

# 차동속도선택 포화흡수분광법에서 펌프광과 조사광의 최적 각도

조창호, 박종대  
배재대학교 전산전자물리학과, 대전 302-735

## Optimum Angle between Pump Beam and Probe Beam in the Differential-Velocity-Selective Saturation Absorption Spectroscopy

Chang-Ho Cho and Jong-Dae Park  
Dept. of Computational-Electrical Physics, Paichai University, Daejeon

### 요 약

펌프광과 조사광이 공간적으로 떨어져 있는 경우에 포화흡수 분광신호가 지수함수적으로 감소하는 이유를 설명하였다. 수파수 안정화에 이용되는 차동포화흡수 분광신호에서 최대의 신호광에 대한 이론적으로 계산한 결과 최적 각도는 세슘원자는  $1.33^\circ$ 이고, 루비듦 $87^\circ$ 은 경우  $1.08^\circ$ 이었으며, 실험결과와 일치하였다.

### Abstract

Exponential decrease of saturation absorption signal was reported in pump beam spacially keeping off from probe beam. Optimum angle between pump beam and probe beam in the differential-velocity-selective saturation absorption spectroscopy was computed theoretically,  $1.33^\circ$  in cesium atoms and  $1.08^\circ$  in *Rb* 87 atoms, and was good agreement with the experimental results.

keywords: saturation absorption spectroscopy, cesium, Rb

## I. 서론

포화흡수분광법은 원자의 운동에 의한 도플러 확대된 천이 스펙트럼에서 고유의 천이 스펙트럼을 얻는 방법으로 많이 사용되고 있다. 일반적인 포화흡수 분광법에서 펌프광과 조사광은 서로 반대 방향으로 진행하며, 두 빔이 서로 겹치도록 정렬하게 된다. 펌프광과 조사광이 서로 나란하지만 공간적으로 겹치지 않는 경우에도 포화흡수분광신호를 얻을 수 있는데, 이에 대한 정량적인 설명이 이루어지지 않았다. 또한 펌프광과 조사광이 일정한 각도를 가지고 반대 방향으로 진행하는 경우, 포화흡수 공진선의 중심이 이동하는데 교차하는 점이 다른 두 조사광을 이용하는 차동 포화 흡수 분광에서 최적 각도에 대한 이론적인 설명이 미흡하였다. 본 논문에서는 위의 두 가지에 대하여 이론적으로 고찰하여 정량적 설명이 가능하도록 하였다.

## II. 포화흡수 분광

이상적인 포화흡수분광 방법에서는 그림 1 에서 보는바와 같이 조사광과 펌프광이 증기셀 내에서 정확히 마주보며 교차하게 되며, 레이저의 주파수를 원자의 공진주파수 부근에서 주사시키면 그림 2 와 같은 포화흡수 분광신호를 관찰할 수 있다.

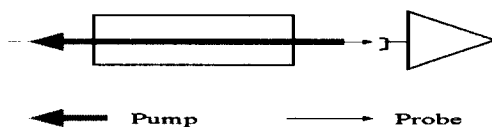


그림 1 포화 흡수 분광법에 있어서 펌프광과 조사광의 경로

이 분광신호의 꼭지점은 원자의 공진주파수와 일치하지만 측정된 선폭은 레이저의 선폭과 세기, 원자의 충돌등에 의한 선폭확대 효과를 무시하더라도 원자의 자연선폭보다 큰 경우가 일반적이다.

원자들의 1차원 속력 분포는 다음과 같다[1].

