

## 절점 강성을 고려한 공간 구조물의 비선형 불안정 거동에 관한 연구

### A Study of Nonlinear Unstable Phenomenon of Framed Space Structures Considering Joint Rigidity

손 수 덕\*      김 승 덕\*\*      황 경 주\*\*\*      강 문 명\*\*\*\*  
Shon, Su-Deok    Kim, Seung-Deog    Hwang, Kyung-Ju    Kang, Moon-Myung

#### Abstract

The structural system that discretized from continuous shells is frequently used to make a large space structures. As well these structures show the unstable phenomena when a load level over the limit load, and snap-through and bifurcation are most well known of it. For the collapse mechanism, rise-span ratio, element stiffness and load mode are main factor, which it give an effect to unstable behavior. In our real situation, most structures have semi-rigid joint that has middle characteristic between pin and rigid joint. So the knowledge of semi-rigid joint is very important problem of stable large space structure. And the instability phenomena of framed space structures show a strong non-linearity and very sensitive behavior according to the joint rigidity.

For this reason In this study, we are investigating to unstable problem of framed structure with semi-rigidity and to grasp the nonlinear instability behavior that make the fundamental collapse mechanism of the large space frame structures with semi-rigid joint, by proposed the numerical analysis method. Using the incremental stiffness matrix in chapter 2, we study instability of space structures.

**keywords :** Instability, Unstable phenomenon, Joint rigidity, Semi-rigid, Nonlinear, Space frame, Space truss

#### 1. 서 론

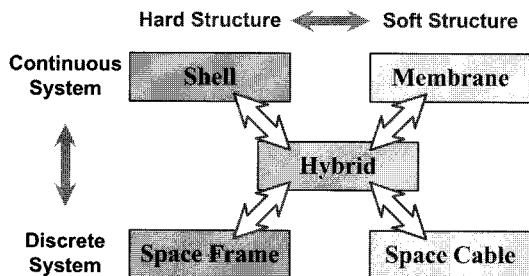
건축의 다양성은 인류의 지혜와 도전에 의해 공간에 대한 끊임없는 확장으로 변화되었으며, 지식의 축적을 기반으로하는 인간의 특성과 과학, 기술의 발전으로 대규모 공간으로의 변화는 실현화되기 시작하였다. 21세기를 맞이한 지금의 세계는 새로운 기술 집약의 시대를 맞이하여 초대형 구조물의 기술력 확보에 많은 관심을 보이는 실정이다.

대공간을 구축하기 위해서 일반적으로 셀(shell) 구조의 원리를 이용한다. 곡률을 가진 곡면구조 형태인 셀 구조는 외부의 하중에 대하여 높은 효율을

가지고 저항 할 수 있는 형태저항형 구조로써, 가볍고 얇게 대공간을 덮을 수 있는 장점을 지니고 있다. 기본적인 구조 저항 메커니즘은 구조물 자체의 곡률을 이용하여 면외 방향으로 작용하는 외력을 주로 면내력으로 저항 할 수 있게 하는 매우 우수한 역학적 특성을 지닌 구조 시스템이다. 대공간 구조물은 이러한 셀 구조 원리를 이용하여 만들어지며, 구조 시스템에 따라 연속체 셀(shell), 스페이스 프레임(space frame) 막(membrane), 케이블(cable) 및 이들의 복합 구조체인 복합 구조물(hybrid)로 분류할 수 있다.<sup>14)</sup>

대공간 구조물의 실현 가능성을 가늠하는 최대 관건인 지붕 구조의 변화는 재료와 기술의 변화와 함께 점차 경량화되어 가고 있고, 안전성을 유지하기 위해 강성 구조시스템을 이산화시킨 프레임 구조물이 이러한 형태로 많이 만들어 진다. 이러한 셀

\* 정회원 · 경북대학교 건축공학과 박사과정  
\*\* 정회원 · 세명대학교 건축공학과 부교수, 공학박사  
\*\*\* 정회원 · 경북대학교 건축공학과 석사  
\*\*\*\* 정회원 · 경북대학교 건축공학과 교수, 공학박사



〈그림 1〉 대공간 구조물의 분류

형태로 만들어진 프레임형 대공간 구조물은 대공간을 경제적으로 수월하게 만들 수 있는 장점과 함께 구조 불안정이란 중요한 문제를 구조물 설계에서 해결해야 된다. 다시 말하면, 강성 이산계 구조시스템인 공간 프레임 구조물은 하중이 어떤 임계값을 넘기면 안전 상태에서 불안정 형상, 즉, 좌굴 현상을 나타내며 파괴된다.<sup>14)</sup> 이런 파괴 메커니즘은 연속체 셀 구조 원리에서 긴 경간을 얇게 만들 때 생기고, 뛰어내리(snap-through) 및 분기좌굴(bifurcation) 등과 같은 불완전 거동이 발생한다. 이때 구조물의 rise-span비, 각 부재의 강성비 등에 따라 불완전 거동 특성이 크게 달라진다.<sup>15)</sup> 셀형 구조물의 구조 불안정 문제를 다루기 위해서는 대변형 또는 유한변형 이론에 의해 구조거동의 특성을 고려해야 되므로, 결국 이를 문제는 수학적으로 비선형 문제에 귀착하게 되고, 불안정 거동을 파악하기 위해 접선 강성 방정식을 이용해 step-by-step으로 해석을 수행해야 된다.<sup>16),17)</sup>

대공간 구조물의 한차원 진보된 기술력의 확보를 위해서, 대공간 구조 시스템 중 실제 구조물에서 사용되는 반강접합(semi-rigid joint)으로 구성된 프레임형 구조물의 구조 불안정 문제를 다룰 필요가 있다.

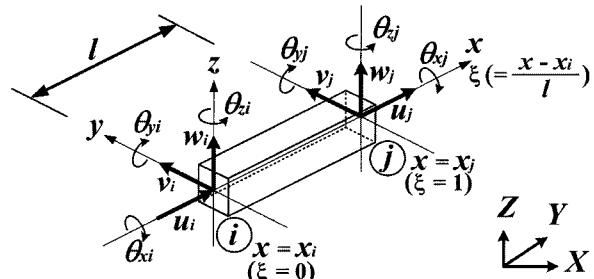
공간 구조물에 있어서 트러스는 중소규모 구조물에 이용되지만, 대규모 구조물에는 부적합하다. 또한, 강접합(rigid joint)으로 된 스페이스 프레임을 이용하면 단층(single layer)화 할 수 있고, 경제적이며 미적인 구조물을 구축 할 수 있는 장점이 있으나 실제 구조물에서 완전 편접합, 완전 강접합의 공식이 성립하지 않고, 접합부 상세에 따라 중간적인 특성을 나타내는 반강접합으로 이루어진다. 따라서 보다 안전한 대공간 구조물을 구축하기 위해 절점강성을 고려한 구조물의 불안정 거동 특성을 규명하는 문제

는 매우 중요한 과제이다.

