

다양한 경계조건을 갖는 복합적층판의 간편한 고유진동수 해석방법

A Simple Method of Obtaining Exact Values of the Natural Frequencies of Vibration for Some Composite Laminated Structures with Various Boundary Condition

원 치 문¹⁾

Won, Chi Moon

요 약 : 거더와 가로보를 포함하는 많은 교량시스템과 콘크리트 상판은 특별직교이방성 판처럼 거동한다. 그런데 Navier나 Levy의 해로 해결할 수 없는 경계조건을 가졌거나, 불규칙 단면을 가진 경우에 해석해를 얻기 것이 매우 어렵다. 더구나 이러한 경우, 고유치 문제에 대한 수치해법은 너무 복잡하다. 그러나 불규칙 단면을 갖는 보와 탑에 대해, 첫 번째 진동모드에 해당하는 고유진동수를 계산하는 방법이 1974년 '김'에 의해 개발되어 발표되었다. 최근에 이 방법은 2차원 문제로 확장되었고 전단변형이 고려된 복합판에 적용되어 왔다. 본 연구에서는 이 방법을 다양한 경계조건을 갖는 특별직교이방성 복합적층판에 적용하여 타당성을 검토하고 그 해석결과를 제시한다.

ABSTRACT : Many of the bridge systems, including the girders and cross-beams, and concrete decks behave as the special orthotropic plates. Such systems with boundary conditions other than Navier or Levy solution types, or with irregular cross sections, analytical solution is very difficult to obtain. Numerical method for eigenvalue problems are also very much involved in seeking such a solution. A method of calculating the natural frequency corresponding to the first mode of vibration of beam and tower structures with irregular cross-sections was developed and reported by Kim in 1974. Recently, this method was extended to two dimensional problems including composite laminates, and has been applied to composite plates with shear deformation effects. In this paper, application of this method to the specially orthotropic laminated plates with various boundary condition is accomplished and the result of analysis is presented.

핵심용어 : 고유진동수, 경계조건, 특별직교이방성, 복합적층판

KEYWORDS : Natural Frequencies of Vibration, Boundary Condition, Specially Orthotropic, Laminated Plates

1. 서론

1.1 연구배경 및 목적

복합재료는 해석, 설계, 제작 및 시공관리에 대한 기준이 확립될 때 토목공학 분야에 경제적이고 효과적으로 사용될 수 있다¹⁾. 화이버(Fiber)의 보강방향에 따라 분류된 각각의 플라이(Ply) A, B 그리고 C를 포함하고 있는 적층판 중에서 $[AB]_r$, $[ABA]_r$, $[ABBAAB]_r$, $[ABBCAAB]_r$ 형태의 적층판은 적층수 r 이 증가함에 따라 B_{16} , B_{26} , D_{16} 와 D_{26} 의 강성

값들이 현저하게 감소하게 된다. 이러한 적층복합판은 3개의 편미분 방정식의 연계성이 사라지며, 한 개의 편미분 방정식으로 표기되는 특별직교이방성 적층판 이론으로 해석이 가능하다¹⁾. 그러나 Navier 또는 Levy 해법 형태 이외의 경계조건을 갖거나 변단면인 경우, 그리고 집중된 질량을 포함하는 불균질 질량을 갖는 적층 복합판의 경우에 해석적 해를 얻기가 어렵다. 또한 고유값 문제를 위한 수치해석 방법은 각각의 해답을 찾는 데 매우 복잡하다¹⁾.

보와 타워에 대해 제 1 모드에서의 고유진동수를 구하는 정확한 해가 1974년에 '김'에 의해 발표되었다²⁾. 이 방법은

1) 정회원, 한라대학교 건축토목공학부 전임강사

본 논문에 대한 토의를 2002년 6월 30일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

구조해석과 설계의 초기단계에서 계산된 영향계수를 구조물의 고유진동해석에 이용하는 간단한 방법이다. 최근 이 방법은 복합적층판을 포함하는 2차원 문제의 제 1모드 진동해석에 확장되었으며, 1989년에 제 1차 일본 첨단재료기술협회 국제회의(JISSE-1)에서 발표되었다⁽³⁾. 또한 그러한 2차원 문제의 제 2차 모드 진동에 대한 이 방법의 확장은 1990년 미국 토목학회 제 8차 구조공학 학술발표회에서 발표되었다⁽⁴⁾. 이 방법은 전단변형을 고려해야 하는 두꺼운 적층판에 적용되어 1991년 제 8차 국제복합재료학회 및 JISSE-2에 발표되었다^{(5),(6)}.

