

내력밀도법을 이용한 텐세그리티 구조물의 안정화 기법에 관한 연구

A Study on the Stabilization Process of Tensegrity System using the Force Density Method

서 삼 열* 고 광 응**
Sur, Sam-Yeol Koh, Kwang-Ung

Abstract

Tensegrity systems are stable structures which are reticulated spatial structures composed of compressive straight members, struts and cables. But there are some difficulties concerning surface stability, surface formation and construction method. One of the ways to solve this problem reasonably is combination of tensile members and rigid members. This structure is a type of flexible structural system which is unstable initially because the cable material has little initial rigidity. Therefore tensegrity structure need to be introduced to the initial stress for the self-equilibrated system having stable state. The rigidification of tensegrity systems is related to selfstress states which can be achieved only when geometrical and mechanical requirements are simultaneously satisfied.

In this paper, for the stabilization of tensegrity structure it is proposed the modified self-equilibrated equation and the range of the various geometrical parameter about unit system. And we generate the model of double layered single curvature arch using the new squew quadruplex unit system.

keywords : Stabilization, Reduced row echelon form(Rref), Rank, Squew Quadruplex, Hexaplex

1. 서 론

대공간 구조시스템 중 장력을 도입하여 강성을 부여하는 구조시스템으로 자유로운 규모와 형태를 갖는 케이블네트 구조, 막구조, 그리고 텐세그리티 구조 등이 있다. 케이블 네트 및 막 구조물은 순수한 인장만으로 형성되는 인장 구조물인 것에 비해, 텐세그리티 구조는 압축재와 인장재가 적절히 배치되어 구조시스템의 경량화 및 합리화를 확보할 수 있는 구조이다.

장력을 도입하여 압축재의 수를 감소시킨 구조 시스템을 실제 구조물에 적용하였던, Fuller^[1]는 이와 같은 장력 구조를 "Tensegrity"라 명명하였고, 그 용어를 제안하였으며, Pugh는 다양한 텐세그리티 모

델의 모형에 의해 시공의 단순화 방안을 제시하였다.

Motro와 Vassart,^{[2],[3]}는 텐세그리티 구조물의 안정화 형상을 찾는데 Sheck^[4]의 내력밀도법을 이용하였다.

내력밀도법은 하중을 길이로 나누는 하중밀도의 개념을 도입하여 비선형방정식을 선형방정식으로 변화하여 해석하는 방법으로, 각 절점에서의 내력과 외력에 의한 평형 방정식만을 사용하는 방법이다.

본 논문에서는 기본 단위구조에 케이블을 보강하여 곡률을 갖는 텐세그리티 단위구조 형상을 제안하고자 한다. 압축재와 인장재를 갖는 텐세그리티 구조물은 내력비에 따라 다양한 형상을 가질 수 있다. 결국, 디자이너가 합리적인 형상을 찾는데 어려움이 발생한다. 이런 단점을 보완하기 위해 본 논문에서는 자기 평형 관계식을 이용하여 각 부재들의 알맞

* 정회원 · 대림대학 건축설비과 교수
** 정회원 · (주)대동엠에스

은 내력 밀도 값들을 찾아내어 합리적인 텐세그러티 단위구조 모델을 제안하고자한다.

2. 내력 밀도법

2.1 부재-절점 행렬

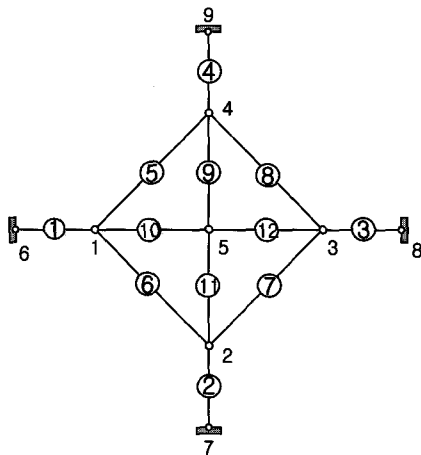
1에서 n 까지 절점을 갖고 1에서 m 까지의 부재를 갖는 구조물에서, 고정절점은 n_f 로 표기하고, 자유절점은 n_l 로 표기한다. 그러면 총 절점수 $n = n_l + n_f$ 가 된다. j 번째 부재의 양 절점을 $i(j), k(j)$ 라고 하면 다음과 같은 부재-절점 행렬을 정의할 수 있다. 여기서, 절점이 부재 j 와 연결되어 있지 않은 경우는 0이라고 정한다.

$$c(j,i) = \begin{cases} +1 & \text{for } i(j)=1 \\ -1 & \text{for } k(j)=1 \\ 0 & \text{in the other cases.} \end{cases} \quad (1)$$

행렬 $[C]$ 는 $n \times m$ 행렬로 구성되어 있고 자유 절점과 고정 절점을 구분하는 역할을 한다. 일반적으로 부재-절점 행렬 $[C]$ 는 자유 절점과 고정 절점에 대한 행렬의 합으로 다음과 같이 정의한다.

$$[C] = [C_{lx}] + [C_{lx}] \quad (2)$$

[그림 1]과 [표 1]은 케이블-네트 구조물과 부재-절점 행렬의 예를 보여준다.