이를 위하여 본 연구에서는 편접합, 강접합 사이의 구조 불안정 거동의 차이를 규명하고, 반강접합의 특성을 파악하는 동시에, 봉괴 메커니즘을 규명하고, 이를 향후 구조설계의 기초 자료로 활용할 수 있게 하고자 한다.

## 2. 접선 강성행렬

기하학적인 비선형을 고려하여 해를 구하기 위해서는 일반적으로 선형화된 비선형 방정식을 이용하여 해석하는 방법을 이용한다.



〈그림 2〉 요소의 절점변위 및 좌표계

그림 2에서 보는 바와 같이 요소좌표계 ( $x, y, z$ )와 전체 좌표계 ( $X, Y, Z$ )를 설정한다. 양단의 절점변위  $\mathbf{d}$ 와 절점하중  $\mathbf{f}$ 는 식(1)과 같이 나타내고, 한 절점에 자유도가 6개인 요소로 가정한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{d} = & \{ u_i \ v_i \ w_i \ \theta_{xi} \ \theta_{yi} \ \theta_{zi} \\ & \vdots \ u_j \ v_j \ w_j \ \theta_{xj} \ \theta_{yj} \ \theta_{zj} \}^T \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f} = & \{ f_{xi} \ f_{yi} \ f_{zi} \ m_{xi} \ m_{yi} \ m_{zi} \\ & \vdots \ f_{xj} \ f_{yj} \ f_{zj} \ m_{xj} \ m_{yj} \ m_{zj} \}^T \end{aligned}$$

부재 길이 방향의 좌표  $x$ 는 무차원량  $\xi$ 를 도입하여 식(2)와 같이 나타낸다. 따라서,  $\xi$  ( $0 \leq \xi \leq 1$ )는  $x$ 의 초기값  $x_i$ 를 이용하여 나타낼 수 있다.

$$\xi = \frac{x - x_i}{l} \quad (2)$$

요소내 임의점 변위  $\mathbf{u}$ 를 절점변위  $\mathbf{d}$ 로 나타내

며, 부재 축방향 변위  $u(x)$ 와 St. Venant 비틀림  $\phi(x)$ 는 Lagrange 보간 함수를 이용하고, 부재 축의 수직방향 변위를 나타내는  $v(x)$ ,  $w(x)$ 는 Hermite 보간함수를 이용하여 다음과 같이 절점에 관한 값으로 표현한다.

$$u(x) = L_1 u_i + L_2 u_j \quad (3)$$

$$\phi(x) = L_1 \theta_{xi} + L_2 \theta_{xj} \quad (4)$$

$$v(x) = H_1 v_i + H_2 v_j + H_3 \theta_{zi} + H_4 \theta_{zj} \quad (5)$$

$$w(x) = H_1 w_i + H_2 w_j - H_3 \theta_{yi} - H_4 \theta_{yj} \quad (6)$$

여기서,

$L_i$ : Lagrange 보간함수

$H_i$  : Hermite 보간함수

위 함수를 각각 미분하여 매트릭스로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} \equiv \mathbf{U}_1^T \mathbf{d} = C_1 \quad (7)$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{dv}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} \equiv \mathbf{V}_1^T \mathbf{d} = C_2 \quad (8)$$

$$\frac{dw}{dx} = \frac{dw}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} \equiv \mathbf{W}_1^T \mathbf{d} = C_3 \quad (9)$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{d^2v}{d\xi^2} \left( \frac{d\xi}{dx} \right)^2 \equiv \mathbf{V}_2^T \mathbf{d} \quad (10)$$

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{d^2w}{d\xi^2} \left( \frac{d\xi}{dx} \right)^2 \equiv \mathbf{W}_2^T \mathbf{d} \quad (11)$$

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{d\phi}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} \equiv \mathbf{\Psi}_1^T \mathbf{d} \quad (12)$$

변위-변형도 관계식을 2차항까지 포함하는 비선형 미분방정식으로 나타낸다.

$$\epsilon = \epsilon_0^b + \epsilon_0^b + \epsilon_L^b \quad (13)$$

여기서,

$$\epsilon_0^b = \frac{du}{dx}$$

$$\epsilon_0^b = -y \frac{d^2v}{dx^2} - z \frac{d^2w}{dx^2}$$

$$\epsilon_L^b = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{du}{dx} \right)^2 + \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 + \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 \right]$$

재료는 선형 탄성 범위 내에 있음을 가정하고, 응력-변형도 관계식을 나타내면 다음과 같다.

$$\sigma = E \epsilon \quad (14)$$

초기 상태에서의 절점하중, 절점변위, 응력, 변형도를 각각  $f$ ,  $d$ ,  $\sigma$ ,  $\epsilon$  라하고, 이때의 각 증분을  $\Delta f$ ,  $\Delta d$ ,  $\Delta \sigma$ ,  $\Delta \epsilon$ 라 정의하여 가상일의 방정식은 식(15)과 같이 표현할 수 있다.

$$\delta \Delta \mathbf{d}^T (\mathbf{f} + \Delta \mathbf{f}) = \int \delta \Delta \mathbf{\epsilon}^T (\mathbf{\sigma} + \Delta \mathbf{\sigma}) dv \quad (15)$$

원주좌표계를 이용하여 전단변형도  $\gamma$ 를 식(4)의  $\phi$ 로 나타내면 식(16)과 같고, 전단응력-변형도 관계식은 (17)과 같다.

$$\gamma = r \frac{d\phi}{dx} \equiv r \mathbf{\Psi}_1^T \mathbf{d} \quad (16)$$

$$\tau = G\gamma \equiv Gr \mathbf{\Psi}_1^T \mathbf{d} \quad (17)$$

여기서,

$r$  : 단면의 반지름

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} : \text{전단탄성계수}$$

식(15)의 가상일의 방정식과 식(16), (17)을 이용하여 증분형 방정식을 식(18)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta f - \Delta r = (\mathbf{k}_E + \mathbf{k}_G) \Delta d \quad (18)$$

여기서,

$$\mathbf{k}_E = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_5$$

$$\mathbf{k}_G = \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4$$

$$\Delta r = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 - \mathbf{f}$$

$$\mathbf{r}_1 = EA \int_0^l \mathbf{U}_1 (\epsilon_0^b + \epsilon_L^b) dx$$

$$\mathbf{r}_2 = \left\{ EI_z \int_0^l (\mathbf{V}_2 \mathbf{V}_2^T) dx + EI_y \int_0^l (\mathbf{W}_2 \mathbf{W}_2^T) dx \right\} \mathbf{d}$$

$$\mathbf{k}_1 = EA \int_0^l \mathbf{U}_1 \mathbf{U}_1^T dx$$

$$\begin{aligned}
 k_2 &= EI_z \int_0^l V_2 V_2^T dx \\
 &\quad + EI_y \int_0^l W_2 W_2^T dx \\
 k_3 &= EA \int_0^l (V_1 V_1^T + W_1 W_1^T) \\
 &\quad \times (\varepsilon_0^p + \varepsilon_L^p) dx \\
 k_4 &= EA \int_0^l (U_1 U_1^T) (\varepsilon_0^p + \varepsilon_L^p) dx \\
 k_5 &= GI_p \int \Psi_1 \Psi_1^T dx
 \end{aligned}$$

