

다중-V 타입 원자계에서의 전자기 유도 흡수

박종대, 조창호, 이철세
배재대학교 전산전자물리학과
jdpark@pcu.ac.kr

Electromagnetically-Induced-Absorption in Multiple-V type Atomic Systems

Park, Jong-Dae, Cho, Chang-Ho, and Lee, Chul-Se
Dept. of Computational Electronical Physics, Pai-Chai Univ.

요 약

원자와 빛과의 상호작용으로 인해 원자에 결맞음이 유도될 수 있는데, 이 결맞음은 새로운 현상을 보여 줄 수 있다. 그 중 전자기 유도 흡수는 결합광의 영향으로 조사광의 흡수가 증가하는 현상인데, 다중-V 타입 원자계에서 관측될 수 있다. 본 논문에서는 주파수가 다른 조사광이 결합광과 같은 천이선에 인가되는 경우 전자기 유도 흡수 현상을 이론적으로 연구하기 위한 방법을 제시하였다. 조사광과 원자의 상호작용을 시간의존 해밀토니안으로 표시하였으며, 밀도 행렬요소의 변화는 밀도행렬방정식을 풀어서 조사하였고, 행렬 요소 변화의 진폭으로부터 전자기 유도 흡수를 계산하였다.

Abstract

Atomic coherences can be induced via atom-light interaction and can exhibit new interesting phenomena. Electromagnetically-induced-absorption (EIA) is one of such phenomena where the absorption of probe beam is increased due to the presence of strong coupling beam. EIA can be observed in multiple-V type atomic systems. This paper present a method to study EIA when the frequencies of probe beam and coupling beam are both near resonant to the same transition line. Time-varying interaction Hamiltonian was introduced and density matrix equations were solved and the amplitude of oscillations was used to calculate the EIA.

keywords: Atomic spectroscopy, EIA, Atomic coherence

I. 서론

전자기 유도 흡수(Electromagnetically Induced Absorption: EIA)는 원자 상태의 결맞음의 형성으로 인하여 흡수가 증가하는 현상을 말한다.

A. Lezama (Lezama, et al, 1999, Lezama, et al, 2000)는 EIA를 관측할 수 있는 조건으로서 i) 여기상태의 지만 부준위 수가 바닥상태의 지만 부준위 수보다 커야 하며, ii) 바닥상태에서 여기상태로의 천이가 닫혀 있어야 하며, iii) 바닥상태가 축퇴되어 있어야 한다고 주장하였다. 이론적인 설명을 하기 위해 고려한 것은 여기상태간의 결맞음이 바닥상태로 전달되는 것이었다. 이러한 결맞음의 전달은 C. Cohen-Tannoudji (Cohen-Tannoudji, 1977)에 의해 공식화 된 바 있었는데, 그 효과가 주목 받지 못하고 있다가 EIA를 설명하는데 필수적인 것이 되었다. S. G. Rautian 등 (Rautian, 1994) 은 여기상태들간의 결맞음이 바닥상태로 전달되는 비선형 간섭효과에 중요한 역할을 함을 지적하였다. A. V. Taichenachev 등(Taichenachev et al. 1999)은 여기상태들 간의 결맞음이 바닥상태로 전달되는 것에 의해 EIA 가 일어남을 가상적인 N 형 원자계를 사용하여 설명하였다. H. Y. Ling 의 1996년 논문(Ling et al, 1996)에도 여기상태간의 결맞음의 전달은 포함되어 있었지만 중요한 것으로 인식되지는 못하였다. 여기상태에서 바닥상태로의 결맞음의 전달은 밀도 반전 없는 레이저 발진에 이용될 수도 있다(O. Kocharovskaya et al. 2001).

