

부분공간법에 의한 건축구조물의 동특성 식별

System Identification of Building Structure using Subspace Identification Method

배기환*
Bae, Gi-Hwan

Abstract

In order to control seismic responses of building structures effectively and stably, it is very important to estimate the dynamic characteristics of target structure exactly based on input-output signal data. In this paper, it is shown that Subspace Identification Method is able to be applied effectively to system identification of building structures. To verify the efficiency of Subspace Identification Method, the vibration experiments were conducted on a specimen structure which is a 5-storied building structure model consisted of H-shaped steel beam, and the simulated seismic responses of the identified structure model were compared with the observed ones under the same excitation. It was observed that the experimental results coincided with the analyzed ones proposed in this paper.

keywords : subspace identification method, state system matrix, eigen value analysis, vibration experiments

1. 서론

최근 건축구조물에 대한 구조적 평가는 외부하중에 저항할 수 있는 구조안전성뿐만 아니라 거주자의 안락함을 보장할 수 있는 사용성까지 그 범위를 넓히고 있다. 이로 인해 지진 및 풍하중에 의한 하중을 억제하는 것과 동시에 사용자의 편안함을 추구할 수 있는 구조적 해결 방법으로 제진구조시스템이 구조전문가들의 관심을 끌기 시작하였으며, 1980년대 후반부터 일본을 중심으로 실용화가 이루어지고 있고 국내에서도 많은 연구가 진행되고 있는 상황이다.

그러나 제진구조시스템을 실제구조물에 적용하여 효율적이고 정도 높은 제어효과를 얻기 위해서는 무엇보다 대상구조물에 대한 동특성을 정확하게 파악한 상태에서 제어알고리즘을 구성할 필요성이 있다. 일반적인 제어알고리즘은 1차 모드성분만을 주요 제어대상으로 하기 때문에 비교적 구조물의 동특성 식별이 간단하였으나, 제어알고리즘에서 무시된

저차복수모드의 영향에 의한 제어계의 불안정 현상을 주목하기 시작하면서 저차복수모드형상까지 추정할 수 있는 동특성 식별법의 필요성이 요구되었다.

실제 구조물의 동특성을 식별하기 위해서는 가속도계(또는 속도계)센서를 부착하여 구조물의 동적 거동을 관측하는 것이 일반적이나, 모든 층에 센서를 부착할 수 없는 것과 관측데이터에 관측잡음이 포함되어 있는 것 등의 어려움을 갖고 있다. 구조물의 동특성을 식별하는 방법으로는 주파수영역법에서의 식별법, 확장카르만필터법, 비선형근사필터법 등이 있으나 주파수영역법에서의 식별법은 관측잡음을 고려하는 것이 곤란하고, 확장카르만필터법^[3]은 구조물의 파라미터를 변수로 취급하는 과정에서 필연적으로 생기는 시스템의 비선형성을 등가선형화하기 때문에 정확도가 떨어지며, 비선형필터법^[5]은 이론의 어려움 때문에 실제 구조물의 동특성식별에 한계성을 갖는다.

본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해, 제어에 필요한 상태공간을 직접 추정하는 것과 다입력 다출력 시스템에 간단히 적용할 수 있는 부분공

* 정회원 · (주)플러스구조 이사, 공학박사

간법^[1]을 관측점이 제한되고 관측잡음이 포함되어 있는 건축구조물의 동특성식별에 적용하였다. 대상 구조물은 진동제어를 위해 만들어진 5층 형태의 강 구조시험체이고 관측데이터는 진동대에 의한 가진 실험결과를 이용하였다.

2. 부분공간법

일반적인 동역학 시스템의 상태공간모델을 이산 시간영역에서 다음과 같이 나타낼 수 있다. 단, 잡음은 평균값을 0으로 하는 백색잡음으로 가정한다.

$$x(t+1) = Ax(t) + Bi(t) + ke(t) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Di(t) + e(t) \quad (2)$$

여기서, A, B, C, D 는 시스템매트릭스이고, K 는 카르만게인매트릭스이다. $x(t), i(t), y(t)$ 는 각각 n 차원상태벡터, m 차원입력벡터, p 차원 출력벡터이고, $e(t)$ 는 정규성백색잡음이다. 상태공간의 모델은 강제, 무관측으로 가정한다.

