(\phi^i, r^i, \theta^i)$ 는 탄성해석으로 얻은 절점의  $x$ -방향 응력성분, 그리고  $K_I(\phi^i)$ 는 그에 상응하는 응력확대 계수로서  $J(\phi^i)$  (8-9)로부터 계산된다. Fig. 4는 위의 프로그램을 이용하여 인장과 굽힘하중하의 평판 및 직관에서 구한  $T$ -응력값들을 보여준다. 여기서 평판에서의 작용응력  $\sigma_a$ 는, 인장시는 평균응력  $\sigma_a = F/bt$ , 굽힘시는 최대응력  $\sigma_a = 6M/bt^2$ 이며  $F$ 와  $M_b$ 는 평판양단에 작용하는 인장과 굽힘하중이다 [Fig. 1(a)]. 직관에도 평균응력과 최대응력 개념을 적용하였다.  $T$ -응력 계산 후처리 프로그램 작성 및 검증과정에 대한 상세한 내용은 참고문헌(7)에 설명되어 있다.

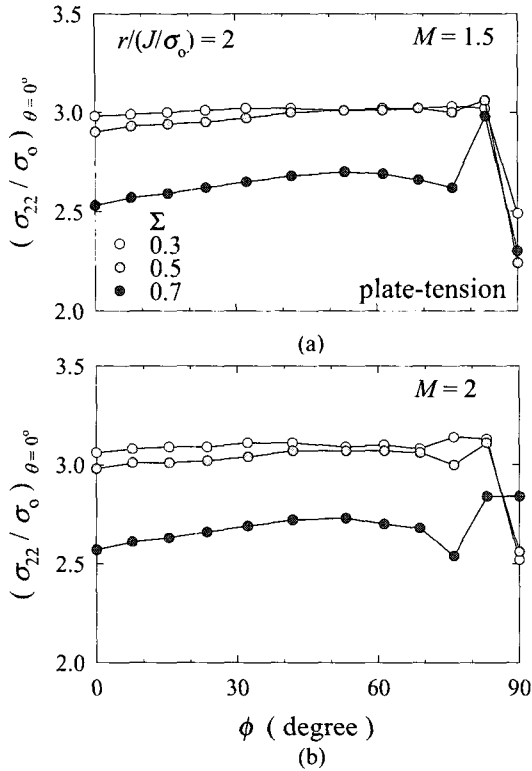


Fig. 6 Normalized crack-tip opening stress along the crack front of plate under remote tension for various load levels [(a)  $M = 1.5$ , (b)  $M = 2$ ]

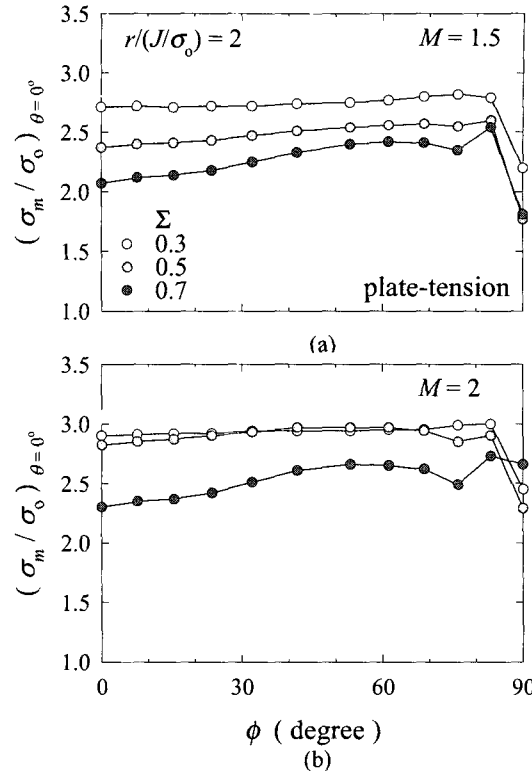


Fig. 7 Normalized hydrostatic stress along the crack front of plate under remote tension for various load levels [(a)  $M = 1.5$ , (b)  $M = 2$ ]

### 3. 반타원 계면 균열선단 응력장

균열해석 프로그램을 이용하여 열, 탄성 물성치는 같고, 소성물성치 중 항복강도 불일치가 존재하는 평판과 직판의 계면에 반타원 균열이 있는 경우에 대해 3차원 탄·소성 유한요소해석을 수행하였다. 이 때 영률은 208 GPa, 푸아송비는 0.26, 각 비경화성 탄성-완전소성 재료의 항복강도는  $\sigma_i$  ( $i=1,2$ )이다. 평판과 직판에서 재료1을 기준 재료로 하고, 상대 집합되는 재료2는 재료1보다 강한 재료이다. 여기서 하첨자 0는 기준 재료1의 항복응력을 나타낸다 ( $\sigma_0 = \sigma_1 \leq \sigma_2$ ). 두 집합재료 항복강도 불일치의 정도를 인자  $M \equiv \sigma_2/\sigma_1 = \sigma_2/\sigma_0$ 으로 나타내면,  $M$ 은 1 (균질재)부터 무한대 (탄성-완전소성재료에 선형 탄성재료가 집합된 극한 이중집합재)까지의 값을 갖는다 (Fig. 5).

Fig. 1의 평판과 직판에서,  $\sigma_1 = \sigma_0 = 470$  MPa이고, 균열상단부 재료2의 항복강도  $\sigma_2$ 를  $\sigma_1$ 의 1.5, 1.8, 2

배로 ( $M = 1.5, 1.8, 2$ ) 하여, 3종류의 항복강도 불일치 이중집합재를 고려하였다. Fig. 1에서와 같이 평판과 직판의 양단에 균열을 여는 방향으로 (재료1) 비균열체 항복하중의 0.3, 0.5, 0.7배에 해당하는 인장과 굽힘하중을 가하여 “탄소성” 유한요소해석을 수행한다. Fig. 2는 이 3종류의 반타원 계면균열을 갖는 이중집합재 평판과 직판의 하중 및 형상 대칭성을 고려한 1/2 유한요소모델이며, 모델링에는 앞절의 3차원 요소망 자동생성 프로그램을 사용하였다. 평판의 상대치수는  $b/t = 8$ ,  $h/t = 16$ ,  $a/t = 0.6$ ,  $a/c = 0.24$ , 두께  $t = 5$ mm 이며, 직판의 경우는  $R/t = 6.67$ ,  $h/t = 33.3$ ,  $a/t = 0.5$ ,  $a/c = 0.3$ , 두께  $t = 3$ mm 이다.