〈그림 1〉 케이블-네트 구조물

〈표 1〉 부재-절점행렬

부재 수	절점 수								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	0	0	0	0	-1	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	-1	0	0
3	0	0	1	0	0	0	0	-1	0
4	0	0	0	1	0	0	0	0	-1
5	1	0	0	-1	0	0	0	0	0
6	1	-1	0	0	0	0	0	0	0
7	0	1	-1	0	0	0	0	0	0
8	0	0	1	-1	0	0	0	0	0
9	0	0	0	1	-1	0	0	0	0
10	1	0	0	0	-1	0	0	0	0
11	0	1	0	0	-1	0	0	0	0
12	0	0	1	0	-1	0	0	0	0

2.2. 내력 밀도

내력 밀도법은 평형 방정식들을 선형화하는데 사용되어지는 내력 밀도 계수 q_j 에 기초한다. l_j 는 전체 구조물에서 하중을 받기 전의 j 번째 부재의 초기 길이를 말하고, T_j 는 초기 연직응력을 말한다. 내력 밀도 계수 q_j 는 j 번째 부재에서 연직응력 T_j 와 이에 상응하는 길이 l_j 의 비에 의해 정의된다.

$$q_j = \frac{T_j}{l_j} \quad (3)$$

X 방향을 따라 절점 i 에 대한 평형 방정식은 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - x_k)}{l_{ik}} T_{ik} = f_{kx} \quad (4)$$

여기서, i 및 k 는 각각 1에서 절점수 n 까지 변하고, T_{ik} 는 i 와 k 절점으로 연결되어 있는 장력을 받는 부재를 나타낸다. x_i 는 i 번째의 절점에서 X 방향에 대한 좌표성분이고, f_{kx} 는 i 번째의 절점에서 X 방향에 대한 외부 하중 값이다. 식(3), (4)에 따라 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\sum_{i=1}^n (x_i - x_k) q_{ik} = f_{kx} \quad (5)$$

식(5)는 내력밀도 q_{ik} 를 이용하여 X 방향에 대한

선형화된 절점의 평형방정식을 보여주고 있다. 식(5)를 행렬 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$[C]^T [Q][C] \{x\} = \{f_x\} \quad (6)$$

여기서, $[Q]$ 는 내력밀도 계수들로 구성되어 있는 대각행렬이다.

경계 조건을 갖는 격자 구조물에서, 2부분의 절점 좌표로 나눌 수 있다. 첫번째 부분은 자유 절점에 관련된 항으로 나눌 수 있고, 두번째 부분에서는 고정 절점의 항들로 나눌 수 있다. 식(6)에서 자유 절점 n_f 과 고정 절점 n_f 의 평형 방정식만을 고려한다면, 다음 식과 같다.

$$[C_{fk}]^T [Q][C_{fk}] \{x_f\} = \{f_x\} - [C_{fk}]^T [Q][C_{fk}] \{x_f\} \quad (7)$$

여기서, X 방향에 대한 자유 절점에 대한 구성행렬 $[D_x]$ 와 고정 절점에 대한 구성행렬 $[D_{fx}]$ 는 다음식과 같이 정의한다.

$$[D_x] = [C_{fk}]^T [Q][C_{fk}] \quad (8)$$

$$[D_{fx}] = [C_{fk}]^T [Q][C_{fk}] \quad (9)$$

그러므로 내력밀도법에 의한 X 방향의 평형방정식은 다음과 같다.

$$[D_x] \{x_f\} = \{f_x\} - [D_{fx}] \{x_f\} \quad (10)$$

2.3. 구조물의 구성행렬에 따른 형상해석

초기응력을 받는 격자 구조물의 형상 해석에 있어서, 외부 하중 조건이 $\{f_x\} = 0$ 일때 평형방정식은 다음과 같다.

$$[D_x] \{x_f\} = - [D_{fx}] \{x_f\} \quad (11)$$

(1) 행렬 $[D_x]$ 가 비특이 행렬인 경우

행렬 $[D_x]$ 의 행렬식이 0이 아닌 경우, 식(11)은

다음과 같이 유일한 해를 갖는다.

$$\{x_f\} = - [D_x]^{-1} [D_{fx}] \{x_f\} \quad (12)$$

초기 응력을 갖는 케이블-네트가 이 경우에 적용된다.