식(1)과 식(2)의 시스템방정식으로부터 잡음을 무시한 확대행렬상태방정식을 구하면 식(3)과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} x(t+k+1) & x(t+k+2) & \dots & x(t+k+l) \\ y(t+k) & y(t+k+1) & \dots & y(t+k+l-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t+k) & x(t+k+1) & \dots & x(t+k+l-1) \\ i(t+k) & i(t+k+1) & \dots & i(t+k+l-1) \end{bmatrix} \quad (3)$$

시스템의 상태공간 매트릭스를 추정하기 위해 입출력데이터로부터 두개의 Hankel 매트릭스^[6]를 작성한다.

$$H_1 = \begin{bmatrix} i(t) & i(t+1) & \dots & i(t+l-1) \\ y(t) & y(t+1) & \dots & y(t+l-1) \\ i(t+1) & i(t+2) & \dots & i(t+l) \\ y(t+1) & y(t+2) & \dots & y(t+l) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ i(t+k-1) & i(t+k) & \dots & i(t+k+l-2) \\ y(t+k-1) & y(t+k) & \dots & y(t+k+l-2) \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} i(t+k) & i(t+k+1) & \dots & i(t+k+l-1) \\ y(t+k) & y(t+k+1) & \dots & y(t+k+l-1) \\ i(t+k+1) & i(t+k+2) & \dots & i(t+k+l) \\ y(t+k+1) & y(t+k+2) & \dots & y(t+k+l) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ i(t+2k-1) & i(t+2k) & \dots & i(t+2k+l-2) \\ y(t+2k-1) & y(t+2k) & \dots & y(t+2k+l-2) \end{bmatrix}$$

여기서, t, l 은 블록요소의 시점과 열의 수를 나타내고 k 는 확대행렬의 행에 대한 입력 또는 출력의 수를 나타낸다.

한편, 상태벡터를 횡으로 l 열 나열하여 다음과 같이 정의한다.

$$X_{t,k} = [x(t+k) \ x(t+k+1) \ \dots \ x(t+k+l-1)] \quad (4)$$

두개의 Hankel 매트릭스를 합한 매트릭스 H 의 특이치 분해를 행하여 직교행렬에 의해 식(4)의 상태벡터를 구한다.

$$\begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V_H^T \quad (5)$$

$$U_{12}^T U_{11} S_{11} = [U_q \ U_q^+] \begin{bmatrix} S_q & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_q^T \\ V_q^{+T} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$X_{t,k} = U_q^T U_{12}^T H_1 \quad (7)$$

여기서, U_q^+ 는 U_q 의 핵(kernel)이다.

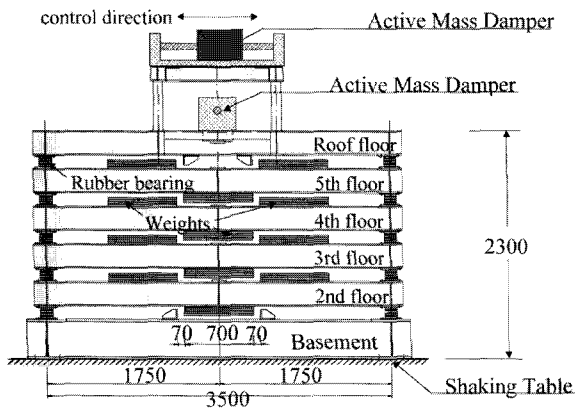
결국, 식(7)을 식(3)에 대입하는 것에 의해 이미 알고 있는 Hankel 매트릭스 및 직교행렬에 의해 확대행렬의 상태공간을 표현할 수 있고, 상태공간매트릭스 A, B, C, D 는 이 식의 최소2승법에 의해 구할 수 있다. 또한 카르만게인매트릭스 K 는 상태공간매트릭스를 구한 후 통상의 리카치방정식을 푸는 것에 의해 구할 수 있다.