II. 이론적 배경

원자에 가해진 총 전기장은 다음과 같이 나타낼 수 있다 (Ling et al, 1996).

$$\vec{E} = \sum_{i,j,q} E_{ij}^{+q} (\hat{\sigma}_{ij}^{+q})^* \exp(-i\omega_{ij}t + ik_{ij}z) \quad (1)$$

여기서

$$\hat{\sigma}_{ij}^{+q} = -\frac{i\hat{y} + q\hat{x}}{\sqrt{2}} |q| + (1-q)(1+q)\hat{z} \quad (2)$$

이고, $q = -1, 0, 1$ 은 구면단위 벡터이다. 그리고 E_{ij}^{+q} 는 파수 k_{ij} 와 주파수 w_{ij} 를 갖는 전기장 \vec{E} 의 진폭이다. 라비 주파수는

$$E_c^+ = \frac{\mu_{32} E_c^{+1}}{\hbar}, \quad E_c^- = \frac{\mu_{32} E_c^{-1}}{\hbar} \quad (3)$$

$$E_p^+ = \frac{\mu_{31} E_p^{+1}}{\hbar}, \quad E_p^- = \frac{\mu_{31} E_p^{-1}}{\hbar} \quad (4)$$

가 되며, $E_c^+ = iE_c$, $E_c^- = iE_c$ 인 경우, 전기장은

$$\vec{E} = 2\sqrt{2} E_c \hat{y} \cos(\omega_c t - k_c z) \quad (5)$$

이고, $E_p^+ = iE_p$, $E_p^- = -iE_p$ 인 경우 전기장은

$$\vec{E} = 2\sqrt{2} E_p \hat{x} \sin(\omega_p t - k_p z) \quad (6)$$

이다.

레이저 빔에 의한 원자 상태의 변화는 밀도 행렬 방정식을 풀어서 설명할 수 있다.

레이저 빔이 가해지지 않았을 때의 원자의 고유상태를 $|i, m\rangle$ 로 나타내도록 하자. 여기서 편의상 $i=1$ 은 $F=1$, $i=2$ 는 $F=2$, $i=3$ 은 $F=1$ 인 상태를 나타내고 m 은 지만 부준위를 나타낸다고 하자. 또한 Ω_i 은 원자 천이 주파수를 나타내고 에너지 준위는 $i > j$ 일때 $\Omega_i > \Omega_j$ 로 배열되어 있다고 하자. 상호작용 묘사에서 쌍극자 모멘트는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\vec{\mu} = \sum_{i,j,m,n,q} \mu_{mn}^{ij} \delta_{m-q,n} \hat{\sigma}_{ij}^q \exp(i\Omega_{ij}t) |i, m\rangle \langle j, n| \quad (7)$$

δ 는 Kronecker delta이고 μ_{mn}^{ij} 은 쌍극자 행렬 원소의 성분 $\langle i, m | \vec{\mu} | j, n \rangle$ 이다. 쌍극자 성분을 달리 표현하면

$$\mu_{mn}^{ij} = \mu_{ij} C^{ij}(m, n) \quad (8)$$

이다. μ_{ij} 는 환산 행렬 요소에 비례하고, 자기양자수의 독립변수이며 레벨 $|i, m\rangle$ 와 $|j, n\rangle$ 사이의 계수 $C^{ij}(m, n)$ 은 실수이고 Clebsch-Gordan계수로부터 얻을 수 있다. 위의 방정식들의 변수는 $i > j$ 에 대해서 정의 되어있으며 $i < j$ 인 경우의 변수는 다른 변환식으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} w_{ij} &= -w_{ji}, \quad k_{ij} = -k_{ji}, \quad E_{ij}^q = (E_{ji}^q)^*, \quad \hat{\sigma}_{ij}^q = (\hat{\sigma}_{ji}^q)^* \\ \mu_{mn}^{ij} &= (\mu_{nm}^{ji})^*, \quad \mu_{ij} = (\mu_{ji})^*, \quad C^{ij}(m, n) = C^{ji}(n, m). \end{aligned} \quad (9)$$

상호작용 Hamiltonian 의 행렬 요소는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 (H')_{mn}^{ij} &\equiv \langle i, m | (-\vec{\mu} \cdot \vec{E}) | j, n \rangle \\
 &= - \sum_q \mu_{mn}^{ij} \delta_{m-q, n} E_{ij}^q \exp(i \Delta_{ij} t + ik_{ij} z)
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

$\Delta_{ij} (= \Omega_{ij} - \omega_{ij})$ 은 주파수 어긋남 이다. 상호작용 표현에서 밀도행렬 요소의 변화는 아래와 같은 방정식으로 기술된다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{i}{\hbar} [H', \rho'] + \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_{inc}
 \tag{11}$$