전체좌표계에서의 절점력, 불평형력, 절점변위를 각각  $\Delta F$ ,  $\Delta R$ ,  $\Delta D$  라하고, 좌표변환 매트릭스를  $T$  라 하면, 전체좌표계에서의 충분 구간에 관한 강성 방정식은 다음과 같다.

$$\Delta F - \Delta R = (K_E + K_G) \Delta D \quad (19)$$

여기서,

$$K_E = T^T k_E T$$

$$K_G = T^T k_G T$$

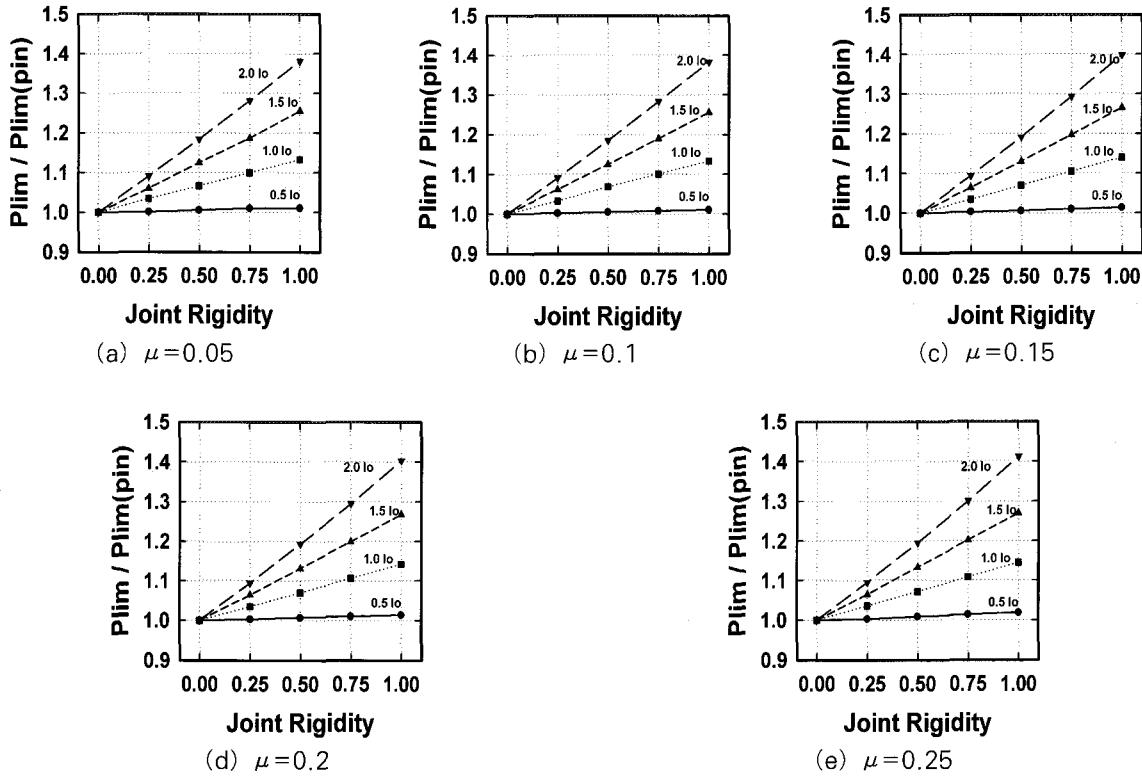
### 3. 절점강성을 고려한 불안정 현상

프레임형 대공간 구조물은 외부적인 여러 가지 요인으로 인해 그 불안정 현상이 다양하지만 일반적으로 발생하는 불안정현상을 열거하면 다음과 같다.

- 부재좌굴 : 단일압축재의 좌굴
- 절점좌굴 : 국부절점의 Snapping
- 전체좌굴 : 구조체의 뼈 · 분기좌굴 현상

여러개의 선부재들로 구성된 프레임형 대공간 구조물은 일반적으로 복합적인 원인으로 좌굴현상을 일으킨다. 이러한 프레임형 공간 구조물의 불안정 거동특성을 조사하기 위해 한 개의 자유절점을 가진 단위 공간구조물과 24부재로 구성된 Star Dome 을 대상으로 절점강성을 고려한 비선형 해석을 수행한다.

본 논문에서 사용된 예제의 공통적인 물성치로는, 탄성계수는  $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ , 밀도는  $\rho = 7.85 \times 10^{-3} \text{ kgf/cm}^3$  로 동일하며, 단면형태는 요소 내에



〈그림 3〉 1-자유절점 구조물의 반강점비에 따른 좌굴하중의 변화

서 일정한 것으로 한다.

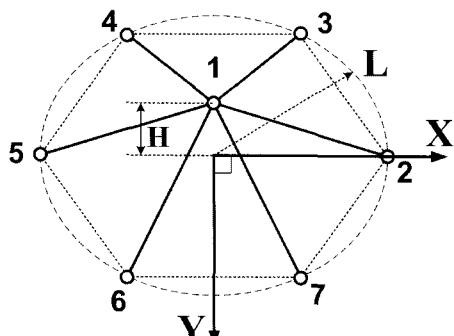
각 부재의 단면 휨강성을 대표하는 단면2차모멘트는 구조물의 각 절점이 편접합이었을 때 뛰좌굴이 발생하는 하중값에 대응하는 최대 부재내력을 양단 헌지에 대한 부재 좌굴하중( $\pi^2 EI / l^2$ )으로 환산하여 얻은 값을 기본 단면2차모멘트(Io)로 선정한다.

절점강성에 대한 구조 불안정 거동의 특성을 알아보기 위해 반강접비를  $\alpha$ 로 두고, 편접합( $\alpha=0$ )에서 강접합( $\alpha=1$ )까지 변화시키며, 부재의 단면2차모멘트를  $\beta Io$ 로 두고 단면 휨강성비  $\beta$  값을 변화시켜 해석을 수행한다.

### 3.1. 1-자유절점 단위 공간구조물

1-자유절점 단위 공간구조물은 그림 4에서와 같은 육각뿔 모양의 모델을 선정하였다. 경계조건은 1번 절점만 자유로 두고, 나머지 2-7번 절점은 고정으로 한다. 하중조건은 절점1에 연직방향으로 집중력을 작용시킨다.