#### 3.1 평판 계면균열선단 삼축 및 균열열림응력

이중집합재 평판 모델에 대한 탄소성 “소변형” 유한요소해석을 수행하였다. 반타원 계면균열선단을 따라, 균열선단으로부터 거리  $r = 2J/\sigma_0$  만큼 떨어진 위치에서 균열열림응력 ( $\sigma_{22}/\sigma_0|_{\theta=0^\circ}$ )과 삼축응력 ( $\sigma_m/\sigma_0|_{\theta=0^\circ}$ )을 조사하였다. 하중크기를 나타내는

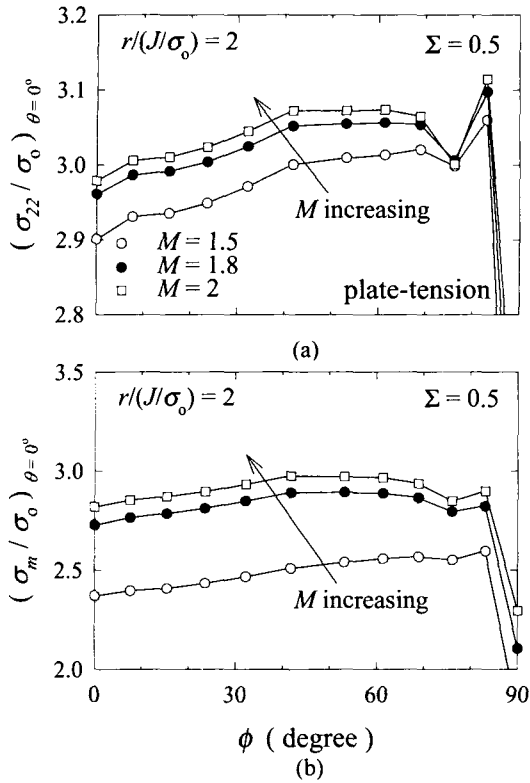


Fig. 8 Normalized stress along the crack front of plate under remote tension for various plastic strength mismatch [(a) crack-tip opening stress, (b) hydrostatic stress]

변수로  $\Sigma$  (= 가해진 하중 / 재료1 비균열체의 항복하중)를 도입하였다. 이 후의 유한요소해들은 재료1을 기준으로 하여 상대편에 항복강도가 다른 재료를 접합시켰을 때, 항복강도 ( $\sigma_1 = \sigma_0$ )가 470 MPa인 재료1에서 조사되었음을 주목할 필요가 있다. 위치  $r = 2J/\sigma_0 \approx 4CTOD$ 의 선택은, 균열선단에 아주 근접한 부분에서는 연속체역학에 기초한 (소변형) 유한요소해가 유효하지 않기 때문이다.

인장하중시는, 작용하중의 크기가 커질수록 균열 열림응력과 삼축응력이 감소하는 것을 알 수 있다 (Figs. 6-7). 이러한 현상은 항복강도 불일치 정도에 상관없이 모든 경우의 이종접합재에서 관찰된다. 하중증가에 따른 응력완화현상은 균열선단에서의 구속상태를 정량화하는 2차 파괴지배변수  $T$ -응력으로 설명된다. Fig. 4의 (작용응력  $\sigma_a$ 로 무차원화된) 탄성 유한요소해인  $T$ -응력을 보면, 인장하중시, 균열선단을 따른 모든 위치에서 음의  $T$ -응력이 재료1의

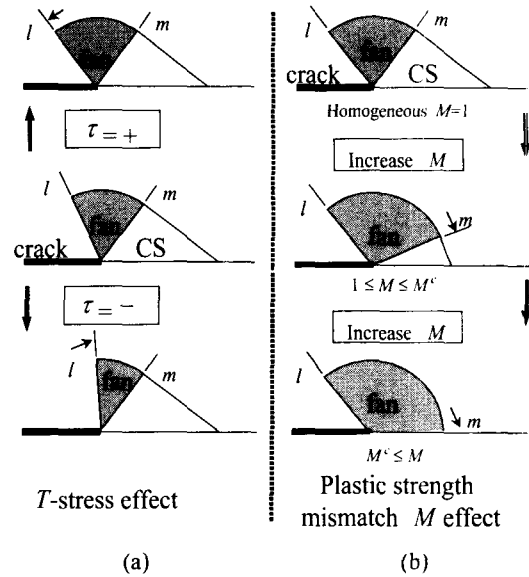


Fig. 9 Schematic slip-line field representation for the effects of (a)  $T$ -stress and (b) plastic strength mismatch  $M$

응력상태를 완화시킴을 알 수 있다. Fig. 7(a)에서  $M = 1.5$ 인 이종접합재에  $\Sigma = 0.3$  크기의 하중작용시, 삼축응력은 자유면 ( $\phi = 90^\circ$ ) 근처를 제외한 모든 균열선단에서 거의 일정하다. 자유면 근처에서는 평면변형을 조건에서 벗어나기 때문에 삼축응력값이 급격히 감소한다. 다른 이종접합재들에서도 균열선단을 따라 삼축응력이 일정하게 유지되는 현상은 동일하다. 그러나  $M = 1.8, 2$ 일 때, 동일하중하에서  $M = 1.5$ 일 때 보다 삼축응력값이 약 7% 정도 크다.  $M = 1.8$ 인 경우의 응력장은  $M = 2$ 인 경우와 거의 같고, 본 논문에는 포함되지 않았다. 또 삼축응력의 경우,  $M = 1.5$ 에서는 작용하중이 항복하중의 0.3, 0.5, 0.7배로 증가됨에 따라, 거의 등간격의 응력완화현상이 관찰된다. 그러나  $M = 1.8, 2$ 일 경우, 작용하중이 항복하중 0.3배에서 0.5배로 변할 때보다 0.5배에서 0.7배로 증가될 때, 응력완화현상이 확연히 크다. 이는 비경화성 재료에서는 일정 한계하중시 소성변형이 급격히 진행되는 것과 관련이 있다. 즉  $M = 2$ 일 때, 재료1의 보다 큰 구속상태가  $\Sigma = 0.7$ 이 되면 리가먼트내의 급격한 소성변형으로 인해 상대적으로 크게 완화되는 것으로 볼 수 있다.