3. 시험체의 진동실험

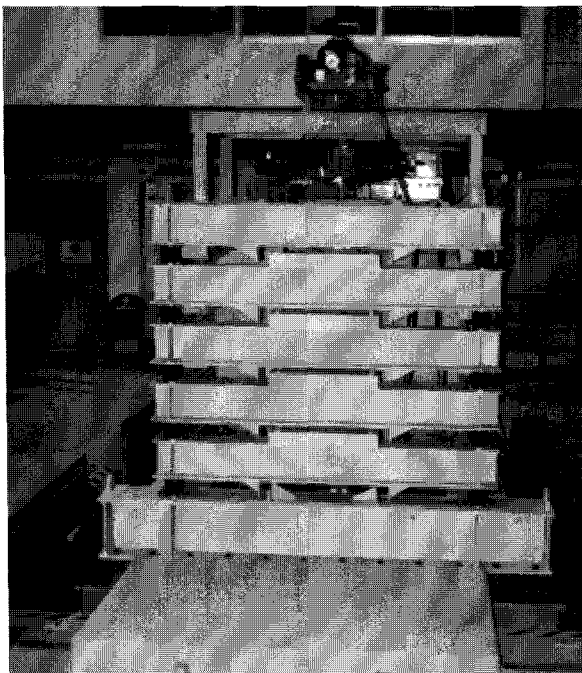
3.1 시험체 및 가진장치

본 논문에서는 H형강으로 만들어진 5층 형태의

강구조 시험체를 동특성 식별의 대상으로 하였다. 시험체의 총중량은 약 12tonf 이고 장주기 성분을 갖도록 또한 변위성분이 크게 나타나도록 하기위해, 건물의 기둥에 해당하는 부분을 적층고무로 대신하였다. 본 시험체는 일본 교토대학 방재연구소에서 제진실험^[4]을 수행하기 위해 만들어진 것이나, 여기에서는 실험 중에 얻어진 입출력 데이터를 이용하여 부분공간법에 의한 동특성 추정을 수행하도록 한다. <그림 1>에 시험체의 형상을 보이고 그림 2에는 실제 실험모습을 담은 사진을 보이고 있다. 제진실험을 위해 부착된 AMD제진장치는 Roof층에 부가된 중량으로 취급하였다.



<그림 1> 강구조 시험체의 형상



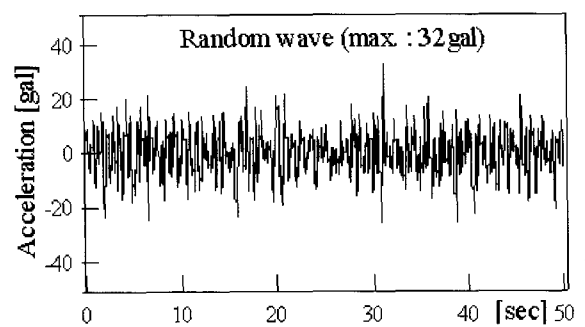
<그림 2> 시험체의 실제 실험모습

시험체의 동특성 식별을 위해 필요로 되는 입출력 데이터는 진동대에 의한 가진실험을 통하여 얻어진 관측기록을 이용하였다. 실험에 사용된 진동대는 전기·유압 서버방식의 강진응답실험장치로 테이블 사이즈는 5m×3m이며 적재 가능 중량은 15tonf이다. 진동대에 의한 시험체의 응답은 각 층에 설치된 가속도계 센서를 통해 매 시각 관측되어지도록 하였으나 본 논문에서는 관측값의 일부분만을 이용하였다.

3.2 진동실험

시험체의 동특성 식별에는, 0.2Hz~5Hz의 주파수 성분을 갖는 랜덤파(최대가속도 25gal) 및 최상부의 변위응답이 5cm가 되도록 스케일 다운시킨 4개의 지진파를(EL Centro NS 70gal, Taft NS 50 gal, Hachinohe NS 70 gal, JMA Kobe 70 gal) 입력파로 한 진동실험 관측결과를 이용하였다. 여기에서 EL Centro NS 70gal은 원래의 EL Centro NS 지진파를 최대가속도가 70gal이 되도록 조절한 것을 의미한다. <그림 3>에 입력파로 사용된 랜덤파를 보인다.

진동대 및 시험체의 각 층 바닥에는 1G 까지 계측 가능한 가속도계를 설치하였으나, 해석에는 진동대와 시험체의 3층 및 최상층에서 얻어진 가속도만을 이용하였다. 관측데이터는 샘플링 주기 0.01초로 50초간 얻어진 5001개의 가속도값을 갖는다.

