

곡선 강상자형 거더의 뒤틀림 해석 및 격벽간격산정

A Study on the Distortional Analysis of Curved Steel Box Girders and Determination of Diaphragm Spacing

구민세¹⁾ · 윤우현²⁾ · 이호경³⁾ · 김대홍⁴⁾
Koo, Min Se · Yoon Wo Hyun · Lee, Ho Kyoung · Kim, Dae Hong

요약 : BEF유사법과 Ritz의 방법을 이용한 매개변수 해석과 유사한 결과를 보이는 격벽이 없는 직선 및 곡선 강상자형 교의 3차원 모델을 구현하였고, 여기에 격벽을 추가하여 A-10, A-20, A-30, B-10, B-20, B-30모델에 대한 격벽의 적정 간격을 산정하였다. 그 결과 지간 50m의 곡선 강상자형교의 적정 격벽수는 전술한 모델의 순서대로 5개(8.3m), 7개(6.25m), 8개(5.5m), 4개(10m), 6개(7.1m), 7개(6.25m)이다. 또한 3차원 유한요소 모델을 해석한 결과를 바탕으로 뒤틀림응력과 휨응력의 비를 계산하는 수식을 제안하였다.

ABSTRACT : A 3-dimensional model of curved steel box girder bridges without diaphragm was presented. This model yielded results that were consistent with those of the parameter analysis using the BEF and Ritz methods. Several models with diaphragms were analyzed to estimate the appropriate diaphragm spacing. In case of 50m span, models A-10, A-20, A-30, B-10, B-20, and B-30 were found to have 5(8.3m), 7(6.25m), 8(5.5m), 4(10m), 6(7.1m), and 7(6.25m) diaphragms, respectively. In addition, a formula that presents the ratio of distortional stress to bending stress was created from the results of the 3-dimensional FEM model analysis.

핵심용어 : 격벽, 격벽간격, 곡선 강상자, 직선 강상자, 뒤틀림

KEYWORDS : Diaphragm, Diaphragm Spacing, Steel Box, Curved Steel Box, Warping

1. 서론

1.1 연구 내용

현재 실무에서 시공중인 강상자형 교량의 경우 대부분 격벽의 간격을 5m로 하고 있으나, 이는 구조물의 기하학적 형상과 단면의 뒤틀림 강성을 고려할 때 비경제적인 설계가 될 수 있다. 또한 격벽의 간격을 산정하는 기존 제안식들의 결과가 서로 많은 차이를 보이고 있어 설계의 기준으로 삼기에는 많은 어려움이 존재한다.

이 논문은 격벽이 없는 강상자형 거더에서 기존의 뒤틀림 해석방법인 BEF유사법과 RITZ방법으로 해석한 결과를 이용하여 3차원 해석모델을 구성하고, 그 모델에 격벽을 설치하여 다양한 모델에 대한 적정 격벽간격을 제시할 것이다.

2. 뒤틀림 해석 방법

2.1 강상자거더의 뒤틀림

일반적으로 상자형 단면의 수직응력 분포는 휨응력 f_b , 비틀림에 의한 수직응력 f_w , 그리고 단면의 찌그러짐, 즉 뒤틀림에 의한 수직응력 f_{Dw} 의 대수합이 되며 다음과 같다.

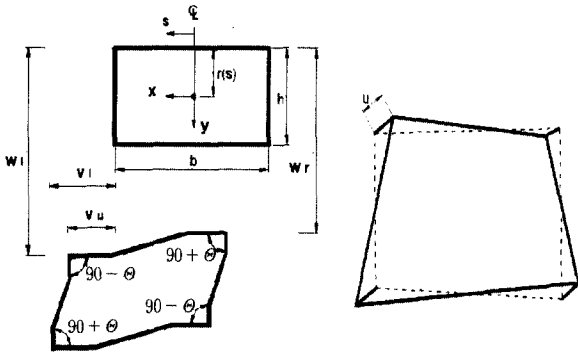
$$f = f_b + f_w + f_{Dw}$$

여기서 휨응력 f_b , 비틀림에 의한 수직응력 f_w 는 곡선보 이론으로 쉽게 구할 수 있으며, 후자의 경우는 상자형 단면과 같은 폐단면(Closed Section)에서는 일반적으로 무시할 만큼 작다.

- 1) 정회원, 인하대학교 토목공학과 교수, 공학박사
(Tel. 032-860-7567, Fax. 032-875-1289, E-mail: drkims@chollian.net)
- 2) 정회원, 경원대학교 환경정보대학원 부교수, 공학박사(ywh@mail.kyungwon.ac.kr)
- 3) 인하대학교 토목공학과 박사과정(g2001268@inhavtston.ac.kr)
- 4) 청석엔지니어링 구조부(birdhong@hanmail.net)

본 논문에 대한 토의를 2003년 10월 30일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

반면에 뒤틀림응력에 의한 f_{Dw} 는 개단면(Open Section)인 I형 단면에서는 무시할 만큼 작으나 상자형 단면에서는 상당히 크게 발생하며 그 계산 또한 복잡하다. 뒤틀림에 의한 수직응력 f_{Dw} 의 최대 값은 상자형 거더에서 상부 또는 하부 플랜지의 양단에서 발생하며, 뒤틀림에 의한 바이모멘트(bimoment) M_{Dw} 와 뒤틀림 뒹 함수(Distortional warping function) ω_D 에 의해 결정된다. 이 연구에서의 뒤틀림 해석은 격벽의 유무와 여러 가지 변수요소에 따른 직선 및 곡선 강상자형 거더의 뒤틀림응력 f_{Dw} 를 결정하는 것이다.



(a) 단면의 왜곡 형상 (b) 단면의 뒹(Warping) 현상
그림 1. 단면의 변형

단면의 형상은 그림 1과 같다. 상자단면의 윤변을 따라 반시계 방향으로 돌아가는 좌표를 s , 웨브간의 폭을 b , 높이는 h 이다. 뒤틀림 하중에 의해 그림 1(a)와 같이 변형이 되었을 때 뒤틀림각 θ 가 각 모서리에 발생하게 되며 그 크기는 기하학적으로 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\theta = \frac{v_l - v_u}{h} + \frac{w_l - w_r}{b} \quad (1)$$

여기서 v 와 w 는 각각 x 축 방향과 y 축 방향으로의 변위이다. v_u 는 상부플랜지의 x 축 변위를 나타내고 v_l 은 하부 플랜지의 x 축 변위를 나타낸다. w_l 은 왼쪽 웨브의 y 축 변위를 w_r 은 오른쪽 웨브의 y 축 변위이다. 모서리에서 일어나는 각변형 θ 를 거더의 길이방향으로 미분하면 z 축(거더 길이방향 좌표축) 방향으로의 처짐인 그림 1(b)에서의 w 가 된다.

$$u = \omega_D \theta \quad (2)$$

ω_D 는 뒤틀림 뒹 함수이고, $\theta = \frac{d\theta}{dz}$ 이다.