한편 Fig. 8은 인장하중이 비균열체 항복하중의 0.5배 ( $\Sigma = 0.5$ )일 때, 상단에 접합재의 항복강도

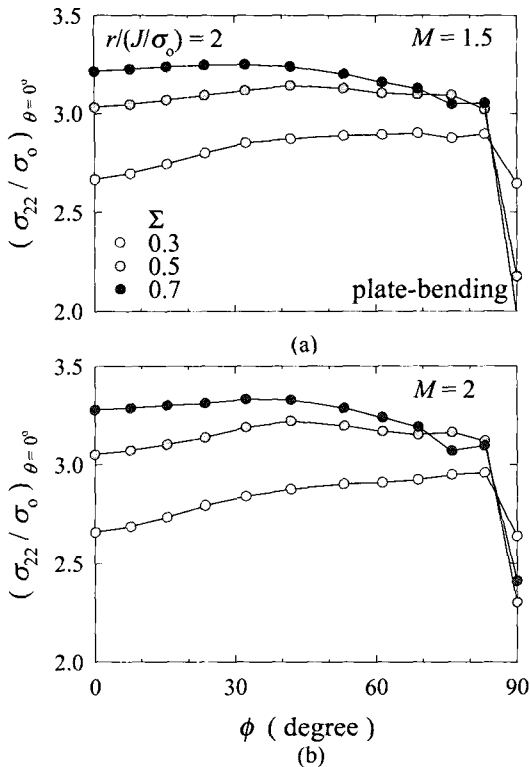


Fig. 10 Normalized crack-tip opening stress along the crack front of plate under remote bending for various load levels [(a)  $M = 1.5$ , (c)  $M = 2$ ]

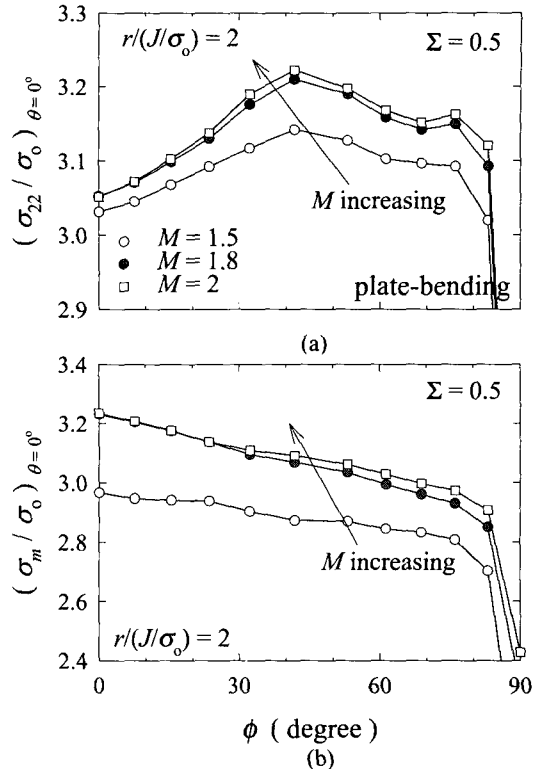


Fig. 11 Normalized (a) crack-tip opening stress, (b) hydrostatic stress along the crack front of plate under remote bending for various  $M$

변화에 따른 하단재료 1에서의 균열열림응력과 삼축 응력의 값들을 보여주고 있다.  $M = 1.5$ 인 항복강도 불일치의 경우 가장 작은 균열열림응력과 삼축응력 분포를 보이고, 항복강도 불일치 정도가 증가할수록 재료1의 균열열림응력과 삼축응력은 커진다. 하지만 동일하중하에서  $M = 1.8$ 과  $M = 2$ 의 응력상태는 약 2% 차이로 거의 같음을 알 수 있다. 이것은 항복강도 불일치가 클수록 재료1의 구속상태는 증가하다가,  $M = 1.8$  이상이 되면 더 이상 구속상태가 증가될 수 없음을 의미한다. 또 HRR해와 균열열림응력을 비교해 보면, 항복강도 불일치 정도에 따라 다소 차이는 있으나 균열중심에서 15~17%,  $\phi = 75^\circ$ 에서 12~13%의 차이를 보인다. 이는 HRR해가 균질재에 대한 근사적 수학적해이며, 또한 구속상태가 가장 큰 상태에 해당하는 특별해이므로, 실제 계면 균열선단 응력장 예측에 한계가있음을 보여주는 것이다.

항복강도 차이로 인한 균열선단 구속상태 변화 특성을 슬립라인장을 통해 알아보자. Fig. 9은 (a)  $T$ -응력과 (b) 항복강도 불일치가 이중접합재에서 재료 1의 균열선단 응력장에 주는 영향을 설명한다.<sup>(5)</sup>

여기서는 상반부가 재료 1이고 하반부는 재료 2이며, CS는 응력 균일 영역이고  $M^c$ 는 임계값을 의미한다. Fig. 9(b)에서,  $M$ 이 증가할수록 선  $m$ 이 시계방향으로 회전하여 fan 영역이 증가하며, 이에 따라 응력 구속상태가 증가된다. 하지만  $M$ 이  $M^c (=1.8)$  이상이 되면, 접합계면까지 증가된 fan 영역은 더 이상 증가될 수 없고, 따라서 구속상태 또한 증가되지 않는 것이다.

굽힘하중의 경우 평판 양단의 작용하중이 커질수록,  $M$ 에 상관없이 기준재료 1의 균열열림응력 ( $\sigma_{22}/\sigma_0 |_{\theta=0^\circ}$ )이 증가한다 (Fig. 10). 평판 굽힘하중시, Fig. 4의  $T$ -응력은, 균열중양 ( $\phi = 0^\circ$ )에서 각위치 약  $\phi = 60^\circ$ 에 이르는 균열선단을 따라 양의 값을 갖는다. 양의  $T$ -응력은 구속상태를 (약간) 증가시키므로, 하중이 커지면 균열열림응력은 완화되지 않고 오히려 증가하게 된다. 자유면 근처에서 감소하는 응력은 음의  $T$ -응력과 관련이 있다. Fig. 11은  $\Sigma = 0.5$ 의 굽힘하중시 재료 1의 균열열림 및 삼축 응력으로,  $M$ 에 따라 큰 변화가 없음을 보여준다.