(2) 행렬 $[D_x]$ 가 특이 행렬인 경우

초기응력을 받는 격자 형태의 구조물이 연속적으로 인장과 압축을 받는 부재들로 구성되어 있을 때 $[D_x]$ 는 특이 행렬을 가질 수 있다. 즉, $[D_x]$ 의 rank ($[D_x]$)는 자유 절점 개수인 n_f 보다 작다. 일반적인 인장과 압축으로 이루어진 구조물은 고정 절점들을 가지고 있기 때문에 $[D_{fx}] \{x_f\}$ 의 값들이 존재하게 된다. 구성 행렬이 $[D_x]$ 행렬식 값이 0이고, $[D_{fx}] \{x_f\} = 0$ 이면 식(11)에서 무수히 많은 x_f 의 좌표값들을 얻어 낼 수 있다.

3. 텐세그러티 구조물의 형성

3.1 초기응력을 갖는 격자 구조물의 평형 방정식

본 논문에 제안된 텐세그러티 단위 구조는 모든 절점이 자유이다. 즉, 고정 절점들이 존재하지 않기 때문에 $[D_{fx}] \{x_f\}$ 의 값은 언제나 0이 된다. 즉 힘의 평형 방정식에서 무수히 많은 해를 찾아낼 수 있다. 결국, 다음 식과 같이 각 절점들에 대한 X, Y, Z 축의 구성 행렬 $[D_x], [D_y]$ 와 $[D_z]$ 로 이루어진 3개의 제차 방정식을 얻을 수 있다.

$$[D_x] \{x_f\} = 0, [D_y] \{y_f\} = 0, [D_z] \{z_f\} = 0 \quad (13)$$

행렬 $[D]$ 의 행공간이나 열공간의 차원을 간단히 $[D]$ 의 rank라 하고, rank ($[D]$)로 나타낸다.

자유 절점이 n 개인 텐세그러티 단위 구조의 구성 행렬은 언제나 특이행렬을 갖는다.

자유 절점의 개수가 n 개를 갖는 구조물에서 구성 행렬의 rank는 다음과 같다.

$$\text{rank} ([D_x] = [D_y] = [D_z] = [D]) < n \quad (14)$$

결국, 텐세그리티 단위 구조의 구성 행렬의 행렬식 값들은 언제나 0임을 알 수 있다. 텐세그리티 단위 구조에서 만들어진 평형 방정식은 식(13), (14)를 만족하므로, 결과적으로 무수히 많은 해를 찾아낼 수 있다.

3.2. 내력밀도에 따른 텐세그리티 형상해석

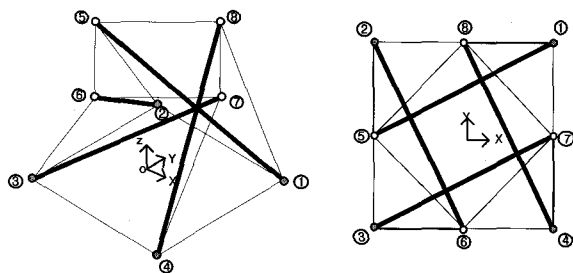
3.2.1 Quadruplex 단위구조의 내력 밀도 관계식

12개의 인장재와 4개의 압축재를 갖는 Quadruplex에서 각각의 내력밀도의 값들 중에서 다음과 같이 내력 밀도 값들을 단순화 시킨다.

$$[D] = \begin{bmatrix} 2q_l - q_l & 0 & -q_l & q & 0 & 0 & -q \\ -q_l & 2q_l & -q_l & 0 & -q & q & 0 & 0 \\ 0 & -q_l & 2q_l & -q_l & 0 & -q & q & 0 \\ -q_l & 0 & -q_l & 2q_l & 0 & 0 & -q & q \\ q & -q & 0 & 0 & 2q_u & -q_u & 0 & -q_u \\ 0 & q & -q & 0 & -q_u & 2q_u & -q_u & 0 \\ 0 & 0 & q & -q & 0 & -q_u & 2q_u & -q_u \\ -q & 0 & 0 & q & -q_u & 0 & -q_u & 2q_u \end{bmatrix}$$

다음 식을 이용하여 구성 행렬의 rank가 $n-4$ 인 구성행렬을 만들어 낼 수 있다.

