

다각 주사법을 이용한 비대칭 매연분포의 재구성

이상민* · 황준영* · 정석호**†

Tomographic Reconstruction of Asymmetric Soot Structure from Multi-angular Scanning

Sang Min Lee, Jun Young Hwang and Suk Ho Chung

ABSTRACT

A convolution algorithm combined with Fourier transformation has been applied to the tomographic reconstruction of asymmetric soot structure to identify the local soot volume fraction distribution. Line-of-sight integrated data from light extinction measurement with multi-angular scanning formed basic information for the deconvolution. Multi-peak following interpolation technique was applied to obtain the effect of increasing number of scanning angles. Height-by-height reconstructed soot volume fraction distribution was compared with laser-induced incandescence signals.

Key Words : Soot, Tomography, Multi-angular scanning, Laser-induced incandescence

기 호 설 명

N	입자 수밀도 (number density)	K_{ext}	소멸계수 (extinction coefficient)
ϕ	매연체적분율 (volume fraction)	\bar{m}	굴절률 (refractive index)
D_{30}	체적평균입경 (volume-averaged diameter)	$P(D)$	입자 크기 분포함수
λ	레이저 파장 (laser wavelength)	I	레이저 광의 세기 (intensity)

1. 서 론

매연(soot)은 탄화 수소계 연료의 연소과정에서 생성되는 입자상 물질로서 최근 환경 문제와 관련하여 매연에 관한 연구가 활발히 이루어지고 있다. 화염의 내부에서 이러한 매연을 측정하는 방법으로서 광 소멸법(light extinction method)이 널리 사용되고 있다[1]. 광 소멸법은 레이저 광이 매연 지역을 지나면서 소멸되는 정도를 측정하여 매연 분포를 파악하는 실험방법으로 유동장 및 화염에 직접 영향을 미치지 않고, 또한 간단하게

장치를 꾸밀 수 있는 장점이 있다. 이때 소멸되는 광의 세기는 매연 입자를 구형으로 가정했을 때 매연의 체적분율(volume fraction)에 비례한다고 알려져 있다[1]. 하지만 광 소멸법에서의 측정값은 레이저 광의 경로를 따라 적분된 상태(line-of-sight)이므로 특정 위치에서의 매연 분포를 알아내기 위해서는 단층 촬영기법(tomography)을 이용한 적절한 변환 과정이 필요하다[2].

축대칭(axi-symmetric) 화염의 경우에는 측정하고자 하는 물리량의 내부 분포가 반경방향 만의 함수이므로 측정 단면을 1회 주사(scanning)한 후 아벨(Abel) 변환을 이용하면 국소점의 정보를 얻을 수 있다. 하지만 측정단면이 비축대칭 분포를 갖는 경우 측정각에 따라 다른 소멸 정보를 갖게 되므로 내부 분포를 파악 하기 위해서는 여러 각도에서 데이터를 측정하여야 하는데 이를 다각 주

* 서울대학교 기계항공공학부 대학원

** 서울대학교 기계항공공학부

† 연락처, shchung@snu.ac.kr

사법(multi-angular scanning)이라 한다[3]. 다각 주사법의 원리는 CT(computerized tomography) 촬영의 원리와 동일한데, 아직까지 비축대칭 매연분포의 재구성에는 적용된 바가 없다. 한편 화염 내부의 매연분포의 경우 화염면 부근에서 매연량이 급격히 변화하기 때문에 재구성을 위해서는 많은 각도로부터의 측정값이 필요하고, 따라서 많은 측정시간을 요하는 어려움이 있다.

본 연구에서는 다각주사법을 이용하여 비대칭 화염내부의 매연분포를 계측하였으며, 내삽을 통해 주사각을 가상적으로 증가시켜 측정시간을 단축하는 동시에 재구성 효과를 높였다. 또한 재구성한 매연분포를 레이저 유도 백열(LII)법으로부터 측정된 매연분포와 비교하였다.