구조물의 직경( $2L$ )은 10m이며, 정적 불안정거동



〈그림 4〉 1-자유절점 단위 공간구조물좌표

〈표 1〉 1-자유절점 단위 공간구조물의 제령

| $\mu = H/2L$ | L(cm) | H(cm) | A(cm <sup>2</sup> ) | $\beta Io(cm^4)$<br>( $\beta=1.0$ ) |
|--------------|-------|-------|---------------------|-------------------------------------|
| 0.05         | 500   | 50    | 11.2                | 944.3145                            |
| 0.10         | 500   | 100   | 11.2                | 3812.9944                           |
| 0.15         | 500   | 150   | 11.2                | 8915.7549                           |
| 0.20         | 500   | 200   | 11.2                | 16216.361                           |
| 0.25         | 500   | 250   | 11.2                | 26166.196                           |

특성을 살펴보기 위해서 rise-span비  $\mu$ 를 표 1에서 와 같이 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25의 다섯 가지 경우를 선택하였다.

부재 단면적은  $11.2\text{cm}^2$ 으로 모든 부재에서 동일하다. 그리고 각각의  $\mu$  값에서 부재의 단면2차모멘트( $\beta Io$ )는 단면휨강성비  $\beta$ 를 0.5, 1.0, 1.5, 2.0으로 변화시켜 해석하며, 각 모델의 기본 단면2차모멘트 Io는 표 1에 나타난 것과 같다.

절점강성 비율을 나타내는 반강접비  $\alpha$ 는 그 값이 0일때는 편절점을 의미하고, 1일때는 고정절점을 나타낸다. 절점의 반강접을 고려한 불안정 거동특성을 살펴보기 위해서,  $\alpha$ 를 0.25, 0.5, 0.75, 1.0으로 변화시켜 해석을 수행한다.

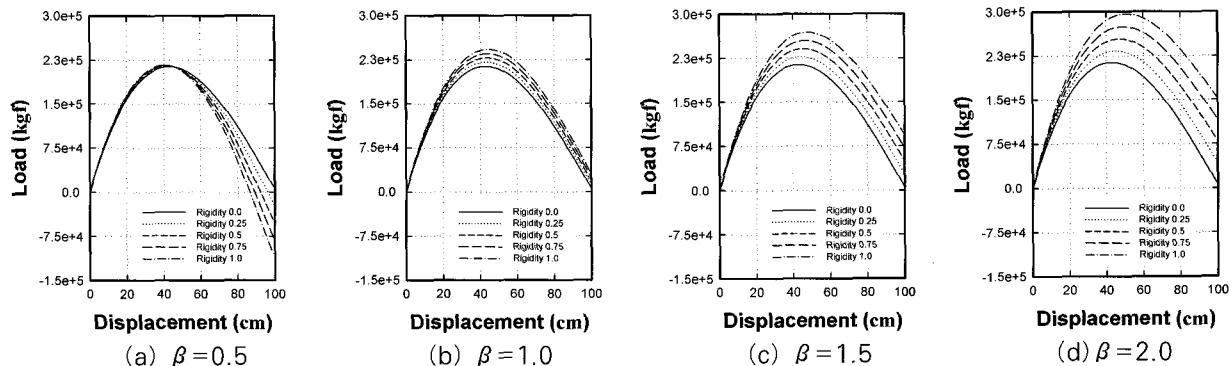
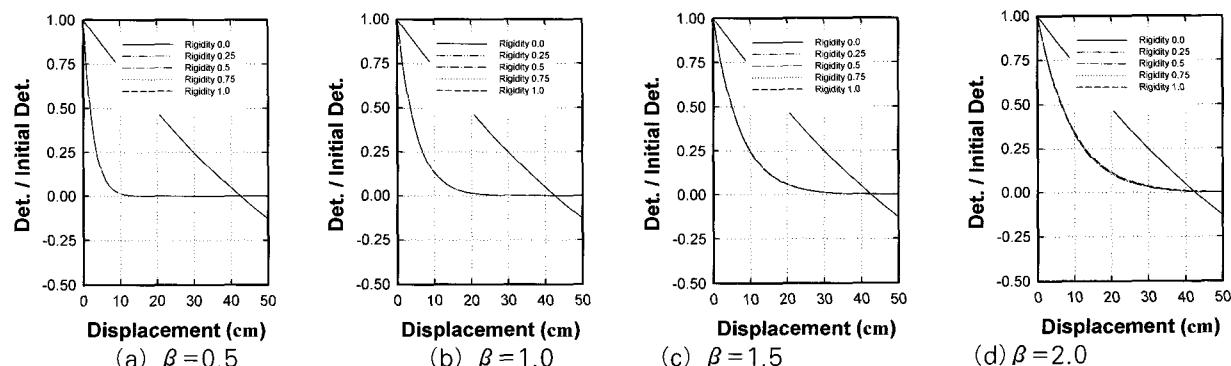
그림 3에서는 반강접비  $\alpha$ 의 증가에 대해서 단면 휨강성의 변화 및 rise-span비의 변화에 따른 좌굴하중레벨의 변화를 나타내었다. 여기서 Plim(pin) 값은 편절점일때의 뛰좌굴에 의한 좌굴하중값이고, 이를 이용하여 각 좌굴하중을 무차원화하여 나타낸 것이다. 각각의 좌굴하중값은 표 2에 나타낸다.

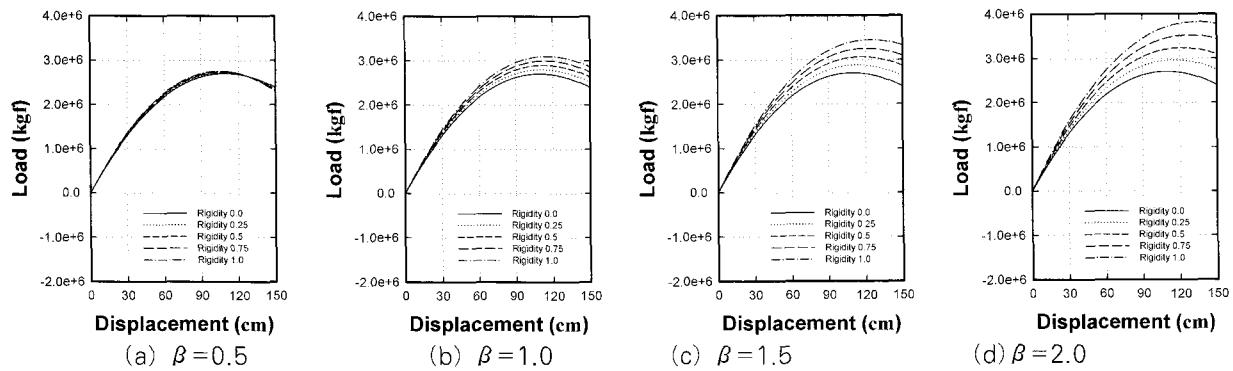
그림 3에서 나타나듯이 절점강성을 말하는 반강접비  $\alpha$ 가 증가할수록 좌굴하중레벨이 증가함을 나타내며, 또 단면휨강성의 증가에 대해서도 좌굴하중레벨이 증가함을 알 수 있다. 이를 보충설명하기 위해 그림 5~8에서  $\mu=0.1$ 일 경우의 각 모델의 하중-변위 곡선 및 행렬값을 각각 나타내었다. 그림 5는  $\mu=0.1$ 일때의  $\beta$  값별 하중-변위 곡선이며, 그림 7은  $\mu=0.25$ 일때의 곡선이다. 그림에서 볼 때 반강접비  $\alpha$ 의 변화에 따라 좌굴하중이 증가하며, 곡선의 한계점은  $\beta$  값이 큰 경우에 완만한 경사를 이룬다. 이는 그림 7과 그림 8에 나타난 행렬식-변위의 곡선을 통해 좌굴현상이  $\beta$  값의 증가에 따라 억제 됨을 보여주고 있다. 그림 9는 표 2의 좌굴하중비를 단면휨강성별로 분리하여 나타낸 그림이다. 반강접비  $\alpha$ 의 변화에 따른 좌굴하중레벨의 증가 비율은  $\mu$  값의 변화에 관계없이 동일하게 증가하는 것을 나타낸다. 즉,  $\alpha=0$ 인 경우의 뛰좌굴하중으로 규준화된 좌굴하중레벨의 증가는 반강접비  $\alpha$ 에 대해 선형적으로 증가하고 있으며, rise-span비  $\mu$ 에 의한 영향을 받지 않음을 알 수 있다.

