

실내실험을 통한 유한탄성 매질의 종방향 진동에 대한 연구

박기식

여주대학 토목과

(2001. 10. 24. 접수 / 2002. 6. 14. 채택)

A Study on the Longitudinal Vibration of Finite Elastic Medium using Laboratory Test

Ki-Shik Park

Department of Civil Engineering, Yeojoo Institute of Technology

(Received October 24, 2001 / Accepted June 14, 2002)

Abstract : Longitudinal wave tests with finite elastic medium were performed to investigate the difference between measured values and theoretical values of propagation velocity and elasticity modulus. Each accelerometer was attached on finite elastic medium with same phase and different positions to check the particle motion.

The results show that measured values of elasticity moduli from both time domain and frequency domain were similar to theoretical value. Polarity of signal depends entirely on the phase of accelerometer. It proved that the propagation velocity and the particle motion are in the same direction when a compressive stress is applied. And also the propagation velocity and the particle motion depend on the intensity of the stress and material properties respectively.

Key words : particle motion, propagation velocity, frequency domain, time domain, same phase

1. 서론

사회기반시설의 구축 및 환경처리 설비를 위한 지하공간 건설이나 암반 굴착공사를 할 경우 일반적으로 발파 작업이 수행되며 이로 인해 발생하는 진동과 소음에 따른 문제가 발생되고 있다. 일반적으로 소음보다는 진동이 더 큰 문제로 대두되는데, 이러한 진동은 주변지반이나 인접구조물에 예기치 못한 손상을 입히게 된다.

진동의 형태는 향타말뚝이나 발파와 같은 충격진동(Transient Vibration), 진동말뚝 공법등의 정상상태 진동(Steady-state Vibration), 브레이커(Breaker)작업, 건설장비 작업시 발생하는 준 정상상태 진동(Pseudo-steady-state Vibration)으로 분류된다.

발파시 폭원에서 3차원적으로 전파되는 폭평파의 잔여 충격파는 거리에 따라 발파 에너지의 0.5~20%정도로 현저히 감소되어 탄성파의 형태로 지반

에 전파되면서 진동을 유발 시키게 되며 이러한 발파진동은 진폭과 주기를 갖는 진동이며 진동의 크기는 진동을 전달하는 매질의 변위(z), 진동속도(z'), 가속도(z'')로 표시할 수 있다²⁾.

탄성 반무한체(Elastic Half Body)에 전파되는 탄성파는 Fig. 1과 같이 내부를 통해 전파되는 체적파

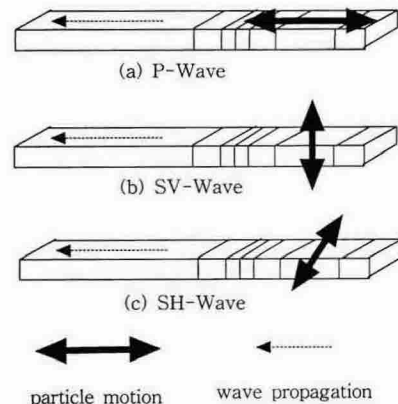


Fig. 1. Types of wave

[†]To whom correspondence should be addressed.
pks@mail.yeojoo.ac.kr

(Volume Wave)와 표면을 따라 전파 되는 표면파 (Surface Wave)로 대별 되고 체적파(Body Wave)는 전파속도(Propagation Velocity)에 따라 P파(Primary Wave)와 S파(Secondary Wave)로 분류 되며 P파는 음파와 같이 매질의 진동방향이 파의 진행방향과 일치하고 S파는 광파와 같이 매질의 진동방향이 파의 진행방향과 직각이며 왜곡된 형태 변형을 일으키고 왜곡된 방향에 따라 SV파, SH파로 세분 된다³⁾. 표면파는 SH파가 지표면을 따라 전파되는 Love Wave와 지표면을 따라 후진타원운동(Retro- grade) 형태의 입자운동을 하며 전파되는 Rayleigh Wave로 세분된다.

$$z = A \sin(\omega t - \phi) \quad (1)$$

$$z' = \frac{dz}{dt} = \omega A \cos(\omega t - \phi) = \omega A \sin(\omega t - \phi + \frac{\pi}{2}) \quad (2)$$

$$z'' = -\frac{d^2z}{dt^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t - \phi) = \omega^2 A \sin(\omega t - \phi + \pi) \quad (3)$$

여기서, 각속도 $\omega = 2\pi f = 2\pi(\frac{1}{T})$, ϕ 는 위상각 (Phase Angle : $-\pi \leq \phi \leq \pi$), A는 진폭이다.