2. 실험장치

비축대칭 화염을 구성하기 위하여 2개의 평행한 연료 노즐을 갖는 동축류 버너(double coaxial coflow burner)를 사용하였다. 연료 노즐의 내경은 10.7mm, 산화제가 분사되는 외부 노즐의 내경은 104mm이고, 두 연료 노즐의 중심간 간격은 15.2mm로 고정하였다. 연료는 프로판(propane), 산화제로는 압축공기를 사용하였으며, 프로판의 유량은 각각의 노즐에 대하여 100ml/min, 공기의 유량은 80l/min로 하였다. 이러한 조건에서는 두 연료 노즐로부터 발생하는 확산화염의 형태를 띠게 된다(Fig. 1).

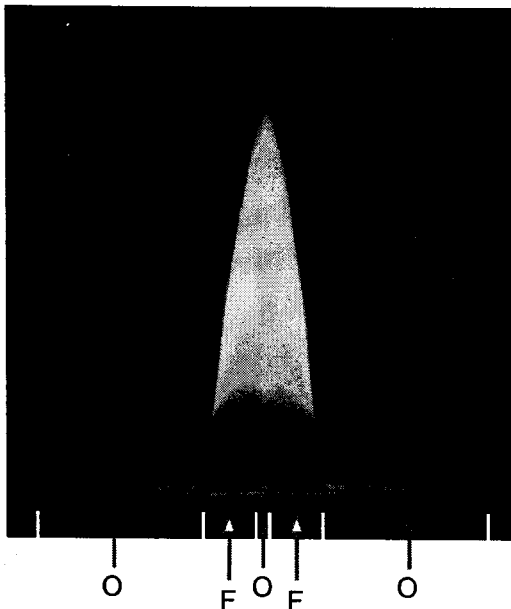


Fig. 1 Schematic and photograph of the flame in a double coaxial burner

광 소멸 실험에는 헬륨-네온 레이저(Uniphase, 1135; 632.8nm, 13mW)를 사용하였다. 레이저 광은 초점거리 400mm의 볼록렌즈를 통과하여 집광되며, 레이저 광의 세기는 광 다이오드(photo-diode)를 통하여 계측하였다. 레이저의 처리는 초퍼(chopper)와 연결된 락인앰프(lock-in amplifier)를 통하여 이루어졌다. 본 연구에서 사용한 시스템에서는 레이저와 광 다이오드는 고정된 상태에서 스텝모터로 구동되는 3차원 이송장치로 버너를 이동하면서 측정 위치를 변화시켰다. 각 지점에서의 측정값은 300ms 간격으로 100회 측정 후 평균한 값을 사용하였으며, 이송 시 발생하는 진동으로 인해 화염이 떨리므로 측정지점으로 이송한 뒤 5초간 기다린 후 측정을 시작하였다. 화염 내부에서 매연분포가 급격하게 변화하므로 재구성의 신뢰도를 높이기 위하여 반경방향(r 방향)으로 0.4mm, 회전 방향(θ 방향)으로 3.6° 간격으로 측정하였다.

매연 입자의 직경분포를 계측하기 위하여 광산란(light scattering) 실험을 병행하였다. 산란 신호의 측정에는 Ar-이온 레이저(Coherent, Innova 70)로부터 발진하는 0.5 W, 514.5nm의 수직편광된 레이저 광을 사용하였다. 수광부는 측정체적으로부터 입사 레이저 광의 90° 방향에 설치하였다. 산란광의 입체각(solid angle, 0.032°)은 아이리스(iris)를 통해 조절하였고, 산란광은 초점거리 150mm의 구형렌즈를 통해 집광되고 514.5nm(FWHM=1nm) 필터를 통과한 후 광 증배관

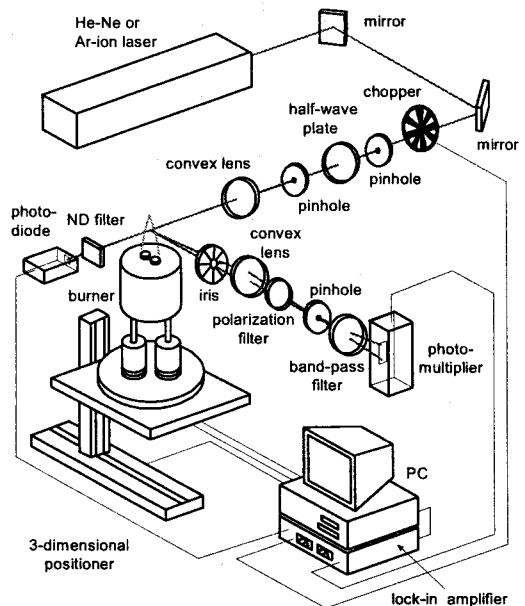


Fig. 2 Experimental setup for light extinction/scattering measurements

(photo-multiplier tube)으로 검출되도록 구성되어 있다[4].