$$f(v) = \exp\left(-\frac{v^2}{v_m^2}\right), \quad (1)$$

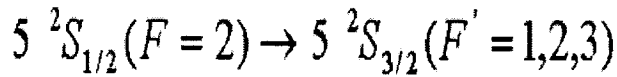
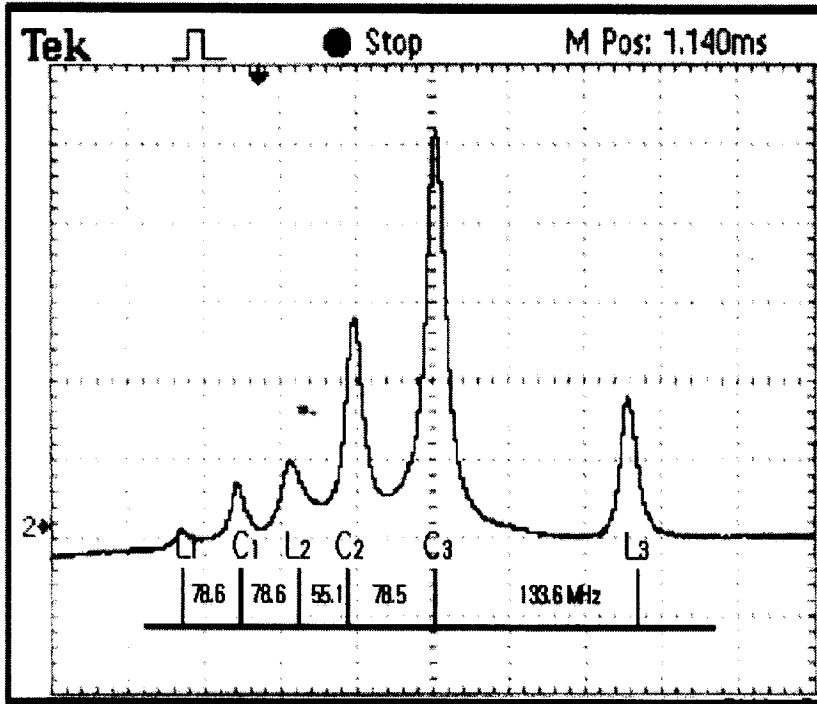


그림 2 루비듐 D1 선의 포화 흡수 분광 신호

여기서  $v_m = (2k_B T/M)^{1/2}$ 은 최확속도(most probable velocity) 이고,  $k_B$  는 볼츠만 상수,  $M$  은 원자의 질량,  $T$  는 원자기체의 온도이다.

한편 원자 고유의 흡수선을 나타내는 로렌찌안 함수는 다음과 같다.

$$L(\nu - \nu_0) = \frac{\gamma}{(\nu - \nu_0)^2 + \gamma^2} \quad (2)$$

여기서  $\nu$  는 레이저빔의 주파수,  $\nu_0$  는 원자의 고유 공진 주파수,  $2\gamma$  는 원자의 고유한 자연 선폭이다. 원자들이 속도  $v$  로 움직이게 되면 원자는  $\Delta\nu = \nu \frac{v}{c}$  는 도플러 이동을 받게 된다.

따라서 포화흡수 신호는 속력 분포함수와 로렌저안함수의 컨볼루션이 되므로 다음과 같이 주어진다.

$$I(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\gamma}{(\nu - \nu_0 - \Delta\nu)^2 + \gamma^2} \frac{\gamma}{(\nu - \nu_0 + \Delta\nu)^2 + \gamma^2} e^{-\left(\frac{\nu}{\nu_m}\right)^2} d\nu \quad (3)$$

여기서 속도는 펄프광 또는 조사광 방향으로 식 (3)을 적분하게 되면 식 (2) 와 유사한 모양의 신호를 얻게 된다.

그러나 실제 실험적으로 측정된 선폭은 식 (3) 에 의해 계산한 것 보다 큰데, 선폭이 커지는 이유는 자발 방출된 빛을 다른 원자가 흡수하여 넓은 속도범위의 원자들이 광펌핑 되기 때문으로 생각된다.

### III. 광 펌핑된 원자의 공간 이동

포화흡수 분광 실험에서 펄프광과 조사광이 일치가 안되더라도 포화흡수 분광신호를 관측할 수 있는데, 이는 광펌핑된 원자가 조사광 영역으로 이동하기 때문이다. 원자가 조사광 영역으로 이동하는 동안 충돌에 의해 바닥 상태의 재분포가 일어나게 되며 이로 인해 포화 흡수 신호의 크기가 빔 사이의 거리에 따라 감소하게 된다.  $P(t)$  를 분자가 시간  $t$  동안 부딪침 없이 살아남을 확률이라고 정의하고,  $w$  를 부딪침률 이라고 하면  $P(t)$  는 다음과 같이 된다[1].

$$P(t) = P_0 e^{-w t} \quad (4)$$

$\tau$  를 부딪침 사이의 평균 시간이라고 하면

$$\tau = \frac{1}{w} = \frac{1}{w(\nu)} \quad (5)$$

가 된다. 부딪침 사이의 평균 시간은 일반적으로 속도의 함수이다.

평균 자유거리[1]는

$$l(v) = v\tau(v) \approx \frac{1}{\sqrt{2n\sigma_0}} = l_0 \quad (6)$$

으로서 거의 속도에 무관하게 된다. 여기서 원자의 밀도와 충돌 단면적을 알면 평균 자유 거리를 알 수 있고, 역으로 평균 자유 거리를 알면 원자의 밀도나 충돌 단면적을 알 수 있게 된다. 분자가 시간  $t$  동안 부딪침 없이 살아남을 확률  $P(t)$  은

$$t = \frac{y}{v} \quad \frac{t}{\tau} = \frac{y}{v\tau(v)} = \frac{y}{l_0} \quad (7)$$

이므로

$$P(t) = P_0 e^{-wt} = P_0 e^{-\frac{y}{l_0}} = P(y) \quad (8)$$

로 펌프광과 조사광의 거리의 함수이다.