따라서 본 연구에서는 이 방법을 다양한 경계조건을 갖는 특별직교이방성 복합적층판에 대해 적용하여 타당성을 검토하고 각각의 해석결과를 제시하고자 한다.

1.2 연구범위 및 방법

본 연구에서는 일반적인 구조물에서 판에 존재할 수 있는 여러 가지 경계 조건 중 4변 고정지지, 4변 단순지지, 양변고정 타단 단순지지, 양변고정 타단 자유지지, 양변단순 타단 고정지지, 양변단순 타단 자유지지, 양변자유 타단 고정지지 그리고 양변자유 타단 단순지지된 8가지 경계 조건을 갖는 적층 복합판에 대한 진동 해석을 실시하였다. 판의 적층 형태는 중립 축에 대하여 대칭을 이루고 보강재의 보강 방향이 $[0^\circ, 90^\circ, 0^\circ]_r$ 인 특별직교이방성 적층복합판으로 하였다.

이 때 각각의 경계 조건에서, 진동 특성에 영향을 미치는 인자 중 판의 형상비의 변화에 따라 해석을 수행하였는데 여기서 판의 형상비는 1에서 6까지 변화시켰고 한 개의 플라이(Ply)두께를 0.000125m로 하여 3개의 플라이에 대해 고려하였다.

이와 같은 판의 두께는 전단 변형을 고려하지 않아도 정확한 해석이 가능한 경우에 해당되며 모든 경우에 대하여 습열 효과는 무시하였다.

본 논문에서는 고려된 경계 조건을 갖는 판의 진동 해석을 위해서 '김'의 방법을 이용하였다. 이 방법을 이용하면 정확한 진동 해석을 할 수 있는데, 이것은 해석하고자 하는 구조물의 영향 계수 계산을 전제로 하며 진동 해석의 오차는 처짐 오차의 제곱근에 비례한다^{(1),(7)}.

따라서 영향 계수의 계산을 위해 유한 요소 프로그램(ALGOR)을 사용하였고, 프로그램의 요소 중 4 Node Sandwich Plate Element를 이용하였다. 또한 동일한 프로그램에 의해 고유진동을 해석한 후 이를 김의 방법으로 해석한 결과와 비교하여 본 방법의 정확성과 간편성을 입증하고자 하였다. 이 때 분할 망(Mesh) 크기에 따른 오차 범위를 계

산하기 위해 정확한 해가 존재하는 네변 단순지지된 특별 직교 이방성 적층 복합판을 고려하여 각 망의 크기별 고유 진동수를 계산하여 나타내었다.

2. 진동해석법

구조물의 고유진동수는 공명 상태하에서 확산하기 시작하는 처짐 모드 형태하에서의 주파수이다. 자유진동으로 인한 처짐으로부터 이러한 처짐을 유발하는데 필요한 힘을 알 수 있다. 일련의 이러한 과정에 의해 결정된 모드형태가 충분히 정확하다면, 수렴된 것과 바로 이전 값 사이에서의 상대적 최대 처짐은 이러한 관성력하에서 불변하다. 구조물의 진동은 조화운동이고 진폭형상은 삼각함수에 의해 표시될 수 있는 부분이 있다. 처음에 제 1모드만 고려하면, 구조부재의 처짐형태는 다음 식(1)과 같이 쓸 수 있다.

$$w = W(x, y)F(t) = W(x, y)\sin \omega t \quad (1)$$

여기서 W는 최대 진폭, ω 는 고유 진동 주파수, t는 시간이다.

Newton의 법칙에 의해 진동하는 질량 m의 동적힘은 다음 식(2)와 같다.

$$F = m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (2)$$

방정식(1)을 위의 식(2)에 대입하면 식(3)으로 된다.

$$F = -m(\omega)^2 W \sin \omega t \quad (3)$$

여기서 ω 와 W는 미지수이다. 고유진동수 ω 를 구하기 위하여 다음의 과정이 취해진다. 어떤 몇 개의 점에서 최대 처짐의 진폭은 임의로 주어진다.

$$w(i, j)(1) = W(i, j)(1) \quad (4)$$

여기서 (i, j)는 고려한 점을 나타낸다.