〈표 2〉 1-자유절점 구조물의 좌굴하중

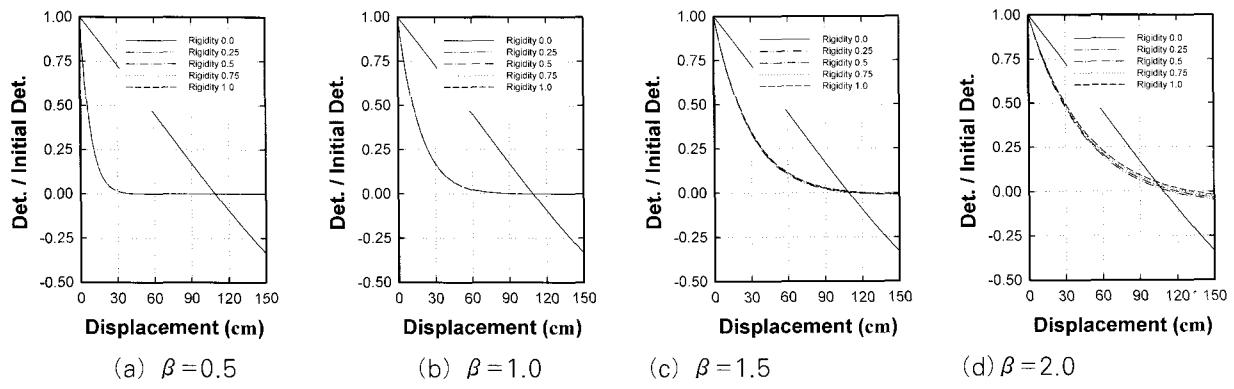
(단위: kgf)

| Case<br>( $\mu$ ) | 1      | Rigidity ( $\alpha$ ) |         |         |         |         |
|-------------------|--------|-----------------------|---------|---------|---------|---------|
|                   |        | 0.00                  | 0.25    | 0.50    | 0.75    | 1.00    |
| 1<br>(0.05)       | 0.5×Io | 28266                 | 28304   | 28439   | 28573   | 28593   |
|                   | 1.0×Io | 28266                 | 29231   | 30171   | 31111   | 32051   |
|                   | 1.5×Io | 28266                 | 29989   | 32820   | 33575   | 35475   |
|                   | 2.0×Io | 28266                 | 30849   | 33494   | 36227   | 39046   |
| 2<br>(0.10)       | 0.5×Io | 213805                | 214920  | 214995  | 215581  | 216180  |
|                   | 1.0×Io | 213805                | 220987  | 228325  | 235485  | 242645  |
|                   | 1.5×Io | 213805                | 227166  | 240682  | 254640  | 268670  |
|                   | 2.0×Io | 213805                | 233346  | 253491  | 274334  | 395865  |
| 3<br>(0.15)       | 0.5×Io | 681017                | 683347  | 685745  | 688337  | 691083  |
|                   | 1.0×Io | 681017                | 704828  | 728857  | 753005  | 776974  |
|                   | 1.5×Io | 681017                | 725053  | 769849  | 815346  | 862026  |
|                   | 2.0×Io | 681017                | 745081  | 811531  | 880580  | 952217  |
| 4<br>(0.20)       | 0.5×Io | 1504387               | 1509574 | 1514953 | 1520785 | 1526926 |
|                   | 1.0×Io | 1504387               | 1557787 | 1611192 | 1664925 | 1718969 |
|                   | 1.5×Io | 1504387               | 1602164 | 1701726 | 1804069 | 1908751 |
|                   | 2.0×Io | 1504387               | 1646472 | 1794982 | 1949644 | 2111183 |
| 5<br>(0.25)       | 0.5×Io | 2705254               | 2717821 | 2730211 | 2743542 | 2757338 |
|                   | 1.0×Io | 2705254               | 2802896 | 2901279 | 3000099 | 3099633 |
|                   | 1.5×Io | 2705254               | 2882977 | 3065881 | 3253924 | 3446788 |
|                   | 2.0×Io | 2705254               | 2964140 | 3235474 | 3521244 | 3820750 |

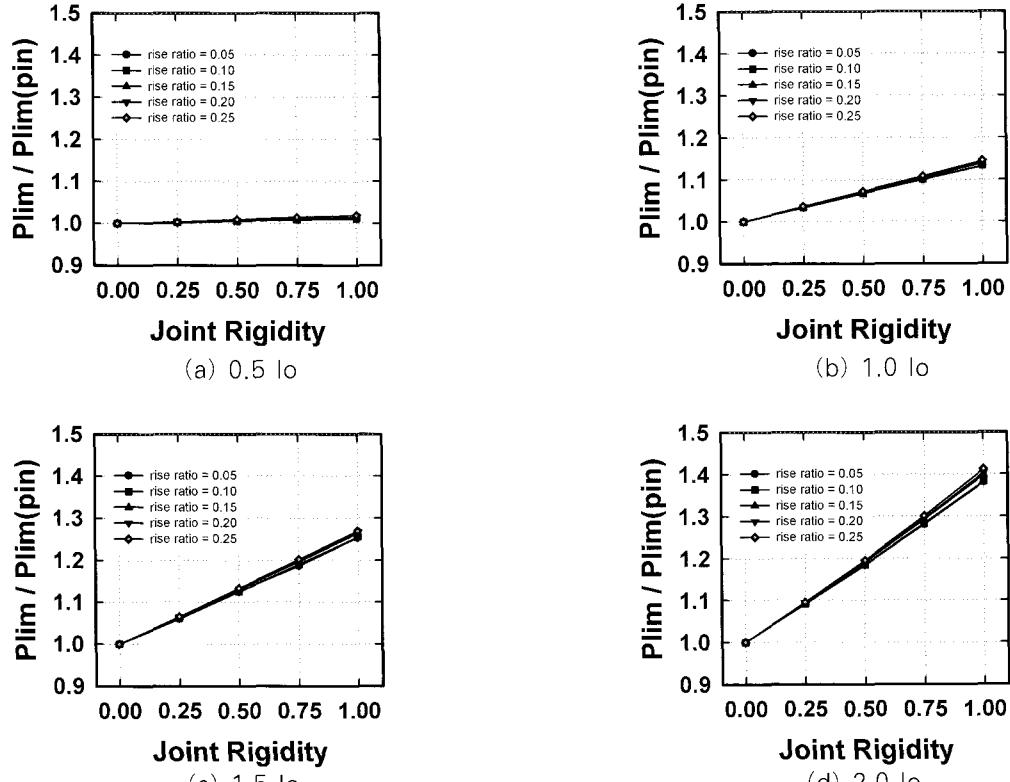
〈그림 5〉 1-자유절점 구조물의 하중-변위곡선( $\mu=0.1$ )〈그림 6〉 1-자유절점 구조물의 행렬식-변위곡선( $\mu=0.1$ )



