

스펙트럼 추정을 이용한 탄성파 트레이스 내삽*

지 준¹⁾

Seismic Trace Interpolation using Spectral Estimation

Jun Ji¹⁾

요 약 : 본 논문은 탄성파 자료에서 흔히 볼 수 있는 선형이벤트에 대한 내삽 기법을 소개하고 있다. 선형이벤트를 갖고 있는 2차원 자료의 경우, 내삽을 수행한 후의 스펙트럼의 모양은 내삽하기 전의 알리아싱(aliasing)된 스펙트럼의 모양으로부터 추정이 가능하다. 측정되지 않은 트레이스의 복원은 특정 필터를 적용한 결과의 전체 에너지가 최소화 되도록 구해지게 되며 이때 사용되는 필터의 진폭 스펙트럼은 추정된 스펙트럼의 역(inverse)에 해당된다.

주요어 : 내삽, 알리아싱, 스펙트럼 추정

Abstract : A scheme for missing-trace interpolation of linear events is proposed. For a two-dimensional seismic dataset which contains linear events, a post-interpolation spectrum can be estimated from a portion of the original aliased spectrum. The restoration of missing trace data is accomplished by minimizing the energy after applying a filter which has an amplitude spectrum that is inverse to the estimated spectrum.

Keywords : Interpolation, Alias, Spectral Estimation

서 론

Claerbout(1992)에 의하면 탄성파 자료에 있어서 내삽의 한 접근방법을 다음과 같이 제안하고 있다.

“A method for restoring missing data is to ensure that the restored data, after specified filtering, has minimum energy.”

즉, 특정한 필터링 후 최소한의 에너지를 갖도록 자료를 복원하는 것이다. 그는 또한 이에 적절한 필터는 필터의 진폭스펙트럼이 내삽된 후에 자료가 갖게 될 스펙트럼의 역에 해당하는 것을 선택하길 제안하고 있다. 이는 복원될 자료의 진폭스펙트럼이 필터링 후 최소한의 에너지를 갖기 위해서는 필터의 진폭스펙트럼과 역의 관계에 있어야 하기 때문이다. 이러한 접근 방법을 따르게 된다면, 내삽이 수행된 후에 자료가 갖게 될 스펙트럼을 추정해야 한다. 일정한 간격으로 샘플링이 되어 있으면서 알리아싱된 1차원 자료의 경우에는 알리아싱되지 않은 스펙트럼을 알리아싱된 스펙트럼으로부터 분리해 낼 수가 없다. 대신에 원래의 스펙트럼을 스펙트럼 대역별로 가중치를 부여하여 사용하게 된다. 이러한 접근 방법에서는 대부분의 알리아싱이 일어나는 고주파 대역에 작은 가중치를 주어 사용하게 된다(Claerbout, 1992). 하지만 이러한 스펙트럼별 가중치는 너무나 주관적이라 할 수 있다.

반면에 2차원 자료의 경우에는 이벤트들이 모두 선형적인 경우에는 내삽을 수행한 후의 결과에 대한 스펙트럼을 추정할 수 있게 된다. 본 논문은 다음의 두 절에서 이러한 스펙트럼 추정의 원리와 이로부터 내삽을 수행하는 기법을 소개하고 있다. 또한 본 논문에서 제안하는 스펙트럼 추정방식과 기존의 대표적인 기법들과의 관계를 설명하고 있으며, 합성된 자료에 대한 수치실험 결과를 통해서 본 기법의 타당성과 타 기법과의 비교를 하고 있다.

스펙트럼 추정

“스펙트럼 추정(Spectral Estimation)”이라는 용어는 이미 오래 전부터 시계열(time series)의 스펙트럼을 추정하는 경우에 사용되어 왔다. 하지만 본 논문에서는 이를 ‘내삽된 후의 자료의 스펙트럼을 추정’ 의미로 정의하도록 한다.

우선 시간-공간(t, x) 영역에서 선형 이벤트로 주어지는 평면파를 고려해 보자. 이에 대한 주파수-공간파수(f, k) 영역 스펙트럼은 선형 이벤트로 주어지게 된다. 만약에 시간영역에서 알리아싱이 나타나지 않도록 충분히 조밀한 샘플링을 하고 공간영역에서 충분하지 못한 샘플링을 한다면, 일반적인 탄성파자료에서와 마찬가지로 공간 알리아싱이 발생하게 된다. Fig.