이것은 절대적으로 임의의 값이지만 경험에 의해 가정하면 수렴을 촉진시키는데 더욱 좋다. 이러한(최대)진폭에 대응하는 동적힘은 다음 식(5)와 같이 표기된다.

$$F(i, j)(1) = -m(i, j)[\omega(i, j)(1)]^2 w(i, j)(1) \quad (5)$$

이 힘에 의해 일어나는 새로운 변위는 F의 함수이고 다음 식(6)과 같이 쓸 수 있다.

$$w(i,j)(2) = f \{ m(i,j)[\omega(i,j)(1)]^2 w(i,j)(1) \} \\ = \sum \Delta(i,j,k,l) \{ -m(i,j)[\omega(i,j)(1)]^2 w(i,j)(1) \} \quad (6)$$

여기에서 Δ 는 처짐에 대한 영향계수이다.

공명상태하에서 구조부재의 모든 점에서 고려한 $w(i,j)(1)$ 과 $w(i,j)(2)$ 는 동일해야 하고 다음 조건을 만족해야 한다.

$$w(i,j)(1)/w(i,j)(2) = 1 \quad (7)$$

방정식(7)로부터 (i,j)의 각 점에서의 $w(i,j)(1)$ 이 얻어질 수 있지만, 대부분의 경우에 일치하지 않는다. 구조부재의 고유진동수가 부재의 모든 점에서 동일해야 하므로 $w(i,j)$ 의 값이 모든 (i,j)점에서 충분히 동일하게 얻어질 때까지 이 과정이 반복된다. 그러나 대부분의 경우에 첫 번째 사이클(Cycle)의 계산에 의해 얻어진 $w(i,j)$ 의 최대와 최소값의 차이는 공학적으로 충분히 무시될 수 있다. 정확도는 최대와 최소치의 평균을 취하거나 또한 처짐이 최대인 곳에서 $w(i,j)$ 의 값을 취함으로써 개선될 수 있다.

다음 (식)8과 같은 2번째 사이클에서 $w(i,j)(2)$ 의 절대적 수치가 편리하게 사용될 수 있다.

$$w(i,j)(3) = f \{ m(i,j)[\omega(i,j)(2)]^2 w(i,j)(2) \} \quad (8)$$

복합재료 구조물을 포함하여 불규칙한 단면과 이상적이 아닌 지지조건을 가진 판의 경우, 경계조건에 관계없이 이 판을 몇 개의 요소로 나누어 고려하는 것이 편리하다. 지금까지의 연구결과에서 정확성은 처짐계산의 정확도에 비례한다⁽²⁾⁻⁽⁷⁾.

3. 수치해석

3.1 판의 분할 망 크기 결정

진동해석에 앞서 판을 몇 개의 요소로 나누어 고려해야 하는데 많은 요소를 고려할수록 해석이 정확해진다. 본 논문에서는 [ABA]r의 적층형태를 가진 판에 대해 $A=0^0$, $B=90^0$, $r=1$ 인 경우를 계산 예로 하였다. 수치계산에 사용된 플라이(Ply)의 물성은 종방향탄성계수 $E_{11}=38.6\text{GPa}$, 횡방향탄성계수 $E_{22}=8.27\text{GPa}$, 포아손비 $\nu_{12}=0.2600$, $\nu_{21}=0.0557$ 그리고 전단탄성계수 $G_{12}=4.14\text{GPa}$ 로 고려하였다.

플라이의 두께 $h_0 = 0.000125\text{m}$ 로 하였고 판의 형상은 $1\text{m} \times 1\text{m}$ 로 하였다. 판의 경계조건은 사변 단순지지로 하였고 요소는 각각 2×2 , 3×3 , 4×4 , 5×5 , 6×6 , 7×7 그리고 10×10 으로 분할하여 각각의 경우에 단위하중으로 인한 영향계수를 얻었고 이를 이용하여 위의 방법으로 각점의 고유진동수 차이가 1×10^{-6} 이하일 때까지 계산을 반복하였다.

해석결과 망의 크기에 따른 고유진동수와 상기조건을 만족할 때까지 반복회수를 표 1에 그리고 망의 크기에 따른 고유진동수를 그림 1에 나타내었다.