〈그림 7〉 1-자유절점 구조물의 하중-변위곡선 ( $\mu = 0.25$ )



〈그림 8〉 1-자유절점 구조물의 행렬식-변위곡선 ( $\mu = 0.25$ )



〈그림 9〉 1-자유절점 구조물의  $\mu$ 값에 따른 좌굴하중 비교

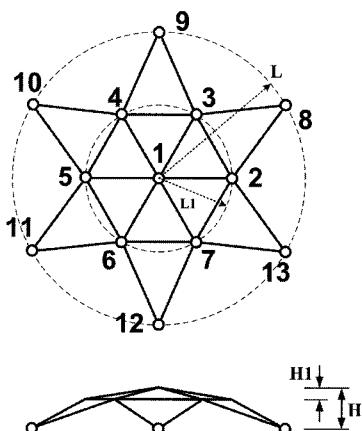
### 3.2. 스타돔 구조물

스타돔 예제는 많은 문헌에서 다루어져왔던 모델로서, 육각뿔모양의 1-자유절점 단위 공간구조물에 대한 확장이라 할 수 있다. 일반적으로 래티스돔의 해석에서 선행연구로 많이 채택되는 이 예제는 단일 유닛의 거동에 대해 조금 더 복잡한 양상의 불안정 거동을 보이지만 비교적 뚜렷한 현상이 나타난다.

스타돔 구조물의 형상은 그림 10에서 보는 바와 같이 24개의 부재로 이루어져있다. 절점은 중앙 정점 1번과 내부링에 연결된 절점 여섯 개와 경계부절점 여섯 개로 총 13개의 절점이 있으며, 하중은 1번에서 7번 절점까지 동일한 집중력이 연직방향으로 재하되고 모드를 선택하여 해석을 수행한다. 또한 경계조건은 고정된 것으로 가정한다.

형상에 대한 변수로 밑면 반경을  $L$ , 높이를  $H$ 라 정의하고, 내부의 육각뿔 형태의 유닛은 각각  $L_1$ 과  $H_1$ 으로 명칭한다. 부재의 단면적은 표 3에서 나타난 것과 같이 부재 모두 동일한  $11.2\text{cm}^2$ 로 채택하며, 1-자유절점 단위 공간구조물과 동일한 탄성계수  $E = 2.1 \times 10^6 \text{kgf/cm}^2$  과 밀도  $\rho = 7.85 \times 10^{-3} \text{kgf/cm}^3$  를 적용한다.

스타돔의 접합부가 편접합으로 구성되었을 때의 불안정거동은 그림 11에서 보는 바와 같이 한계점에



〈그림 10〉 24부재 스타돔 구조물

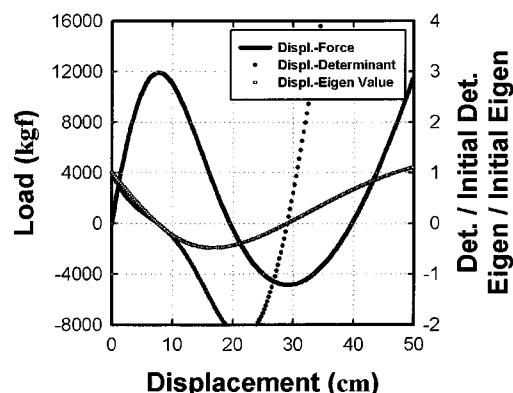
〈표 3〉 24부재 스타돔의 초기입력자료

| $L$<br>(cm) | $L_1$<br>(cm) | $H$<br>(cm) | $H_1$<br>(cm) | $\mu$<br>$=H/2L$ | $A$<br>(cm $^2$ ) |
|-------------|---------------|-------------|---------------|------------------|-------------------|
| 500         | 250           | 102.16      | 82.16         | 0.10216          | 11.2              |

서 불안정 거동을 하기 시작한다. 그림 12는 이때의 행렬식- 및 고유치의 변화를 하중레벨에 따라 표현한 것으로 상.하단 한계점에서 0값을 나타내고 있다.

하중레벨이 임계점에 도달했을 때의 값을 기준으로 최대 부재내력을 1-자유절점 모델에서와 같이 부재좌굴하중으로 환산한 기본단면이차모멘트(Io)로 설정한다. 이때 1번절점에 연결된 부재(1) 안쪽 힘을 구성하는 부재(2), 그리고 경계부와 연결된 부재(3) 으로 나누어서 값을 계산하여, 표 4에 나타내었다.

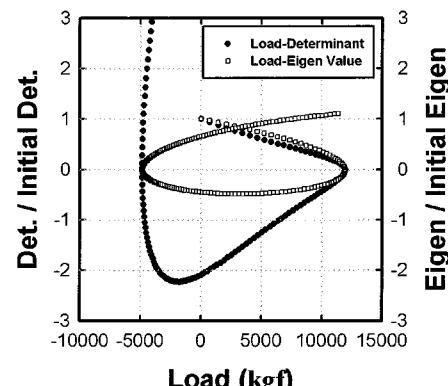
절점강성이 불안정 현상에 주는 영향을 파악하기 위해 부재휨강성에 따른 구조물의 좌굴종류를 살펴본다. 단면휨강성비  $\beta$ 를 0.6에서 1.0까지 변화시켜 해석을 수행한 결과, 그림 13과 같은 하중-변위곡선을 구할 수 있으며, 곡선상의 점들은 접선강성행