따라서 조사광과 펌프광사이의 거리  $y$  에 따른 포화흡수분광의 크기는 다음과 같이 주어진다.

$$A(y) = A_0 e^{-\frac{y}{l_0}} \quad (9)$$

펌프광과 조사광이 서로 반대방향으로 평행하게 진행하지만 거리가 존재하는 경우에 포화흡수 신호의 크기는 거리에 지수함수적으로 감소하므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$I(\nu, y) = A_0 e^{-\frac{y}{l_0}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\gamma}{(\nu - \nu_0 - \Delta\nu)^2 + \gamma^2} \frac{\gamma}{(\nu - \nu_0 + \Delta\nu)^2 + \gamma^2} e^{-\left(\frac{\nu}{v_m}\right)^2} d\nu \quad (10)$$

여기서 사용한 원자의 속도 분포는 일차원 맥스웰-볼츠만 속도 분포함수를 사용하였는데 그 이유는 1차원적으로 움직이는 원자만이 신호에 기여하기 때문이다. 한편 위치 오프셋 포화흡수 분광신호의 크기로 부터 원자의 평균 자유 거리를 알 수 있는데, 이를 이용하면 원자의 충돌 단면적이나 원자의 밀도를 정확히 측정할 수 있게 된다.

#### IV. 차동 포화 흡수 분광

차동 포화 흡수 분광법[2]에서는 펌프광을 조사광에 대해 일정한 각도로 보내 주게 되며 두 개의 조사광을 사용하게 된다. 그림 3는 차동 포화 흡수 분광에서 펌프광과 조사광의 경로를 보여준다.

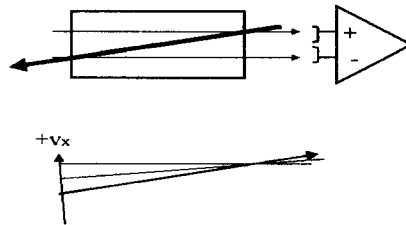


그림 3 (a) 차동 포화 흡수 분광법에서 펌프광과 조사광의 경로,  
(b) 실험으로 측정된 형광의 모습

펌프광은 나란한 두 조사광과 셀의 창 부분에서 만나게 된다. 펌프광과 조사광이 반대방향으로 진행하지만 일정한 각도  $\theta$  를 이루게 되면 이 각의 이동분한 선에 수직으로 진행하는 원자들은 두 빔에 대해 같은 도플러효과를 받게 된다. 포화흡수 신호는 조사광과 펌프광이 느

끼는 도플러 이동이 동일한 경우에만 만들어지므로 포화흡수 신호에 기여하는 원자는 진행방향  
 향이  $(\pi-\theta)/2$  또는  $(3\pi-\theta)/2$  인 원자들이다. 위를 지나가는 조사광은 펌프광에 의해 광편광된 원  
 자중에서 위로 움직이는 원자들과 상호작용하여 포화 흡수 신호를 만들게 되고, 아래를 지나  
 는 조사광은 아래로 움직이는 원자들과 상호작용하여 포화 흡수 신호를 만들게 된다.

위를 지나가는 조사광에 의한 포화흡수 분광신호는 다음 식으로 구할 수 있다.

$$I_+(\nu, \theta) = A(\theta) \int_0^{\infty} \frac{\gamma}{(\nu - \nu_0 - \Delta\nu)^2 + \gamma^2} e^{-\left(\frac{\nu}{v_m}\right)^2} d\nu \quad (11)$$

여기서  $\Delta\nu = \nu \frac{v}{c} \sin \frac{\theta}{2}$  이고 적분은 펌프광과 조사광에 같은 각도로 움직이는 원자들의  
 속도에 대한 것이다.

$A(\theta)$  는 조사광과 상호작용하는 광편광된 원자수에 비례하는데 다음 식으로 구할 수 있다.

$$A(\theta) = A_1 \cdot \int_0^l e^{-\frac{2z \tan \frac{\theta}{2}}{l_0}} dz \quad (12)$$

여기서  $A_1$  는 상수이고,  $l$  은 셀의 길이,  $z_0$  는 펌프광과 조사광이 만나는 위치이다.