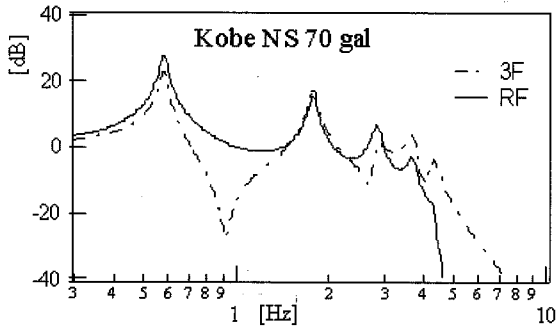


<그림 3> 진동실험에 사용된 랜덤파

4. 시험체의 모델링 및 결과검증

4.1 시험체의 모델링

랜덤파 및 지진파 가진실험으로부터 관측된 진동대의 가속도를 입력으로, 시험체의 3층과 최상층의



<그림 4> 시험체의 전달함수

가속도를 출력으로 하여, 2장에서 서술한 부분공간법에 의해 시험체의 상태시스템매트릭스(A, B, C, D)를 추정하였다. 추정된 상태시스템매트릭스로부터 전달함수(G)를 식(8)에 의하여 구하였다. 일례로 <그림 4>에 Kobe NS 파에 의해 구해진 전달함수를 보드선도로 나타내었다.

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (8)$$

또한 각 진동실험에 의해 추정된 각각의 시스템 행렬A를 고유치해석^[7]하여 복소수고유치를 구한 후 식(9) 및 식(10)에 의해 고유모드의 진동수 및 감쇠정수를 추정하였다. <표 1>에 진동실험결과로부터 얻어진 고유진동수 및 감쇠정수를 보인다.

$${}_s\omega = \sqrt{{}_s\lambda_R^2 + {}_s\lambda_I^2} = |{}_s\lambda| \quad (9)$$

$${}_sh = {}_s\lambda_R / \sqrt{{}_s\lambda_R^2 + {}_s\lambda_I^2} \quad (10)$$

여기서, ${}_s\omega$, ${}_sh$ 는 s차의 고유원진동수 및 감쇠정수를 나타내고, ${}_s\lambda_R$ 및 ${}_s\lambda_I$ 는 각각 고유치의 실수부분 및 허수부분을 나타낸다.

각각의 진동실험 관측데이터에 근거하여 추정한 시험체의 고유진동수 및 감쇠정수가 서로 잘 일치하고 있는 것으로부터, 부분공간법에 의해 구한 상태공간매트릭스 A, B, C, D가 매우 정확히 추정된 것으로 판단할 수 있다. 그러므로 어느 결과값을 이용하여 시험체의 물리적인 모델링 즉 강성계수 매트릭스와 감쇠계수 매트릭스를 구성하여도, 지진응답해석에는 커다란 영향을 미치지 않을 것으로 판단된

<표 1> 각 진동실험에 의해 추정된 고유진동수 및 감쇠정수

		1차	2차	3차	4차	5차
고유진동수 (Hz)	Random	0.58	1.76	2.84	3.71	4.31
	El Centro	0.58	1.76	2.84	3.71	4.29
	JMA Kobe	0.58	1.76	2.84	3.69	4.31
	Hachinohe	0.58	1.76	2.84	3.70	4.28
	Taft	0.58	1.76	2.84	3.70	4.27
감쇠정수 (%)	Random	2.30	2.74	2.94	3.67	4.33
	El Centro	2.51	2.85	2.97	3.21	3.11
	JMA Kobe	2.53	2.76	2.97	3.25	3.43
	Hachinohe	2.40	2.78	3.00	3.20	3.26
	Taft	2.44	2.82	3.00	3.22	3.32

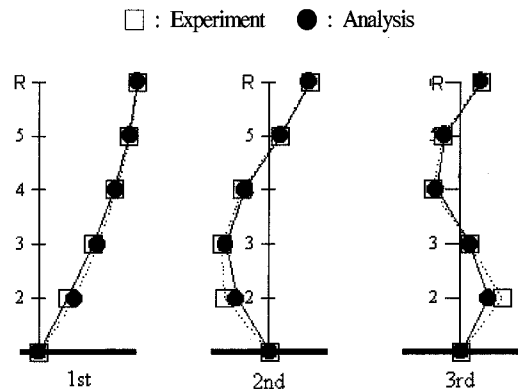
다. 본 논문에서는 El Centro NS 지진파를 입력파로 하여 얻은 고유진동수 및 감쇠정수를 이용하여 시험체의 모델링을 수행하였다.