2003년 7월 14일 접수

*본 연구는 2002학년도 한성대학교 교내연구비 지원과제임

1) 한성대학교 소프트웨어시스템학과

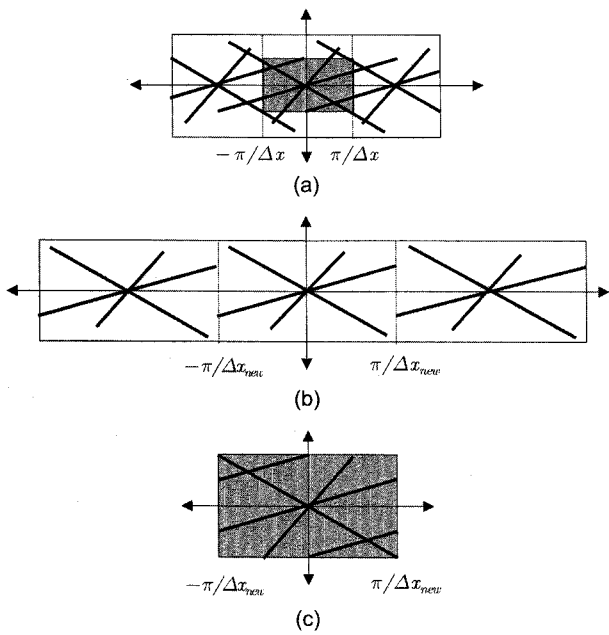


Fig. 1. (a) The Spatially aliased spectrum of the original data. The central gray-background portion represent the estimated spectrum that is expected to be after the first-order interpolation. (b) Unaliased spectrum of the data when sampled two-times densely along the spacial direction. Thus, Δx_{new} correspond to the half of Δx . (c) The estimated spectrum from the aliased spectrum. This correspond to the gray-background portion of the aliased spectrum shown in (a).

1(a)는 공간 알리아싱이 일어난 몇몇 선형이벤트의 스펙트럼을 $-3\pi/\Delta x$ 부터 $3\pi/\Delta x$ 까지의 공간주파수 영역에서 보여주고 있다. Fig. 1(a)를 살펴보면, 원래의 스펙트럼이 공간영역에서의 샘플링에 의해서 $\pm 2\pi/\Delta x$ 만큼 이동되어서 반복하여 나타나는 스펙트럼에 의해서 알리아싱이 야기되는 것을 알 수 있다 (Oppenheim and Schaffer, 1975). 만약에 $\Delta x_{new} = \Delta x_{original}/2$ 가 되도록 조밀한 샘플링을 한다면, 알리아싱을 야기하던 반복되는 스펙트럼은 공간주파수 영역에서 $\pm 4\pi/\Delta x_{new}$ 로 더욱 멀리 이동되어 나타나게 되며, 그 결과 알리아싱되어 있던 이벤트들은 $-2\pi/\Delta x_{new} \leq k \leq 2\pi/\Delta x_{new}$ 에서는 더 이상 알리아싱을 발생시키지 않게 된다. 한편, Fig. 1(b)에서 보여지는 $-\pi/\Delta x_{new}$ 부터 $\pi/\Delta x_{new}$ 까지의 스펙트럼의 모양을 Fig. 1(a)에서 보여지는 알리아싱된 스펙트럼의 주파수 영역을 $-\pi/2\Delta t \leq f \leq \pi/2\Delta t$ 까지만 취함으로써 Fig. 1(c)와 같이 흉내 낼 수 있다. 물론 Fig. 1(b)에서 나타나고 있는 알리아싱이 일어나지 않은 스펙트럼의 모양과 정확히 일치하지는 않지만 Fig. 1(b)에서 주어지는 모든 스펙트럼의 특성은 Fig. 1(c)의 추정된 스펙트럼에 대응하는 부분을 갖게 되는 것을 볼 수 있다.