표 1과 그림 1에서 보듯이 분할된 요소의 수가 증가함에 따라 고유진동수가 일정한 값으로 수렴하는 것을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 망의 크기를 수렴값으로 보여지는 망의 크기 10×10 을 기준으로 할 때 0.37%의 오차를 보이는 $0.2\text{m} \times 0.2\text{m}(5 \times 5)$ 로 결정하였다.

3.2 판의 진동 해석

3.2.1 해석과정

먼저 진동해석을 위해 사용된 각 플라이의 물성과 판의 두께는 3.1절에서 나타낸 값과 같고 판의 형상은 그림 2와 같다.

표 1. 분할 요소수에 따른 고유진동수

분할된 요소수	고유진동수	반복회수
2×2	5.125072	1
3×3	5.358685	8
4×4	5.372020	8
5×5	5.387966	7
6×6	5.393532	8
7×7	5.402224	7
10×10	5.408018	6

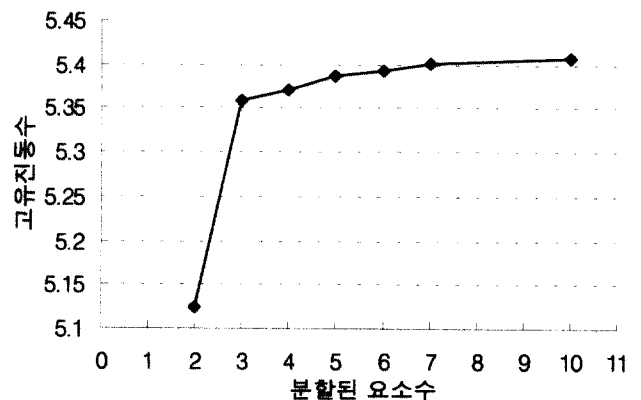


그림 1. 분할 요소수에 따른 고유진동수

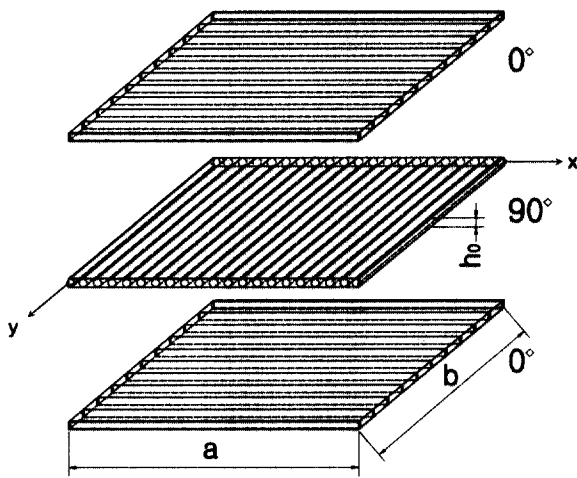


그림 2. $[0^\circ, 90^\circ, 0^\circ]_r$ 형태의 특별직교이방성 적층판

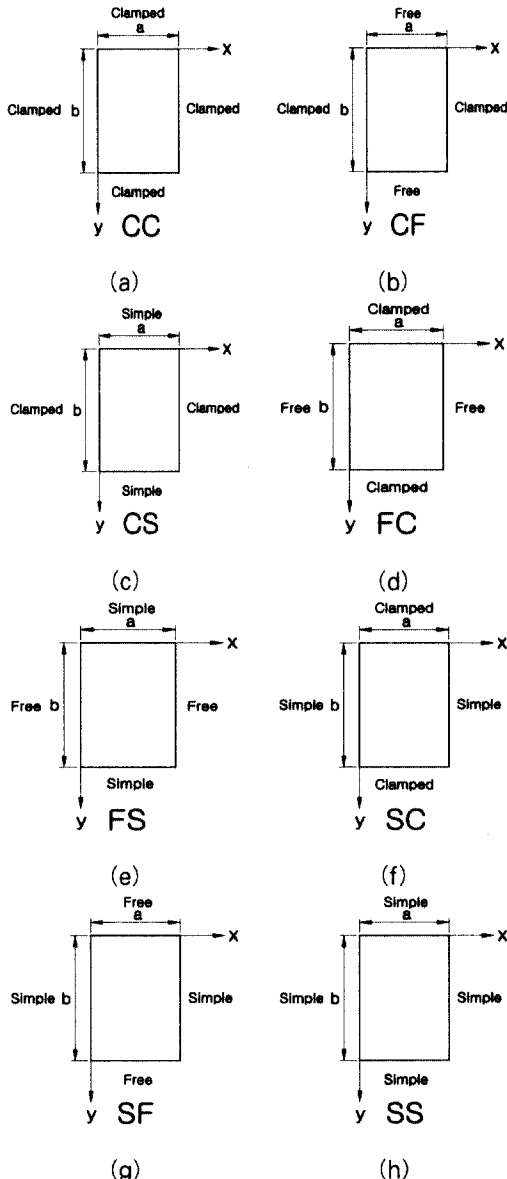


그림 3. 고려된 판의 경계조건

판의 x방향 길이 a는 1m로 하였고, y방향의 길이 b는 1m에서 6m까지 1m간격으로 변화시켰으며 이에 따른 판의 형상비 b/a는 1~6으로 하였다. 각각의 경우에 판의 요소는 0.2m×0.2m의 크기로 분할하여 고려하였다.

고려된 판의 경계조건은 그림 3에서 구체적으로 나타내었다.

본 연구에서는 상술한 방법의 유효성을 입증하기 위해 두 가지 방법으로 해석을 수행하였다. 하나는 F.E.M 프로그램 (ALGOR)을 이용하였고 다른 하나는 2장에서 서술된 방법을 이용하였다. 구체적인 계산 예로 상기 물성을 가지고 판의 형상이 a=1m, b=1m 그리고 r=1인 사변단순지지된 판 (SS)의 경우를 제시한다. 판의 위치별로 최초의 진폭 $W(i,j)(1)$ 을 다음과 같이 가정한다.

$$W(i,j)(1) = \begin{vmatrix} 10 & 20 & 30 & 20 & 10 \\ 20 & 30 & 40 & 30 & 20 \\ 30 & 40 & 50 & 40 & 30 \\ 20 & 30 & 40 & 30 & 20 \\ 10 & 20 & 30 & 20 & 10 \end{vmatrix}$$

이러한 (최대)진폭에 대응하는 동적힘은 다음 식(9)와 같다.

$$F(i,j)(1) = -m(i,j) [\omega(i,j)(1)]^2 w(i,j)(1) \quad (9)$$