2. 유한탄성 매질의 종파

진동이 발생되는 균질하고 등방성인 선형 매질의 운동방정식은 압밀 방정식과 유사한 파동 방정식으로 표시 될 수 있다.^{1,7)}

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (4)$$

여기서 v 는 전파속도(Propagation Velocity) 이고 선형 유한 단성매질의 종방향 및 비틀림에 대한 Wave Motion은 전형적으로 식(4)와 같다. Fig. 2와 같이 단면적이 A인 봉상의 유한 탄성매질의 단부에서 x 만큼 떨어진 단면의 응력이 σ_x 일 때 응력분포는 균일하고 진동이 발생하는 동안에도 단면은 평면을 유지할 때 $x+\Delta x$ 단면의 응력은 $\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \Delta x$ 로 되어 x 방향의 힘의 총합은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$-\sigma_x A + \sigma_x A + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} A \Delta x = \Delta x A \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (5)$$

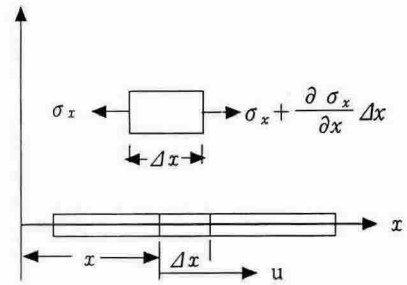


Fig. 2. Longitudinal vibration

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (6)$$

x 방향의 변형률과 영계수(E)로부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\sigma_x = E \frac{\partial u}{\partial x} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (8)$$

밀도 $\rho = \gamma/g$ 를 식(6)에 대입하여 식(10)을 얻을 수 있다.

$$E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v_c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (10)$$

여기서, $v_c^2 = E/\rho$ 이고 식(10)의 해는 식(11)과 같다.

$$u = f(v_c t + x) + h(v_c t - x) \quad (11)$$

Δt 시간 후에는 함수 h 의 독립 변수는 $v_c(t + \Delta t) - x$ 으로 되지만 $\Delta x = v_c \Delta t$ 만큼 증가하게 되어 함수 h 는 아래의 식과 같이 변함없다.

$$u_t = h(v_c t - x) \quad (12)$$

$$u_{t+\Delta t} = h[v_c(t + \Delta t) - (x + \Delta x)] = h(v_c t - x) \quad (13)$$

전파속도(v_c)와 입자속도(u')를 구별하기 위하여

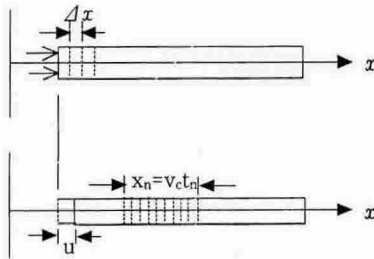


Fig. 3. Phase velocity and particle velocity

Fig. 3과 같이 봉상의 선형 탄성매질의 단부에 t_n 시간 동안 σ_x 의 균등한 압축응력을 가할 때 Δt 시간 경과후 압축응력은 $\Delta x = v_c \Delta t$ 만큼의 길이를 이동하게 되고 시간 t_n 에서 길이 $x_n = v_c t_n$ 만큼의 압축영역이 생기고 탄성수축량(u)은 다음과 같다.

$$u = \frac{\sigma_x}{E} x_n = \frac{\sigma_x}{E} v_c t_n \quad (14)$$

$$u' = \frac{u}{t_n} = \frac{\sigma_x v_c}{E} \quad (15)$$

여기서 변위 u 를 시간 t_n 으로 나눈 값이 입자속도(u')이다. 전파속도(v_c)와 입자속도(u')는 압축응력이 작용할 때는 같은 방향이지만 인장응력이 작용할 때는 반대 방향이 되고 입자속도(u')는 응력의 크기에 의존하지만 전파속도(v_c)는 매질에 의존한다.

