

정시중단 가속수명시험에서 고장률과 가속계수의 추정

공명복[†] · 박일광

울산대학교 산업정보경영공학부

Estimation of Failure Rate and Acceleration Factor in Accelerated Life Testing under Type-I Censoring

Myung Bock Kong · Il Gwang Park

School of Industrial Engineering, University of Ulsan, Ulsan, 680-749

We consider the estimation of failure rate and acceleration factor under type-I censoring without using acceleration model when testing is conducted in only one highly accelerated condition. Failure times of an item are assumed to be exponentially distributed. It is also assumed that the uncertainty about the acceleration factor, the failure time contraction ratio between accelerated condition and use condition, can be modeled by the uniform or gamma prior distribution of appropriate parameters. We respectively use Bayes and maximum likelihood approaches to estimate acceleration factor and failure rate in the use condition. An example is given to show how the method can be applied.

Keywords: accelerated life testing, type-I censoring, acceleration factor, failure rate

1. 서론

가속수명시험은 부품이 사용될 정상사용조건에서의 수명을 빨리 추정하기 위하여 정상사용조건 하에서 받는 스트레스보다 더 큰 스트레스를 가해서 수행된다. 따라서 정상사용조건 하에서 부품고장분포의 모수를 가속조건에서 얻어진 데이터에 기초하여 추정하여야 한다. 정상사용조건 하에서의 고장분포 $F_o(t)$ 와 가속조건 하에서의 고장분포 $F_s(t)$ 사이에 시간변환함수 $\theta(t)$ 가 존재하면 $F_s(t) = F_o(\theta(t))$ 가 성립한다. 따라서 함수 $\theta(t)$ 를 추정할 수 있다면 가속조건 하에서의 고장시간 데이터를 정상사용조건 하에서의 고장분포 모수추정에 사용할 수 있다. 보통 가속수명시험에서의 가정은 고장분포가 주어지고, $\theta(t) = \theta t$, $1 < \theta$ 로 주어지는 선형가속조건을 만족한다고 하는 것이다. 여기서 θ 를 가속계수라 하여 부품에 가해진 가속한 스트레스의 결과로 고장시간이 단축되는 비율을 나타낸다(Tobias *et al.*, 1986). 따라서 가속조건과 정상사용조건 하에서의 고장분포 사이

에는 척도모수만 달라지게 된다. 고장분포에서 형태모수가 존재하는 경우 형태모수는 가속조건에 관계없이 일정하다고 가정된다. 주로 사용되는 고장분포는 대수정규분포, 와이블분포, 극한치분포, 지수분포 등이다(Nelson, 1974).

수명시험이 가속조건과 정상사용조건 하에서 모두 실시된다면 가속계수 θ 를 추정할 수 있다. DeGroot *et al.*(1979) 그리고 Bai *et al.*(1992)은 가속수명시험 설계에 대한 연구에서 정상사용조건 하에서 일부분만의 실험을 행하는 부분 가속수명시험을 고려하고 있다. 그러나 정상사용조건 하에서의 수명시험은 시간이 많이 소요되므로 가능하면 과거 데이터로부터의 가속계수의 추정치를 이용하여 정상사용조건 하에서 고장분포의 모수를 추정하는 것이 바람직하다.

가속모형을 사용한다면 가속조건에서만 시험을 행하고도 가속계수를 추정할 수 있다. S 를 스트레스라 하고, T 를 고장시간이라 할 때 이들 사이에 확정적인 함수 $T = u(S)$ 를 가속모형이라 한다. 가속조건 하에서의 데이터로부터 함수 u 를 추정하고, u 를 정상사용환경 하에서의 스트레스로 외

[†] 연락저자 : 공명복 교수, 680-749 울산시 남구 무거2동 산29 울산대학교 산업정보경영공학부, Fax : 052-259-2180,
e-mail : mbkong@mail.ulsan.ac.kr

삽하여 고장시간을 구하면 가속계수의 추정이 가능하다. 아레니우스 모형, 아이링 모형, 역승법칙 모형 등이 자주 사용되는 가속모형이다(Tobias *et al.*, 1986). 이러한 가속모형들은 부품의 물리적 고장 메커니즘의 분석으로부터 얻어진 것이다.