광소멸법으로부터 재구성하여 구한 매연분포를 비교하기 위하여 LII 신호를 계측하였다. LII는 매연 입자가 강한 레이저 광에 의해 가열된 후 복사광을 방출하는 것을 의미하며, 이 복사광의 세기는 매연의 체적분율에 비례하는 것으로 알려져 있다. LII 기법은 광소멸 법과는 달리 변환과정 없이 매연 분포의 측정이 가능하다는 장점이 있다[5]. 하지만 LII 신호는 매연 입자의 형태 및 온도에 따라 가열 및 냉각 특성이 상이하게 나타나므로 LII 신호로부터의 매연 체적분율의 정량화는 어렵다. 본 실험에서는 평면 레이저 광을 사용하여 화염 단면의 매연 분포를 계측한 후, 광소멸법으로부터의 재구성결과와 비교하였다.

레이저 광으로는 Nd:YAG 레이저(Continuum, PL8000)로부터 발진하는 532nm의 광을 사용하였으며, 이를 실린더형 렌즈와 볼록렌즈 등을 조합하여 평면광으로 변환하였다. 입사광과 수직인 위치에 ICCD카메라(Princeton Instrument, EEV 02-06)를 설치하여 신호를 계측하였으며, 산란 및 특정 라디칼(radical) 등으로부터의 형광신호를 피하여 400nm 부근의 신호를 받아들였다.

LII 신호의 측정시간은 레이저와 동기화(synchronization)하여 100ns로 하였다. 측정지연시간은 두지 않았고, 잡음은 측정 필터만으로 제거하였는데, 이는 매연입자의 크기가 LII 신호에 미치는 영향을 최소화하기 위함이다[5].

3. 다각주사법의 원리

레이저 광의 강도는 화염내부의 매연지역을 지나면서 소멸되고, 검출부에서는 레이저 광의 경로를 따라 적분된 소멸 신호가 계측된다. 비측대칭 분포를 파악하기 위해서는 여러 주사각에서 경로적분된 데이터를 측정해야 하는데, 이러한 방식을 다각주사법이라 한다. 다각주사법으로부터 국소점에서의 정보를 얻기 위해서는 다음과 같이 Fourier변환을 이용한 토모그래피 재구성(reconstruction) 과정이 필요하다[3].

국소 값과 경로 적분 데이터 사이에는 다음의 관계식이 성립한다.

$$g(r, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) ds \quad (1)$$

를 Fourier변환하면,

$$\tilde{g}(r, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iwr} g(r, \theta) dr \quad (2)$$

여기서 구하고자 하는 국소점에서의 물리량 분포 $f(x, y)$ 에 대한 2차 Fourier 변환을 하면 다음과 같다.

$$F(w, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-iw(x \cos \theta + y \sin \theta)] dx dy \quad (3)$$

Fourier 변환의 중앙단면정리(central slice theorem)를 적용하면 다음의 관계식이 성립하게 된다.

$$\tilde{g}(w, \theta) = F(w, \theta) \quad (4)$$

이로부터 국소 물리량분포 $f(x, y)$ 를 계산하면 다음과 같다.

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\pi d\theta \int_{-\infty}^{\infty} g(w, \theta) \cdot \exp[iw(x \cos \theta + y \sin \theta)] |w| dw \quad (5)$$

를 다음과 같이 정의하고,

$$P(r, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}(w, \theta) |w| e^{iwr} dw \quad (6)$$

여기서 다음의 관계식을 만족하는 함수 $\hat{\phi}$ 를 정의하면,

$$\hat{\phi} = |w| \quad (7)$$

컨벌루션(convolution) 관계로부터 다음식을 유도할 수 있다.

$$P(r, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}(w, \theta) \hat{\phi}(w) e^{iwr} dw \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}(r, \theta) \hat{\phi}(r - \tau) d\tau \quad (8)$$

식 (5), (6)의 Fourier변환 관계식과 식 (8)의 컨벌루션 관계식으로부터 국소 체적분율 분포를 구할 수가 있다.