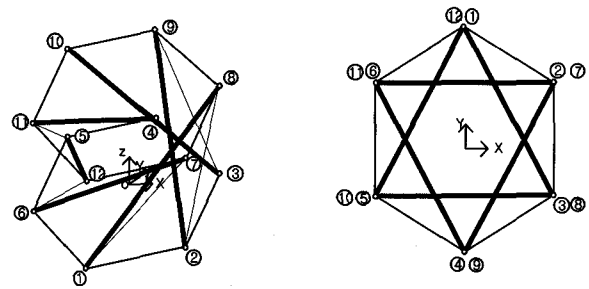
$$q^2 = 2q_u q_l \tag{15}$$



〈그림 2〉 Quadruplex

3.2.2 Hexaplex 단위구조의 내력 밀도 관계식

18개의 인장재와 6개의 압축재를 갖는 Hexaplex에서 각각의 내력밀도의 값들을 lower cables, bracing cables, upper cables, struts으로 단순화시켜 다음과 같이 구성행렬을 만들 수 있다.



〈그림 3〉 Hexaplex

$$[D] = \begin{bmatrix} 2q_l & -q_l & 0 & 0 & 0 & -q_l & -q & q & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -q_l & 2q_l & -q_l & 0 & 0 & 0 & 0 & -q & q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -q_l & 2q_l & -q_l & 0 & 0 & 0 & 0 & -q & q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -q_l & 2q_l & -q_l & 0 & 0 & 0 & 0 & -q & q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -q_l & 2q_l & -q_l & 0 & 0 & 0 & 0 & -q & q \\ -q_l & 0 & 0 & 0 & -q_l & 2q_l & q & 0 & 0 & 0 & 0 & -q \\ -q & 0 & 0 & 0 & 0 & q & 2q_u & -q_u & 0 & 0 & 0 & -q_u \\ q & -q & 0 & 0 & 0 & 0 & -q_u & 2q_u & -q_u & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q & -q & 0 & 0 & 0 & 0 & -q_u & 2q_u & -q_u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q & -q & 0 & 0 & 0 & 0 & -q_u & 2q_u & -q_u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q & -q & 0 & 0 & 0 & 0 & -q_u & 2q_u & -q_u \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q & -q & -q_u & 0 & 0 & 0 & -q_u & 2q_u \end{bmatrix}$$

식(16)을 이용하여 구성행렬이 rank를 $n-4$ 만큼 줄일 수 있다.

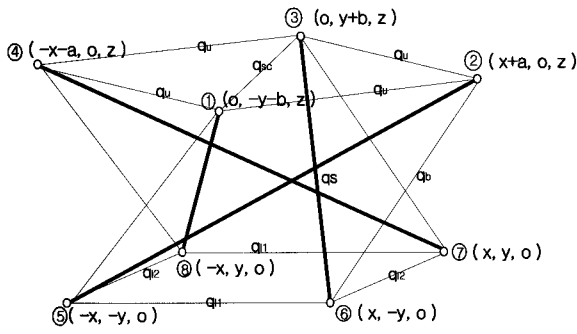
$$q^2 = q_u q_l \tag{16}$$

4. 아치형 텐세그리티 시스템

4.1. 보강 케이블을 갖는 단위 구조

기존의 제안된 방법은 공간상의 좌표를 얻어내기 위해서 각각의 위치에 있는 케이블과 압축재의 내력 밀도 값을 동일하게 두어 각각의 부재의 내력 밀도 값들을 3개로 단순화하여 구성행렬의 rank를 줄인다. 그러나 이러한 방법은 내력 밀도값들을 찾아내는데는 용이하나 곡률을 갖는 다양한 단위구조 모듈을 찾아내는데는 어려움이 있다.

본 논문에서는 아치형 텐세그리티 시스템을 만들 수 있는 단위모듈을 찾아내기 위해 기존의 Quadruplex 단위구조에 보강케이블을 연결하여 13개의 케이블과 4개의 압축재로 구성된 단위구조 모델을 제안한다. 또한 단위구조의 하단케이블들의 내력밀



〈그림 3〉 Squew 4-prismatic 단위구조

도 값들도 다르게 주어 다양한 모듈을 찾아내는 방법을 제안하고자 한다.