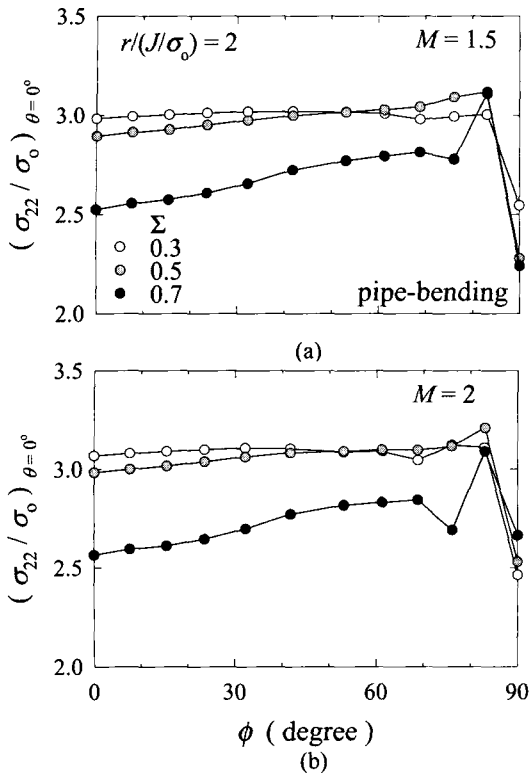


Fig. 12 Normalized crack-tip opening stress along the crack front of pipe under remote bending for various load levels [(a)  $M = 1.5$ , (b)  $M = 2$ ]

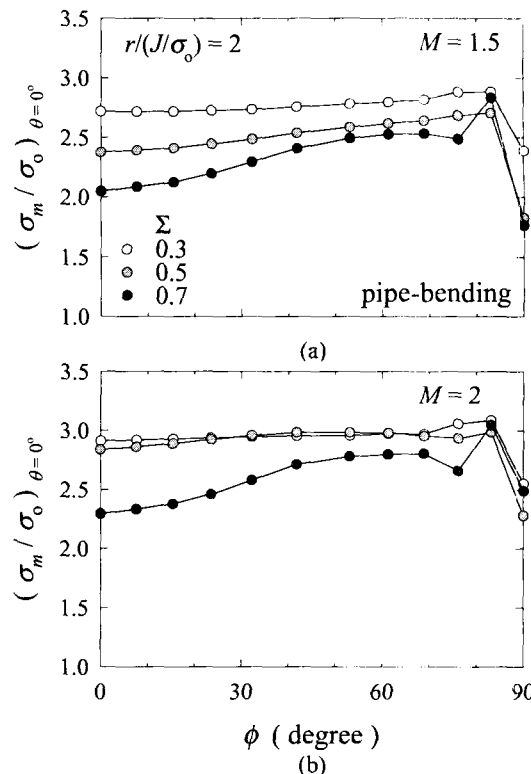


Fig. 13 Normalized hydrostatic stress along the crack front of pipe under remote bending for various load levels [(a)  $M = 1.5$ , (b)  $M = 2$ ]

3.2 직관 계면균열선단 삼축 및 균열열림응력

이종접합재 직관의 양단에 비균열체 항복하중의 0.3, 0.5, 0.7배에 해당하는 인장과 굽힘하중을 가해 탄소성 "소변형" 유한요소해석을 수행한 후, 균열 열림응력과 삼축응력을 살펴보았다.

인장하중의 경우, 작용하중의 크기에 따른 탄성-완전소성 재료 균열선단의 응력상태와 하중크기를  $\Sigma = 0.5$ 로 고정하였을 때, 상단접합 재료 2의 항복강도 변화에 따른 하단 기준재료 1에서의 균열열림 응력과 삼축응력값들이 인장하중하의 평판과 거의 동일하다. 형상은 다르지만, 인장하중하의 평판과 직관은 균열선단을 따라 거의 동일한  $T$ -응력분포를 갖는다 (Fig. 4). 이는 균열면에 수직 방향으로 고른 힘을 가하는 인장하중의 특성상 이런 구조형상의 차이는 균열선단 응력장의 변화를 거의 야기할 수 없기 때문이다. 계면균열선단 응력장이 인장하의 평판과 거의 동일하므로, 인장시 직관에서 균열선단 응력값들은 본 논문에서 생략하였다.

직관의 굽힘하중시는, 작용하중의 크기가 커질수록 균열열림응력과 삼축응력이 감소하는 것을 알 수 있다 (Figs. 12-13). 이와 같이 인장하중하의 평판이나 직관과는 유사하고, 굽힘하중하의 평판과는 매우 상이한 결과는 직관 고유의 (굽힘변형에 대한) 강성에서 오는 것으로 판단되며 상반부 접합재료 2의 항복강도에 상관없이 하반부 재료 1에서 항상 관찰된다. 항복강도가 큰 재료 2가 접합될수록 하중 크기에 더욱 민감하게 재료 1 응력의 크기가 바뀐다. 하중증가에 따른, 직관의 굽힘하중시의 응력완화 현상은, Fig. 4에서 볼 수 있듯이, 균열선단을 따른 음의  $T$ -응력이 작용하중이 커지면 그 절대값이 증가되며, 이로 인해 무차원화된  $\tau (= T/\sigma_0)$  역시 그 절대값이 증가하여 재료 1의 구속상태를 점점 완화시켜주기 때문이다. 즉 같은 굽힘하중시도 직관과 평판이 반대 현상을 보이는 이유는, 평판의 균열선단  $T$ -응력값은 양이어서 구속상태를 약간 상승시키는 반면, 직관의 균열선단  $T$ -응력값이 음이어서 구속상태를 완화시키기 때문이다.

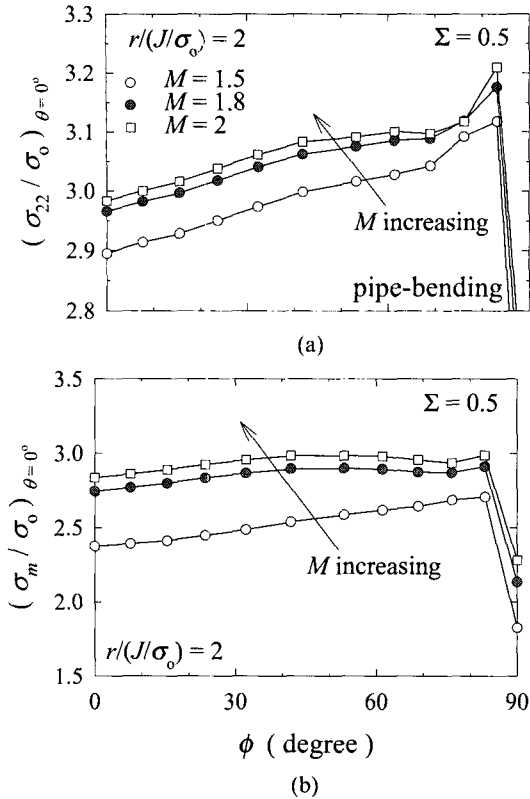


Fig. 14 Normalized stress along the crack front of pipe under remote bending for various plastic strength mismatch [(a) crack-tip opening stress, (b) hydrostatic stress]