3. 실험방법

3.1. 실험장치 및 과정

실험을 위한 장치 및 기구는 Table 1과 같이 입자속도(Particle Motion)를 감지하는 센서인 가속도계(Accelerometer), 햄머의 타격으로 두 개의 가속도계에서 감지하는 신호를 보여주는 동적 신호 해석기(Dynamic Signal Analyzer), 가속도계에서 감지한 신호를 증폭시켜 주는 Power Unit, 양단에 BNC-Plug가 있어서 증폭장치와 Dynamic Signal Analyzer를 연결하는 BNC-cable, 한쪽은 동축케이블(Coaxial Cable) 다른 한쪽은 BNC-cable이 가속도계와 Power Unit을 연결하는 Micro-dot-Cable, 가속도계를 매질에 부착시키는 부착장치(Glue-gun)로 구성 되어 있고 시험에 사용된 매질의 물리적 특성은 Table 2와 같다.

Table 1. Test equipment

Divice Name	Size/Use
Dynamic Signal Analyzer	HP35670A
Accelerometer	PCB308C02
Cable	BNC-Cable
	Micro-Dot-Cable
Power Unit	Amplifier
Glue-gun	Attaching Tool
Hammer	Impact

Table 2. Physical properties of specimen

Specimen	Diameter (m)	length (m)	Young,s Modulus(Gpa)	Density (kg/m ³)
Solid Steel Bar	0.035	3.5	190~210	7850

가속도계를 매질의 양 단부에 부착시킨 경우와 하나는 매질의 중앙에 나머지 하나는 단부에 부착시켜 Fig. 4 및 Fig. 5와 같이 조립후 신호 분석을 위해 Trigger의 주파수범위(Channel Range)는 1V, 수신자(Receiver)의 주파수범위는 3V, Record length는 7msec, 주파수수준(Channel Level)은 10mV로 하여 햄머로 짧은 순간의 Impact로 매질의 끝을 타격하여 그 때의 Signal을 찾아 낸다. 가속도계를 양 단부에 설치한 경우 첫 번째 가속도계는 처음과 7m 마다 끝단의 가속도계는 3.5m 와 10.5m에서 신호를 감지하고 끝단과 중앙에 가속도계를 설치한 경우는 첫 번째 가속도계는 처음과 7m에서 중앙의 가속도계는 1.75m 와 5.25m에서 각각 신호를 감지하게 된다⁵⁾.

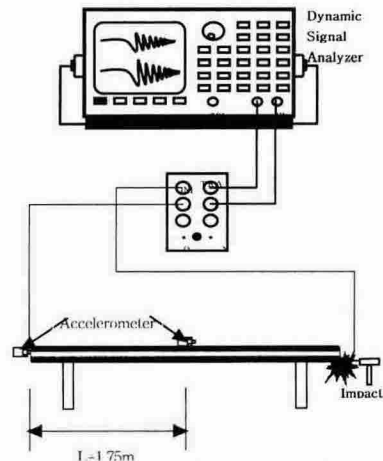


Fig. 4. Accelerometer attached at center and free end

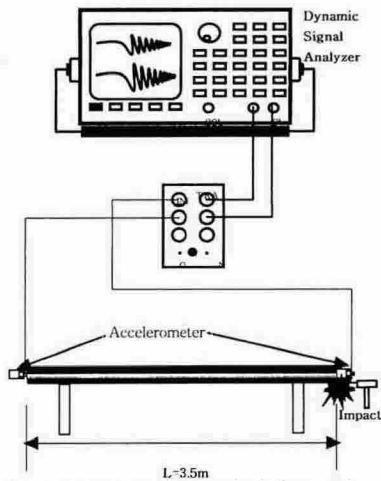


Fig. 5. Accelerometer attached at both free end

3.2. 실험의 목적

매질의 양 단부에 가속도계를 부착 시켰을 때 계측거리와 각각의 가속도계 에서 감지 하는 Signal의 상대적인 시간차(Travel Time)를 이용해 구한 종파 속도의 실측치와 이론치를 비교하고, 가속도계의 부착 방향에 따른 Signal의 극성(Polarity)을 확인한다. 가속도계를 매질의 중앙과 단부에 부착시켰을 때 Frequency Domain에서 종파속도를 측정하여 탄성계수(E)를 찾고 이것을 이론치와 비교한다. 타격에 의한 Signal은 동적 신호해석기에 나타나고 이를 분석하여 Travel Time과 각각의 Mode에 따라 가속도계가 부착된 위치에서의 공진주파수(Resonant Frequency)와 그때의 진폭(Amplitude)을 알아 본다.