한편 수명시험에서 시험되는 모든 부품이 고장을 일으킬 때까지 시험할 수 있는 충분한 시간을 가지지 못하는 경우가 많다. 따라서 시험을 중단하는 방법에 따라서 정시중단(Type I censoring), 정수중단(Type II censoring) 그리고 임의중단(Random censoring) 시험 등으로 나누어진다. 수명시험을 시작해서 정해진 시간 경과 후에 시험을 마치는 것을 정시중단시험이라 하고 정해진 개수의 부품이 고장을 일으킨 후 시험을 중단하는 것을 정수중단시험이라 하는 반면에 각각의 부품에 대하여 중단시간이 일정하게 정해지지 않은 경우를 임의중단시험이라 한다. 정시중단시험과 관련된 샘플링 분포는 정수중단시험의 경우보다 다루기 어렵고 통계적으로 좀더 많은 문제를 야기한다. 즉 정수중단시험의 분석에서는 소표본의 성질이 사용되는 데 반하여 정시중단시험의 경우는 보통 대표본의 성질에 의존하여 분석되어야 한다(Lawless, 1982).

부품의 초기 설계단계에서 부품의 물리적 고장 메커니즘이 아직 파악되지 않아 가속모형을 설정할 수 없는 상황에서 가속조건 하에서만 시험하는 가속시험에 대한 연구는 많지 않다. Pathak *et al.*(1981), Pathak *et al.*(1987) 등은 각각 시험 중단이 없는 경우에 가속계수는 알 수 없는 상수로 하고, 고장률에 대하여 사전분포를 이용하는 베イズ 추정법과 경험적 베イズ 추정법을 연구하였다. Pathak *et al.*(1991)은 역시 시험중단이 없는 경우에 가속계수와 고장률에 대해서 모두 사전분포를 이용하는 베イズ 추정법을 연구하였다. 본 논문은 정시중단을 고려한 가속시험에서 가속계수에 대하여는 사전분포에 입각한 베イズ 추정법을 그리고 고장률에 대해서는 최대우도법을 사용하여 추정하는 것을 연구하였으며 적용예제도 제시하였다.

2. 고장률 및 가속계수 추정

정상사용조건 하에서의 부품 고장밀도함수를 $f_o(t_o) = \lambda e^{-\lambda t_o}$ 라 하자. 또한 정상조건 하에서의 고장시간과 가속조건 하에서의 고장시간을 각각 t_o 와 t 라 하자. 이들 사이에 선형 가속조건 $t_o = \theta t$, ($\theta > 1$)이 성립할 때 가속계수 θ 를 알면 가속조건 하에서의 고장시간으로부터 정상조건 하에서의 고장시간을 알 수 있으며 가속조건 하에서의 고장밀도함수는 $f_s(t) = \theta f_o(\theta t) = \lambda \theta e^{-\lambda \theta t}$ 로 주어진다. 그러나 가속계수 θ 는 가속시험에서 직접적으로 사용되는 스트레스 수준이 아니며 부품에 가해진 가혹한 스트레스가 수명에 미치는

효과이다. 이것은 직접 알 수 없으며 직접 관찰될 수도 없다. 따라서 가속조건 하에서의 고장시간에 대한 데이터는 모수 $\lambda \theta$ 를 가지는 지수분포로부터의 데이터이며 두 개의 모수 λ 와 θ 는 교락되어 분리될 수 없다. 그러나 가속계수 θ 에 대하여 사전정보가 주어진다면 이를 이용해서 두 개의 모수 λ 와 θ 를 각각 분리하여 추정해낼 수 있다.

다음에 이어질 두 개의 절에서는 가속계수 θ 에 대한 사전정보를 고려하여 각각 균등분포와 감마분포로 주어지는 경우에 대하여 정시중단 가속수명시험에서의 추정문제를 다룬다. 우선 균등분포의 경우부터 살펴보자.

2.1 균등분포의 경우

만약 가속계수 θ 에 대한 정보가 매우 불확실하여 범위 $a \sim b$ 에서 동일한 가능성으로 임의의 값을 가질 것이라고 생각되는 경우에 θ 의 분포는 모수 (a, b)를 갖는 균등분포로 모형화될 수 있다. 따라서 식 (1)과 식 (2)로부터 가속시험에서의 고장밀도함수는 식 (3)으로 표현된다.