2.2 뒤틀림에 관한 기본 미분 방정식

뒤틀림응력 f_{Dw} 는 다음과 같은 미분 방정식으로 정의된다.

$$f_{Dw} = E \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \omega_D \quad (3)$$

뒤틀림에 대한 총 퍼텐셜에너지 Π 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Pi &= U_\sigma + U_\tau + V_m \\ &= \frac{E I_{Dw}}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 \theta}{dz^2} \right)^2 dz \\ &\quad + \frac{K_{Dw}}{2} \int_0^L \theta^2 dz - \int_0^L \frac{m_T}{2} \theta dz \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 U_σ 와 U_τ 는 각각 뒤틀림에 의한 수직응력과 전단응력에 관한 변형에너지 V_m 은 비틀 모멘트에 의한 외적에너지, E 는 탄성계수, I_{Dw} 는 뒤틀림 뒹상수, K_{Dw} 는 뒤틀림 강성, θ 는 뒤틀림 각이며, m_T 는 작용하중에 의한 단위 길이 당 비틀 모멘트이다.

뒹 응력 f_{Dw} 에 의해 단면에 축적되는 변형에너지 U_σ 는 식 (3)으로부터 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} U_\sigma &= \frac{1}{2E} \int_0^L \int_A f_{Dw}^2 dA dz \\ &= \frac{E}{2} \int_0^L \int_A \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 dA dz \\ &= \frac{E}{2} \int_A \omega_D^2 dA \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right)^2 dz \end{aligned} \quad (5)$$

뒹응력 계산식은 다음과 같다.

$$f_{Dw} = \frac{M_{Dw}}{I_{Dw}} \omega_D \quad (6)$$

식 (2.4)에서 뒤틀림 강성 K_{Dw} 는 다음과 같다.

$$K_{Dw} = \frac{24E I_w}{\alpha_0 h} \quad (7)$$

2.3 BEF 유사법

상자형 거더의 뒤틀림 해석을 위해 Wright가 제안한 BEF (beam on elastic foundation) 유사법은 다음과 같다.

식(4)에서 전체 퍼텐셜 에너지가 최소가 되기 위해선 미분 값이 0이 되어야 한다. 따라서 $\delta \Pi = 0$ 과 경계조건 $\theta = 0$, $M_{Dw} = 0$ ($\Leftrightarrow \theta'' = 0$)을 이용하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$E I_{Dw} \frac{d^4 \Theta}{dz^4} + K_{Dw} \Theta = \frac{m_T}{2} \quad (8)$$

λ 는 $\sqrt[4]{\frac{K_{Dw}}{4E I_{Dw}}}$ 이며, A, B, C 그리고 D 는 경계조건에 의해 결정된다. 단순지지일 때 각 상수들은 다음과 같은 값을 갖는다.

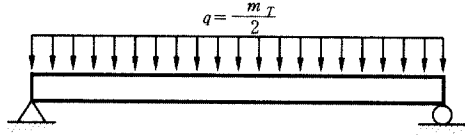


그림 2. (a) 직선 강상자형 거더의 BEF 모델

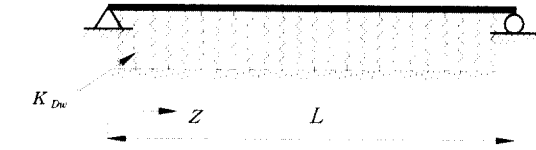
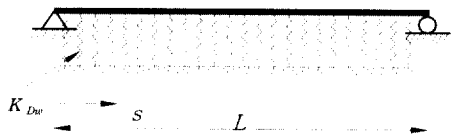
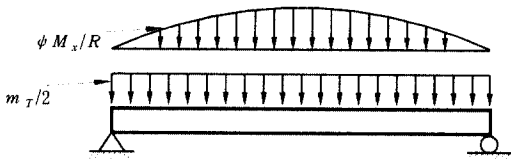


그림 2. (b) 곡선 강상자형 거더의 BEF 모델



$$A = 0$$

$$B = \frac{m_T}{2K_{Dw}} \frac{\sin \lambda L \cos \lambda L - \sin \lambda L \cosh \lambda L}{\cos^2 \lambda L \sinh^2 \lambda L + \sin^2 \lambda L \cosh^2 \lambda L}$$

$$C = \frac{m_T}{2K_{Dw}} \frac{\sinh \lambda L \cos \lambda L - \cos \lambda L \sinh \lambda L}{\cos^2 \lambda L \sinh^2 \lambda L + \sin^2 \lambda L \cosh^2 \lambda L}$$

$$D = -\frac{m_T}{2K_{Dw}} \quad (11)$$

식 (11)에서 $M_{Dw} = E I_{Dw} \frac{d^2 \Theta}{dz^2}$ 이므로 바이모멘트를 구할 수 있다.

식 (6)에 의해서 바이 모멘트에 의한 뒤틀림 응력 $f_{Dw} = \frac{M_{Dw}}{I_{Dw}} \omega_D$ 를 구할 수 있다. 상자 단면내에서는 좌우 뒤틀림 응력의 분포가 반대이고 상하 플랜지에서도 역시 반대의 응력 분포를 보인다. 모서리 부분에서의 뒤 함수 ω_D 가 가장 큰 값을 갖기 때문에 응력의 최대값은 단면에서 웨브와 플랜지가 만나는 모서리 부분이 된다.

곡선 강상자형 거더의 경우 다음과 같은 지배 미분방정식을 얻을 수 있다.

$$E I_{Dw} \frac{d^4 \Theta}{dz^4} + K_{Dw} \Theta = \frac{m_T}{2} + \phi \frac{M_x}{R} \quad (12)$$

탄성지반위에 놓인 보의 지배 미분방정식은 다음 식과 같다.

$$EI \frac{d^4 v}{dz^4} + kv = q \quad (9)$$

여기서 k 는 탄성지반계수, q 는 작용하는 등분포 하중이다. 식 (8)과 (9)는 서로 유사성을 갖고 있다. 따라서 강상자형 단면의 뒤틀림은 그림 2와 같은 BEF 모델로 해석이 가능하며, 이 이론을 BEF유사법이라 한다. 강상자형 단면의 뒤틀림에 관한 기존의 해석적 이론은 이와 같은 과정의 BEF 유사법을 말한다. 이 방법은 식 (8)의 일반해를 구하고, 뒤틀림에 의한 바이모멘트와 수직응력을 구하는 것이다.

식 (8)의 Θ 에 관한 일반해는 다음과 같다.

$$\Theta = A \sin \lambda z \sinh \lambda z + B \sin \lambda z \cosh \lambda z + C \cos \lambda z \sinh \lambda z + D \cos \lambda z \cosh \lambda z + \frac{1}{K_{Dw}} \frac{m_T}{2} \quad (10)$$

식 (12)의 Θ 에 관한 일반해는 다음과 같다.

$$\Theta = A \sin \lambda s \sinh \lambda s + B \sin \lambda s \cosh \lambda s + C \cos \lambda s \sinh \lambda s + D \cos \lambda s \cosh \lambda s + \frac{1}{K_{Dw}} \left(\frac{m_T}{2} + \phi \frac{M_x}{R} \right) \quad (13)$$

식 (13)에서 M_x 는 다음과 같다.

$$M_x = \frac{pR^2 - m_T R + (m_T R - pR^2) \cos(L/R)}{\sin(L/R)} \sin(s/R) + (pR^2 - m_T R) \cos(s/R) - pR^2 + m_T R \quad (14)$$

식 (14)에서 p는 수직 등분포 하중 (kgf/cm), m_T 는 작용 하중에 의한 단위 길이 당 비틀림 모멘트 (kgf·cm/cm), L은 곡선 지간길이, R은 곡률 반경을 나타낸다.