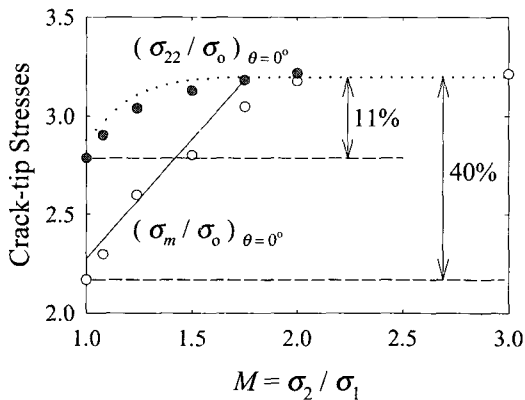


Fig. 15 Variation of the hydrostatic stress and the tensile stress at the interface,  $(\sigma_m|_{\theta=0^\circ}/\sigma_0)$  and  $(\sigma_{22}|_{\theta=0^\circ}/\sigma_0)$  with plastic strength mismatch  $M$  for  $\tau \equiv T/\sigma_0 = 0$

한편 Fig. 14은 직관 굽힘하중이 비균열체 항복하중의 0.5배 ( $\Sigma = 0.5$ )일 때, 상단에 집합재의 항복강도 변화에 따른 하단재료 1에서의 응력값들을 보여주고 있다.  $M = 1.5$ 인 항복강도 불일치의 경우가 가장 작은 균열열림 및 삼축응력 분포를 보이고, 항복강도 불일치 정도가 증가할수록 재료1의 균열열림응력과 삼축응력은 커진다. 하지만 동일하중하에서  $M = 1.8$ 과  $M = 2$ 의 응력상태는 약 2% 차이로 거의 같음을 알 수 있다. 이는 항복강도 불일치가 클수록 재료1의 구속상태는 증가하다가,  $M = 1.8$  이상이 되면 더 이상 구속상태가 증가될 수 없음을 의미한다.  $M$ 에 따른 계면균열선단 구속상태 변화 특성은, 평판에서와 마찬가지로, Fig. 9(b)의 슬립라인장을 통해 설명된다. 즉  $M$ 이 증가할수록 선  $m$ 이 시계방향으로 회전하여 fan 영역이 증가하며, 이에 따라 균열선단에서의 응력 구속상태가 증가된다. 하지만  $M$ 이  $M^c (=1.8)$  이상이 되면, 집합계면까지 증가된 fan 영역은 더 이상 증가될 수 없고, 따라서 구속상태 또한 증가되지 않는 것이다.

#### 4. J-T에 의한 계면균열선단 응력 기술

##### 4.1 계면균열에서의 응력예측식

김윤재와 이형일<sup>(5)</sup>의 2차원 평면변형률 계면균열 응력장에 대해 조사하였다. 본 절에서는 항복강도 불일치가 존재하는 보다 실제적인 3차원 구조물에 J-T 접근방법을 적용함으로써, 그 확장된 유효성 내지 한계성을 규명한다. 항복강도 불일치 이중집합재에서, “소규모” 항복시 ( $\Leftrightarrow \tau \equiv T/\sigma_0 = 0$ ) 재료 1에서의 균열선단 응력장은 다음과 같이  $M$ 에 관한 함수로 표현할 수 있다.<sup>(5)</sup>

$$\sigma_m|_{\theta=0^\circ}/\sigma_0 = (1 + 13\pi/9 - 2\psi)/\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\sigma_{22}|_{\theta=0^\circ}/\sigma_0 = \cos[2(\pi/4 - \psi)]/\sqrt{3} + \sigma_m|_{\theta=0^\circ}/\sigma_0$$

여기서  $1 \leq M < 1.8$ 일 때,  $\psi(M) = -0.314\pi(M - 1) + \pi/4$  이고,  $1.8 \leq M$ 일 때  $\psi(M) = 0$  이다. 변수  $\psi$ 는 CS장 영역의 크기를 반영하는 인자이다. Fig. 15은  $M$ 에 따른  $\sigma_m|_{\theta=0^\circ}$  과  $\sigma_{22}|_{\theta=0^\circ}$  의 유한요소해와 이를 근사화하는 식 (2)를 보여 주고 있다.  $M \geq 1.8$ 이면,  $\sigma_m|_{\theta=0^\circ} = \sigma_{22}|_{\theta=0^\circ} \doteq 3.20\sigma_0$  이며,  $M = 1$ 인 경우에 비해 각각 약 11%와 40% 증가된 값이다.

T-응력값이 (충분히) 양일 때  $M \geq 1.8$ 인 이중집합재 재료 1에서의 균열선단 응력장은 다음과 같다.



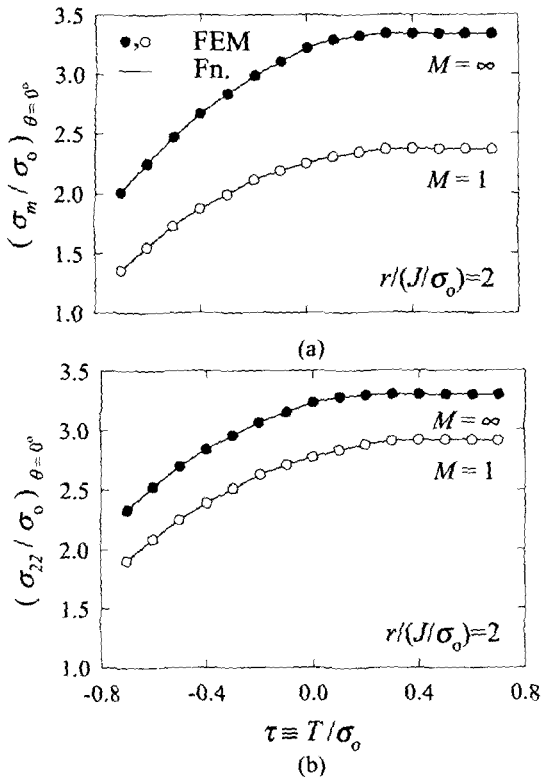


Fig. 16 Effect of  $T$ -stress on (a) the hydrostatic stress and (b) the tensile stress at the interface for bimaterials with two extreme plastic strength mismatching:  $M=1$  and  $M=\infty$

$$\begin{aligned} \sigma_m|_{\theta=0^\circ}/\sigma_0 &= \sigma_{22}|_{\theta=0^\circ}/\sigma_0 = 3.30 \\ \sigma_{\tau\theta}|_{\theta=0^\circ}/\sigma_0 &= 1/\sqrt{3} \end{aligned} \quad (3)$$