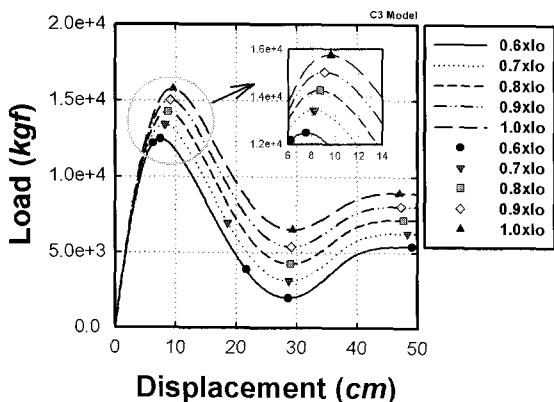
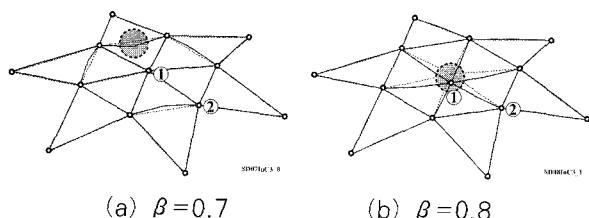
〈그림 11〉 스타돔 구조물의 하중-변위 곡선 및 행렬 값, 고유치 변화 곡선

〈표 4〉 부재의 기본단면이차모멘트(Io) ( $\text{cm}^4$ )

|    | Element (1) | Element (2) | Element (3) |
|----|-------------|-------------|-------------|
| Io | 108.49      | 13.38       | 136.57      |



〈그림 12〉 스타돔 구조물의 행렬값-하중 곡선 및 고유치-하중 곡선

〈그림 13〉  $\beta \times 10$ 값에 따른 불안정현상

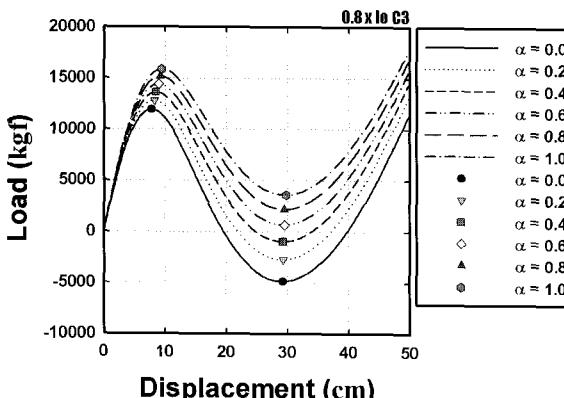
〈그림 14〉 스타돔의 좌굴경로

렬의 행렬식이 0이 되는 지점이다.

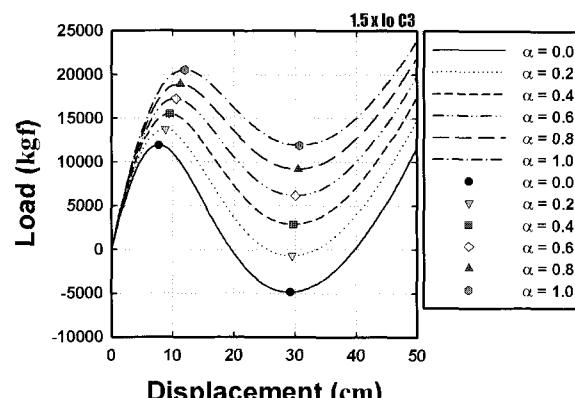
$\beta$ 의 값이 0.7이상에서는 한계값 이전에 좌굴이 나타나지 않으며,  $\beta=0.7$ 과 0.8의 좌굴현상을 살펴보면 그림 14와 같이 나타난다. 그림 14(a)는  $\beta=0.6$ 의 좌굴 현상이고 그림 14(b)는  $\beta=0.7$ 의 좌굴현상으로 각각 부재 좌굴과 절점좌굴의 형태로 나뉘어진다.

스타돔 모델에서 절점강성에 대한 절점좌굴의 불안정거동의 영향을 살펴보기 위해서 단면 휨강성비  $\beta$ 를 한계점에서만 불안정점이 나타나는 범위의 값으로 채택한다. 즉  $\beta$ 는 0.8, 1.0, 1.5, 2.0의 값을 이용한다. 절점강성의 고려로 반강접비  $\alpha$ 를 0에서 1까지 변화시켜 해석을 수행한다. 여기서도,  $\alpha=0$ 는 편접합을 그리고  $\alpha=1$ 은 강접합을 의미한다.

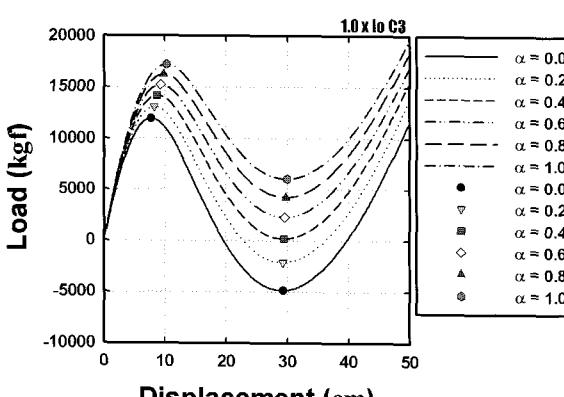
그림 15에서 그림 18은 각각의  $\beta$  값에서  $\alpha$ 의 변화에 따른 불안정거동을 나타낸 그림으로  $\alpha$  값이 증가함에 따라서 좌굴하중 레벨도 증가하는 것을 볼 수 있다. 또한  $\beta$  값이 2.0인 경우 반강접비  $\alpha$ 가 1인 경우, 즉 강접합의 경우 하중-변위 곡선의 한계값 위



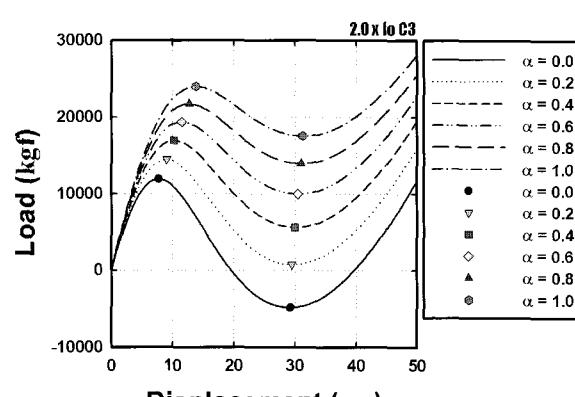
〈그림 15〉 스타돔의 하중-변위곡선 (0.810)



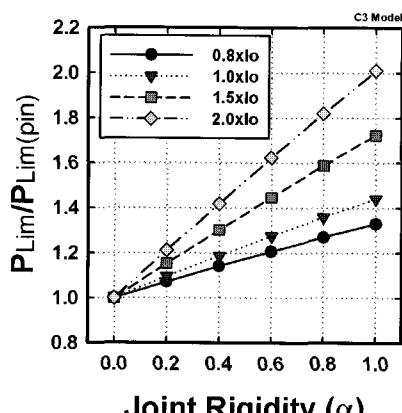
〈그림 17〉 스타돔의 하중-변위곡선 (1.510)



〈그림 16〉 스타돔의 하중-변위곡선 (1.010)



〈그림 18〉 스타돔의 하중-변위곡선 (2.010)



〈그림 19〉 스타돔 구조물의 반강점비에 따른 좌굴하중비의 변화

치로 완만한 변화를 일으키며 이는  $\beta$  값의 증가에 따라 뛰좌굴 현상이 억제됨을 알 수 있다.