곡선 강상자형 거더 역시 단순 지지되었다는 경계조건에서

식 (13)의 상수 A, B, C 그리고 D 값을 구하면 다음과 같다.

$$A = \frac{\phi}{2 K_{Dw}} \frac{(p R^2 - m_T R)}{\lambda^2 R^3} \quad (15a)$$

$$D = -\frac{m_T}{2 K_{Dw}} \quad (15b)$$

$$C = \frac{(\sin \lambda L \cdot \cosh \lambda L \cdot U_2) - (2 \lambda^2 \cos \lambda L \cdot \sinh \lambda L \cdot U_1)}{2 \lambda^2 [(\cos \lambda L \cdot \sinh \lambda L)^2 + (\sin \lambda L \cdot \cosh \lambda L)^2]} \quad (15c)$$

$$B = -\left(\frac{\cos \lambda L \cdot \sinh \lambda L \cdot (C) + U_1}{\sin \lambda L \cdot \cosh \lambda L} \right) \quad (15d)$$

위의 식에서 U_1, U_2 는 다음과 같다.

$$U_1 = (A) \cdot \sin \lambda L \cdot \sinh \lambda L + (D) \cdot (\cos \lambda L \cdot \cosh \lambda L - 1) \quad (16)$$

$$U_2 = 2 \cdot (A) \cdot \lambda^2 \cos \lambda L \cdot \cosh \lambda L - 2 \cdot (D) \cdot \lambda^2 \sin \lambda L \cdot \sinh \lambda L - M_L$$

여기서 M_L 은 다음과 같이 정의한 상수이다.

$$M_L = (p R^2 - m_T R) \times \left[\frac{1 - \cos(L/R)}{\sin(L/R)} + \cos(L/R) \right] \frac{\phi}{K_{Dw} R^3} \quad (17)$$

곡선 강상자형 거더에서는 직선 강상자형 거더와 달리 상수들이 무척 복잡하다. 그 이유는 식 (14)에서 M_x 가 단순한 상수가 아니라 지간 길이방향에 따른 변수이기 때문이다. 식 (15c), (15d)와 (16)에서 괄호를 묶은 (A), (D)값은 각각 식 (15a)와 (15b)의 값이다.

M_x 의 계산식 (14)를 계산하는데 있어서 주의해야 할 것이 수직 등분포 하중 p 값의 입력이다. 직선보에서는 수직 하중이 휨응력에만 영향을 미치지만 곡선보에서는 그 기하학적 특성상 수직 등분포하중이 휨응력뿐만 아니라 뒤틀림응력에도 영향을 미친다. 이 논문에서는 등분포 하중 p 로 자중을 이용한다.

2.4 RITZ 방법을 이용한 근사식

총 퍼텐셜에너지의 식(4)에 구조물의 경계조건을 만족하는 변위식을 가정하여 대입하고, 최소 퍼텐셜에너지 원리를 적용하여 정리하면 일반해가 구해진다.

$$\Theta = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi z}{L} \quad (18)$$

식 (18)과 같이 미분방정식의 해를 가정하고 식 (4)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Pi = & \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[A_n^2 \frac{EI_{Dw}L}{4} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^4 + \frac{K_{Dw}}{4} A_n^2 L \right] \\ & - \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} A_n \frac{m_T L}{n\pi} \end{aligned} \quad (19)$$

곡선보의 경우에 최소 퍼텐셜에너지 원리를 도입하여 정리하면 RITZ 계수를 구할 수 있다.

$$A_n = \frac{2 L^3 [A + \phi BC + \phi (m_T - pR)D]}{EI_{Dw} (n\pi)^4 + K_{Dw} L^4}$$

$$A = \frac{m_T + 2\phi (m_T - pR)}{n\pi} L$$

$$B = \frac{pR - m_T + (m_T - pR) \cos(L/R)}{\sin(L/R)}$$

$$C = 0.5 \left[\frac{RL}{L - n\pi R} \sin \left(\frac{L}{R} - n\pi \right) - \frac{RL}{L + n\pi R} \sin \left(\frac{L}{R} + n\pi \right) \right] \quad (20)$$

$$D = 0.5 \left[\frac{RL}{L + n\pi R} \left\{ \cos \left(\frac{L}{R} + n\pi \right) - 1 \right\} + \frac{RL}{n\pi R - L} \left\{ \cos \left(n\pi - \frac{L}{R} \right) - 1 \right\} \right]$$

식 (20)을 이용하여 뒤틀림각을 구하고, 바이모멘트를 구한 후 뒤틀림응력을 구할 수 있다.

3. 매개변수 해석 및 해석모델의 구성

뒤틀림응력에 가장 지배적인 변수를 파악하고, 3차원 구조해석 모델의 타당성을 제시할 목적으로 BEF유사법과 Ritz방법을 이용하여 격벽이 없는 직선 및 곡선 강상자형 거더의 단면형태와 외부조건에 따른 뒤틀림응력을 계산하는 프로그램을 제작하였다.

3.1 각 변수에 따른 뒤틀림 응력의 변화

격벽이 없는 강상자형거더의 뒤틀림응력은 주로 다음의 변수에 의해 결정된다. $f_{Dw} = f(L, b, h, t_w, \phi)$ 여기서 L 은 지간길이, b 는 단면 폭, h 는 단면 높이, t_w 는 웹 두께, ϕ 는 중심내각을 나타낸다. 표에 사용된 단위는 kgf, cm이다.

표 1과 그림 1은 단면폭에 대한 응력변화를 나타낸 것이다. 단면폭이 증가함에 따라 f_{Dw}/f_b 비는 증가하게 된다.

표 1. 단면 폭에 따른 뒤틀림 및 휨응력의 변화

	매개변수	f_{Dw}		f_b	$\frac{f_{Dw}}{f_b}$	
		BEF	RITZ			
b	-	300	187.138	186.929	103.58	1.81
h	200	320	174.215	174.024	92.16	1.89
t_u	1	340	161.991	161.821	82.44	1.96
t_w	1	360	150.589	150.434	74.22	2.03
t_l	1	380	140.049	139.907	67.14	2.09
L	3000	400	130.360	130.230	61.04	2.14
v	0.3	420	121.485	121.365	55.74	2.18
m_T	1000	440	113.371	113.26	51.1	2.22
ϕ	0	460	105.957	105.854	47.02	2.25

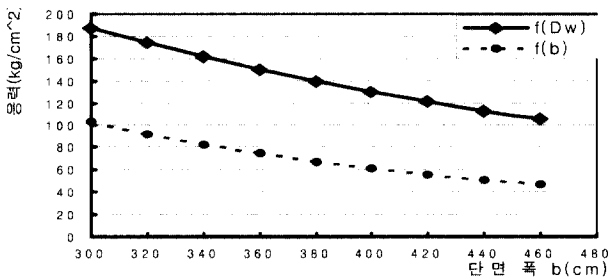


그림 3. 단면 폭에 따른 뒤틀림 및 휨응력의 변화

지간길이에 따른 뒤틀림응력과 휨응력의 변화는 그림 4와 표 2와 같다. 길이가 증가함에 따라 응력은 증가하게 된다. 그런데 f_{Dw}/f_b 는 단면폭이 증가함에 따라 그 비가 증가하는데 반해 지간길이에 대해서는 그 비가 감소하게 된다.