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\theta \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau, \theta) \cdot \phi(x \cos \theta + y \sin \theta - \tau) d\tau \quad (9)$$

식 (9)는 다음의 이산함수로 나타낼 수 있다.

$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^M g(r_k, \theta_j) \cdot \phi(x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - r_k) \quad (10)$$

여기서 $\theta_j = \frac{(j-1)\pi}{N}$, $r_k = \frac{2k}{M} - 1$ 이다. ϕ 는 식 (7)의 관계식으로부터 구한 Shepp-Logan 필터로 $\phi(0) = \frac{M^2}{\pi}$, $\phi(r_k) = -\frac{M^2}{\pi(4k^2 - 1)}$ 의 조건을 만족시키며, 이 값은 경로적분된 값에 곱해주는 가중치(weighting factor)로 볼 수 있다[6].

광소멸 실험에서는 $f(x, y)$, $g(r, \theta)$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g(r, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{ext}(x, y) ds \\ = -\ln \left[\frac{I(r, \theta)}{I_0} \right] \quad (11)$$

여기에서 K_{ext} 는 소멸 계수, I 는 레이저 광의 세기를 나타낸다. 매연 입자를 레이저의 파장에

비해 충분히 작은 구형 입자로 가정한 Rayleigh 근사의 경우, 체적분율 ϕ 는 다음과 같은 식으로 근사된다[1].

$$\phi = \frac{\pi}{6} ND_{30}^3 = \frac{\lambda K_{ext}}{6\pi E(\bar{m})} \quad (12)$$

\bar{m} 은 매연 입자의 굴절율로 632.8 nm 의 헬륨-네온 레이저를 사용할 경우 $1.89 - 0.48i$ 로 알려져 있다[7]. $E(\bar{m})$ 은 굴절률상수로 $\text{Im} \left\{ \frac{\bar{m}^2 - 1}{\bar{m}^2 + 1} \right\}$ 의 값을 갖는다

4. 결과 및 토의

4.1 비축대칭 매연분포의 재구성 결과

연료 노즐로부터 25mm 높이에서 주사각 (projection angle)에 따라 측정된 소멸신호의 분포도를 Fig. 3에 나타내었다. 반경방향으로는 총 24mm를 0.4mm 씩 61개의 위치에서 ($M=61$), 회전방향으로는 총 180°를 3.6°씩 돌려가면서 50개의 각도에서 ($N=50$) 광소멸량을 측정하였다. 주사각이 0°일 때는 두 연료 노즐이 레이저 광의 방향으로 나란히 정렬해있을 경우이고, 90°일 때 두 연료노즐의 수직방향으로 레이저 광이 통과한다. 수직 좌표값인 $-\ln(I/I_0)$ 는 소멸계수 K_{ext} 가 레이저광의 방향에 따라 적분된 값을 나타낸다(식 11). Fig. 3에서 보다시피 화염 외부에서는 소멸 현상이 발생하지 않으며, 화염면을 경계로 매연에 의한 광소멸량은 급격하게 증가한다.

Fig. 4는 K_{ext} 의 적분치로부터 식 (10)을 이용하여 매연 체적분율의 분포를 계산한 결과로, 비축대칭 매연분포가 성공적으로 재구성됨을 확인

∞자 형태를 나타내고 있다.

주사각의 개수 N 이 재구성 결과에 미치는 영향 할 수 있다. 매연은 화염면을 기준으로 연료측에 존재하고 화염의 함유현상으로 인해 매연분포가 항을 알아보기 위하여 N 이 50일 때의 소멸정보로부터 해당되는 만큼 소거하여 N 을 5, 10, 25로 만든 다음 매연분포를 재구성하였고, 그 결과를 Fig. 5에 나타내었다. N 이 5, 10일 때는 매연 분포를 알아보기 힘들며, N 이 25인 경우에는 ∞자 형태는 나타났지만 화염외부에서 웨이브(wave) 형태의 잡음이 퍼져가는 모습이 관찰된다.