위 응력값 중  $\sigma_m|_{\theta=0^\circ} \doteq 3.30 \sigma_0$  와  $\sigma_{22}|_{\theta=0^\circ} \doteq 3.30 \sigma_0$  는 균질재에 대한 Prandtl 해 ( $\sigma_m|_{\theta=0^\circ} \doteq 2.39 \sigma_0$  와  $\sigma_{22}|_{\theta=0^\circ} \doteq 2.97 \sigma_0$ ) 보다 각각 38%와 11% 높다.  $T$ -응력이 음인 경우, 재료 1에서의 균열선단 응력상태 변화는 다음과 같은 함수식으로 표현할 수 있다.<sup>(4)</sup>

$M=\infty$  인 경우

$$\begin{aligned} \sigma_m|_{\theta=0^\circ}/\sigma_0 &= 3.20 + 0.56\tau - 1.97\tau^2 \\ \sigma_{22}|_{\theta=0^\circ}/\sigma_0 &= 3.20 + 0.29\tau - 1.60\tau^2 \end{aligned} \quad (4)$$

$M=1$  (탄성-완전소성 균질재료) 인 경우,

$$\begin{aligned} \sigma_m|_{\theta=0^\circ}/\sigma_0 &= 2.29 + 0.71\tau - 1.1\tau^2 \\ \sigma_{22}|_{\theta=0^\circ}/\sigma_0 &= \sigma_m|_{\theta=0^\circ}/\sigma_0 + 1/\sqrt{3} \end{aligned} \quad (5)$$

Fig. 16은  $\tau$ 에 따른 재료 1에서의 계면균열선단 응력  $\sigma_m|_{\theta=0^\circ}$  과  $\sigma_{22}|_{\theta=0^\circ}$  의 유한요소해들과 이를 근사화하는 식 (4)-(5)를 보여 주고 있다 여기서  $T > 0$  일 때  $M=\infty$ 의 삼축응력이  $M=1$ 일 때 보다 약 40% 증가하고,  $T < 0$  일 때 약 50%까지 균열선단 삼축응력 상태가 감소하는 것에 주목할 필요가 있다. 3차원 반타원 계면균열은 자유면 근처를 제외하고 균열선단을 따라 평면변형을 상태에 놓여있으므로, 동일한 조건에서 유도된 식 (2)-(5)를 이용하면  $M$ 과  $T$ -응력에 따른 계면균열선단 응력장의 예측이 가능하다.

위의 항복강도 불일치 이중접합 계면균열선단 재료 1의 응력장의 변화는 Fig. 9 (여기서는 상반부 = 재료 1; 하반부 = 재료 2)의 도식적 슬립라인장으로 설명된다. Fig. 9(a)에서,  $\tau (\equiv T/\sigma_0)$ 가 0에서 양의 값으로 증가하면 선  $l$ 이 반시계방향으로 회전하여 fan 영역이 증가하고,  $\tau$ 가 음의 값으로 감소하면 선  $l$ 이 시계방향으로 회전하여 fan 영역이 감소하게 된다. 이러한  $T$ -응력의 영향은 균질재료에서와 마찬가지로 항복강도불일치 이중접합재에서도 관찰되는데 단지 이중접합재에서는  $\tau=0$ 일 때의 탄소성 경계면인 선  $l$ 의 시작기준위치가 달라질 뿐이다. 항복강도 차이가 이중접합 균열선단 응력장에 주는 영향은, 앞서도 언급되었듯이, Fig. 9(b)의 오른쪽 세그먼트에서 CS장의 영역변화로 나타난다. 즉  $M$ 이 증가하면 선  $m$ 이 시계방향으로 회전하여, fan 영역이 증가하고, 이에 따라 균열선단에서의 재료 1응력 구속상태가 증가된다. 하지만  $M$ 이  $M' (=1.8)$  이상이 되면, 접합계면까지 증가된 fan 영역은 더 이상 증가될 수 없고, 따라서 구속상태 또한 증가되지 않는다.

#### 4.2 J-T 접근방법의 유효성 검증

Figs. 17-19은 평판과 직관에 대해, 균열선단으로부터 거리  $r=2J/\sigma_0$  만큼 떨어진 위치에서, 유한요소 해석으로부터 직접 얻은 탄성-완전소성 재료1에서의 삼축응력값들과 식 (2)-(5)로 예측되는 삼축응력값들의 비를 나타낸다 균열 상단부에 접합되는 재료 2의 항복강도는  $M=1.5, 1.8, 2$  값을 주도록 설정되어 있다. 인장하중을 받는 평판과 직관은 이미 앞 절에서 설명한 바와 같이  $T$ -응력값과 유한요소 해석으로 구한 균열선단 응력장 모두 거의 동일하다. 따라서 탄성-완전소성 재료1에 작용하는 삼축응력값들의 비 또한 서로 유사하다. 내용중복을 피하기 위해 인장하 직관의 삼축응력값들 비는 본 논문에

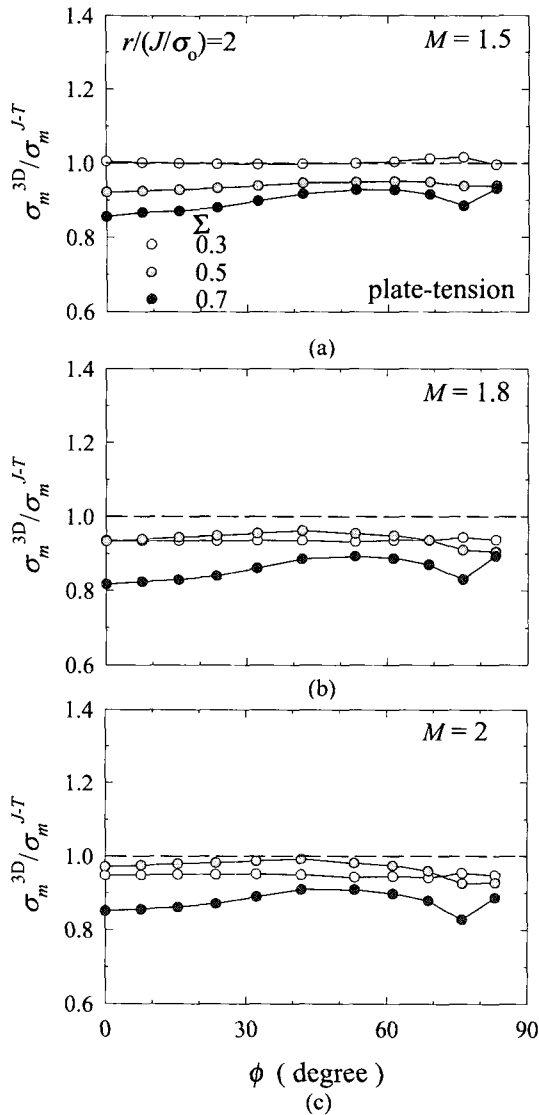


Fig. 17 Hydrostatic stress normalized by  $J$ - $T$  solution of plate under remote tension for various plastic strength mismatch