$$f_s(t | \theta) = \theta f_o(\theta t) = \lambda \theta e^{-\lambda \theta t}, \quad 0 \leq t \quad (1)$$

$$g(\theta) = \frac{1}{b-a}, \quad 1 < a \leq \theta \leq b \quad (2)$$

$$f_s(t) = \int_a^b f_s(t | \theta) g(\theta) d\theta = \frac{\lambda a t e^{-\lambda a t} - \lambda b t e^{-\lambda b t} + e^{-\lambda a t} - e^{-\lambda b t}}{(b-a)\lambda t^2} \quad (3)$$

따라서 가속조건 하에서의 신뢰도함수는 식 (4)와 같다.

$$\bar{F}_s(t) = \int_t^\infty f_s(x) dx = \frac{e^{-\lambda a t} - e^{-\lambda b t}}{(b-a)\lambda t} \quad (4)$$

가속조건 하에서 동일한 n 개의 제품에 대하여 정시중단 수명시험을 행한다. 제품 i 에 대하여 T_i 를 고장시간이라 하고, τ 를 정해진 정시중단시간이라 하자. 이때 제품의 수명을 t_i 라 하면 $t_i = \min(T_i, \tau)$ 이고, δ_i 는 지표함수로 $t_i = T_i$ 일 때는 δ_i 이고, $t_i = \tau$ 에 대하여 δ_i 으로 정의한다. 이때 t_i 들은 서로 독립이므로 부품 i 를 고려하면 (t_i, δ_i) 의 우도함수 $L_i(\lambda)$ 는 식 (5)와 같다.

$$L_i(\lambda) = \left(\frac{\lambda a t_i e^{-\lambda a t_i} - \lambda b t_i e^{-\lambda b t_i} + e^{-\lambda a t_i} - e^{-\lambda b t_i}}{(b-a)\lambda t_i^2} \right)^{\delta_i} \left(\frac{e^{-\lambda a \tau} - e^{-\lambda b \tau}}{(b-a)\lambda \tau} \right)^{1-\delta_i} \quad (5)$$

또한 대수우도함수는 식 (6)과 같다.

$$\begin{aligned} \ln L_i(\lambda) = & \delta_i [\ln(\lambda a t_i e^{-\lambda a t_i} - \lambda b t_i e^{-\lambda b t_i}) \\ & + e^{-\lambda a t_i} - e^{-\lambda b t_i}] \\ & - \ln(b-a) - \ln \lambda - 2 \ln t_i \\ & + (1-\delta_i) [\ln(e^{-\lambda a \tau} - e^{-\lambda b \tau}) \\ & - \ln(b-a) - \ln \lambda - \ln \tau] \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)에서 $C_i(\lambda) = \lambda a t_i e^{-\lambda a t_i} - \lambda b t_i e^{-\lambda b t_i} + e^{-\lambda a t_i} - e^{-\lambda b t_i}$, $D(\lambda) = e^{-\lambda a \tau} - e^{-\lambda b \tau}$ 으로 정의하면 식 (6)의 1차 미분은 식 (7)과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d \ln L_i(\lambda)}{d \lambda} = & \delta_i \left[\frac{C_i'(\lambda)}{C_i(\lambda)} - \frac{1}{\lambda} \right] \\ & + (1-\delta_i) \left[\frac{D'(\lambda)}{D(\lambda)} - \frac{1}{\lambda} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

따라서 λ 의 최대우도추정량 $\hat{\lambda}$ 은 $\sum_{i=1}^n \frac{d \ln L_i(\hat{\lambda})}{d \hat{\lambda}} = 0$ 의 해이다.

한편 식 (7)을 다시 미분하면 식 (8)과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \ln L_i(\lambda)}{d \lambda^2} = & \delta_i \left[\frac{C_i''(\lambda)}{C_i(\lambda)} - \frac{C_i'(\lambda)^2}{C_i(\lambda)^2} + \frac{1}{\lambda^2} \right] \\ & + (1-\delta_i) \left[\frac{D''(\lambda)}{D(\lambda)} - \frac{D'(\lambda)^2}{D(\lambda)^2} + \frac{1}{\lambda^2} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)에서 $\delta_i=1$ 일 때 t_i 는 $f_s(t_i)/F_s(\tau)$ 로 주어지는 절단분포를 갖는다. 그리고 δ_i 의 분포가 $P(\delta_i=1)=F_s(\tau)=1-\bar{F}_s(\tau)=1-P(\delta_i=0)$ 라는 사실을 이용하면 식 (8)의 기대값을 구할 수 있을지도 모른다. 그러나 매우 복잡하므로 데이터로부터 다음의 식 (9)를 직접 구한다.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \frac{d^2 \ln L_i(\hat{\lambda})}{d \hat{\lambda}^2} = & \sum_{i \in X} \left[\frac{C_i''(\hat{\lambda})}{C_i(\hat{\lambda})} - \frac{C_i'(\hat{\lambda})^2}{C_i(\hat{\lambda})^2} \right] \\ & + \sum_{i \in Y} \left[\frac{D''(\hat{\lambda})}{D(\hat{\lambda})} - \frac{D'(\hat{\lambda})^2}{D(\hat{\lambda})^2} \right] + \frac{n}{\hat{\lambda}^2} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 X 와 Y 는 각각 고장난 부품과 정시중단된 부품의 집합을 나타낸다.