표 2. 지간길이에 따른 뒤틀림 및 휨응력의 변화

	매개변수	f_{Dw}		f_b	$\frac{f_{Dw}}{f_b}$	
		BEF	RITZ			
b	400	2000	61.545	61.487	27.13	2.27
h	200	2300	80.471	80.394	35.88	2.24
t_u	1	2600	101.137	101.039	45.85	2.21
t_w	1	2900	122.955	122.833	57.04	2.16
t_l	1	3200	145.190	145.042	69.46	2.09
L	-	3500	166.996	166.819	83.09	2.01
v	0.3	3800	187.481	187.272	97.94	1.91
m_T	1000	4100	205.792	205.548	114.02	1.80
ϕ	0	4400	221.206	220.925	131.32	1.68

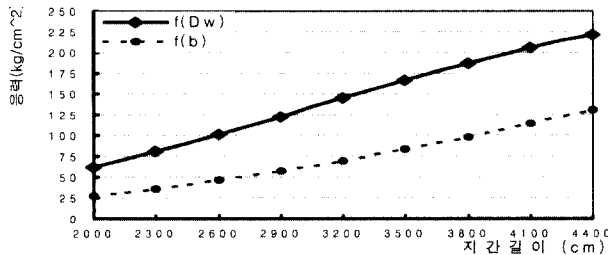


그림 4. 지간길이에 따른 뒤틀림 및 휨응력의 변화

중심내각의 증가에 따라 뒤틀림응력은 크게 증가한다. 그림5 과 표 3이 보이듯이 내각의 변화에 따른 휨응력은 크게 변하지

않는 반면 뒤틀림응력은 매우 커짐을 알 수 있다. 또한 f_{Dw}/f_b 비도 다른 변수들 보다 상당히 커짐을 알 수 있다.

표 3. 중심내각에 따른 뒤틀림 및 휨응력의 변화

	매개변수	f_{Dw}		f_b	$\frac{f_{Dw}}{f_b}$	
		BEF	RITZ			
b	400	0	130.360	130.230	61.05	2.14
h	200	5	165.68	165.41	63.96	2.59
t_u	1	10	203.32	200.65	67.06	3.03
t_w	1	12.5	223.76	218.49	68.71	3.25
t_l	1	15	245.68	236.52	70.42	3.49
L	3000	17.5	269.37	254.79	72.20	3.73
v	0.3	20	295.15	273.35	74.06	3.99
m_T	1000	25	354.20	311.54	77.98	4.54
ϕ	-	30	425.34	351.47	82.30	5.17

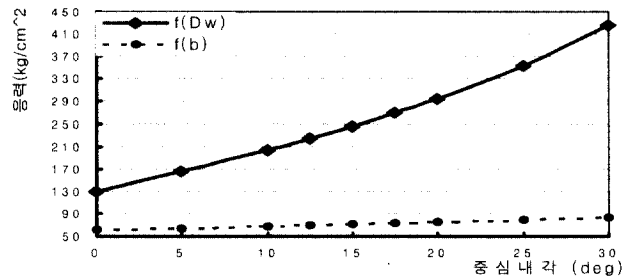


그림 5. 중심내각에 따른 뒤틀림 및 휨응력의 변화

3.2 해석모델의 구성

BEF유사법과 Ritz방법에 의한 해석조건과 동일한 조건하에서 매개변수 해석결과와 유사한 결과를 보이도록 4절점 쉘요소를 이용하여 격벽이 없는 3차원 해석 모델을 구성하였다.

3.2.1 지점조건

편재하중이 작용하였을 때 뒤틀림응력을 유발하는 비틀림 하중 하의 단순보 구조물은 그림 6와 같다. 그림에서 변위에대해 지점1은 1, 2, 3축에 대해 구속하였고, 지점 2는 1,3축에 대해서 지점 3은 2, 3 축에 대해서 지점 4는 3축에 대해서 구속하였다.

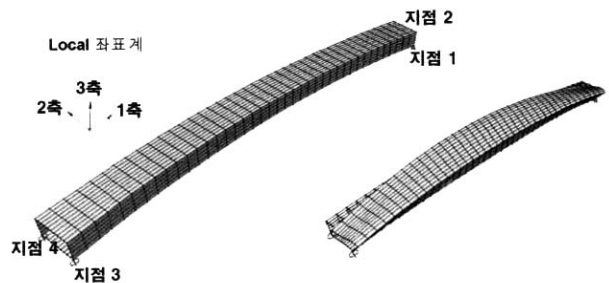


그림 6. 변형 전후 구조물의 형상

3.2.2 하중의 재하

그림 7과 같이 비틀 모멘트에 해당하는 우력을 교축방향으로 등분포 재하하였다.

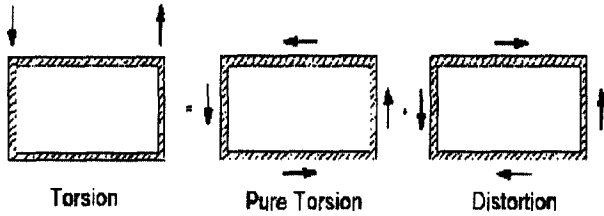


그림 7. 비틀하중의 재하

3.2.3 요소수

그림 8에서와 같이 3차원 쉘요소의 요소수를 어느 정도 이상 분할하면 더 이상의 응력의 변화가 없이 일정한 값으로 수렴하는 것을 볼 수 있다. 직선 강상자형 거더에서는 1200개의 요소수 이상에서 응력이 수렴하는 것으로 본다.