포함하지 않았다. 예측식에 사용된  $T$ -응력은 탄소성 해석시와 같은 유한요소모델에 대해  $\Sigma=0.3, 0.5, 0.7$ 의 인장 및 압축하중을 가한 “탄성” 유한요소해석으로 얻은 값들이다. 탄성-완전소성 재료1의 균열 선단에 작용하는 삼축응력값들과 식 (2)-(5)에 의해 예측된 삼축응력값들의 비를 살펴보면 평판-인장과 직관-굽힘은 거의 같은 양상을 보이는 반면, 평판-굽힘은 다른 거동을 보이는 것을 알 수 있다. 평판-인장과 직관-굽힘은 반타원 계면균열선단을 따라 비슷한 음의  $T$ -응력 분포를 보이지만, 평판-굽힘은

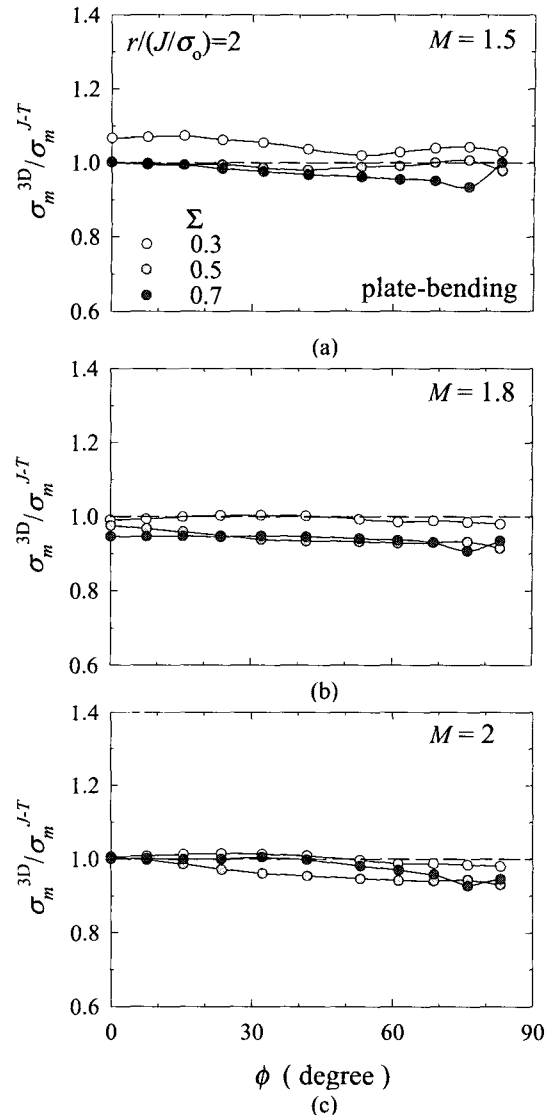


Fig. 18 Hydrostatic stress normalized by  $J$ - $T$  solution of plate under remote bending for various plastic strength mismatch

반대로 양의  $T$ -응력을 보인다. 즉 계면균열선단의 구속상태가 상이함이 응력차이의 원인이다

Fig. 17과 Fig. 19에서 다음과 같은 점들을 주목할 수 있다. 삼축응력 예측식은 평면변형률 조건하에서 유도되었으나, 자유면 경계근처 ( $\phi=90^\circ$ ) 균열선단은 평면변형률 조건을 충족시키지 못한다. 그리고 자유면 경계근처에서는 급한 형상구배로 인해 3차원 유한요소해석을 통해 얻은 탄소성 응력값은 물론 탄성  $T$ -응력의 정확성도 떨어진다. 그러므로  $\phi > 83^\circ$ 인 영역의 삼축응력값들 비는 결과에 포함시키지 않았다.

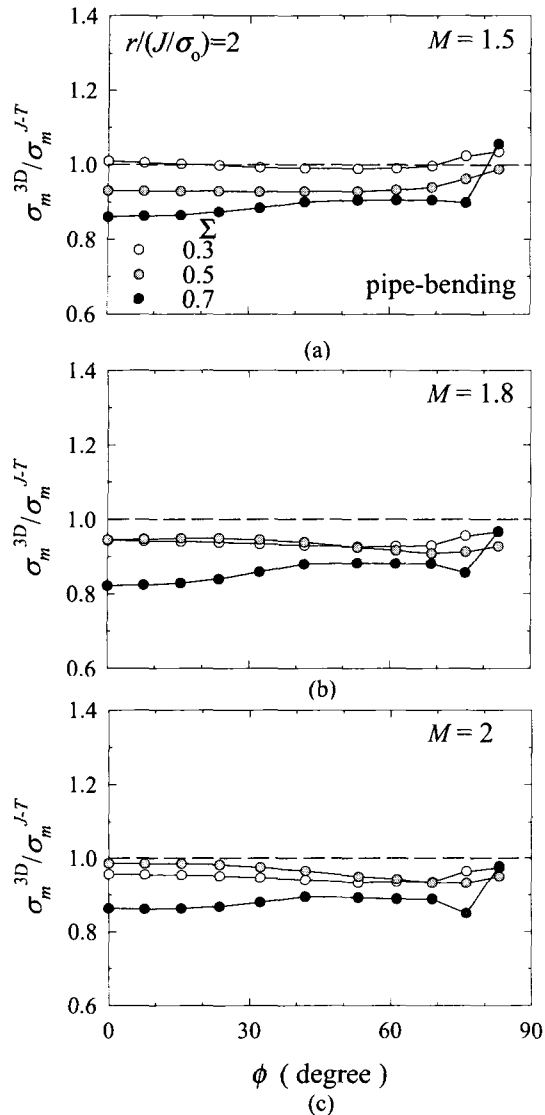


Fig. 19 Hydrostatic stress normalized by  $J-T$  solution of pipe under remote bending for various plastic strength mismatch