스펙트럼에서 존재하는 선형이벤트의 위치를 다음과 같이 선형 함수로 묘사해보자.

$$f = ak \quad (1)$$

여기서 $a = df/dk$ 는 시간-공간 영역에서 존재하는 선형이벤트

의 역에 해당하는 경사를 갖게 되며, f 와 k 는 각각 $-\pi/\Delta t \leq f \leq \pi/\Delta t$ 와 $-\pi/\Delta x \leq k \leq \pi/\Delta x$ 의 영역에 정의된다. 그러면 알리아싱된 이벤트의 위치는 다음과 같이 이동된 선분으로 묘사될 수 있다.

$$f = a \left(k \pm \frac{2\pi}{\Delta x} \right) \quad (2)$$

여기에서 우리가 만약 공간영역에서 원래의 샘플링 간격에서 $1/N$ 배 만큼의 조밀한 샘플링을 한다면, 선형 이벤트 선분은

$$f = a \left(k \pm \frac{2N\pi}{\Delta x} \right) \quad (3)$$

이 되게 된다. 여기에서 k 는 $-N\pi/\Delta x \leq k \leq N\pi/\Delta x$ 에 정의된다. 위의 식 (3)에서 우변의 N 을 괄호 밖으로 빼내고 변수치환을 $f' = f/N$ 과 $k' = k/N$ 으로 해주면 식 (3)은 다음과 같이 된다.

$$f' = a \left(k' \pm \frac{2\pi}{\Delta x} \right) \quad (4)$$

여기에서 f' 와 k' 는 각각 $-\pi/N\Delta t \leq f' \leq \pi/N\Delta t$ 와 $-\pi/N\Delta x \leq k' \leq \pi/N\Delta x$ 로 정의된다. 따라서, 식 (4)에 의하면 주어진 스펙트럼의 일부분을 취하여 자료가 내삽된 후의 스펙트럼에 해당하는 모양을 알 수 있게 된다.

탄성과 트레이스 내삽

본 논문에서 다루고 있는 내삽은 공간 방향으로 트레이스 사이를 채워넣는 일차 내삽(first-order interpolation)이다. 앞 절에서 알 수 있듯이 내삽이 수행된 결과의 스펙트럼의 모양을 알고 있으므로 다음 단계는 우리가 추정한 스펙트럼의 역에 해당하는 진폭스펙트럼을 갖는 필터를 찾는 것이다. 이러한 필터는 시간-공간($t-x$) 영역에서 또는 주파수-공간($f-x$) 영역에서 구할 수 있는데, 본 논문에서는 간편성을 위해서 주파수-공간파수($f-k$) 영역에서 구하였다. 내삽 과정은 다음과 같이 설명될 수 있다.

I. 시간영역에 주어진 자료의 시간 샘플 개수(nt)와 같은 개수의 0을 뒤에 붙여서, 주어진 자료의 크기가 $nt \times nx$ 에서 $2 \times nt \times nx$ 가 되도록 한다. 이와 같이 0을 붙여서 시간 영역 샘플의 개수를 두배가 되도록 하는 이유는 주파수 영역에서의 샘플링 간격이 $1/2 \times nt$ 가 되도록 하기 위함이다.

$$data_{new}(t,x) = \begin{pmatrix} data(t,x) \\ zeros(t,x) \end{pmatrix} \quad (5)$$

II. 자료를 시간-공간(t,x) 영역에서 주파수-공간파수(f,k) 영역이 되도록 2차원 푸리에 변환을 수행한다.

$$Data_{new}(f,k)=2D FT\{Data_{new}(t,k)\} \quad (6)$$

III. 0 주파수부터 나이퀴스트(Nyquist) 주파수의 반에 해당하는 각각의 주파수에 대하여 공간 영역을 따라 필터의 스펙트럼이 주어진 스펙트럼의 역의 모양을 갖는 최소위상파형을 구한다. 여기에서 최소위상파형을 구하기 위해 Kolmogoroff의 스펙트럼 인수분해(Spectral Factorization), (Claerbout, 1976)를 사용했다.

$$Spectrum_{inv}(f, k) = 1/Data_{new}(f, k) \quad (7)$$

for each $f=0, \frac{f_{Nyquist}}{2 \times nt}, \dots, \frac{f_{Nyquist}}{2}$

$$filter(f, x) = Spect\ Factor\{Spectrum_{inv}(f, k)\} \quad (8)$$

for each $f=0, \frac{f_{Nyquist}}{2 \times nt}, \dots, \frac{f_{Nyquist}}{2}$

IV. 각각의 주파수에서 새로운 트레이스, $M(f, x)$ 는 필터링된 결과가 최소화되도록 주파수영역에서 최소자승 개념으로 구하게 된다. 이때 적용되는 필터는 해당 주파수의 반에 해당하는 주파수에서 구한 파형을 사용하게 된다.

$$|filter(f_0, x) * [M(f, x) + Data(f, x)]| \approx 0 \quad (9)$$

여기에서 $f_0=f/2$ 와 같이 사용한다.