시험체를 5질점계의 전단모델로 가정하여 식(11)과 식(12)에 의해 강성 및 감쇠계수 매트릭스를 구한다. 단 질량매트릭스 M은 시험체의 중량에 의해 계산된 값을 사용하고 각 모드의 고유벡터는 시스템 매트릭스 A에 대한 고유치해석으로부터 얻어진 값을 이용한다.

$$K = MUdiag(\omega)^2U^{-1} \quad (11)$$

$$C = 2MUdiag(h)diag(\omega)U^{-1} \quad (12)$$

여기서, ω , h 는 각 모드의 원진동수와 감쇠정수를 요소로 갖는 벡터이며, U 는 모드벡터행렬을 나타



<그림 5> 해석과 실험을 통한 모드형상의 비교

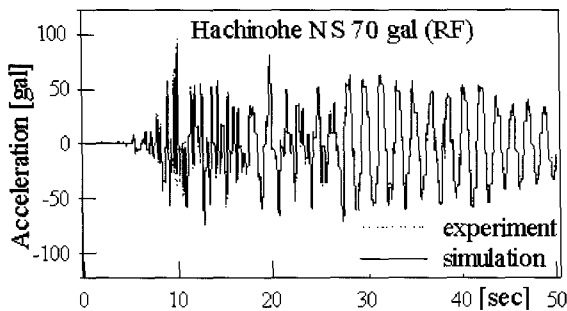
낸다. $diag()$ 는 벡터를 대각행렬로 변환시키는 함수이다.

위에서 구한 강성매트릭스를 이용, 고유치해석을 재시행하여 모드형상을 추정하였고, 이것을 실제로 관측된 각층의 가속도응답으로부터 구한 모드형상과 비교하였다.

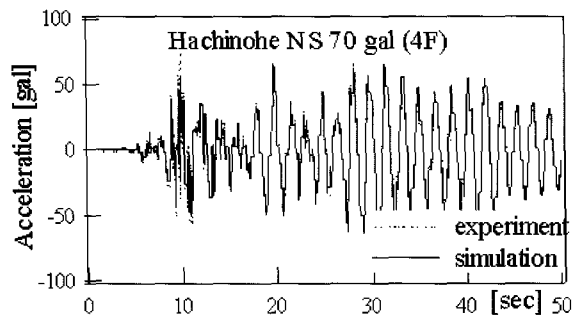
4.2 시험체 모델링의 검증

모델링된 결과의 타당성을 검증하기 위해, 지진파 가진실험을 통해 관측된 가속도응답과 시험체모델의 수치해석을 통해 시뮬레이션한 결과를 시간영역과 주파수영역에서 비교하였다.

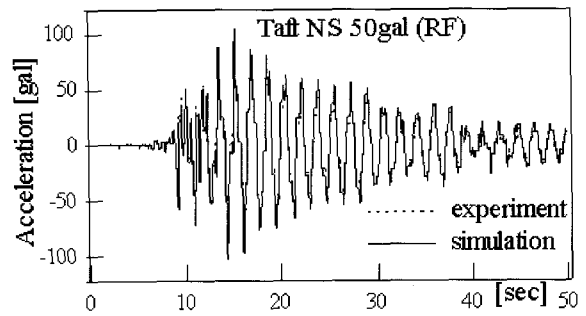
<그림 6>과 <그림 7>은 Hachinohe NS 지진파를 입력한 경우 최상층과 4F에서 관측된 가속도응답을 수치해석에 의한 가속도응답과 시간영역에서 비교하였다. <그림 8>과 <그림 9>는 Taft NS 지진파를 입력한 경우에 대한 시간영역에서의 비교이다. <그림 10>과 <그림 11>은, El Centro NS 지진파를 입력한 경우 관측된 가속도응답과 위의 시험체 모델을



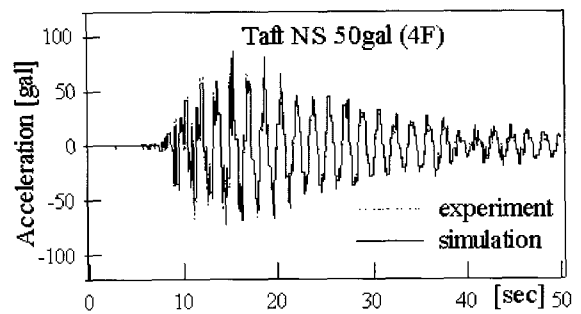
<그림 6> 시간영역에서의 실험결과와 해석결과의 가속도응답비교 (RF)