여기에서 m(i,j)는 (i,j)점에서의 질량이므로 $m(i,j) = \rho \cdot h(i,j) \cdot \Delta x \cdot \Delta y$ 로 계산된다. Δx 와 Δy 는 x와 y방향으로 Mesh의 크기이며 ρ 는 판의 단위질량이다. h(i,j)는 (i,j)점에서 판의 두께이다.

이 힘에 의해 일어나는 새로운 변위는 F의 함수이고 다음 식(10)과 같다.

$$w(i,j)(2) = f \{ m(i,j) [\omega(i,j)(1)]^2 w(i,j)(1) \} = \sum \Delta(i,j,k,l) \{ -m(i,j) [\omega(i,j)(1)]^2 w(i,j)(1) \} \quad (10)$$

여기에서 $\Delta(i,j,k,l)$ 은 (k,l)점의 단위하중에 의한 (i,j)점의 영향계수이고, $\omega(i,j)(1)$ 은 첫 번째 cycle에서 (i,j)점의 진동수이다.

고려된 판의 중앙점(3,3)에서 진동수 계산을 위한 과정을 수식으로 나타내면 다음과 같다. 이때 (i,j)점의 단위하중에 의한 (3,3)점의 영향 계수의 계산을 위해 유한 요소 프로그램(ALGOR)을 사용하였고, 프로그램의 요소 중 4 Node Sandwich Plate Element를 이용하였다.

$$\begin{aligned}
 w(3,3)(2) &= m(3,3) \cdot [\omega(3,3)(1)]^2 \times \\
 & [0.450550E-03(10) + 0.129700E-02(20) \\
 & + 0.168800E-02(30) + 0.129700E-02(20) \\
 & + 0.450550E-03(10) + 0.117390E-02(20) \\
 & + 0.347350E-02(30) + 0.468380E-02(40) \\
 & + 0.347350E-02(30) + 0.117390E-02(20) \\
 & + 0.144700E-02(30) + 0.432500E-02(40) \\
 & + 0.619620E-02(50) + 0.432500E-02(40) \\
 & + 0.144700E-02(30) + 0.117390E-02(20) \\
 & + 0.347350E-02(30) + 0.468380E-02(40) \\
 & + 0.347350E-02(30) + 0.117390E-02(20) \\
 & + 0.450550E-03(10) + 0.129700E-02(20) \\
 & + 0.168800E-02(30) + 0.129700E-02(20) \\
 & + 0.450550E-03(10)] \\
 & = 1.851128 m(3,3) [\omega(3,3)(1)]^2
 \end{aligned}$$