첫 번째 항은 결맞음 상호작용으로부터 나온 결과이고 두 번째 항은 자발방출이나 충돌에 의한 감쇠를 나타낸다. 위 식은 시간과 공간에서 천천히 변하는 아래와 같은 밀도행렬 요소로 변환될 수 있다.

$$\rho_{mn}^{ij} = \rho_{mn}^{ij} \exp(-i \Delta_{ij} t - ik_{ij} z)
 \tag{12}$$

위 식에서 $\rho_{mn}^{ij} = \langle i, m | \rho' | i, n \rangle$ 이다. 이 변환에 의한 식 (11)의 첫 번째 항은

$$\frac{d\rho_{mn}^{ij}}{dt} = -i \Delta_{ij} \rho_{mn}^{ij} - \frac{i}{\hbar} \sum_{k,l} (H)_{ml}^{ik} \rho_{ln}^{kj} + \frac{i}{\hbar} \sum_{k,l} (H)_{ln}^{kj} \rho_{ml}^{ik}
 \tag{13}$$

이고,

$$(H)_{mn}^{ij} = - \sum_q \mu_{mn}^{ij} \delta_{m-q, n} E_{ij}^q = - \mu_{ij} \sum_q C^{ij}(m, n) \delta_{m-q, n} E_{ij}^q
 \tag{14}$$

이다. $d\rho_{mn}^{ij}/dt$ 는 결맞음 상호작용 뿐만 아니라 비결맞음 상호작용도 고려해서 구해야 한다. 자발 방출에 의해서 감쇠하는 항은 원자계에 대한 마스터 방정식으로부터 구할 수 있고, 그 결과를 방정식으로 요약하면 아래와 같다.

$$\frac{d\rho_{mn}^{ij}}{dt} = - \sum_k \Gamma_{i \rightarrow k} \rho_{mn}^{ij} + \sum_{j,q} \Gamma_{jm+q; jn+q \rightarrow im; in} \rho_{m+q, n+q}^{ij}
 \tag{15}$$

$$\frac{d\rho_{mn}^{ij}}{dt} = -\frac{1}{2}(\sum_k \Gamma_{i \rightarrow k} + \sum_k \Gamma_{j \rightarrow k}) \rho_{mn}^{ij}, \quad i \neq j \quad (16)$$

여기서

$$\Gamma_{i \rightarrow k} = \Gamma_{ik} \sum_q C^{ij}(m, m+q) C^{ik}(m, m+q) \quad (17)$$

$$\Gamma_{j m+q: j n+q \rightarrow i m: i n} = \Gamma_{ji} C^{ji}(m+q, m) C^{ji}(n+q, n) \quad (18)$$

그리고

$$\Gamma_{ij} = \frac{|\mu_{ij}|^2 \Omega_{ij}^3}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} \quad \text{if } i > j \quad (19)$$

$$0 \quad \text{if } i < j$$

이다. Γ_{ij} 는 자발 방출률(spontaneous emission rate)을 나타내는 상수로서 Einstein의 A 계수(A coefficient)라고도 부르며 준위의 수명(lifetime) τ_{sp} 의 역수이다.

$$\Gamma_{ij} = A = \frac{1}{\tau_{sp}} \quad (20)$$

원자 편극 \vec{P} 는 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$\vec{P} = N \text{Tr}(\rho' \vec{\mu}), \quad (21)$$

여기서 N 은 원자의 밀도이다. 식 (7)을 고려하면

$$P = \sum_{i,j,q} P_{ij}^{+q} (\hat{\sigma}_{ij}^q)^* \exp(-i\omega_{ij}t + ik_{ij}z) \quad (22)$$

이고, P_{ij}^{+q} 은 아래와 같이 표현된다.

$$P_{ij}^{+q} = \sum_{m,n} \rho_{mn}^{ij} (\mu_{mn}^{ij})^* \delta_{n-q,m}$$

$$= \sum_{m,n} \rho_{mn}^{ij} (\mu_{ij})^* C^{ij}(m, n) \delta_{n-q,m} \quad (23)$$

정상상태에서, 전기장의 진폭이 서서히 변한다고 할 때, 편극은 다음의 근사식을 사용하여 구할 수 있다.