V. 원래의 자료와 트레이스의 사이를 채워주는 내삽된 자료를 역 푸리에변환을 취하여 내삽이 완성된 시간-공간(t, x) 영역의 자료를 얻게된다.

$$data_{result}(t, x) = FT^{-1}\{M(f, x) + Data(f, x)\} \quad (10)$$

또 다른 방법은 각각의 주파수에 해당하는 필터를 예측에러 필터(prediction error filter)로 구하는 기법이다. 예측에러 필터는 입력 자료의 스펙트럼의 역에 해당하는 스펙트럼을 갖게 되기 때문이다(Claerbout, 1992). 필터의 길이를 작게 하려면 예측에러 필터가 스펙트럼 인수분해 방법보다는 더 유리하다고 할 수 있다.

Claerbout의 방법 그리고 Spitz의 방법과의 관계

Claerout(1992)와 Spitz(1991)는 각각 시간-공간(t, x) 영역과 주파수-공간($f-x$) 영역에서 트레이스 내삽을 수행하는 기법을 소개했다. Claerbout 과 Spitz는 모두 트레이스 내삽을 위해 예측에러 필터를 사용하고 있는데, 예측에러 필터의 스펙트럼은 입력자료의 스펙트럼의 역에 해당하므로 두 접근방법에서 내삽된 후의 스펙트럼을 어떻게 구하는지를 알 수 있게 해준다.

Claerbout의 경우는 시간 영역으로 원래의 샘플링간격의 두 배에 해당하는 자료로부터 2차원 예측에러필터를 찾아내게 된다. 푸리에 변환의 스트레칭 정리(stretching theorem)에 의하

면 시간 영역에서의 샘플링간격 증가는 주파수 영역에서의 스펙트럼 스트레칭으로 나타나게 된다(Bracewell, 1986). 이는 그의 예측오차필터의 입력자료는 두 배의 샘플링간격에 의해서 스펙트럼이 두 배로 스트레칭된 것을 의미한다. 만약에 원래의 스펙트럼이 나이퀴스트 주파수의 반 이상인 부분에 에너지가 없으면, 두 배로 스트레칭된 스펙트럼은 원래의 스펙트럼을 0부터 나이퀴스트 주파수의 반 만큼만 취하여 이를 전체 주파수영역의 스펙트럼으로 간주하는 것이다.

Spitz의 경우에는 0주파수부터 나이퀴스트 주파수의 반에 해당하는 각각의 주파수의 공간 영역 방향으로의 1차원 예측에러 필터를 계산하고, 이를 필터 계산시의 주파수의 두 배에 해당하는 주파수 자료에 적용하게 된다. 이러한 접근방법은 0주파수부터 Nyquist 주파수의 반에 해당하는 스펙트럼을 일차 내삽에 해당하는 복원자료의 전체 스펙트럼으로 간주함을 의미한다.

수치계산 결과

이 논문에서 제안된 내삽기법을 Spitz(1991)가 제안한 방법과 비교하기위해서 Spitz의 논문에서 사용된 자료와 유사한 합성 자료(Synthetic data)를 사용하였다. Fig. 2는 무작위 잡음이 포함되고 공간영역에서 אלי아싱된 여러 선형 이벤트를 갖고 있는 합성 자료와 일차 내삽 후의 결과를 보여주고 있다.