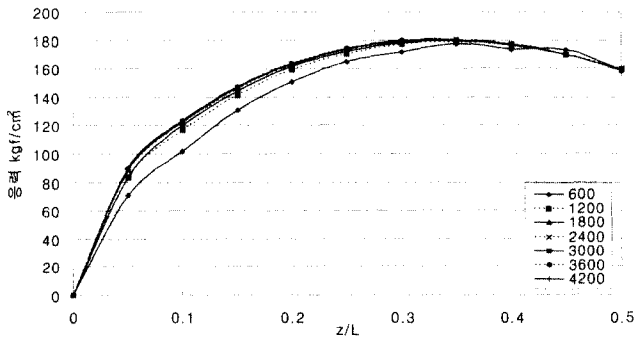
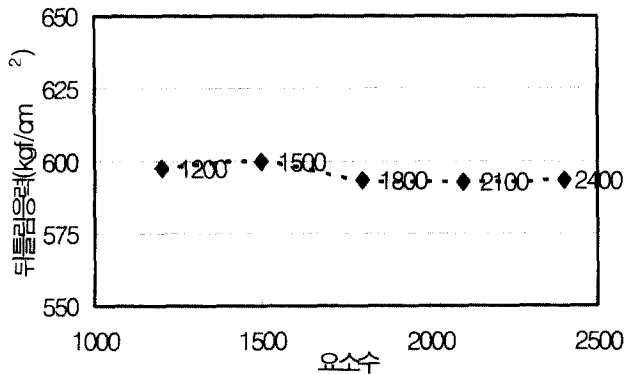
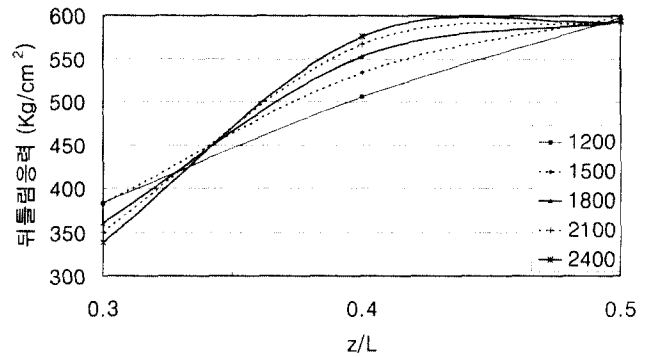


그림 8. 직선 강상자형 거더의 요소수에 따른 지점별 응력분포

곡선 강상자형 거더 역시 어느 정도 요소수의 분할 후에는 응력이 수렴하는 것을 볼 수 있다. 그림 8과 9은 각각 50m 직선 시간간격을 갖고, 그림 9의 경우는 중심내각 20도 인 경우이다. 요소수 1800개 이상에서 응력의 수렴을 볼 수 있으며 모델링은 이러한 조건하에서 수행하였다.



(a) 지점별 응력 분포



(b) 최대 응력 수렴

그림 9. 곡선 강상자형 거더의 요소수에 따른 응력분포

4. 강상자형 거더의 뒤틀림 제어를 위한 격벽간격 산정

4.1 곡선 강상자형 거더의 뒤틀림응력의 제어

4.1.1 격벽의 효과

매개변수 해석 결과를 통해 구성된 3차원 해석 모델에 격벽을 삽입하여 격벽의 수에 따른 뒤틀림 응력의 변화를 살펴보았다. 격벽개수에 따른 뒤틀림응력변화는 그림 10에 나타내었다. 그림에서 알 수 있듯이 최초 격벽 1 개일 때 큰 효과를 보며, 격벽개수가 어느 정도 증가한 후에는 더 이상의 응력제어 효과가 없다. 따라서, 격벽을 필요 이상으로 설치하는 것은 비경제적이므로 적절한 격벽 간격을 산정하는 것이 필요하다.

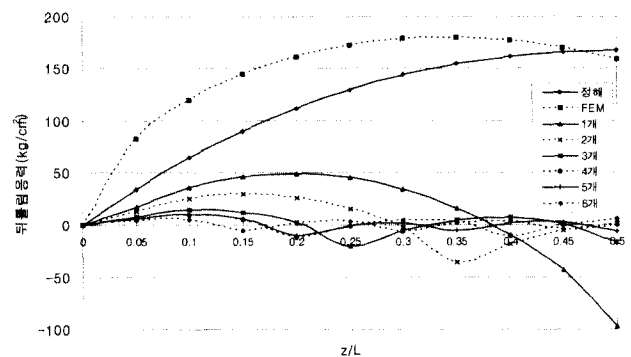


그림 10. 직선 강상자형 거더의 격벽개수에 따른 뒤틀림응력

4.1.2 조건에 따른 곡선 강상자형 거더의 뒤틀림응력 제어 해석모델은 표 4과 표 5에 나타내었다. ν 는 포아송비를 나타내며, E 는 탄성계수를 m_T 는 외력으로 단위 길이당 비틀림 모멘트를 ϕ 는 중심내각을 나타낸다. 단위 길이당 비틀림 모멘트의 크기는 대상 모델이 탄성한계 내에서 거동할 수 있는 범위

내에서 적절한 크기를 선택하였다.

표 4. 해석 모델A (m_T 단위는 kgf·cm/cm)

해석 모델	A-10	A-20	A-30
$b(cm)$	200	200	200
$h(cm)$	110	110	110
$t_u(cm)$	1	1	1
$t_w(cm)$	1	1	1
$t_l(cm)$	1	1	1
ν	0.3	0.3	0.3
E	2100000	2100000	2100000
m_T	700	700	700
$\phi(deg)$	10	20	30

표 5. 해석 모델B (m_T 단위는 kgf·cm/cm)

해석 모델	B-10	B-20	B-30
$b(cm)$	410	410	410
$h(cm)$	200	200	200
$t_u(cm)$	1	1	1
$t_w(cm)$	1	1	1
$t_l(cm)$	1	1	1
ν	0.3	0.3	0.3
E	2100000	2100000	2100000
m_T	700	700	700
$\phi(deg)$	10	20	30

3차원 쉘요소를 이용한 해석을 통한 응력과 기존의 Oleinik, Nakai, Sakai, Heins가 제안한 휨응력과 뒤틀림응력의 비를 나타낸 식과 비교 한다. 제안식들은 다음과 같다.

Heins :
$$\frac{f_{Dw}}{f_b} = \frac{A(l_d/L)^2}{(EI_{Dw})^{0.25}R} \quad (21a)$$

Oleinik 등 :
$$\frac{f_{Dw}}{f_b} = (10L - 350) \left(\frac{l_d}{L}\right)^2 \left(\frac{1}{R}\right) \quad (21b)$$

Nakai 등 :
$$\frac{f_{Dw}}{f_b} = \left(0.8 + 0.32 \frac{L}{B}\right) \theta \left(\frac{l_d}{L}\right)^2 \quad (21c)$$

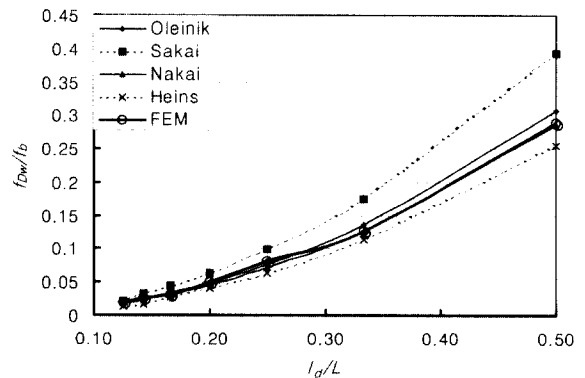
Sakai 등 :
$$\frac{f_{Dw}}{f_b} = \frac{1}{2} \left(\frac{L}{B}\right) \theta \left(\frac{l_d}{L}\right)^2 \quad (21d)$$

식 (21a)에서 $A=0.220 L^3 + 30.8 L^2 - 697L$ 이고 EI_{Dw} 는 뒤틀림 강성(kips-in⁴)이고 l_d 는 격벽간격, L 은 지간길이(ft), R 은 곡률반경(ft)을 나타낸다. 식(21d)에서 B 는 상자형거더의 북부간격(ft), θ 는 곡선 강상자형 거더의 중심내각(radian)이다.