따라서 데이터로부터 직접 구해지는 $\hat{\lambda}$ 의 관찰된 점근 분산 $AsVar_o(\hat{\lambda})$ 은 식 (10)과 같다.

$$AsVar_o(\hat{\lambda}) = \left(- \sum_{i=1}^n \frac{d^2 \ln L_i(\hat{\lambda})}{d \hat{\lambda}^2} \right)^{-1} \quad (10)$$

그러므로 최대우도추정량의 대표본 성질에 의하여 $\hat{\lambda} \approx N(\lambda, AsVar_o(\hat{\lambda}))$ 이고, 이를 이용하면 λ 에 대한 구간추정이 가능하다.

모수 θ 에 대한 베이지 추정량을 구하기 위하여 n 개의 부품을 가속조건 하에서 시험을 행하였을 때 부품이 $0 < t_{(1)} < t_{(2)} < \dots < t_{(r)} < \tau$ 에서 고장을 일으켰다고 하면 $f_s(t_{(1)}, \dots, t_{(r)} | \theta)$ 는 식 (1)에 의하여 식 (11)과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} f_s(t_{(1)}, \dots, t_{(r)} | \theta) = & \frac{n!}{(n-r)!} [\bar{F}_s(\tau | \theta)]^{n-r} \prod_{i=1}^r f_s(t_{(i)} | \theta) \\ = & \frac{n!}{(n-r)!} (\hat{\lambda} \theta)^r e^{-\hat{\lambda} \theta T} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 $T = \sum_{i=1}^r t_{(i)} + (n-r)\tau$ 으로 총 시험시간을 나타내며 T/r 은 교락된 두 개의 모수 $(\lambda \theta)^{-1}$ 에 대한 최대우도추정량이다. 따라서 $(t_{(1)}, t_{(2)}, \dots, t_{(r)})$ 이 주어졌을 때 θ 에 대한 사후분포는 식 (2)와 식 (11)로부터 $f_s(\theta | t_{(1)}, \dots, t_{(r)}) \propto f_s(t_{(1)}, \dots, t_{(r)} | \theta) g(\theta)$ 이 성립하므로 식 (12)와 같다.

$$f_s(\theta | t_{(1)}, \dots, t_{(r)}) = K (\hat{\lambda} \theta)^r e^{-\hat{\lambda} \theta T} \quad (12)$$

$$\text{단, } K = \frac{\hat{\lambda} T^{r+1}}{I(r+1, \hat{\lambda} T b) - I(r+1, \hat{\lambda} T a)}$$

따라서 제곱오차손실함수 하에서 θ 에 대한 베이지 추정량은 식 (13)과 같다.

$$\begin{aligned} E_s(\theta | t_{(1)}, \dots, t_{(r)}) = & K \int_a^b \theta (\hat{\lambda} \theta)^r e^{-\hat{\lambda} \theta T} d\theta \\ = & \frac{I(r+2, \hat{\lambda} T b) - I(r+2, \hat{\lambda} T a)}{\hat{\lambda} T [I(r+1, \hat{\lambda} T b) - I(r+1, \hat{\lambda} T a)]} \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 $I(\cdot, \cdot)$ 은 불완전 감마함수이다.