하지만 해석균열의 균열폭과 깊이의 비 ( $a/c < 0.3$ )가 작아서  $83^\circ < \phi < 90^\circ$ 는 매우 제한된 균열선단영역에 해당함을 이해할 필요가 있다. 작용하중의 크기가 비균열체 항복하중의 0.5배 보다 작은 경우, 항복강도 불일치에 관계없이, 삼축응력값들의 비는 약 7% 미만으로 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 작용 하중이 증가할수록 예측식의 정확도는 점점 떨어지며, 비균열체 항복하중의 0.7 ( $\Sigma = 0.7$ )배인 고하중이 작용시, 예측식은 평균 15%의 큰 오차를 보이면서 급격히 부정확해진다. 또 이런 고하중

상태에서 균열선단을 따라 균열중심에서 자유경계면으로 갈수록 오차가 감소하는 현상을 볼 수 있다. 이렇게 고하중 상태에서 급격한 오차 증가 (및 감소) 이유로 탄소성 유한요소해석에 사용된 재료특성과 항복강도 불일치 정도 그리고 해석모델의 기하형상을 생각해 볼 수 있다. 우선 유한요소해석에 사용된 재료는 탄성-완전소성재료로서 일정 크기 이상의 하중에서는 급격히 소성변형이 진행된다. 또 앞절에서 살펴보았듯이, 항복강도 불일치로 인해 재료 1의 구속상태는 균질재인 경우보다 증가하게 된다. 그러므로 이미 작용하중이 항복하중의 0.7배일 때 소성변형이 급격하게 진행되고, 이로 인해 소성역을 둘러싸고 있는 탄성  $T$ -응력의 영역이 사라지게 되면, 더 이상  $J-T$  두 변수에 의한 균열선단 응력장 예측식은 그 유효성을 상실하게 된다. 그러므로 비균열체 항복하중의 0.7배인 고하중이 작용할 때, 급격히 예측식의 오차가 증가되는 것이다. 또 균열선단을 따라 중심에서 자유면으로 갈수록 리가먼트의 길이가 더 길어지기 때문에 균열중심에서 탄성  $T$ -응력의 영역이 없어질 만큼 소성역이 증가되어도, 자유면 근처에서는 탄성  $T$ -응력의 영역이 존재할 수 있다. 그러므로 비록 균열중심에서  $J-T$  방법이 더 이상 유효하지 않을지라도 자유면 근처에서는 여전히 유효할 수 있다.

다음으로 굽힘하중시 평판의 균열선단에서 삼축 응력값들의 비를 살펴보았다 (Fig 18). 대부분의 경우 하중크기나 항복강도 불일치 정도에 관계없이 삼축 응력값들의 비는 평균 5% 미만으로 아주 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 하지만 자유면 경계근처 ( $\phi = 90^\circ$ )의 균열선단에서는, 복잡한 3차원적 형상으로 인해, 유한요소해와 평면변형률조건에서 유도한 예측식 사이에 약간의 오차가 발생하게 된다.

### 5. 결론

반타원 계면균열형상  $alt = 0.6, a/c = 0.24$ 를 갖는 평판과 반타원 계면균열형상  $alt = 0.5, a/c = 0.3$ 를 갖는 직판에 대한 본 연구의 유한요소해들로부터 다음과 같은 사항들을 도출할 수 있다.

- (1) 항복강도 불일치 이중접합재에서 인장하중하의 평판과 직판, 굽힘하중하의 직판은 작용하중이 증가할수록 균열선단에서의 구속상태는 완화되고, 반면 굽힘하중하의 평판은 작용하중이 증가할수록 균열열림응력이 증가한다.

(2) 항복강도 불일치 이중접합재에서는 불일치 인자  $M \leq 2$  범위에서 항복강 불일치가 커질수록 재료의 균열선단에서의 응력구속상태가 증가된다. 이에 따른 응력장의 변화는 식 (2)-(5)를 통해 예측 가능하다.

(3) 굽힘하중하의 평판을 제외한 다른 항복강도 불일치 이중접합재의 경우, 비균열체 항복하중의 0.7배인 고하중하에서는 식 (2)-(5)에 의한 예측값이 약 13~18%의 오차를 나타내므로  $J$ - $T$  두 변수에 의한 균열선단 응력장 예측에 한계성이 있다.

### 후 기

본 연구는 2001년도 서강대학교 교내연구비로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

### 참고문헌

- (1) Betegon, C. and Hancock, J. W., 1991, "Two-parameter Characterization of Elastic-plastic Crack Tip Fields," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 58, pp. 104~110.
- (2) Wang, Y. Y., 1991, *A Two-parameter Characterization of Elastic-plastic Crack Tip Fields and Applications to Cleavage Fracture*, Chapters 1~4, Ph. D. Dissertation, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology.
- (3) Lee, H. and Parks, D. M., 1995, "Enhanced Elastic-plastic Line-spring Finite Element," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 32, pp. 2393~2418.
- (4) Lee, H. and Heon, S., 2000, "The 3D Surface Crack-front Constraints in Welded Joints," *Transactions of KSME (A)*, Vol. 24, No. 1, pp. 144~155.
- (5) Kim, Y.-J. and Lee, H., 1996, "On the Constraint of Elastic-plastic Interfacial Cracks in Bimaterials," *Proceedings of KSME Materials and Fracture Division Conference*, February, pp. 41~46.
- (6) Lee, H. and Kim, Y.-J., 2001, "Interfacial Crack-Tip Constraints and  $J$ -integrals in Plastically Mismatched Bimaterials," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 68, No. 8, pp. 1013~1031.
- (7) Lee, H. and Choi, H.-S., 2002, " $J$ - $T$  Characterization of Stress Fields along 3D Semi-elliptical Interfacial Crack Front," *Transactions of KSME (A)*, Vol. 26, No. 7, pp. 1250~1261.
- (8) Shih, C. F., Moran, B. and Nakamura, T., 1986, "Energy Release Rate along a Three-dimensional Crack Front in a Thermo-mechanical Field," *International Journal of Fracture*, Vol. 30, pp. 79~102.
- (9) Nakamura, T. and Parks, D. M., 1992, "Three-dimensional Stress Field Near the Crack Front of a Thin Elastic Plate," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 55, pp. 805~813.
- (10) ABAQUS *User's Manual*, 1998, Version 5.8, Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, RI.