4. 분석 및 고찰

유한탄성 매질의 단부에 충격을 가하여 발생된 압축파는 매질을 따라 전파되어 가속도계에 신호가 감지되고 이때, 가속도계의 위상(Phase)을 동일하게 설치한 결과 신호(Signal)의 방향이 같은 방향으로 나타났다. Table 3의 자료를 이용해 얻은 Fig.6의 그래프는 Time Domain에서 양쪽 단부에 가속도계를 부착하여 얻은 신호이다. 상단의 진폭(Amplitude)과 하단의 진폭이 거의 두배의 차이를 보이고 있다. 한쪽 단부에서 최초로 감지된 압축파 보다 다른 감지기에 도달한후 다시 압축파가 증폭되는 것은 반무한체의 자유단부(Free End)에서 진행되는 압축파가 다른쪽 단부에서 인장파로 바뀌고 Particle Motion은

압축파의 방향과 동일하여 증폭이 일어나게 되는데 이는 자유단부(Free End)에서의 응력은 0이 되나 속도는 두배가 된다는 이론적 사실을 뒷받침 한다. 자유단부(Free End)에서 2배로 커진 압축파가 인장파로 바뀌면서 매질 내부로 전파될 때 마찰과 에너지의 분산(Dispersion)에 의한 감쇠(Damping)로 전파 에너지가 감소 되어 그 다음에 감지되는 부분에서의 진폭이 이전 단계의 크기보다 줄어 드는 것을 확인 할 수 있다⁴⁾.

Time Domain에서 계측거리 3.5m일때 Source와 Receiver 주기에서 Travel Time이 0.671msec로 측정되었고, 계측거리 7.0m일때 Source 주기에서 Travel

Table 3. Travel time and amplitude

	I		II	
	Time(sec)/ 1st max. point	Time(sec)/ 1st min. point	Time(sec)/ 1st max. point	Time(sec)/ 1st min. point
1	$5.34 \times 10^{-3} / 1.81$	$1.83 \times 10^{-3} / -1.76$	$7.17 \times 10^{-3} / 2.90$	$7.93 \times 10^{-3} / -9.74$
2	$1.40 \times 10^{-3} / 4.36$	$1.53 \times 10^{-3} / -4.00$	$2.08 \times 10^{-3} / 2.93$	$2.14 \times 10^{-3} / -8.00$
3	$2.76 \times 10^{-3} / 3.93$	$2.92 \times 10^{-3} / -3.36$	$3.43 \times 10^{-3} / 2.91$	$3.49 \times 10^{-3} / -6.42$
4	$4.12 \times 10^{-3} / 3.44$	$4.30 \times 10^{-3} / -3.21$	$4.78 \times 10^{-3} / 2.87$	$4.85 \times 10^{-3} / -5.42$
5	$5.47 \times 10^{-3} / 2.90$	$5.65 \times 10^{-3} / -2.34$	$6.14 \times 10^{-3} / 2.75$	$6.20 \times 10^{-3} / -4.45$

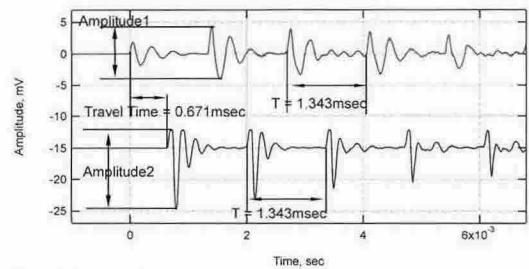


Fig. 6. Time domain

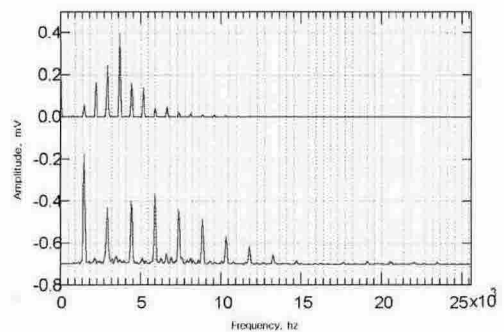


Fig. 7. Frequency domain

Time이 1.343msec로 측정되어 계측 종파속도(v_c)와 탄성계수(E)는 식(16)과 식(17)로부터 $v_c=5216\text{m/sec}$, $E=213.4\text{Gpa}$ 임을 알 수 있다.

$$v_c = \frac{L}{t} \quad (16)$$

$$E = v_c^2 \cdot \rho = v_c^2 \frac{\gamma}{g} \quad (17)$$

Frequency Domain으로부터 Receiver에서 얻은 공진 주파수(f)는 1차모드에서 736Hz 가 나와서, Free-Free해석에 의한 계측 종파속도(v_c)와 탄성계수(E)를 식(18)과 식(17)로부터 $v_c=5152\text{m/sec}$, $E=208.4\text{Gpa}$ 임을 알 수 있다⁹⁾.

