KIGAS Vol.7, No.4, December, 2003
(Journal of the Korean Institute of Gas)

운전조건이 변화하는 공정설비의 신뢰도 분석기법

†최 수 형
전북대학교 화학공학부
(2003년 9월 2일 접수, 2003년 10월 7일 채택)

A Method for Reliability Analysis of Process Facilities under Changing Operating Conditions

Soo Hyoung Choi
School of Chemical Engineering and Technology
Chonbuk National University, Jeonju, 561-756, Korea
(Received 2 September 2003 ; Accepted 7 October 2003)

요 약

공정설비의 신뢰도분석은 자주 Weibull 분포에 기초를 둔 모델을 사용한다. 여기에 사용되는 매개변수들은 조업조건의 함수로서 실험에 의해 값이 결정되며 이를 토대로 신뢰도, 평균수명 및 표준편차를 계산한다. 이때 기존 방법은 조업조건이 일정하다고 가정하고 이 매개변수들을 상수로 취급한다. 본 논문에서는 척도모수가 시간의 함수일 때 적용할 수 있는 신뢰도함수 및 이를 토대로 한 분석기법을 제안한다. 냉각팬에 대한 사례연구 결과 평균 조업조건을 적용한 기존 방법과 큰 차이를 보였다. 제안된 방법은 다른 공정설비들에도 적용 가능하며 조업조건변화가 설비신뢰도에 미치는 영향을 효과적으로 고려할 수 있을 것으로 기대된다.

Abstract - The analysis of reliabilities of process facilities often uses models based on the Weibull distribution. The parameters in these models are functions of operating conditions, and determined by experiments. Using these values, we calculate the reliability, mean time to failure, and standard deviation. The conventional method assumes that the operating condition is constant, and thus treats the model parameters as constants. In this paper, a reliability function is proposed which is applicable when the scale parameter is a function of time, and an analysis method based on this is also presented. A case study on a cooling fan resulted in a big difference from the conventional method to which the average operating conditions were applied. The proposed method is also applicable to other process facilities, and expected to effectively take into account the effects of changes in the operating conditions on the reliabilities of the facilities.

Key words : reliability analysis, process facilities, operating conditions, Weibull distribution, mean time to failure, mean time between failure, standard deviation

I. 서 론

어떤 장치나 설비의 신뢰도는 시간의 함수로서 다음과 같이 정의된다.

$$R(t)=1-F(t) \tag{1}$$

여기서 함수 $F(t)$는 시간 t이내에 고장날 확률을 나타내는 누적분포함수로서 고장확률분

†주저자 : soochoi@chonbuk.ac.kr

포함수가 $f(t)$라 할 때 다음과 같이 계산된다.

$$F(t)=\int_0^t f(\tau)d\tau \tag{2}$$

또한 설비가 고장날 때까지의 평균시간을 나타내는 MTTF (mean time to failure) 또는 MTBF (mean time between failure)는 다음과 같이 계산된다.

$$\mu=\int_0^\infty tf(t)\,dt \tag{3}$$

고장 없이 작동하는 시간의 표준편차는 다음과 같다.

$$\sigma=\sqrt{\int_0^\infty t^2 f(t)\,dt-\mu^2} \tag{4}$$

여기서 고장확률밀도함수 $f(t)$는 주로 다음과 같은 Weibull distribution[1]으로 표현된다.

$$f(t)=\frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1}e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \tag{5}$$

여기서 β는 형상모수(shape parameter, $\beta > 0$), η는 척도모수(scale parameter, $\eta > 0$), γ는 위치모수(location parameter, $-\infty < \gamma < \infty$)로서 실험데이터로부터 값들이 결정된다. 단, 본 연구에서는 이 함수를 $t = 0$에서 ∞까지 적분했을 때 항상 1이 되도록 $\gamma = 0$이라 가정한다. 만약 $\beta < 1$이면 주로 초기고장 패턴에 해당하는 감소 고장률(decreasing failure rate, DFR)을 나타낸다. $\beta = 1$이면 우발고장 패턴에 해당하는 일정 고장률(constant failure rate, CFR)을 나타내므로 지수분포함수가 된다. $\beta > 1$이면 주로 마모고장 패턴에 해당하는 증가 고장률(increasing failure rate, IFR)을 나타내며 $\beta = 3.6$일 때 정규분포와 비슷해진다[2].