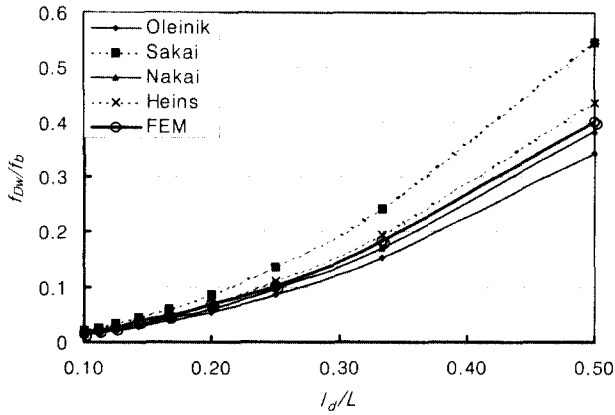
표 6. 모델A의 l_d/L 에 따른 지간별 격벽 수

해석모델		A-10	A-20	A-30
지간길이 (cm)	l_d/L	격벽개수	격벽개수	격벽개수
3600	0.500	1	1	1
	0.333	2	2	2
	0.250	3	3	3
	0.200	4	4	4
	0.166	5	5	5
	0.143	6	6	6
	0.125	7	7	7
	0.111	-	8	8
	0.100	-	9	9
	0.091	-	10	10
5000	0.500	1	1	1
	0.333	2	2	2
	0.250	3	3	3
	0.200	4	4	4
	0.166	5	5	5
	0.143	6	6	6
	0.125	7	7	7
	0.111	8	8	8
	0.100	9	9	9
	0.091	-	-	10
6000	0.083	-	-	11
	0.500	1	1	1
	0.333	2	2	2
	0.250	3	3	3
	0.200	4	4	4
	0.166	5	5	5
	0.143	6	6	6
	0.125	7	7	7
	0.111	8	8	8
	0.100	9	9	9
0.091	10	10	10	
0.083	-	-	11	
0.076	-	-	12	

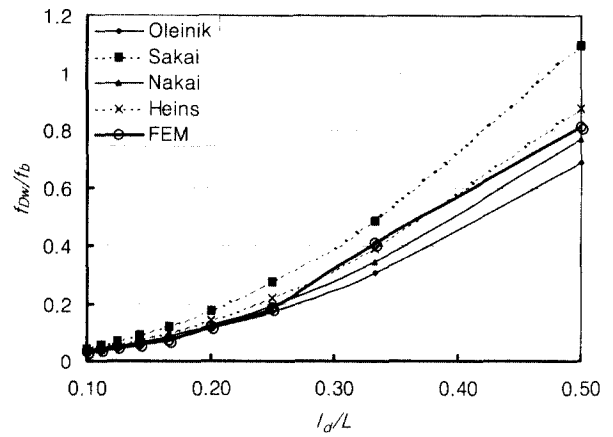
모델 B는 l_d/L 에 따른 지간별 격벽 수를 1~10개 까지 변화시키며 B-10, B-20, B-30 각각 지간 36m, 50m, 60m에 대하여 해석을 수행 하였다.



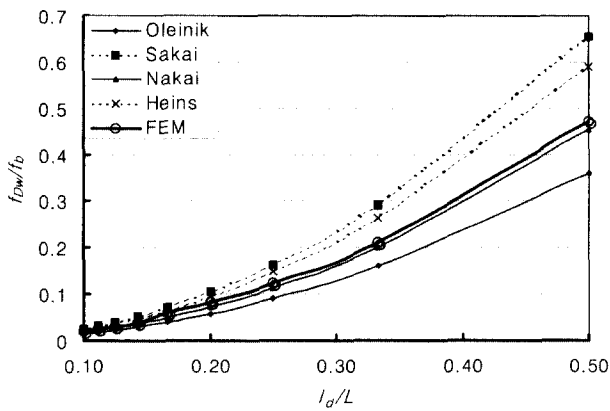
(b) 모델 A-10 지간 50m



(a) 모델 A-10 지간 36m

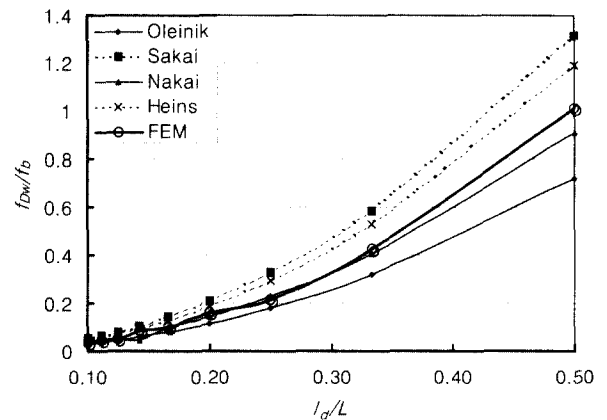


(b) 모델 A-20 지간 50m



(c) 모델 A-10 지간 60m

그림 11. A-10 모델의 지간별 휨 뒤틀림응력비

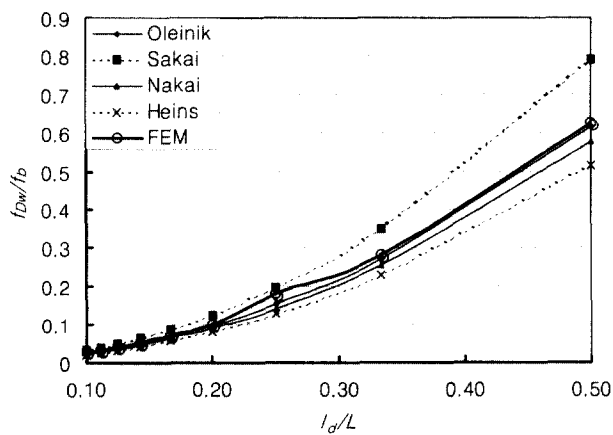


(c) 모델 A-20 지간 60m

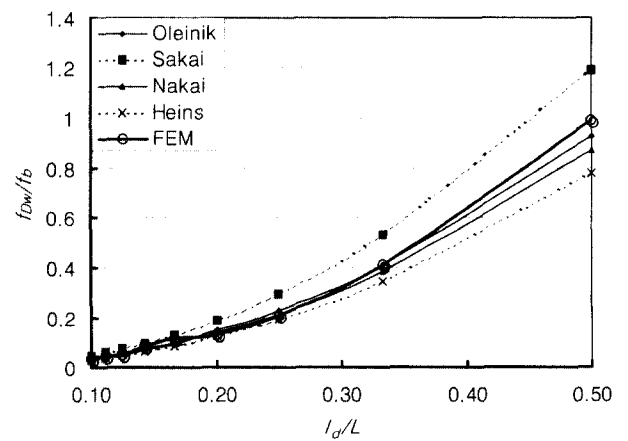
그림 12. A-20 모델의 지간별 휨 뒤틀림응력비

그림 11는 지간별 휨 뒤틀림 응력비를 나타낸다. x축은 지간 길이 L 과 격벽간격 l_d 의 비로 나타내었으며, y축은 휨 뒤틀림 응력의 비로 나타내었다. 모델 A-10의 경우에는 Sakai가 제안한 식의 응력비가 크게 나왔으며 모델링을 통한 FEM에 의한 값은 주로 Nakai가 제안한 식과 비슷하게 나왔다.