한편 아래를 지나가는 조사광에 의한 포화흡수 분광신호는 다음 식으로 구할 수 있다.

$$I_-(\nu, \theta) = A(\theta) \int_{-\infty}^0 \frac{\gamma}{(\nu - \nu_0 - \Delta\nu)^2 + \gamma^2} e^{-\left(\frac{\nu}{v_m}\right)^2} d\nu \quad (13)$$

차동포화흡수분광법은 식 (11)과 식 (13)의 차이를 이용하는 것으로서 적색편이 된 포화흡  
 수 신호와 청색편이 된 포화흡수 신호의 차이에 해당된다.

$$\Delta I(\nu, \theta) = A(\theta) \times \left( \int_0^{+\infty} \frac{\gamma}{(\nu - \nu_0 - \Delta\nu)^2 + \gamma^2} - \int_{-\infty}^0 \frac{\gamma}{(\nu - \nu_0 - \Delta\nu)^2 + \gamma^2} \right) e^{-\left(\frac{\nu}{v_m}\right)^2} d\nu \quad (14)$$

이 식에서 두 번째 항의 적분 변수의 부호를 바꾸어서 적분하면

$$\Delta I(\nu, \theta) = A(\theta) \int_0^{+\infty} \left( \frac{\gamma}{(\nu - \nu_0 - \Delta\nu)^2 + \gamma^2} - \frac{\gamma}{(\nu - \nu_0 + \Delta\nu)^2 + \gamma^2} \right) e^{-\left(\frac{\nu}{\nu_m}\right)^2} d\nu \quad (15)$$

가 된다. 이 신호는 그림 4 와 같이 분산형이 되는데 이 신호를 사용하여 주파수 안정화를 하기 위해서는 신호 중심에서 기울기가 최대가 되도록 하는 것이 바람직하다. 즉,  $\left. \frac{dI_+}{d\nu} \right|_{\nu=\nu_0}$  의 값은 음으로 최대,  $\left. \frac{dI_-}{d\nu} \right|_{\nu=\nu_0}$  의 값은 양으로 최대가 되도록 해야 하는데 두 조건은 동일한 결과를 가져오기 때문에 한가지 조건만 고려해도 된다.

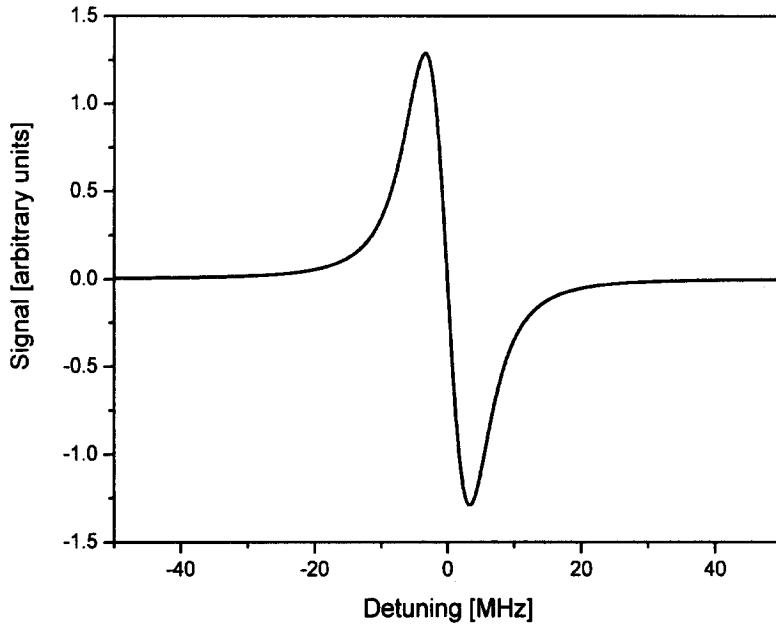


그림 4 차동 포화 흡수 분광에 의해 형성되는 분산형 공진 신호

식 (11)에서  $\nu - \nu_0 = \nu'$  이라하면  $\Delta\nu = \nu \frac{v}{c} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \approx \nu_0 \frac{v}{c} \frac{\theta}{2}$  이다. 식 (11) 은



$$I_+(\nu') = \int_0^\infty \frac{\gamma}{\left(\nu' - \nu_0 \frac{v}{c} \frac{\theta}{2}\right)^2 + \gamma^2} e^{-\left(\frac{v}{v_m}\right)^2} dv \quad (16)$$

가 되며  $\left. \frac{dI_+}{d\nu'} \right|_{\nu'=0}$  을 구하면

$$\left. \frac{dI_+}{d\nu'} \right|_{\nu'=0} = \int_0^\infty \frac{\gamma 2\left(-\nu_0 \frac{v}{c} \frac{\theta}{2}\right)}{\left(\left(\nu_0 \frac{v}{c} \frac{\theta}{2}\right)^2 + \gamma^2\right)^2} e^{-\left(\frac{v}{v_m}\right)^2} dv \quad (17)$$

가 된다.