2.2 감마분포의 경우

감마분포에서 형태모수가 상당히 크면 분포의 모양은 평균을 중심으로 하는 대칭모양에 거의 가깝게 주어진다. 따라서 가속계수 θ 가 어떤 정해진 값을 가질 가능성이 크다고 예상되는 경우에 가속계수의 분포로 식 (14)와 같은 감마분포를 적용할 수 있다. 이 경우에 가속시험에서의 고장 밀도함수와 신뢰도함수는 식 (1)과 식 (14)에 의하여 각각 식 (15)와 식 (16)으로 주어진다.

$$g(\theta) = \frac{b^a (\theta-1)^{a-1} e^{-b(\theta-1)}}{\Gamma(a)}, \quad 1 \leq \theta \quad (14)$$

$$\begin{aligned} f_s(t) = & \int_1^\infty f_s(t | \theta) g(\theta) d\theta \\ = & \frac{(\lambda^2 t + a \lambda + b \lambda) b^a e^{-\lambda t}}{(\lambda t + b)^{a+1}} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_s(t) = & \int_t^\infty f_s(x) dx \\ = & \frac{b^a e^{-\lambda t}}{(\lambda t + b)^a} \end{aligned} \quad (16)$$

이때 정시중단시점이 τ 인 가속시험에 대한 부품 i 의 우도함수와 대수우도함수는 식 (17)과 식 (18)로 주어진다.

$$L_i(\lambda) = \left[\frac{(\lambda^2 t_i + a\lambda + b\lambda) b^a e^{-\lambda t_i}}{(\lambda t_i + b)^{a+1}} \right]^{\delta_i} \left[\frac{b^a e^{-\lambda \tau}}{(\lambda \tau + b)^a} \right]^{1-\delta_i} \quad (17)$$

$$\ln L_i(\lambda) = \delta_i \left[\ln(\lambda^2 t_i + a\lambda + b\lambda) + a \ln b - \lambda t_i - (a+1) \ln(\lambda t_i + b) \right] + (1-\delta_i) \left[a \ln b - \lambda \tau - a \ln(\lambda \tau + b) \right] \quad (18)$$

여기서 $A(\lambda) = \lambda^2 t_i + a\lambda + b\lambda$ 라고 하면 대수우도함수의 미분은 식 (19)와 같다.

$$\frac{d \ln L_i(\lambda)}{d\lambda} = \delta_i \left[\frac{A'(\lambda)}{A(\lambda)} - t_i - \frac{(a+1)t_i}{\lambda t_i + b} \right] + (1-\delta_i) \left[-\tau - \frac{a\tau}{\lambda \tau + b} \right] \quad (19)$$

따라서 λ 의 최대우도추정량 $\hat{\lambda}$ 은 $\sum_{i=1}^n \frac{d \ln L_i(\hat{\lambda})}{d\hat{\lambda}} = 0$ 의 해이다.

또한 식 (19)로부터 대수우도함수의 2차 미분은 식 (20)과 같다.

$$\frac{d^2 \ln L_i(\lambda)}{d\lambda^2} = \delta_i \left[-\frac{A''(\lambda)}{A(\lambda)} + \frac{A'(\lambda)^2}{A(\lambda)^2} - \frac{(a+1)t_i^2}{(\lambda t_i + b)^2} \right] + (1-\delta_i) \left[-\frac{a\tau^2}{(\lambda \tau + b)^2} \right] \quad (20)$$

$\hat{\lambda}$ 의 관찰된 점근분산은 다음의 식 (21)에 대하여 마찬가지로 식 (10)과 같이 표현된다.

$$\sum_{i=1}^n \frac{d^2 \ln L_i(\hat{\lambda})}{d\hat{\lambda}^2} = \sum_{i=1}^n \left[-\frac{A''(\hat{\lambda})}{A(\hat{\lambda})} + \frac{A'(\hat{\lambda})^2}{A(\hat{\lambda})^2} - \frac{(a+1)t_i^2}{(\hat{\lambda} t_i + b)^2} \right] + \sum_{i=1}^n \left[-\frac{a\tau^2}{(\hat{\lambda} \tau + b)^2} \right] \quad (21)$$

여기서 D 와 C 는 각각 고장난 부품과 정시중단된 부품의 집합을 나타낸다. 그리고 최대우도추정량의 대표본 성질에 의하여 $\hat{\lambda} \approx N(\lambda, AsVar_o(\hat{\lambda}))$ 이므로 λ 에 대한 구간추정이 가능하다. 한편 $(t_{(1)}, t_{(2)}, \dots, t_{(r)})$ 이 주어졌을 때 θ 에 대한 사후분포는 식 (1)과 식 (14)로부터

$$f_s(\theta | t_{(1)}, \dots, t_{(r)}) \propto (\theta - 1)^{a-1} \theta^r e^{-(\hat{\lambda} T + b)}$$