위 식에서 $\gamma = 0$일 때 신뢰도함수를 계산하면 다음과 같다.

$$R(t)=e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \tag{6}$$

또한 평균수명 및 표준편차는 각각 다음과 같다.

$$\mu=\eta\Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right) \tag{7}$$

$$\sigma=\eta\sqrt{\Gamma\left(\frac{2}{\beta}+1\right)-\Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right)^2} \tag{8}$$

여기서 함수 Γ는 다음과 같이 정의된다.

$$\Gamma(\alpha)=\int_0^\infty t^{\alpha-1}e^{-t}dt \tag{9}$$

이 함수는 $\alpha = 1$ 또는 2일 때 값이 1이다. 따라서 식 (7)에 의해 $\beta \approx 1$ 또는 $\beta \gg 1$일 때 $\mu \approx \eta$이다. 또한 $\beta = 2$일 때에는 $\Gamma(3/2) = \pi^{1/2}/2$이므로 $\mu = 0.8862\eta$이다.

지금까지 언급한 신뢰도 분석방법에서 매개변수 η와 β는 조업조건에 따라 달라진다. 예를 들어 어떤 냉각팬의 운전조건과 평균수명의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다[3].

$$\mu/\mu_0=a^{-(T-T_0)}b^{-(S-S_0)} \tag{10}$$

여기서 T는 작동온도, S는 회전속력이며 매개변수 a와 b는 실험에 의해 결정된다. 본 연구에서는 확률분포의 형상을 결정하는 β는 같은 장비에 대하여 일정하다고 가정하고 척도를 결정하는 η만 조업조건의 함수라 가정한다. 따라서 식 (7)에 의해 다음 식을 얻는다.

$$\eta/\eta_0=a^{-(T-T_0)}b^{-(S-S_0)} \tag{11}$$

기존 방법에서는 조업조건이 변화하지 않는다고 보고 η를 상수로 취급하였으나 본 논문에서는 조업조건이 시간에 따라 변화할 때, 즉 η가 시간의 함수일 때에 대한 신뢰도 분석기법을 제안하고자 한다.

II. 제안된 방법

설비의 노후화 정도를 나타낼 수 있는 무차원 시간을 다음과 같이 정의하자.

$$z(t) = \int_0^t \frac{dt}{\eta(t)} \tag{12}$$

여기서 $\eta(t)$는 유한한 양의 함수이다. 따라서 z는 t에 대해 단조증가함수이며 $z(0)$ = 0, $z(\infty)$ = ∞이다. 이를 토대로 본 논문에서는 다음과 같은 신뢰도함수를 제안한다.

$$R(t) = e^{-z(t)^\beta} \tag{13}$$

이 식은 신뢰도함수가 되기 위한 필요조건 $R(0)$ = 1 및 $R(\infty)$ = 0을 만족하고 η가 상수일 때 Weibull의 식 (6)과 같아진다.

식 (1) 및 (2)에 의해 $f(t) = -dR/dt$이고 식 (12)에 의해 $dz/dt = 1/\eta(t)$이므로 고장확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta(t)} z(t)^{\beta-1} e^{-z(t)^\beta} \tag{14}$$

따라서 평균수명 및 표준편차는 각각 다음과 같다.

$$\mu = \int_0^\infty \frac{\beta t}{\eta(t)} z(t)^{\beta-1} e^{-z(t)^\beta} dt \tag{15}$$

$$\sigma = \sqrt{\int_0^\infty \frac{\beta t^2}{\eta(t)} z(t)^{\beta-1} e^{-z(t)^\beta} dt - \mu^2} \tag{16}$$

이 식들 역시 η가 상수일 때 각각 Weibull의 식 (7) 및 (8)과 같아진다.

본 논문에서는 식 (13), (15) 및 (16)을 계산하기 위하여 다음과 같은 연립 미분방정식을 제안한다.

$$\frac{dR}{dt} = -\frac{\beta}{\eta(t)}(-\ln R)^{1-\frac{1}{\beta}} R \tag{17}$$

$$\frac{du}{dt} = -t\frac{dR}{dt} \tag{18}$$

$$\frac{dv}{dt} = -t^2\frac{dR}{dt} \tag{19}$$

여기서 초기조건은 $R(0)$ = 1, $u(0)$ = $v(0)$ = 0이며 평균수명 및 표준편차는 각각 다음과 같다.

$$\mu = u(\infty) \tag{20}$$

$$\sigma = \sqrt{v(\infty) - \mu^2} \tag{21}$$

문제는 초기조건 자체가 trivial solution이라는 점과 시간이 무한히 흘러야 한다는 것이다. 본 연구에서는 이 문제들을 해결하기 위하여 충분히 작은 양수 ε을 정한 뒤 식 (17), (18) 및 (19)를 $R = 1 - \varepsilon$부터 출발하여 $R \le \varepsilon$이 될 때까지 시간스텝크기를 자동조절하는 5차 Runge-Kutta 방법[4]으로 풀기로 한다.