주사각의 개수에 따른 재구성 효과를 정량적으로 알아보기 위하여 Anderson [8]이 제안한 아래와 같은 오차식을 사용하였다.

$$\epsilon = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M |\gamma_{ij,N} - f_{ij}|^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M |\bar{\gamma}_{ij} - f_{ij}|^2} \quad (13)$$

여기에서 $\gamma_{ij,N}$ 은 주사각의 개수가 N 일 때의 재구성결과, f_{ij} 는 참값, $\bar{\gamma}_{ij}$ 는 f_{ij} 의 평균값을 의미한다. f_{ij} 의 값으로는 N 이 50일 때의 데이터를 사용하였으며, 따라서 ϵ 은 N 이 50일 때와의 오차(discrepancy)를 나타내게 된다. 식 (13)을 통해 계산한 ϵ 의 값을 Table 1에 나타내었다.

Table 1 Calculated discrepancies for various numbers of scanning angles

N	5	10	25
ϵ	2.31	0.645	0.0509

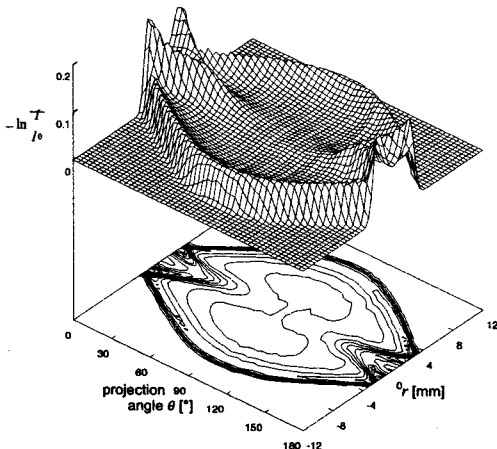


Fig. 3 Line-of-sight extinction data at $h=25\text{mm}$ for the case of $M=61, N=50$

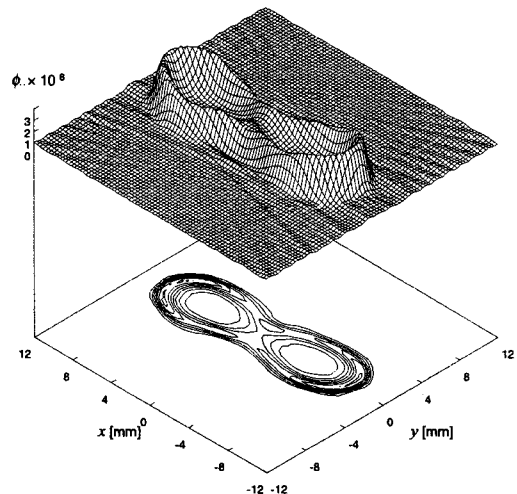


Fig. 4 Distribution of reconstructed soot volume fraction at $h=25\text{mm}$ for $M=61, N=50$

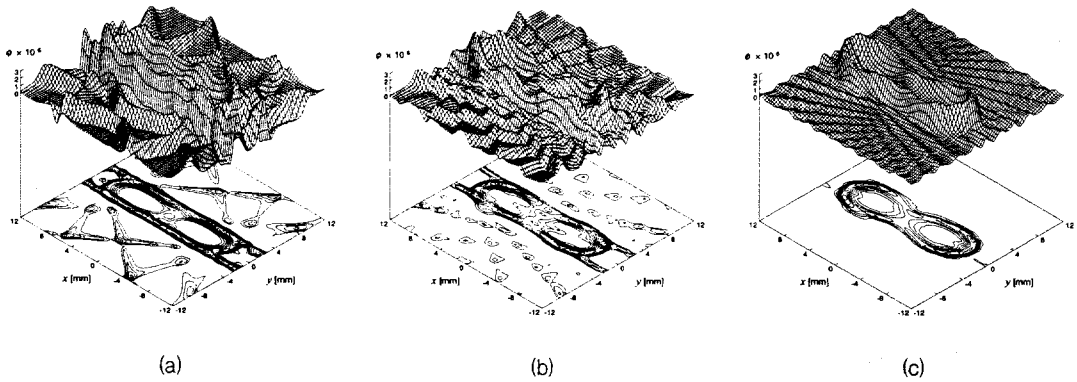


Fig. 5 Distributions of reconstructed soot volume fraction for (a) N=5, (b) N=10, and (c) N=25