이 성립하므로 식 (22)와 같이 주어진다.

$$f_s(\theta | t_{(1)}, \dots, t_{(r)}) = K(\theta - 1)^{a-1} \theta^r e^{-(\hat{\lambda} T + b)} \quad (22)$$

표 4. 가속조건에서의 시험 데이터

0.03626	0.17000+	0.07360	0.00393	0.11549	0.15724	0.01966	0.03838	0.15127	0.09061
0.15429	0.01115	0.09447	0.17000+	0.03133	0.00478	0.17000+	0.17000+	0.01754	0.04437

단, $K = \frac{e^{-\hat{\lambda} T + b}}{\sum_{j=0}^r \binom{r}{j} \frac{\Gamma(j+a)}{(\hat{\lambda} T + b)^{j+a}}}$

따라서 제곱오차손실함수 하에서 θ 에 대한 베イズ 추정량은 식 (23)과 같다.

$$E_s(\theta | t_{(1)}, \dots, t_{(r)}) = K \int_1^\infty \theta f_s(\theta | t_{(1)}, \dots, t_{(r)}) d\theta = \frac{\sum_{j=0}^{r+1} \binom{r+1}{j} \frac{\Gamma(j+a)}{(\hat{\lambda} T + b)^{j+a}}}{\sum_{j=0}^r \binom{r}{j} \frac{\Gamma(j+a)}{(\hat{\lambda} T + b)^{j+a}}} \quad (23)$$

여기서 $\Gamma(\cdot)$ 은 감마함수이다.

3. 예제

다음의 <표 1>은 $\lambda \theta = 10$ 인 지수분포로부터 생성된 20개의 데이터이다. 데이터는 0.17000에서 중단되었다. 데이터에 + 표시는 중단된 데이터이다. Bartlett의 검정(Epstein, 1960) 결과는 p 값은 0.73545이다.

<표 1>로부터 두 개의 모수가 분리되지 않은 $\lambda \theta$ 을 추정하면 $\hat{\lambda} \hat{\theta} = T/16 = 9.27875$ 이다. 공학적판단에 의하면 가속 조건은 정상사용조건 하에서의 수명을 대략 1/20~1/10 만큼 단축시킬 것으로 판단되었다. 즉 가속계수 θ 가 10~20으로 예상된다. 따라서 이와 같은 θ 의 사전정보에 의하여 $\theta \sim UNIF(10, 20)$ 로 하고, 식 (7)로써 λ 의 최대우도추정치를 계산한 결과 $\hat{\lambda} = 0.63343$ 으로 구하여졌다. 이것을 식 (13)에 대입하여 θ 의 베イズ추정치를 구하면 $\hat{\theta} = 14.97713$ 이다. 한편 가속계수 θ 가 10~20이면서 중앙에 위치할 가능성이 많은 것으로 판단되는 경우에는 중심이 15인 식 (14)의 감마분포로 간주한다. $E(\theta) = a/b + 1 = 15$ 으로서 모수 a, b 는 $a/b = 14$ 을 만족해야 한다. 따라서 모수가 $a=84, b=6$ 인 감마분포를 선택하고, 식 (19), 식 (21)과 식 (23)에서 각각의 추정치를 계산할 수 있다. 만약 가속계수 $\hat{\theta}$ 가 10~20이면서 15보다는 조금 클 가능성이 많다면 평균이 16인 감마분포(모수: $a=165, b=11$)로 간주하여 같은 방법으로 추정치를 계산할 수 있다. <그림 1>은 본 예제에서 다른 가속계수에 대한 세 가지 사전분포를 나타낸 것이다. 각각의 경우에 대한 추정결과를 정리한 것이 <표 2>이다.

표 4. θ 의 세 가지 분포에 의한 추정치

θ 의 분포	$\hat{\lambda}$	관찰된 $\sigma_{\hat{\lambda}}$	$\hat{\theta}$
UNIF(10, 20)	0.63343	0.03626	14.97713
GAM(84, 6)	0.62262	0.03503	14.98472
GAM(165, 11)	0.58187	0.03263	15.99573