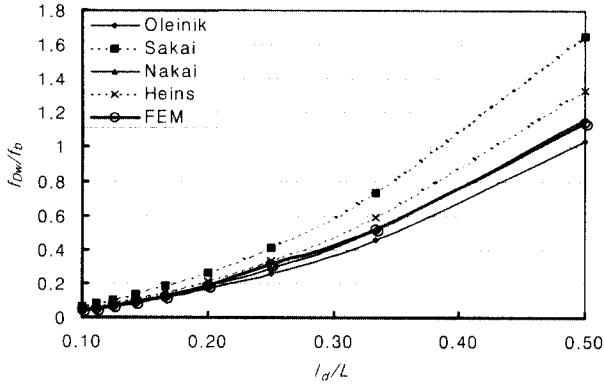
모델 A-20 에서도 Sakai의 응력비가 크게 나왔으며, 내부각이 증가할수록 Heins 의 제안식이 크게 증가함을 알 수 있다. FEM에 의한 값은 36m 일 때는 Oleinik과 50m 일때는 Heins 와 60m 일때는 Nakai 등의 제안식과 비슷한 경향을 보인다.



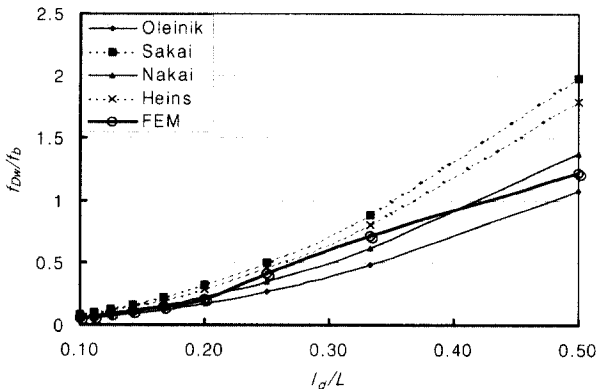
(a) 모델 A-20 지간 36m



(a) 모델 A-30 지간 36m



(b) 모델 A-30 지간 50m



(c) 모델 A-30 지간 60 m

그림 13. A-30 모델의 지간별 휨 뒤틀림응력비

모델 A-30 에서도 Sakai 의 응력비가 크게 나왔으며, 내부 각이 증가할수록 Heins의 제안식이 크게 증가함을 알 수 있다. FEM에 의한 값은 36m일 때는 Oleinik과 50m일때와 60m일때는 Nakai 등의 제안식과 비슷한 경향을 보인다.

표 7. 각 모델별 격벽의 적정 간격

해석모델	지간길이(cm)	l_d/L	격벽개수	f_{Dw}/f_b
A-10	3600	0.200	4	0.0510
	5000	0.166	5	0.0476
	6000	0.143	6	0.0381
A-20	3600	0.125	7	0.0411
	5000	0.125	7	0.0511
	6000	0.125	7	0.0513
A-30	3600	0.125	7	0.0513
	5000	0.111	8	0.0513
	6000	0.091	10	0.0443
B-10	3600	0.250	3	0.0532
	5000	0.200	4	0.0421
	6000	0.200	4	0.0467
B-20	3600	0.166	5	0.0514
	5000	0.143	6	0.0423
	6000	0.143	6	0.0513
B-30	3600	0.143	6	0.0513
	5000	0.125	7	0.0454
	6000	0.111	8	0.0411

모델 B-10에서 FEM에 의한 해석 결과는 36m 일 때와 50m 일때는 Sakai식과 60m 일때는 Heins 등의 제안식과 비슷한 경향을 보였다. 모델 B-20과 모델 B-30 역시 FEM에 의한 해석 결과는 B-10인 경우와 같은 경향을 보였다.

각 모델 별 3차원 FEM 해석에 의한 결과는 표 7와 같이 정리된다.

4.3 곡선강상자형거더의 뒤틀림응력의 제어를 위한 공식 제안

격벽간격에 따른 휨 뒤틀림응력비 f_{Dw}/f_b 는 지간길이, 중심 내각, 단면 폭, 등에 따라서 각각의 제안식들의 값은 큰 차이를 보인다. 이처럼 곡선 강상자형 거더에서의 휨 뒤틀림응력비는 여러조건에 따라 크게 변하므로, 변수의 변화에 따라 변하는 휨 및 뒤틀림응력의 관계를 보다 정확히 예측하기 위해 3차원 모델링을 이용한 값의 결과로 새로운 공식을 제안한다.

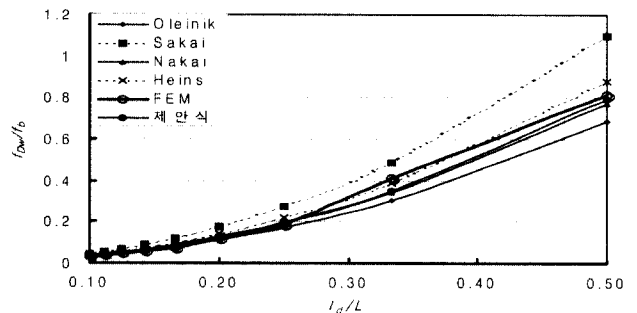
$$\frac{f_{Dw}}{f_b} = \left\{ 3.5 + \left(0.3 \times \frac{L}{B} \right) - \frac{35}{L} \right\} \times \left(\frac{l_d}{L} \right)^2 \times \theta \quad (22)$$

$(0 < L \leq 60)$

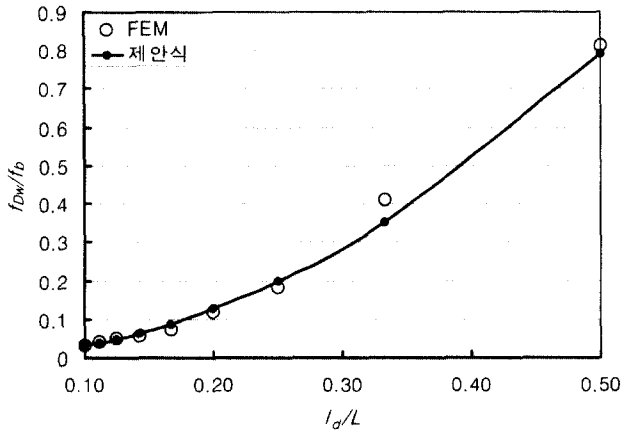
여기서 B 는 상자거더의 복부간격(m), θ 는 곡선 강상자형 거더의 중심내각(radian), f_{Dw} 는 상자형 거더의 하부플랜지에서 발생하는 최대 뒤틀림 수직응력이고, f_b 는 상자형 거더의 하부플랜지에서 발생하는 최대 휨응력, l_d 는 격벽 간격, L 은 곡선지간 길이(m)이다. 식 22 우변의 $\frac{35}{L}$ 항은 지간길이가 $0 < L \leq 60$ 일 때 $35m/L$ 로 하여 무차원화 한 것이다.