$$\frac{dE_{ij}^{+q}}{dz} = i \frac{w_{ij}}{2\epsilon_0 c} P_{ij}^{+q} \tag{24}$$

IV. 계산 결과

수치 해석적인 방법을 사용하여 밀도 행렬 방정식이나 슈뢰딩거 방정식을 풀면 여러 가지 경우에서 원자의 결맞음을 연구할 수 있다. 슈뢰딩거 방정식을 사용하면 원자의 자연방출들의 감쇠효과를 고려하기 어려운 반면, 수식을 만들기가 쉽다. 한편 밀도행렬 방정식은 여러 감쇠효과를 고려할 수 있으나 방정식 유도시 행렬 곱이 있으므로 수식 만들기가 번거롭다. 미분 방정식을 푸는 도구로서는 포트란, C등의 언어와 IMSL등의 수학 라이브러리를 사용할 수 있겠지만, 에너지 준위들이 다중 축퇴되어 있는 경우, 방정식의 수는 매우 많아지는데 이 방정식들을 만들어 내어 프로그램에 기입하는 것은 매우 시간을 소모하는 작업이다. 한편 매쓰매티카나 매트랩을 사용하면 방정식을 체계적으로 만들어 낼 수 있고, 미분방정식을 풀 수 있으며, 결과를 그래프로 바로 볼 수 있으므로 편리하다. 본 계산에 사용된 원자 천이선은 Rb 87 D2 선 중 F=2->F'=3 천이선으로 이 천이선과 관련된 Clebsch-Gordan 계수는 표 1 과 같다.

g \ e		3	3	3	3	3	3	3
		3	2	1	0	-1	-2	-3
2	2	1	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\sqrt{\frac{1}{15}}$	0	0	0	0
2	1	0	$\sqrt{\frac{2}{3}}$	$\sqrt{\frac{8}{15}}$	$\sqrt{\frac{1}{5}}$	0	0	0
2	0	0	0	$\sqrt{\frac{2}{5}}$	$\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\sqrt{\frac{2}{5}}$	0	0
2	-1	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{5}}$	$\sqrt{\frac{8}{15}}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}$	0
2	-2	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{1}{15}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	1

표 1. I=3/2, Je=3/2 인 경우 Clebsch-Gordan 계수

그림 1은 결합광과 조사광의 편광이 선형이고 서로 수직이며, 결합광의 라비주파수가 0.1 이고 조사광의 라비 주파수가 0.01일 때 전자기 유도 흡수 현상을 보여준다. 공진선의 중심에서 주변보다 약 3 배 큰 흡수가 발생함을 알 수 있다.

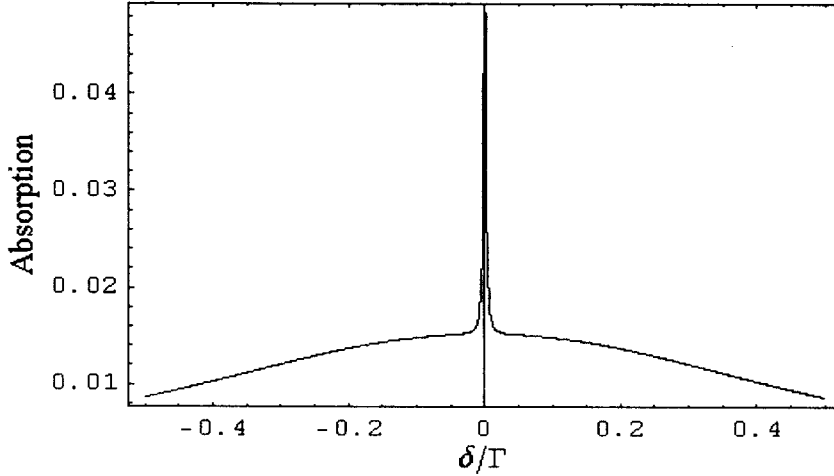


그림 1 강한 결합광의 경우 전자기 유도 흡수 (결합광의 라비 주파수= 0.1)

그림 2는 결합광과 조사광의 편광이 선형이고 서로 수직이며, 결합광의 라비주파수가 3.0 이고 조사광의 라비 주파수가 0.01일 때 전자기 유도 흡수 현상을 보여준다. 결합광의 세기가 커지면 공진 선폰이 늘어나고 공진선 분리가 일어나게 되는데 이로 인하여 공진선 중심에서 흡수가 줄어드는 것처럼 보인다.