$$\omega_n = 2\pi fn = \frac{n\pi v_c}{L} \quad (\text{단, } n=1, 2, 3, \dots) \quad (18)$$

Fig. 7의 그래프는 같은 시험에 의한 파를 Frequency Domain상에 나타낸 것으로 주파수 영역에서는 표시되지 않는 파를 Frequency에 따라 나타내므로 보다 상세한 결과를 얻을 수 있다.

상단의 파는 매질을 단부에 위치한 가속도계에서 얻은 데이터값으로서 1차모드에 어느 정도의 진폭이 나타난 반면에 하단의 파는 매질의 중앙에 위치한 가속도계에서 얻은 데이터값으로서 1차모드에서 진폭이 나타나 있지 않아 양단 자유의 경계조건에서 중앙부에서의 1차모드의 진폭이 없다는 것을 알 수 있고 2차모드에서는 상단과 하단 그래프에서 둘다 감지 되었다. 3차모드에서는 중앙에 설치한 센서는 진폭이 감지되지 않았고 끝단의 센서는 진폭이 감지되었다. Receiver에서 얻은 공진 주파수는 2차모드에서 1472Hz 가 나와서 $v_c = 1472 \times 3.5 = 5152\text{m/sec}$ 이다.

또한, Frequency Domain에서 Source Sensor의 주기 $T=1.343\text{msec}$ 인데, 주기는 Travel Time의 2배가 되므로 $T=(0.671\text{msec}) \times 2=1.342\text{msec}$ 로 유사함을 알 수 있다.

5. 결 론

가속도계의 위상(Phase)을 동일하게 설치한 유한 탄성 매질에 대한 실내 종파시험을 수행한 결과 다

음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 양단 자유의 경계조건일 때 Time Domain에서 양 단부에서의 응력은 영이 되고 속도는 두배가 되어 진폭이 두배이고 Frequency Domain에서 중앙부에서의 1차모드의 진폭은 영이다.

(2) 발생된 압축파가 매질을 따라 전파될때 마찰과 에너지 분산에 의한 기하감쇠(Geometrical Damping) 및 재료감쇠(Material Damping)에 의해 전파 에너지가 줄어서 처음 감지된 신호보다 진폭(Amplitude)이 작아지는 것을 알 수가 있었다.

(3) Time Domain 및 Frequency Domain의 자료에서 계산된 종파속도(v_c)를 이용해서 구한 탄성계수는 각각 $E=213.4\text{Gpa}$, $E=208.4\text{Gpa}$ 로 탄성계수의 이론치와 거의 일치함을 알 수 있다.

(4) 가속도계의 위상(Phase)을 같게했을 때 신호(Signal)의 극성(Polarity)이 동일함을 알 수 있고 전파속도(v_c)와 입자속도(u')는 압축응력이 작용 할 때는 같은 방향 이지만 인장응력이 작용 할 때는 반대 방향이 된다.

참고문헌

- 1) S. L. Kramer, "Geotechnical Earthquake Engineering," Prentice-Hall, pp. 54-105, 1996.
- 2) F. E. Richart, and J. R. Hall, "Vibrations of Soils and Foundations," Prentice-Hall, pp. 41-92, 1970.
- 3) R. L. Wiegell, "Earthquake Engineering," Prentice-Hall, pp. 107-146, 1970.
- 4) B. O. Hardin, "The Nature of Damping in Sands," J. Soil Mech. and Found. Div., Proc. ASCE, Vol. 91, No. SM1, Jan., pp. 63-97, 1965.
- 5) F. E. Richart, and R. V. Whitman, "Comparison of Footing Vibration Tests with Theory," J. Soil Mech. and Found. Div., Proc. ASCE, Vol. 93, No. SM6, Nov., pp.143-168, 1967.
- 6) R. V. Whitman, and F. V. Lawrence, "Wave Velocities in Granular Soils," J. Soil Mech. and Found. Div., Proc. ASCE, Vol. 89, No. SM5, Sept., pp. 112-118, 1963.
- 7) S. L. Kramer, and H. B. Seed, "Initiation of Soil Liquefaction under Static Loading Condition," Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 114, No. 4, Nov., pp.412-1430, 1988.