4.2 내삽법을 이용한 주사각의 증가

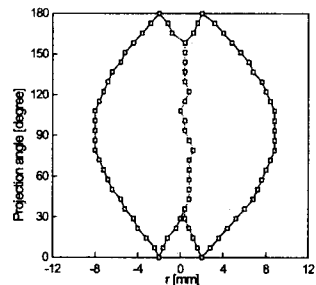
표 1에서 보듯이 재구성의 정확도는 주사각의 개수에 크게 의존하고, 따라서 보다 정확한 재구성결과를 얻기 위해서는 주사각의 개수를 늘리는 방법이 가장 효과적이다. 하지만 점 측정방식인 광소멸 실험에서 측정시간은 주사각의 개수에 비례하므로 주사각을 증가시키는 데에는 시간적인 제약이 따르게 된다. 이러한 경우 내삽(interpolation)을 통해 주사각의 개수를 가상적으로 늘리는 방법을 생각해 볼 수 있다. 하지만 Fig. 3에서 보듯이 높이 25mm의 매연분포에서 극값(peak value)의 위치가 주사각에 따라 심하게 변하기 때문에 단순 평균을 통한 내삽방식을 적용하기에는 무리가 있다. 이를 해결하기 위하여 Lee 등은 분무입경 측정실험에서 극값의 궤적에 따라 내삽하는 방법을 제안하였다[9]. Lee 등의 연구에서 극값의 위치가 주사각 당 2개로 일정하였던 것과는 달리 본 실험에서는 극값의 개수가 주사각에 따라 최소 2개에서 4개까지 변하기 때문에 극값의 궤적에 따라 내삽영역을 나누는 방식을 적용하였다.

Fig. 6에 본 연구에서 적용한 내삽법의 개요도를 나타내었다. 실제 주사각인 θ_i 와 θ_{i+1} 에서의 정보로부터 가상의 주사각인 $\theta_{i+1/2}$ 에서의 소멸값을 구한다고 가정하자. 우선 $\theta_{i+1/2}$ 에서의 극값의 위치를 구하고 ①, θ_i 와 θ_{i+1} 에서 $\theta_{i+1/2}$ 의 격자에 해당하는 위치를 지정한 다음 ②, 평균내삽을 통해서 $\theta_{i+1/2}$ 에서의 소멸값을 계산하는 방식이다 ③.

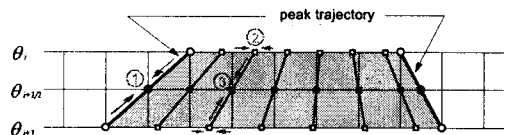
궤적을 따른 영역내삽법에 의해 구한 소멸값을 단순평균내삽에 의한 소멸값과 실제 측정치를 비교한 예를 Fig. 7에 나타내었다. 여기에서 앞서 기술한 실제주사각 θ_i, θ_{i+1} 은 각각 158.4°, 165.6°에, 가상주사각 $\theta_{i+1/2}$ 는 162.0°에 해당한다. 단순

평균으로 내삽한 경우 극대값의 위치도 바뀌었을 뿐더러 극대값 자체도 측정값보다 낮게 예측되었다. 또한 화염면을 가로질러 급격하게 증가하는 매연분포의 변화도 따라가지 못하는 모습을 보인다. 반면 영역내삽법 결과는 극대값의 크기 및 위치, 화염면에서의 급격한 증가 등 실제 측정분포에 거의 근접하는 모습을 보이는데, 이로부터 영역내삽법의 타당성을 확인할 수 있다.

영역내삽법을 사용하여 재구성한 매연분포를 Fig. 8에 나타내었다. N이 10×5는 실제주사각 10개로부터 내삽을 통해 5배, 즉 50개의 주사각을 만든 경우이고, 25×2는 25개의 주사각을 2배 키운 경우이다.



(a)



(b)

Fig. 6 Schematic of (a) peak trajectories at $h = 25\text{mm}$, and (b) a multi-peakfollowing interpolation method