공명상태하에서 구조부재의 모든 점에서 고려한 $w(i,j)(1)$ 과 $w(i,j)(2)$ 는 동일해야 하고 다음 조건을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned}
 w(i,j)(1) / w(i,j)(2) &= 1 \\
 50 &= 1.851128 m(3,3) [\omega(3,3)(1)]^2
 \end{aligned}$$

따라서 $\omega(3,3)(1) = 5.197168 / \sqrt{m(3,3)}$ 이고 모든 (i,j) 점에서 계산된 진동수는 다음과 같다.

$$\omega(i,j)(1) = (4.950746 \sim 7.384141) / \sqrt{m(i,j)}$$

구조부재의 고유진동수가 부재의 모든 점에서 동일해야 하므로 $\omega(i,j)$ 의 충분한 같은 값이 모든 (i,j) 점에서 얻어질 때까지 이 과정이 반복된다. 따라서 상기과정을 반복하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \omega(3,3)(2) &= 5.365409 / \sqrt{m(3,3)} \\
 \omega(i,j)(2) &= (5.365409 \sim 5.459465) / \sqrt{m(i,j)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \omega(3,3)(3) &= 5.386551 / \sqrt{m(3,3)} \\
 \omega(i,j)(3) &= (5.386551 \sim 5.391812) / \sqrt{m(i,j)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \omega(3,3)(4) &= 5.387875 / \sqrt{m(3,3)} \\
 \omega(i,j)(4) &= (5.387875 \sim 5.388208) / \sqrt{m(i,j)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \omega(3,3)(5) &= 5.387961 / \sqrt{m(3,3)} \\
 \omega(i,j)(5) &= (5.38796 \sim 5.387982) / \sqrt{m(i,j)}
 \end{aligned}$$

이때 에너지 방법을 이용한 Whitney식⁽¹⁾에 의한 진동수는 $\omega = (5.4143) / \sqrt{m}$ 으로 두 가지 방법에 의해 계산된 진동수를 비교하면 99.5% 이상의 정확도를 보인다.

이와 같은 방법으로 각 (i,j) 점에서 계산된 고유진동수를 비교하여 그 값들의 차이가 1×10^{-3} 보다 작을 경우 이것을 판의 고유진동수로 간주하였다.

3.2.2 해석결과 비교

2장의 방법에 의한 해석결과를 'Simple Method' 또는 'S.M.'으로 표기하고 상용 프로그램(ALGOR)에 의해 경계조건과 형상비에 따라 해석한 고유진동수를 'F.E.M.'으로 표기하여 경계조건별로 표 2, 표 3, 표 4에 나타내었다. 이때 공통의 인자인 밀도 ρ 와 Laminate의 두께 h 의 곱을 제공근하여 별도로 분리하였다.

또한 경계조건과 형상비 변화에 따라 Simple Method와 F.E.M.에 의해 구해진 값을 비교하여 그 비율을 표 2, 표 3, 표 4에 첨기하였고 긴변의 경계조건에 따라 고정지지일 경우 그림 4, 자유지지일 경우 그림 5 그리고 단순지지일 경우 그림 6에 각각 나타내었다. 이 때 계산된 값은 F.E.M.에 의한 값을 Simple Method에 의한 값으로 나누어 표기하였다.

표 2. 경계조건과 형상비에 따른 고유진동수 ($\omega = \omega_{real} \sqrt{\rho \cdot h}$)

경계조건 / 형상비(b/a)		CC	CS	CF
1	S.M.	10.9755	10.0409	9.3334
	F.E.M.	10.9706	10.0405	9.3316
	F.E.M./S.M.	0.99955	0.99697	0.99981
2	S.M.	9.5643	9.4843	9.3400
	F.E.M.	9.5624	9.4826	9.3368
	F.E.M./S.M.	0.99980	0.99982	0.99966
3	S.M.	9.4240	9.4036	9.3417
	F.E.M.	9.4220	9.4016	9.3387
	F.E.M./S.M.	0.99979	0.99979	0.99968
4	S.M.	9.3852	9.3772	9.3425
	F.E.M.	9.3831	9.3751	9.3395
	F.E.M./S.M.	0.99978	0.99978	0.99968
5	S.M.	9.3691	9.3698	9.3429
	F.E.M.	9.3676	9.3639	9.3401
	F.E.M./S.M.	0.99980	0.99940	0.99970
6	S.M.	9.3611	9.3588	9.3432
	F.E.M.	9.3602	9.3581	9.3405
	F.E.M./S.M.	0.99990	0.99993	0.99971