III. 사례 연구

어떤 냉각팬이 T_0 = 65 ℃에서 S_0 = 3,800 rpm으로 작동할 때 고장확률이 η = 19,358 h, β = 2.8022인 Weibull 분포에 가까운 것으로 판정되었다. 또한 평균수명은 다음과 같이 작동온도 및 회전속력에 따라 변화하는 것으로 나타났다[3].

$$\mu/\mu_0 = 1.52^{-\frac{T-T_0}{10}} 1.037^{-\frac{S-S_0}{100}} \tag{22}$$

여기서 T는 섭씨온도, S는 분당회전수이며 시간에 따라 다음과 같이 변화한다고 하자.

$$T(t) = 65 + 20\sin\frac{2\pi t}{8766} \tag{23}$$

$$S(t) = 3800 + 20[T(t) - 65] \tag{24}$$

즉 온도는 1년 주기로 최고 85 ℃, 최저 45 ℃ 사이에서 변화하며 회전속도는 고온에서 4,200 rpm, 저온에서 3,400 rpm이 된다. 식 (11)에 위의 자료들을 적용하면 다음과 같다.

$$\eta(t) = 19358 \times 1.52^{-2\sin\frac{2\pi t}{8766}} 1.037^{-4\sin\frac{2\pi t}{8766}} \tag{25}$$

이 경우 제안된 방법에 $\varepsilon = 10^{-10}$을 적용하여 얻은 년도별 신뢰도 계산결과는 표 1과 같다. 여기서 기존의 방법에 해당하는 것으로 단순히 평균온도 및 평균회전속도에 대한 η 및 β 값을 식 (6)에 적용한 결과를 비교하였

다. 시간이 갈수록 제안된 방법으로 계산한 신뢰도 값이 훨씬 작아짐을 알 수 있다. 계산을 계속하여 얻은 평균수명 및 표준편차는 표 2에 제시하였다. 마찬가지로 제안된 방법으로 계산했을 때 평균수명이 훨씬 짧을 것으로 예측되었다. 이는 조업조건과 신뢰도사이에 강한 비선형성이 존재하기 때문이며 따라서 공정설비 신뢰도 분석시 단순히 평균조업조건을 사용하면 큰 오류가 발생할 수 있음을 의미한다.

Table 1. Reliability function.

Time, yr	Results by proposed method	Estimation by average operating conditions
0	1	1
1	0.813685	0.897078
2	0.237599	0.468803
3	0.011383	0.094443
4	0.000044	0.005072

Table 2. MTTF and standard deviation.

	Results by proposed method	Estimation by average operating conditions
μ	12,496 h	17,238 h
σ	5,391 h	6,660 h

IV. 결 론

장치 및 설비 신뢰도분석에 널리 사용되는 Weibull 분포에서 척도모수가 시간의 함수일 때 적용할 수 있도록 수정한 신뢰도함수 및 이를 토대로 한 분석기법을 제안하였다. 제안된 방법을 사용하면 온도 및 압력 등의 조업조건이 시간에 따라 변화할 때 과거의 조업상황을 고려하여 현재 설비의 신뢰도를 계산할 수 있다. 또한 조업조건이 미래에도 같은 패턴으로 변화한다고 가정하면 평균수명 및 표준편차를 계산할 수 있으므로 잔여수명을 확률적으로 예측할 수 있다. 향후연구로는 본 논문에서 제안한 기법을 형상모수 또한 시간의 함수일 때 적용 가능토록 확장하는 것을 제안하고자 한다.

감사의 글

본 연구는 IMT-2000 사업자 출연금에 의한 산업자원부-정보통신부 「전통산업 IT접목 기술개발사업」의 일부로 포항공과대학을 통하여 서울대학교 화학공정신기술연구소에서 지원하였습니다.

참 고 문 헌

[1] http://www.weibull.com/LifeDataWeb/the_weibull_distribution.htm

[2] Dodson, B., *Weibull Analysis*, American Society for Quality, (1994).

[3] http://www.orient.co.kr/motor/html/test2.htm

[4] Press, W.H., S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling and B.P. Flannery, *Numerical Recipies in C++: The Art of Scientific Computing*, 2^{nd} ed., Cambridge University Press, (2002)