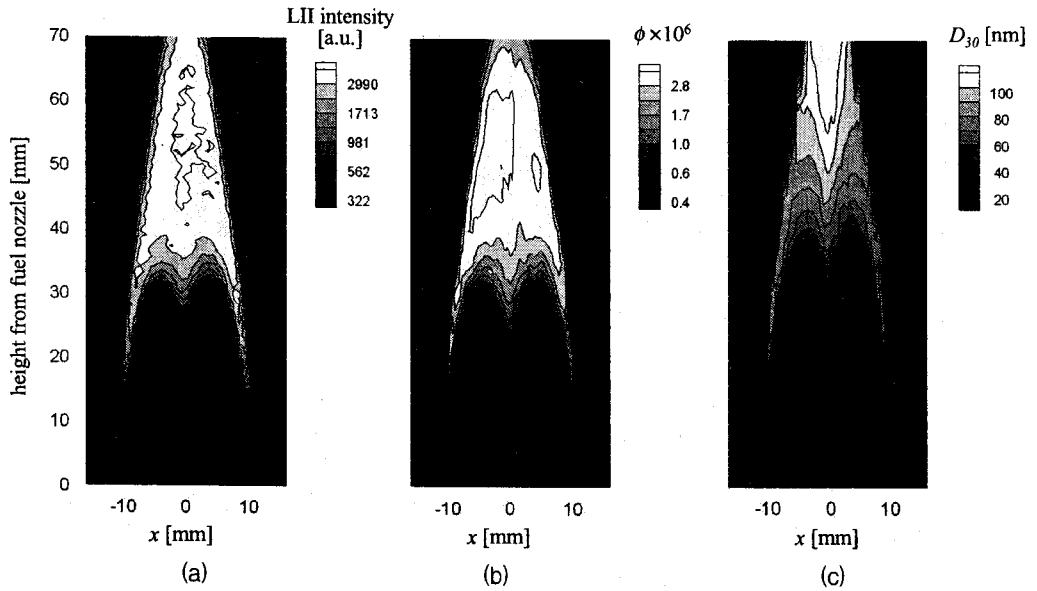


Fig. 9 Distribution of soot particles along vertical cross section; (a) LII image, (b) soot volume fraction acquired from height-by-height reconstruction results, and (c) volume-averaged diameter

Table 2는 각각의 경우 실제 주사각의 개수가 50일 경우와의 차이(ϵ)를 보여준다. Fig. 5에서 보다시피 N 이 10일 때는 외부 잡음에 가려 매연 분포형태조차 구별하기 힘들었지만 영역내삽을 통해 외부 잡음은 깨끗이 사라졌으며 ∞ 자와 유사한 형태의 재구성이 가능하였다. N 이 25일 경우에도 내삽으로 인해 외부 잡음이 사라졌을 뿐

더러 ϵ 값도 90% 정도 감소하게 되는 뛰어난 재구성 효과를 나타내었다.

Table 2 Calculated discrepancies using multi-peak following interpolation

N	10×5	25×2
ϵ	0.0627	0.00787

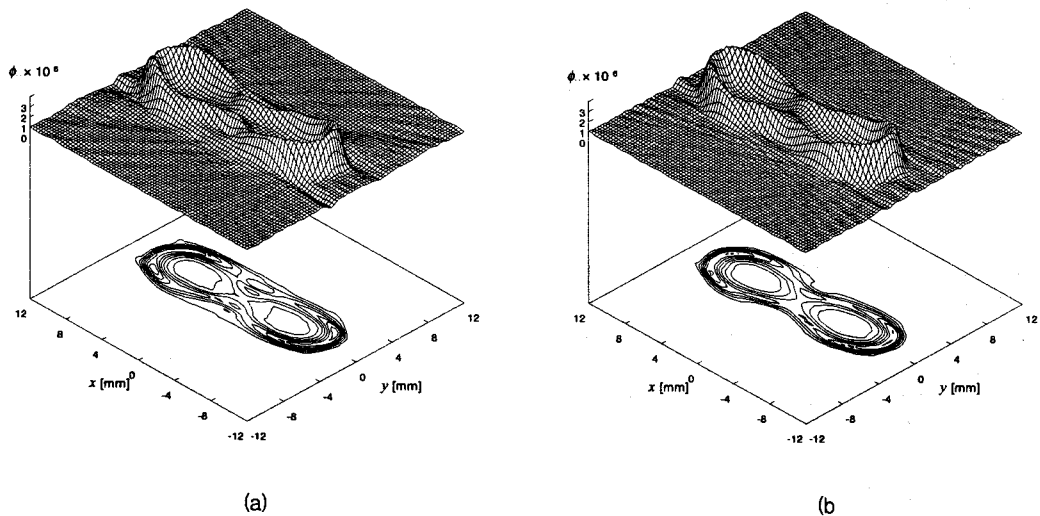


Fig. 8 Distributions of reconstructed soot volume fraction using multi-peak following interpolation; (a) $N=10 \times 5$, and (b) $N=25 \times 2$