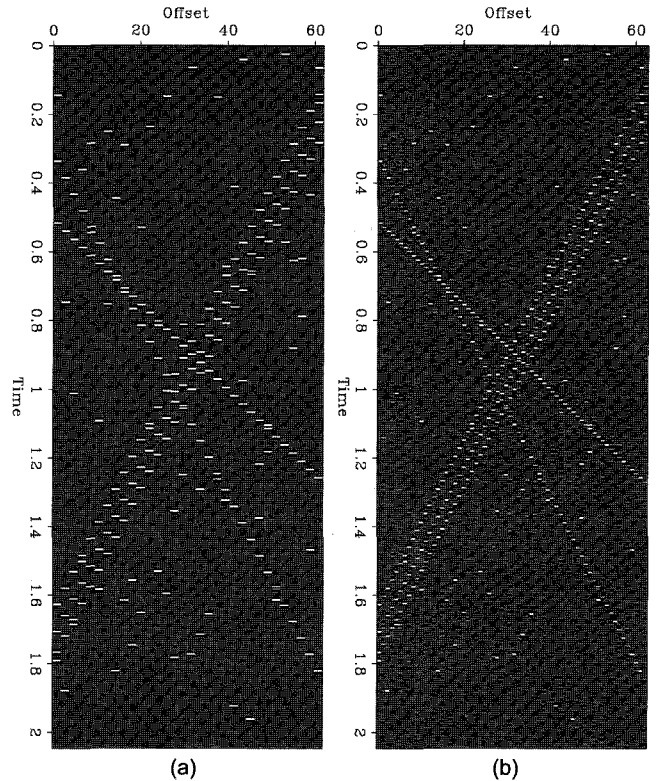


Fig. 2. (a) Input data made of three aliased linear events, (b) First-order interpolated data. Note that the parallel events have been correctly interpolated.

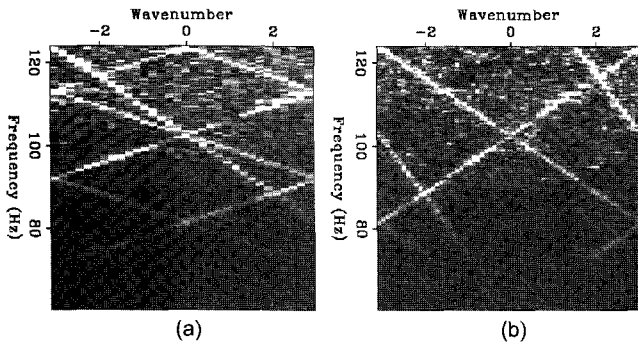


Fig. 3. Amplitude f - k spectra. The horizontal axes represent normalized wavenumber, from -0.5 to 0.5 cycles. (a) f - k amplitude spectrum of the input shown in Figure 2(a). The unit scale of the normalized wavenumber is 1/32 cycles. (b) f - k amplitude spectrum of the interpolated data set shown in Figure 2(b). The unit scale of the normalized wavenumber is 1/64 cycle.

그 결과는 Spitz의 방법으로 한 결과와 비교 할 만하며, Fig. 3는 내삽하기 전과 후의 스펙트럼을 각각 보여주고 있다. 내삽된 자료의 스펙트럼을 보면, 원래의 스펙트럼으로부터 직관적으로 추정할 수 있는 우리의 예상에 잘 부합되고 있음을 확인할 수 있다.

결 론

이 논문에서는 탄성과자료에서의 선형이벤트에 대한 트레이스 내삽기법을 소개하고 있다. 이 기법의 기본 이론은 2차원 탄성과 자료에 대한 공간영역의 샘플링간격을 반으로 줄이는 내삽기법들-Claerbout의 시간-공간(t, x) 영역방법과 Spitz의 주

파수-공간(f, x) 영역방법-의 기본 원리를 이해하는데 도움을 주며, 기존의 기법들과 같은 원리를 사용하면서도 구현은 또 다른 방식을 택하고 있다 할 수 있다. 합성자료에 대한 실험 결과로부터 본 기법의 결과가 기존의 Spitz가 제안한 방법에 비교할 만하다는 것을 알 수 있었으며, 본 논문에서 설명된 내삽 기법의 기본 이론을 숙지하게 되면 여러 가지 다른 형태의 구현기법을 통해서 다양한 내삽 기법의 연구가 수행될 수 있을 것으로 사료된다.

사 사

본 연구에서 수행된 수치계산에는 국가지정연구실인 한성대 영상화기술연구실의 장비와 자료처리 시스템이 사용되었으며, 이에 해당기관에 감사사를 드립니다.

참고문헌

- Bracewell, R. N., 1986, *The Fourier Transform and Its Application: Second Edition, Revised, McGraw-Hill Book Company.*
- Claerbout, J. F., 1976, *Fundamentals of Geophysical Data Processing, McGraw-Hill Book Company.*
- Claerbout, J. F., 1992, *Earth Soundings Analysis: Processing versus Inversion, Blackwell Scientific Publications.*
- Oppenheim, A. V., and Schaffer, R. W., 1975, *Digital Signal Processing, Prentice Hall.*
- Spitz, S., 1991, Seismic trace interpolation in the F-X domain: *Geophysics*, **56**, 785-794.