표 3. 경계조건과 형상비에 따른 고유진동수 ($\omega = \omega_{real}\sqrt{\rho \cdot h}$)

경계조건 형상비(b/a)		FC	FS
		1	S.M.
1	F.E.M.	4.6693	2.6182
	F.E.M./S.M.	0.99876	1.00199
	2	S.M.	1.1480
2	F.E.M.	1.1476	0.7320
	F.E.M./S.M.	0.99965	1.00000
	3	S.M.	0.5083
3	F.E.M.	0.5082	0.3502
	F.E.M./S.M.	0.99980	1.00000
	4	S.M.	0.2854
4	F.E.M.	0.2854	0.2076
	F.E.M./S.M.	1.00000	1.00000
	5	S.M.	0.1825
5	F.E.M.	0.1826	0.1382
	F.E.M./S.M.	1.00050	1.00000
	6	S.M.	0.1267
6	F.E.M.	0.1267	0.0989
	F.E.M./S.M.	1.00000	1.00000

표 4. 경계조건과 형상비에 따른 고유진동수 ($\omega = \omega_{real}\sqrt{\rho \cdot h}$)

경계조건 형상비(b/a)		SC	SS	SF
		1	S.M.	6.9641
1	F.E.M.	6.9619	5.3885	4.6398
	F.E.M./S.M.	0.99968	1.00009	1.00476
	2	S.M.	4.5061	4.3381
2	F.E.M.	4.5062	4.3383	4.2489
	F.E.M./S.M.	1.00002	1.00005	1.00132
	3	S.M.	4.2181	4.1741
3	F.E.M.	4.2183	4.1741	4.1478
	F.E.M./S.M.	1.00005	1.00000	1.00051
	4	S.M.	4.1369	4.1194
4	F.E.M.	4.1369	4.1195	4.1083
	F.E.M./S.M.	1.00000	1.00002	1.00022
	5	S.M.	4.1033	4.0947
5	F.E.M.	4.1034	4.0947	4.0891
	F.E.M./S.M.	1.00000	1.00000	1.00230
	6	S.M.	4.0866	4.0815
6	F.E.M.	4.0864	4.0815	4.0781
	F.E.M./S.M.	0.99995	1.00000	1.00007