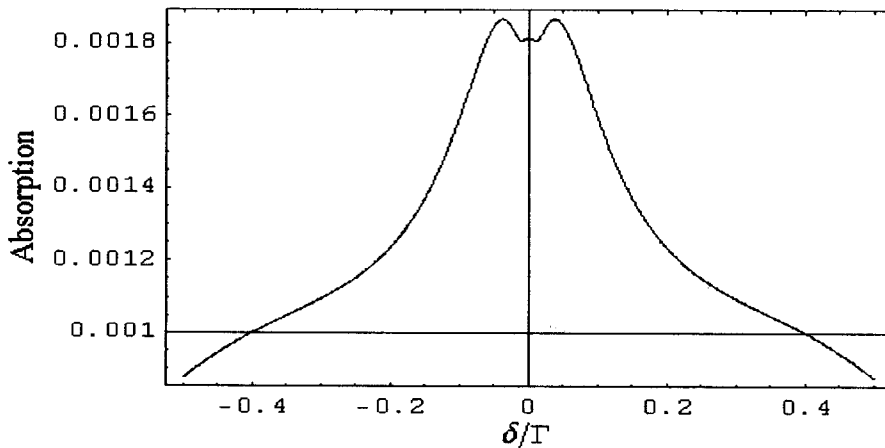


그림 2 강한 결합광의 경우 전자기 유도 흡수 (결합광의 라비 주파수= 3.0)

V. 결 론

빛의 전기장은 원자의 전자와 상호작용을 통하여 전자 상태간의 결맞음을 유도하며, 상태간 결맞음은 빛의 전기장과 상호작용을 통하여 상태간의 천이를 다르게 변화시킨다. 이로 인해 밀도 포획 상태의 형성, 전자기 유도 투과 현상, 전자기 유도 흡수 현상, 밀도 반전 없는 레이저 발진, 매우 큰 비선형 굴절률, 결맞음 원자 밀도 이송, 속도선택 다중 광자 공진 등의 현상이 생길 수 있다. 본 논문에서는 결합광과 조사광의 천이선이 동일한 경우에 전자기 유도 현상을 이론적으로 연구할 수 있는 방법을 제시하였다. 같은 천이선에 두개의 레이저 빔이 인가되는 경우에는 한 개의 회전계만 사용할 수 있으므로 회전파 근사를 사용하더라도 상호작용 해밀토니안에 시간 의존 성분이 남게 되는데, 시간의존 성분의 진폭 및 위상을 구하면 원자의 편극을 구할 수 있다. 이를 이용하여 Rb 87 D2 천이선중 $F=2 \rightarrow F'=3$ 으로 천이선에서 전자기 유도 흡수 현상 설명하였다.

VI. 감사의 글

본 연구는 배재대학교 1999년도 교내 학술 연구비의 지원을 받아 수행되었습니다.

VII. 참 고 문 헌

- Cohen-Tannoudji, C., 1977, in *Frontiers in Laser Spectroscopy*, edited by Ballian, R., Haroche, S., and Liberman, S., North-Holland, Amsterdam, p51.
- Kocharovskaya, O., Matsko, A. B., and Rostovtsev, Y., 2001, *Phys. Rev. A.*, 65, 013803.
- Lezama, A., Barreiro, S., and Akulshin, A. M., 1999, *Phys. Rev. A.*, 59, 4732.
- Lezama, A., Barreiro, S., Lipisich, A., and Akulshin, A. M., 1999, *Phys. Rev. A.* 61, 013801.
- Ling, H. Y., Li, Y.-Q., and Xiao, M., 1996, *Phys. Rev. A.*, 53, 1014.
- Rautian, S. G., 1994, *JETP Lett.*, 60, 481.
- Taichenachev, A. V., Tumaikin, A. M., and Yudin, V. I., 1999, *JETP. Lett.* 69, 11.
- Taichenachev, A. V., Tumaikin, A. M., and Yudin, V. I., 1999, *Phys. Rev. A.*, 61, 011802.
- Taichenachev, A. V., Tumaikin, A. M., and Yudin, V. I., 1999, *JETP Letters*, 69, 819.