〈그림 3〉과 같이 보강케이블을 추가하고, 단위 구조의 내력밀도 값들은 식(17)과 같이 단순화시킨다.

$$\begin{aligned}
 q_{56} = q_{78} = q_{11} &: \text{lower cables} \\
 q_{67} = q_{58} = q_{12} &: \text{lower cables} \\
 q_{13} = q_{sc} &: \text{supplementary cables} \\
 q_{15} = q_{26} = q_{37} = q_{48} = q_b = q &: \text{bracing cables} \\
 q_{18} = q_{25} = q_{36} = q_{47} = q_s = -q &: \text{struts} \\
 q_{12} = q_{14} = q_{23} = q_{34} = q_u &: \text{upper cables}
 \end{aligned} \tag{17}$$

4.2. 단위 구조의 자기평형 축력 모드 산출식

4.2.1 Rref를 이용한 자기평형 축력 모드 산출식

〈그림 3〉과 같은 단위 구조모델에서, 절점 i 와 절점 k 를 연결한 부재의 내력 밀도는 식(17)과 같이 정한다. 절점 i 와 절점 k 를 연결한 부재의 구성 행렬은 식(18)와 같다.

$$[D] \{x\} = 0, [D] \{y\} = 0, [D] \{z\} = 0 \tag{18}$$

$$[D] = \begin{bmatrix}
 2q_u + q_{sc} - q_u & -q_{sc} & -q_u & -q & 0 & 0 & q & 0 \\
 -q_u & 2q_u & -q_u & 0 & q & -q & 0 & 0 \\
 -q_{sc} & -q_u & 2q_u + q_{sc} & -q_u & 0 & q & -q & 0 \\
 -q_u & 0 & -q_u & 2q_u & 0 & 0 & q & -q \\
 -q & q & 0 & 0 & q_{11} + q_{12} & -q_{11} & 0 & -q_{12} \\
 0 & -q & q & 0 & q_{11} & q_{11} + q_{12} & -q_{12} & 0 \\
 0 & 0 & -q & q & 0 & -q_{12} & q_{11} + q_{12} & -q_{11} \\
 q & 0 & 0 & -q & -q_{12} & 0 & -q_{11} & q_{11} + q_{12}
 \end{bmatrix}$$

식(18)에서 형성된 구성행렬의 rank를 $n-4$ 까지 줄일 수 있는 내력밀도의 관계식은 식(19)과 같이 3

개의 식을 찾아낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 q^2 &= 2q_{11}q_u \\
 q^2 &= 2q_{12}(q_u + q_{sc}) \\
 q^2 &= \frac{2q_u(q_{11} + q_{12})(q_u + q_{sc})}{(2q_u + q_{sc})}
 \end{aligned} \tag{19}$$

식(19)를 이용하여 구성행렬을 기약 행 사다리꼴 화시키면 아래와 같이 rank가 $n-4$ 인 형태를 찾아 낼 수 있다.

$$\text{rref}([D]) = \begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & -10 & -\frac{q_{12}}{q} & \frac{q_u(q_{11} + q_{12}) - q^2}{q} & \frac{q^2 - q_u q_{11}}{q} & 0 \\
 0 & 1 & 0 & -10 & 0 & -\frac{q}{q_u} & \frac{q}{q_u} & 0 \\
 0 & 0 & 1 & -10 & \frac{q_{11}}{q} & -\frac{q_{11} + q_{12}}{q} & \frac{q_{11}}{q} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

rank가 $n-4$ 인 구성행렬에서 내력밀도를 임의대로 정하여 다양한 단위 구조 모델을 찾아 낼 수 있다. 그러나 이렇게 형성된 구성 행렬로 찾아 낼 수 있는 형상은 무수히 많기 때문에 대공간 구조물을 형성할 수 있는 적당한 단위구조를 찾는 데 어려움이 발생한다. 그러므로 절점 좌표에 따른 각 부재들의 내력밀도 관계식으로 초기응력을 결정할 수 있다. 이러한 좌표 결정은 텐세그러티 단위 구조의 대칭성을 이용하여 정한다.

4.2.2 좌표를 이용한 자기평형 관계식 유도

각 절점에서 부재의 축력들을 X, Y, Z 축 방향으로 분해하여 각 방향에 대한 평형 방정식을 구할 수 있다. 각 절점에서의 평형 방정식은 식(5)로부터 구할 수 있다. 이 식을 이용하여 n 개의 절점에 관한 연립방정식을 구성할 수 있다. 먼저 절점 ①에 관한 평형 방정식을 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 &(\text{①}-\text{②})q_{12} + (\text{①}-\text{③})q_{13} + (\text{①}-\text{④})q_{14} \\
 &+ (\text{①}-\text{⑤})q_{15} + (\text{①}-\text{⑧})q_{18} = 0
 \end{aligned} \tag{20}$$