4.4 제안식의 타당성 검토

A-20을 통한 제안식의 타당성 검토하였다. 제안식과 FEM에 의한 값은 l_d/L 값이 0.3~0.4 사이에서 다소 차이를 보였으나 전반적으로 비슷한 경향을 보였다. 반면 A모델의 경우 Nakai의 식과 매우 유사한 결과를 갖는다. 그림 14에서의 x축과 y축의 값이 모두 무차원 계수이기 때문에 그 값의 차이가 없더라도, 실제 응력에서는 큰 차이를 보였다.



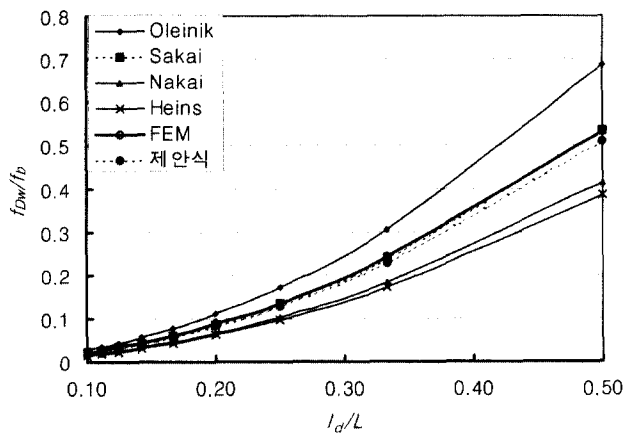
(a) 기존식들과 비교



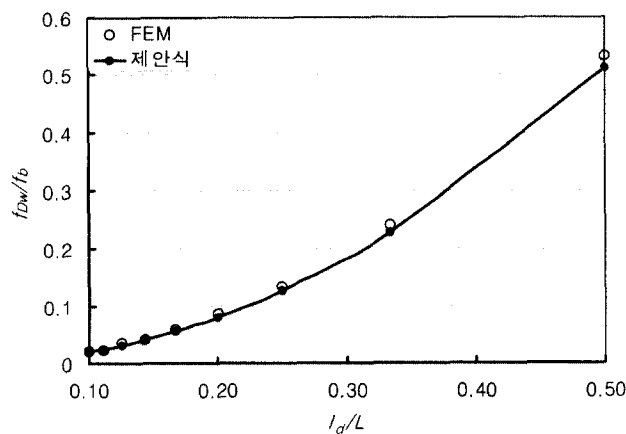
(b) FEM 과 제안식의 비교

그림 14. 모델 A-20을 통한 제안식의 타당성 검토

B-20에 대해서도 제안식의 타당성 검토하였다. 전반적으로 모델 A보다 제안식과 FEM해석의 결과가 비슷한 경향을 보였다. 그림 14에서와 같이 모델 B의 경우는 Sakai식의 계산 결과와 비슷한 결과를 보인다.



(a) 기존식들과 비교



(b) FEM 과 제안식의 비교

그림 15. 모델 B-20을 통한 제안식의 타당성 검토

5. 결 론

이 연구는 곡선강상자형 거더의 3차원 FEM 모델 해석을 수행하여 기존의 제안식들의 타당성을 검토하고 새로운 식을 제안하였으며, 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 이 논문에서는 3차원 FEM 해석과 기존의 제안 식들과의 상관관계를 고려하여 다음과 같이 격벽간격을 산정하는 식을 제안하였다.

$$\frac{f_{Dw}}{f_b} = \left\{ 3.5 + \left(0.3 \times \frac{L}{B} \right) - \frac{35}{L} \right\} \times \left(\frac{l_d}{L} \right)^2 \times \theta$$

$$(0 < L \leq 60)$$

위의 식에서 $\frac{f_{Dw}}{f_b}$ 값이 0.05 이내가 되도록 격벽간격을 산정해 주어야 뒤틀림응력을 효과적으로 제어할 수 있다.

- (2) 이상의 결과와 같이 뒤틀림을 제어하는 경우 다양한 변수를 고려하지 않고 격벽간격을 산정하는 것은 비효율적일 수 있다. 특히 실무에서 관용적으로 5m 간격으로 격벽을 설치하는데 이는 비효율적인 설계라 할 수 있다.
- (3) 이 논문은 단경간 강상자형교의 격벽간격 산정에만 국한되는 것으로 차후 연속교에 관한 연구가 수행되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

- 건설교통부(2000) 도로교설계기준.
- 손준상(1998) 상자형 거더의 격벽 간격이 뒤틀림 뒀 응력에 미치는 영향, 석사학위논문, 고려대학교.
- 이희업(2000) 직접강도법에 의한 곡선 강박스 거더의 뒤틀림 해석 및 설계 최적화에의 응용, 박사학위논문, 인하대학교.
- 이희업, 양창현(1999) 강상자거더의 뒤틀림 해석에 관한 연구, 대한토목학회 논문집, 제19권, I-6 호, pp.907-916.
- 조효남(1999) 강구조공학, 구미서관, 서울.
- Fam, A. and Turkstra, C.(1975) A finite element scheme for box bridge analysis., *Computers & Structures*, Vol. 5, pp. 179-186.
- Heins, C. P.(1975) *Bending and torsional design in structural members*, Lexington Books, USA.
- Heins, C. P. and Oleinik, J. C.(1976) Curved box beam bridge analysis. *Computers & Structures*, Vol. 6, pp. 65-73.
- Hsu, Y. T., Fu, C. C. and Schelling, D. R.(1995)

- EBEF method for distortional analysis of steel box girder bridge. *J. of Str. Eng.*, ASCE, Vol. 121, No. 3, pp. 557-566.
- Nakai, H. and Yoo, C. H.(1988) *Analysis and design of curved steel bridges*, McGraw-Hill, USA.
- Oleinik, J. C. and Heins, C. P.(1975) Diaphragms for curved box beam bridges, *J. of Str. Eng.*, ASCE, Vol. 101, No. 10, pp.2161-2178.
- Sakai, F., and M. Nagai(1977) A Recommendation on the Design of Intermediate Diaphragms in Steel Box Girder Bridges, *Proceedings of the Japanese Society of Civil Engineers*, No. 261, pp. 21-34.
- Wright, R. N. and Abdel-Samed, S. N.(1968) BEF analysis for analysis of box girders, *J. of Str. Div.*, ASCE, Vol. 94, No. 7, pp.1719-1743.
- (접수일자 : 2002. 10. 14 / 심사일 2002. 11. 4 / 심사완료일 2003. 3. 28)