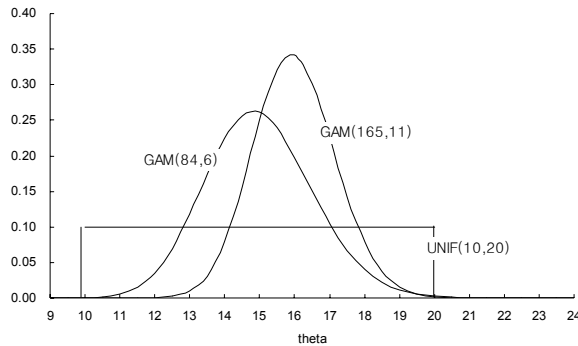


그림 1. 가속계수의 사전분포

<표 2>에서 θ 의 분포가 GAM(84, 6)인 경우가 UNIF(10, 20)의 경우보다 $\hat{\lambda}$ 가 작게 나타났는데 그 이유는 GAM(84, 6)의 경우에 θ 가 15에 가깝다는 정보가 반영되어 UNIF(10, 20)의 경우보다 $\hat{\theta}$ 가 커졌기 때문인 것 같다. 마찬가지로 GAM(165, 11)의 경우에 θ 가 15보다 클 것이라는 정보가 더 반영되었고 이에 따라서 $\hat{\lambda}$ 는 더 작게 나타난 것 같다. 한편 $\hat{\lambda}$ 의 관찰된 표준편차 $\sigma_{\hat{\lambda}}$ 가 θ 에 대한 정보가 많아짐에 따라 작아졌는데 이것은 θ 에 대한 정보가 많아짐에 따라 추정치 $\hat{\lambda}$ 가 점점 정확해짐을 반영하는 것 같다.

4. 결론

가속모형을 사용하지 않고, 하나의 가속조건 하에서만 수명 시험을 행할 때, 이 시험 데이터로는 가속계수와 정상사용 조건 하에서 고장률이 교락된 형태로서의 모수에 대한 추정만 가능하다. 본 연구에서는 이와 같은 경우에 가속계수

에 대한 사전정보를 이용하여 교락된 모수를 각각 구하는 방법을 제시하였다. 고장률의 추정에는 최대우도법을 사용하고, 가속계수에 대해서는 사전분포를 이용한 베イズ 추정법을 사용하였다. 그리고 데이터는 정시중단된 데이터를 사용하였다. 수명분포는 지수분포를 사용하였고, 가속계수에 대한 사전분포는 균등분포와 감마분포를 사용하였다. 또한 각각의 분포에 대하여 다양한 분포를 사용할 경우에도 동일한 방법으로 분석이 가능할 것 같다.

본 연구에서 제시한 방법은 부품이나 제품의 초기설계단계의 가속시험 하에서 특히 가속모형의 선정이 기술적으로 어렵고 여러 가지 다양한 가속 스트레스 조건 하에서 시험할 수 없는 경우에 응용될 수 있을 것이다.

참고문헌

Bai, D. S. and Chung, S. W.(1992), Optimal Design of Partially Accelerated Life Tests for the Exponential Distribution under Type-I Censoring, *IEEE Tran. on Rel.*, **41**(3), 400-406.

DeGroot, M. H. and Goel, P. K.(1979), Bayesian Estimation and Optimal Design in Partially Accelerated Life Testing, *Naval Research Logistics Quarterly*, **26**, 223-235.

Epstein, B.(1960), Tests for the Validity of the Assumption that the Underlying Distribution of Life is Exponential. Part 1, *Technometrics*, **2**(1), 83-101.

Lawless, J. F.(1982), *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*, 31-44, John Wiley & Sons, Inc., New York.

Nelson W.(1974), A Survey of Methods for Planning and Analyzing Accelerated Tests, *IEEE Tran. on Elec. Ins.*, **9**(1), 12-18.

Pathak, P. K., Singh, A. K., and Zimmer, W. J.(1991), Bayes Estimation of Hazard and Acceleration in Accelerated Testing, *IEEE Tran. on Rel.*, **40**(5), 615-621.

Pathak, P. K. and Zimmer, W. J.(1981), A Bayesian Approach to Accelerated Life Tsting *Proc. Ann. Reliability and Maintainability Symp.*, 371-374.

Pathak, P. K., Singh, A., Singh, A. K., and Zimmer, W. J.(1987), A Empirical Bayesian Estimation of Mean Life from an Accelerated Life Test, *J. Statistical Planning and Inference*, **16**, 353-363.

Tobias, P. A. and Trindade, D. C.(1986), *Applied Reliability*, Chap.7, 2 ed., Van Nostrand Reinhold Co., New York.