식(20)에 식(17)를 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \begin{Bmatrix} x+a \\ y+b \\ 0 \end{Bmatrix} q_u + \begin{Bmatrix} 0 \\ 2y+2b \\ 0 \end{Bmatrix} q_{sc} + \begin{Bmatrix} -x-a \\ y+b \\ 0 \end{Bmatrix} q_u \\ & + \begin{Bmatrix} -x \\ +b \\ -z \end{Bmatrix} q_b + \begin{Bmatrix} -x \\ 2y+b \\ -z \end{Bmatrix} q_s = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

식(21)과 같이 나머지 절점 ②에서 절점 ⑧까지 각각의 평형방정식을 얻어낼 수 있다. 먼저 X에 관한 8개의 연립방정식을 계산하면 다음의 결과를 얻어낼 수 있다.

$$q_u = \frac{x}{x+a} q, \quad q_n = \frac{x+a}{2x} q \quad (22)$$

다음으로, 절점 ①에서 절점 ⑧까지 평형방정식 중에서 Y에 관한 8개의 연립방정식을 계산하면 다음 결과를 얻어낼 수 있다.

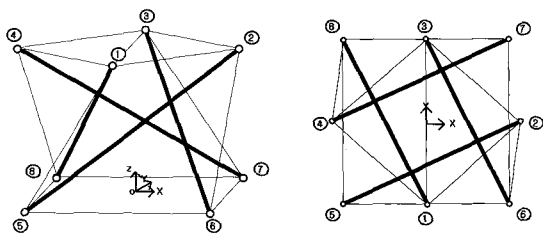
$$q_D = \frac{y+b}{2y} q, \quad q_{sc} = \frac{ay-bx}{(x+a)(y+b)} q \quad (23)$$

식(22), (23)을 이용하여 자기평형 관계식은 아래 식과 같다.

$$\begin{aligned} & q_u : q_n : q_D : q_{sc} : q_b : q_s = \\ & \frac{xq}{x+a} : \frac{(x+a)q}{2x} : \frac{(y+b)q}{2y} : \frac{(ay-bx)q}{(x+a)(y+b)} : q : -q \end{aligned} \quad (24)$$

4.3. 단일 곡률을 갖는 단위구조 형상 해석

내력 밀도 값들을 $q_u : q_n : q_D : q_{sc} : q_b : q_s = 20 : 12.1 : 11 : 2 : 22 : -22$ 로 주면, 다음과 같은 구성행렬을 만들어 낼 수 있다.



〈그림 4〉 skew Quadruplex 단위구조 I

$$[D] = \begin{bmatrix} 42 & -20 & -2 & -20 & -22 & 0 & 0 & 22 \\ -20 & 40 & -20 & 0 & 22 & -22 & 0 & 0 \\ -2 & -20 & 42 & -20 & 0 & 22 & -22 & 0 \\ -20 & 0 & -20 & 40 & 0 & 0 & 22 & -22 \\ -22 & 22 & 0 & 0 & 231 & -121 & 0 & -11 \\ 0 & -22 & 22 & 0 & -121 & 231 & -11 & 0 \\ 0 & 0 & -22 & 22 & 0 & -11 & 231 & -121 \\ 22 & 0 & 0 & -22 & -11 & 0 & -121 & 231 \end{bmatrix}$$

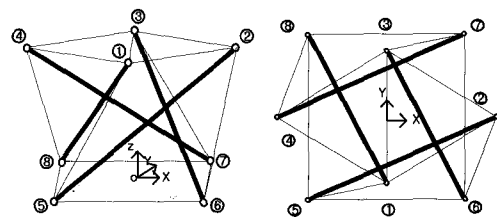
내력비에 따른 절점 좌표와 부재응력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x &= \{0, 11, 0, -11, -10, 10, 10, -10\}^T \\ y &= \{-10, 0, 10, 0, -10, -10, 10, 10\}^T \\ z &= \{16, 16, 16, 16, 0, 0, 0, 0\}^T \end{aligned}$$