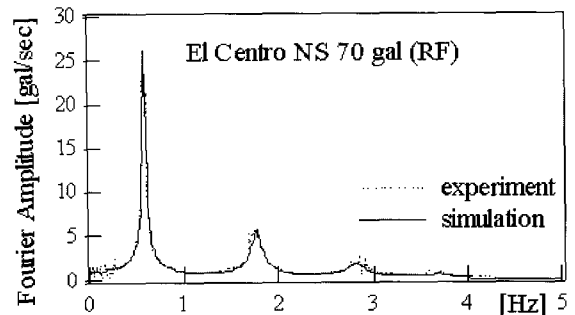
<그림 7> 시간영역에서의 실험결과와 해석결과의 가속도응답비교 (4F)



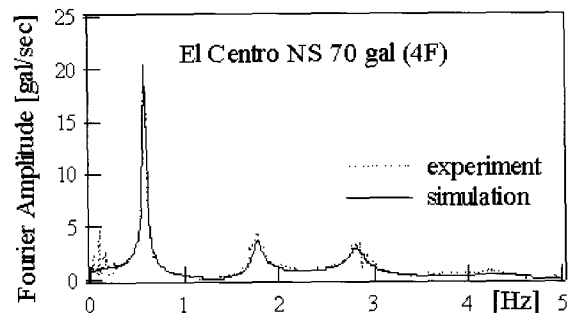
<그림 8> 시간영역에서의 실험결과와 해석결과의 가속도응답비교 (RF)



<그림 9> 시간영역에서의 실험결과와 해석결과의 가속도응답비교 (4F)



<그림 10> 주파수영역에서의 실험결과와 해석결과의 비교 (RF)



<그림 11> 주파수영역에서의 실험결과와 해석결과의 비교 (4F)

수치해석하여 구한 가속도 응답을 푸리에변환시켜 최상층과 4F에서 비교한 결과이다. 시간영역과 주파수영역에서 모두 실험값과 수치해석값이 거의 일치하고 있는 것으로부터 시험체의 모델링이 타당하게 수행된 것으로 판단할 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 부분공간법이 건축구조물의 동특성 식별에 매우 효과적임을 다음과 같은 결과에 근거하여 확인하였다.

- (1) 부분공간법에 의해 추정된 고유진동수와 감쇠정수가 입력파에 관계없이 거의 일정한 값을 보여주고 있어 추정된 시스템 매트릭스가 구조물의 상태공간을 잘 보여주고 있는 것으로 판단된다.
- (2) 시간영역과 주파수영역에서 시험체의 지진응답 수치해석결과와 관측결과가 잘 일치하고 있는 것으로부터 시험체의 모델링이 매우 정도 높게 이루어졌음을 알 수 있다.
- (3) 시험체의 가속도관측점이 최상층과 3층으로 제한되어져 있고 실제의 관측응답에 잡음이 필연적으로 들어가 있음에도 불구하고 매우 정확한 모델링이 이루어졌음을 알 수 있다.

참 고 문 헌

1. Moonen, M. , Moor. B., Vandenberghe, L. and Vandewalle, J., "On- and Off-Line Identification of Linear State-Space Models", *Int. J. Control*, Vol.49, No.1, 1989, pp.219~232.
2. Viberg, M., "Subspace-based Methods for the Identification of Linear Time Invariant Systems", *Automatica*, Vol.31, No.12, 1995, pp.1835~1851.
3. K. Toki, T. Sato and J. Kiyono, "Identification of Structural Parameters and Input Ground Motion from Response Time Histories", *Proceedings of JSCE Structural Eng.*, Vol.6, No.2, 1989, pp.243~251.
4. 裴起煥, 鈴木祥之, "可變ゲイン制御則の實驗的研究", 第2回日本制震(振)シンポジウム論文集、日本學術振興會, 2000, pp.431-436.
5. 배기환, 김두영, "비선형근사필터에 의한 강구조 시험체의 지진응답추정 및 동특성 식별", 한국지진공학회 논문집, 제5권, 제2호, 2001, pp.67~72.
6. 片山 徹, "システム同定入門", 朝倉書店, 1994, pp.142~157.
7. 柴田 明德, "最新耐震構造解析", 森北出版, 1994, pp.83~90.