〈표 5〉 반강점비에 따른 좌굴하중비

| 휨강성률<br>( $\beta$ ) | 반강점비<br>( $\alpha$ ) | 좌굴점            |         | $P_{cr}/P_{cr}$<br>(Pin) |
|---------------------|----------------------|----------------|---------|--------------------------|
|                     |                      | $P_{cr}$ (kgf) | 변위 (cm) |                          |
| 0.8                 | 0.0                  | 11924.42       | 7.75    | 1.000                    |
|                     | 0.2                  | 12783.12       | 8.25    | 1.072                    |
|                     | 0.4                  | 13602.02       | 8.50    | 1.141                    |
|                     | 0.6                  | 14385.37       | 9.00    | 1.206                    |
|                     | 0.8                  | 15138.72       | 9.25    | 1.270                    |
|                     | 1.0                  | 15855.38       | 9.50    | 1.330                    |
| 1.0                 | 0.0                  | 11924.42       | 7.75    | 1.000                    |
|                     | 0.2                  | 13061.10       | 8.25    | 1.095                    |
|                     | 0.4                  | 14150.86       | 8.75    | 1.187                    |
|                     | 0.6                  | 15203.34       | 9.25    | 1.275                    |
|                     | 0.8                  | 16215.51       | 9.75    | 1.360                    |
|                     | 1.0                  | 17184.59       | 10.25   | 1.441                    |
| 1.5                 | 0.0                  | 11924.42       | 7.75    | 1.000                    |
|                     | 0.2                  | 13750.96       | 8.75    | 1.153                    |
|                     | 0.4                  | 15530.10       | 9.50    | 1.302                    |
|                     | 0.6                  | 17257.63       | 10.50   | 1.447                    |
|                     | 0.8                  | 18931.51       | 11.50   | 1.588                    |
|                     | 1.0                  | 20540.60       | 12.00   | 1.723                    |
| 2.0                 | 0.0                  | 11924.42       | 7.75    | 1.000                    |
|                     | 0.2                  | 14447.29       | 9.00    | 1.212                    |
|                     | 0.4                  | 16925.27       | 10.25   | 1.419                    |
|                     | 0.6                  | 19347.81       | 11.50   | 1.623                    |
|                     | 0.8                  | 21696.95       | 12.75   | 1.820                    |
|                     | 1.0                  | 23962.70       | 13.75   | 2.010                    |

표 5는 이러한 결과의 값을 절점이 편접합일때의 뛰좌굴로 하중을 무차원화한 값을 나타내었으며, 이 때의 좌굴하중비의 변화를 그림 19에 나타내었다. 1-자유절점 공간구조물과 마찬가지로 동일한  $\alpha$  값에 대한 좌굴하중비의 값은 동일한 비율로 증가하는 것을 볼 수 있다.

## 4. 결 론

본 연구에서는 프레임형 공간 구조물의 절점강성 및 부재 강성을 고려한 불안정 거동의 특성을 알아보았다. 비선형 해석을 위해서 접선강성행렬을 구하고, 단위 공간구조물의 예를 통하여 거동의 특성을 고찰해 보았다. 본 연구에서 얻은 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) 절점강성 및 부재강성이 높아질수록 좌굴하중은 높아진다. 즉, 일정한 절점강성에 대해서는 부재강성이 커짐에 따라 좌굴하중의 증가를 보인다.
- 2) 부재강성이 커질수록 불안정 형상은 억제가 되며, 동일한 부재강성에서 절점강성비가 커질수록 좌굴현상도 일어나기 힘들어진다.

이상으로 절점강성을 고려한 프레임형 공간구조물의 불안정 현상에 대한 특성을 살펴보았으며, 부재강성이나 절점강성뿐만 아니라 재료의 비선형성에서도 그 거동특성이 다양하므로 계속적인 연구가 필요하다.

## 참 고 문 헌

1. Recommendations for Reinforced Concrete Shell and Folded Plates, IASS, Madrid, 1979.
2. Analysis, Design and Realization of Space Frames, IASS, Madrid, 1984.
3. Analysis, Design and Construction of Braced Domes, Edited by Z.S. Makowski, Nichols Publishing Company, New York, 1984.
4. L. Kollar and E. Dulacska, Buckling of Shells for Engineers, John Wiley & Sons, Budapest, 1984.

5. Kollar, Lajos and Hegedus, Istvan, Analysis and Design of Space Frames by the Continuum Method, Elsevier Science Publishers, Amsterdam, Netherlands, 1985.
6. M. Wakabayashi, Design of Earthquake -Resistant Buildings, McGraw-Hill, Tokyo, 1986.
7. 日本建築學會 シェル空間構造運營委員會 スペースフレーム小委員會, 單層ラチスドームの安定解析, 日本建築學會, 1989.
8. Jozef Sumec, Regular Lattice Plates and Shells, Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 1990.
9. Th, Bulenda and J, Knipper, Stability of grid shells, Computers and Structures, Vol. 79, 2001, pp. 1161-1174
10. 金勝德, 偏平構造物の動的安定に関する研究, 東京大學 博士學位論文, 1990.
11. 石川浩一郎, スペースフレームの耐荷力に関する解析的研究, 豊橋技術科學大學 博士學位論文, 1990.
12. 日本建築學會 シェル空間構造運營委員會 空間骨組小委員會, 二層立體ラチス構造の解析·設計·施工, 日本建築學會, 1992.
13. 日本建築學會 シェル空間構造運營委員會 連續體構造小委員會, シェル·單層ラチス構造の振動解析, 日本建築學會, (株)丸善, 東京, 1993.
14. 권택진, 한상을, 최현식, 김승덕, 정명체, 서삼열, 쉘구조론 - 한국전산구조공학회편, 기문당, 1998.
15. 日本建築學會 構造委員會本委員會 應力小委員會, 構造物の不安定現像と限界狀態, 日本建築學會, (株)丸善, 東京, 1994.
16. 김승덕, 손수덕, 김형석, 강문명, "Hybrid 구조물의 비선형 불안정 거동에 관한 연구(1) : 초기 형상 불완전에 의한 정적 면내비틀림 좌굴 특성", 한국강구조학회논문집, 13권 5호, 2001.10, pp.587-597
17. 김승덕, 박지윤, 권택진, "얇은 정현형 아치의 불안정 거동에 관한 연구(1) : 형상특성에 따른 정적좌굴의 분류", 한국전산구조공학회논문집, 12권 3호, 1999.9, pp.407-415
18. 손수덕, 김명선, 김승덕, 강문명, "스페이스 트러스 구조에 대한 최적화 구조 해석 프로그램의 개발", 한국강구조학회논문집, 10권 3호, 1998.9, pp.487-495
19. Kim, S.D., Kang, M.M., Kwun, T.J. & Hangai, "Dynamic Instability of Shell-Like Shallow Trusses Considering Damping", Computers & Structures, Vol.64 No.1-4, 1997.5, pp.481-489