〈표 2〉 skew Quadruplex I의 부재제원과 부재응력

부재 번호	절점i	절점j	부재종류	내력밀도 (q = 1kgf/cm ³)	길이 (cm)	부재응력 (kgf/cm ²)
1	1	2	상현재	20q	14.87	297.40
2	2	3	상현재	20q	14.87	297.40
3	3	4	상현재	20q	14.87	297.40
4	1	4	상현재	20q	14.87	297.40
5	5	6	하현재	12.1q	20.00	242.00
6	6	7	하현재	11q	20.00	220.00
7	7	8	하현재	12.1q	20.00	242.00
8	5	8	하현재	11q	20.00	220.00
9	2	6	가 새	22q	18.90	425.80
10	3	7	가 새	22q	18.87	415.14
11	4	8	가 새	22q	18.90	425.80
12	1	5	가 새	22q	18.87	415.14
13	2	5	압축재	-22q	28.23	-621.06
14	3	6	압축재	-22q	27.50	-605.00
15	4	7	압축재	-22q	28.23	-621.06
16	1	8	압축재	-22q	27.50	-605.00
17	1	3	보강재	2q	20.00	40.00

각 부재의 내력 밀도비가 $q_u : q_n : q_D : q_{sc} : q_b : q_s = 20 : 19.6 : 11.2 : 5 : 28 : -28$ 일 때 아래와 같은 형상을 찾아낼 수 있다.



〈그림 5〉 skew Quadruplex 단위구조 II

squew Quadruplex 단위구조 II의 구성행렬은 다음과 같다.

$$D = \begin{bmatrix} 45 & -20 & -5 & -20 & -28 & 0 & 0 & 28 \\ -20 & 40 & -20 & 0 & 28 & -28 & 0 & 0 \\ -5 & -20 & 45 & -20 & 0 & 28 & -28 & 0 \\ -20 & 0 & -20 & 40 & 0 & 0 & 28 & -28 \\ -28 & 28 & 0 & 0 & 30.8 & -19.6 & 0 & -11.2 \\ 0 & -28 & 28 & 0 & -19.6 & 30.8 & -11.2 & 0 \\ 0 & 0 & -28 & 28 & 0 & -11.2 & 30.8 & -19.6 \\ 28 & 0 & 0 & -28 & -11.2 & 0 & -19.6 & 30.8 \end{bmatrix}$$

내력비에 따른 절점 좌표와 부재응력은 다음과 같다.

$$x = \{0, 14, 0, -14, -10, 10, 10, -10\}^T$$

$$y = \{-8, 0, 8, 0, -10, -10, 10, 20\}^T$$

$$z = \{10, 10, 10, 10, 0, 0, 0, 0\}^T$$

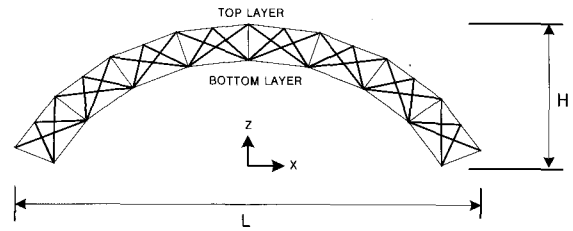
<표 3> squew Quadruplex II의 부재제원과 부재응력

부재 번호	절점1	절점2	부재종류	내력밀도 (q = 1kgf/cm ²)	길이 (cm)	부재응력 (kgf/cm ²)
1	1	2	상현재	20q	16.12	322.40
2	2	3	상현재	20q	16.12	322.40
3	3	4	상현재	20q	16.12	322.40
4	1	4	상현재	20q	16.12	322.40
5	5	6	하현재	19.6q	20.00	392.00
6	6	7	하현재	11.2q	20.00	224.00
7	7	8	하현재	19.6q	20.00	392.00
8	5	8	하현재	11.2q	20.00	224.00
9	2	6	가 새	28q	14.70	411.60
10	3	7	가 새	28q	14.28	399.84
11	4	8	가 새	28q	14.70	411.60
12	1	5	가 새	28q	14.28	399.84
13	2	5	압축재	-28q	27.86	-780.08
14	3	6	압축재	-28q	22.89	-640.92
15	4	7	압축재	-28q	27.86	-780.08
16	1	8	압축재	-28q	22.89	-640.92
17	1	3	보강재	5q	16.00	80.00

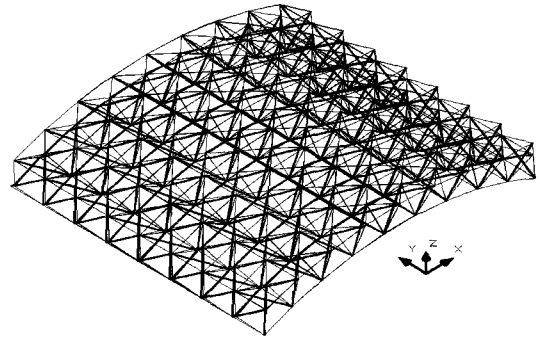
5. Squew Quadruplex를 이용한 아치형 구조물

5.1 아치형 텐세그러티 구조물

텐세그러티 구조물의 곡률은 단위구조의 형상에



<그림 6> 텐세그러티 구조물의 라이즈-스팬비



<그림 7> 라이즈-스팬비가 0.17인 텐세그러티 구조물

따라 다양하게 얻어 낼 수 있다. 그리고 단위구조의 형상은 부재들의 내력밀도에 의해서 결정된다. 이러한 내력 밀도 값들의 변화에 의해 라이즈-스팬비가 각각 다른 텐세그러티 구조물을 형성할 수 있다. 아래 그림들은 부재들의 내력비에 따른 구조물의 라이즈-스팬비 (H/L)를 보여주고 있다.