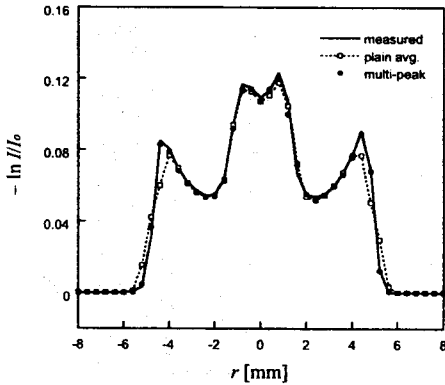


Fig. 7 Comparison of interpolated extinction data with measured data at $\Theta=162^\circ$

4.3. LII 신호와의 비교

화염의 수직 단면에서의 평면 LII 이미지를 촬영하여 광소멸법으로부터 계산한 체적분율 분포와 비교하였다. Fig. 9는 각각 (a) 평면 LII 이미지, (b) 높이별로 계산한 매연 체적분율 분포, (c) 광소멸/산란법으로부터 계산한 체적평균 입경의 분포를 나타낸다. 이때 체적평균 입경 D_{30} 은 국소점에서의 매연 입자군이 로그정규분포(log-normal distribution) 및 자기보존분포(self-preserving distribution)를 갖는다고 가정하여 계산한 결과이다[9].

LII 신호와 재구성 방법을 통해 계측한 매연분포와 비교하였을 때 전반적으로 화염면의 위치 및 매연지역의 공간적인 분포가 잘 일치함을 볼 수 있다. 하지만 화염단면의 가운데 부분 ($20 < h < 25\text{mm}$)에서 LII가 재구성 결과에 비해 낮게 나타나는데, 이 위치는 매연 입자의 크기가 20nm 이하인 부분과 일치한다. 따라서 LII가 상대적으로 낮게 나오는 이유는 작은 입자의 경우 냉각속도가 상대적으로 빠르기 때문에 추측된다[5].

5. 결론

다각주사법을 이용하여 광 소멸법으로 측정된 경로적분된 소멸신호로부터 토모그래피 재구성을 사용하여 비대칭 매연분포를 계산하였다. 매연의 특성상 화염면 부근에서 공간적으로 급격한 변화를 보이기 때문에 정확한 매연분포의 계산을 위해서는 많은 측정각이 필요하였다. 본 연구에서

는 주사각의 개수를 늘리는 방법으로 극대값을 따라 영역을 나누어 내삽하는 방법을 사용하였으며 이로부터 전파되는 오차를 제거할 수 있었고,

재구성 오차도 줄일 수 있었다. 동일한 화염에서 LII 신호를 측정하였으며 재구성결과와 잘 일치함을 확인할 수 있었다.

참고문헌

- [1] Dobbins, R. A., Santoro, R. J. and Semerjian, H. G., *Prog. Astr. Aero.*, Vol. 92, 1984, pp. 208-237.
- [2] Hughley, B. J. and Santavica, D. A., *Comb. Sci. Tech.*, Vol. 29, 1982, pp.167-190.
- [3] Goulard, R. and Emmerman, P. J., "Inverse Scattering Problems in Optics", *Springer Verlag*, 1980, pp. 215-235.
- [4] Kang, K. T., Hwang, J. Y., Chung, S. H. and Lee, W., *Comb. Flame*, Vol. 109, 1997, pp. 266-281.
- [5] Vander Wal, R. L., *Applied Optics*, Vol. 35, No. 33, 1996, pp. 6548-6559.
- [6] Shepp, L. A. and Logan, B. F., *IEEE Trans.*, Vol. NS-21, 1974, pp. 228-236.
- [7] Dalzel, W. H. and Sarofim, J., *Trans. ASME Heat Transfer*, Vol. 91, 1969, pp. 100-104.
- [8] Anderson, A. H., *IEEE Trans. Med. Imaging*, Vol. 8, 1989, pp. 50-55.
- [9] Lee, C. H. and Chung, S. H., *Atom Sprays*, Vol. 7, 1997, pp. 183-197.