식 (17)에서  $\nu_0 \frac{v}{c} \frac{\theta}{2} = \frac{v}{\lambda} \frac{\theta}{2}$  이고,  $\frac{1}{\lambda} \frac{\theta}{2} \frac{1}{\gamma} \equiv \frac{1}{v_D}$  로 정의하면

식 (17)은 다음과 같이 나타낼 수가 있다.

$$\left. \frac{dI_+}{d\nu'} \right|_{\nu'=0} = \int_0^\infty \frac{\left(-\frac{v}{v_D}\right)}{\gamma^3 \left(\left(\frac{v}{v_D}\right)^2 + 1\right)^2} e^{-\left(\frac{v}{v_m}\right)^2} dv \quad (18)$$

$\frac{v}{v_D} \equiv x$  라고 정의하면,  $v = xv_D$ ,  $dv = dx \cdot v_D$  가 되고 식 (18)에 대입하면

$$\left. \frac{dI_+}{d\nu'} \right|_{\nu'=0} = \int_0^\infty \frac{1}{\gamma^2} \frac{-x}{(x^2 + 1)^2} e^{-\left(x \frac{v_D}{v_m}\right)^2} v_D dx \quad (19)$$

가 된다.

$$\frac{v_D}{v_m} \equiv a \quad (20)$$

와 같이 정의하고, 식 (19)에 대입하여 적분하면

$$\gamma^2 \frac{dI_+}{d\nu} \Big|_{\nu=0} = -\frac{a^3}{2} [e^{a^2} \Gamma[0, a^2] + e^{a^2} \log a^2] + \frac{1}{2} a [1 + a^2 e^{a^2} \log a^2] \quad (21)$$

가 된다.

식 (21)이 최대가 되는 a 값은 약 1.063548일 때이다.

이 a 값으로부터 펄프광과 조사광의 최적 교차각을 구할 수 있는데 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{v_D}{v_m} = \frac{2\gamma\lambda}{\theta} = 1.06 \rightarrow \theta_{opt} \approx \frac{2\gamma\lambda}{1.06v_m} \quad (22)$$

세슘원자의 경우  $\theta_{opt}$  는 약 1.33°, 루비듦 87의 경우  $\theta_{opt}$  는 1.08° 가 된다. 이 최적 교차각은 실험적으로 구한 값과 일치한다.

## V. 결론

본 논문에서는 펄프광과 조사광이 공간적으로 떨어져 있는 경우에 포화흡수 분광신호가 지수함수적으로 감소하는 이유를 설명하였다. 또한 주파수 안정화에 이용되는 차동포화흡수 분광신호에서 최대의 신호 기울기를 얻기 위한 펄프광과 조사광의 최적 각도를 이론적으로 계산하였다. 이론적으로 계산된 각은 실험결과와 잘 일치한다.

차동속도선택 포화흡수 주파수 안정화 방법은 차동속도선택공진신호 이용 주파수안정화 방법으로 일반화 할 수 있을 것이다. 전자기유도투과현상(EIT)이나 전자기유도흡수현상(EIA)의 공진 신호를 이용하면 더 좁은 주파수 영역에서 분산신호를 얻을 수 있으므로, 레이저 주파수를 더 정밀하게 안정화 할 수 있을 것으로 기대된다.

## VI. 감사의 글

이 논문은 배재대학교 1999년도 학술연구지원으로 수행되었습니다. 이에 감사를 드립니다.

## VII. 참 고 문 헌

- 박상언, "반도체 레이저를 이용한 세슘원자의 레이저 냉각 및 램지 신호의 관찰" 박사학위 청구 논문, 충남대학교, 2001. 2
- 박상언, 조혁, 권택용, 양성훈, 이호성, "속도선택 포화흡수분광을 이용한 분산형 신호의 관측 및 반도체 레이저의 주파수안정화", 한국광학회지12(3), 158-164(2001)
- Park, S. E. H. S. Lee, T. Y Kwon, H. Cho, "Dispersion-like Signals in Velocity-Selective Saturated-Absorption Spectroscopy" Optics Communications 192, 49-55 (2001)
- Rief, F. 'Fundamentals of Statistical and Thermal Physics', MacGraw-HALL Book Co. 1965