<그림 7>은 텐세그러티 단위구조의 각 부재들의 내력비가 각각 $q_u : q_n : q_l : q_{sc} : q_b : q_s = 20 : 12.1 : 11 : 2 : 22 : -22$ 일 때, 밑면 길이가 20cm이고 폭이 16cm인 라이즈-스팬비가 0.17를 갖는 복층 텐세그러티 구조물을 보여준다.

6. 결 론

연성 구조물은 일반 구조물과 달리 초기 강성을 갖기 전에는 불안정한 상태를 나타내지만, 초기 강성의 도입과 함께 안정상태가 된다. 결국, 연성 구조물의 일종인 텐세그러티 구조물의 안정상태를 찾기 위해서 초기 형상 해석은 필요한 단계라고 볼 수 있다.

본 논문에서는 기존의 단위구조에 보강 케이블을 이용하여 아치형 단일 곡률을 갖는 텐세그러티 구조 단위구조를 제안하였고, 텐세그러티 단위구조의 최

적형상해석을 찾기 위해 절점 좌표에 관한 자기평형 관계식을 유도하였다. 또한 이러한 관계식에 유도된 각 부재들의 내력비를 이용하여 곡률을 갖는 단위구조 모델을 제안하였다.

참고문헌

1. Calladine, C. R., Buckminster Fuller's "Tensegrity" Structures and Clerk Maxwell's rules for the construction of stiff frames, *International Journal of Solids and Structures*, 1978.
2. Vassart, N., Laporte, R. and Motro, R., "Form-Finding Multiparametered Method for Statically Indeterminate Reticulated Systems with Tensile and Compressive Members Application to Tensegrity Systems", *University Montpellier II, France*.
3. Motro, R., Laporte, R. and Vassart, N., "Form-Finding Numerical Methods for Tensegrity Systems", *Spatial Lattice and Tension structures*, 1994, pp.704~713.
4. Sheck, H. J., "The force Density Method for Form Finding and Computation of General Networks", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 3, 1974, pp.115~134.
5. Edmonson, Amy C., *A Fuller Exaplantion The Synergetic Geometry of R. Buckminster Fuller*, Van Nostrand Reinhold, 1992.
6. Nakanishi, H. and Namita, Y., "Shape Determination Analysis of Cable Structures by means of the Methods for Optimization Problem", *Trans. Japan Architectural Inst. Vol.238*, pp.13~23, 1975.
7. Hangai, Y. and Kawaguchi, K., "Shape Finding of Unstable Structures", *Forma*, Vol.5. 1990, pp.29~41.
8. 신항균, 이광연, 이상구, 천기상, *선형대수학과 응용*, 1998, pp.24~26, 188~196.
9. 권택진, 한상을, 최옥훈, "장력안정화 트러스의 단위구조 안정화기법에 관한 연구", *대한건축학회 논문집*, 제13권 제7호, 1997, pp.155~162.
10. 최옥훈, *Tensegrity 구조시스템의 최적 형상해석에 관한 연구*, 성균관 대학교 박사 학위논문, 1997.
11. 고광웅, 김재열, 권택진, "내력 밀도법을 이용한 텐세그리티 구조물의 형상해석," *대한건축학회 학술발표대회 논문집*, 제21권 제2호, 2001. 10., pp.11~14.
12. Wang, B.B., "A Study on Large Span Applications of Non-contiguous Strut Tensegrity Grids", *IASS Symposium, Japan*, 2001. 10., TP061.
13. M. Saitoh, A. Okada and H. Tabat., "Study on the Structural Characteristics of Tensegric Truss Arch - On Structural Characteristics of Tensegric Truss Structure (Type I) in Consideration of Slack of Strings", *IASS Symposium, Japan*, 2001. 10., TP146.
14. 고광웅, *내력밀도법을 이용한 단위 구조 조합형 텐세그리티 구조물의 형상해석*, 성균관 대학교 석사 학위논문, 2002.