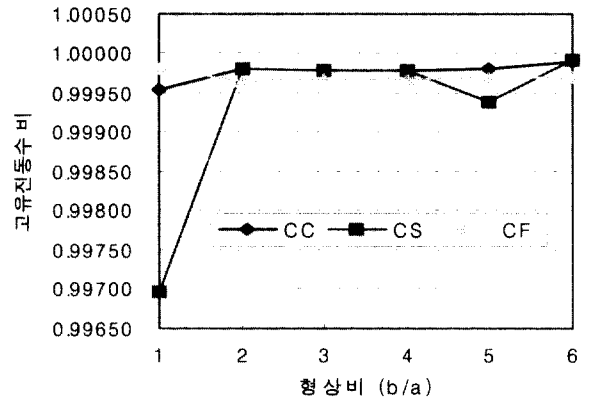


그림 4. 경계조건별 형상비에 따른 고유진동수 비

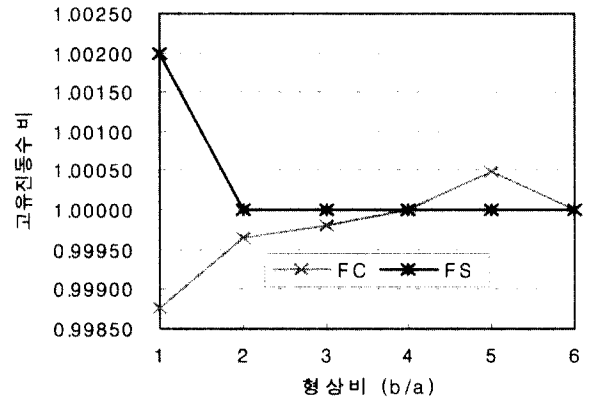


그림 5. 경계조건별 형상비에 따른 고유진동수 비

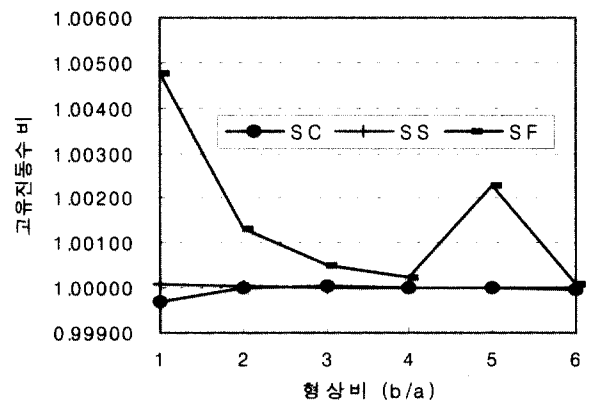


그림 6. 경계조건별 형상비에 따른 고유진동수 비

긴 변의 경계조건이 고정지지인 그림 4의 경우에 형상비가 1이고 짧은 변의 경계조건이 단순지지일 경우 두 방법에 의한 차이가 0.3%로 가장 크게 나타났으며, 긴 변의 경계조건이 자유단인 그림 5의 경우에도 형상비가 1이고 짧은 변의

경계조건이 단순지지일 경우 두 방법에 의한 차이가 0.199%로 가장 크게 나타났다.

긴 변의 경계조건이 단순지지인 그림 6의 경우에 형상비가 1이고 짧은 변의 경계조건이 자유단일 경우 두 방법에 의한 차이가 0.476%로 가장 크게 나타났다.

이상의 해석결과로부터 본 연구에서 사용된 방법은 여러 가지 경계조건을 갖는 구조물에 대해 간편하게 적용할 수 있음을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 김에 의해 개발되어진 정밀하고 간단한 진동해석방법을 구체적인 예와 함께 제시하였으며 여러 가지 경계조건을 갖는 특별직교이방성 복합적층판에 적용하였다. 이 방법을 적용함에 있어 처짐 영향계수를 구하는 것이 필수적인데 이는 구조해석과 설계에 있어서 첫 번째 단계이다. 따라서 주어진 방법의 장점은 구조물의 고유진동수를 얻기 위해 처짐, 모멘트 그리고 전단 계산을 위해 이미 계산된 값들을 이용한다는 것이다. 본 연구에서는 상용 프로그램을 이용하여 처짐에 대한 영향계수를 계산하였으며 이를 바탕으로 수치해석을 한 결과, 여러 가지 경계조건을 갖는 복합적층판의 진동해석에 대단히 정밀하게 사용할 수 있는 간단한 방법임을 증명하였다. 또한 구체적인 해석 결과는 실무 기술자를 위한 기초자료로 제시된다.

참 고 문 헌

1. Kim, D. H., (1995), Composite Structures for Civil and Architectural Engineering, E & FN SPON, London.
2. Kim, D. H., (1974), "A Method of Vibration Analysis of Irregularly Shaped Structural Elements," Proc. International Symposium on Engineering Problems in Creating Coastal Industrial Sites, Seoul, Korea.
3. Kim, D. H., Hwang, J. W., Chun, D. S., (1989), "A Simple Method of Vibration Analysis of Irregularly Shaped Composite Structural Elements," Proc. 1st Japan Int' SAMPE Symposium.
4. Kim, D. H., Hwang, J. W., Chun, D. S., (1990), "Vibration Analysis of Irregularly Shaped Composite Structural Members For Higher Modes," Proc. 8th Structural Congress, American Society of Civil Engineers, Baltimore, MD, U.S.A.
5. Kim, D. H., "Vibration Analysis of Irregularly Shaped Laminated Thick Composite Plates," Proc. ICCM 8, Honolulu, Hawaii, 1991.
6. Kim, D. H., (1991), "Vibration Analysis of Laminated Thick Composite Plates," Proc. EASEC-III, China.
7. 김덕현, 원치문, 이정호, (2001) "다양한 경계조건을 갖는 복합적층판의 정확한 고유진동수를 얻기 위한 간편 해석법," 한국복합재료학회 추계학술발표대회 논문집.

(접수일자 : 2001년 10월 23일)